일축압축을 받는 직교로 보강된 판의 좌굴강도

Buckling Strength of Orthogonally Stiffened Steel Plates under Uniaxial Compression

최 동 호[1] · 장 동 일[2] · 최 항 용[3]

Choi, Dong Ho Chang, Dong Il Choi, Hang Yong

요 약 : 직교로 보강된 판은 효율적인 하중분배능력과 좌굴안정성 때문에 장대교량의 강상판으로 사용되고 있다. 본 연구에서는 일축압축을 받는 직교로 보강된 판의 좌굴강도를 해석적 방법으로 추정하였다. 판이론을 사용하여 전체좌굴 및 부분좌굴과 같은 여러 모드에서의 좌굴응력식을 유도하고, 좌굴강도에 대한 횡리브와 종리브의 강성과 개수 등의 효과를 보이기 위하여 매개변수해석을 수행하였다. 정량적인 해석을 통해 종리브와 횡리브의 강성과 간격의 영향을 보였다.

ABSTRACT : Orthogonally stiffened steel plates are used for orthotropic steel decks of long-span bridges because of high degree of flexural and torsional resistances and good load-distribution behavior. An analytic study is presented for evaluating the buckling strength of orthogonally stiffened plates subjected to uniaxial compression. By using the plate theory, the buckling stress under overall and partial buckling modes, is derived. Parametric studies are performed to show the effects of the stiffness and the number of transverse and longitudinal ribs on the buckling strength. The results show quantitatively strong influence of stiffness and spacing of longitudinal and transverse ribs.

핵 심 용 어 : 좌굴강도, 직교로 보강된 판, 강상판교, 부분좌굴

KEYWORDS : buckling strength, orthogonally stiffened plate, orthotropic steel deck bridges, partial buckling

1. 서 론

실제 강구조물에 있어서는 직교로 보강된 판(orthogonally stiffened plates)이 외력에 대하여 효율적인 구조적 거동을 보이기 때문에 여러 분야에서 광범위하게 사용되고 있다. 또한, 직교로 보강된 판은 주형과 일체로 판요소로서 작용하게 되며, 집중윤하중에 대하여 양호한 하중 분배능력을 가지고, 중량이 가볍기 때문에 장대교량의 강상판의 형태로 건설에 많이 사용되어 왔다[1].

판의 안정성은 판의 두께를 증가시킴으로써 증진시킬 수 있으나, 이러한 설계는 경제적이지 못

1) 정회원, 한양대학교 공과대학 토목공학과 조교수, 공박
2) 정회원, 한양대학교 공과대학 토목공학과 교수, 공박
3) 정회원, 한양대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

본 논문에 대한 토의를 1999년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

하며, 보다 경제적인 설계는 판의 두께를 가능한 한 얇게 유지하면서, 판의 안정성을 도모할 수 있도록 종리브와 횡리브를 강판에 용접하여 보강함으로써 가능하게 된다. 판의 설계는 주로 좌굴에 대한 안정성에 의해 지배받게 되며, 좌굴은 판의 종횡비, 판두께, 단면강성 등에 주로 의존하게 된다. 해석적 방법으로 압축을 받는 종방향 보강판(longitudinally stiffened plates)에 대해서는 많은 연구가 수행되어 왔다[2,3,5,9,10]. 직교로 보강된 판에 있어서 횡리브의 강성이 매우 큰 경우에는 인접한 횡리브 사이의 판을 종방향으로만 보강된 판으로 고려하여 해석할 수 있으며[7], 횡리브의 강성이 유연한 경우에는 직교로 보강된 판으로 해석하는 논문이 발표되었다[4,6,8]. 직교로 보강된 판에 대한 연구로는 Giencke(1964)는 전체좌굴식을 유도하였고, Mikami 등(1980)은 강성이 급변하게 변하는 보강판과 직교보강판의 비탄성압축좌굴에 대하여 미분방정식을 이용하여 해석 연구하였다.

본 연구에 있어서는 판 이론에 근거한 에너지 방법을 사용하여 일축압축을 받는 직교로 보강된 판의 좌굴응력식을 유도하였으며, 이때 보강재의 비틂강성과 좌굴강도를 저하시키는 하중의 편심의 영향은 무시하였다. 유도된 좌굴응력식에 대한 전체좌굴(global buckling)과 부분좌굴(partial buckling)에 미치는 도입된 무차원 변수들의 영향을 매개변수해석을 통하여, 좌굴응력에 대한 횡리브와 종리브의 강성과 간격 등의 정량적인 효과와 좌굴응력의 증대방안을 제시하였다.

2. 직교로 보강된 판

직교로 보강된 판의 좌굴해석을 위해 그림 1과 같이 네 변이 단순지지되어 있으며, x축 방향으로 균일하게 면내 일축압축을 받는 직교로 보강된 판을 고려하자. 판은 길이 L, 폭 B, 두께 t와, 탄성계수 E, 포아송비 ν의 재료적인 특성을 가

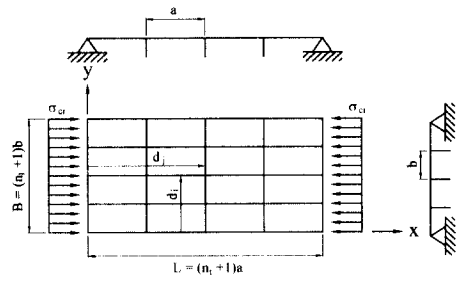

그림 1. 일축압축을 받는 직교로 보강된 판

지며, 보강재로써 n_l개의 종방향 리브, n_t개의 횡방향 리브로 각각 보강되어 있다. 종방향 리브는 간격 b로 균일하게 배열되어 있으며, 탄성계수 E_l, 단면적 A_l, 휨강성 E_lI_l를 가지며, 횡방향 리브는 간격 a로 균일하게 배열되어 있으며, 탄성계수 E_t, 단면적 A_t, 휨강성 E_tI_t를 가진다. 종방향과 횡방향 리브의 단면 2차모멘트 I_l, I_t는 리브와 연결된 판의 표면에서 계산된 것이며, 이들 리브들은 압축력의 일부를 지탱할 뿐만 아니라, 판을 작은 판넬로 나누게 되며, 판이 좌굴되기 이전에 상당한 좌굴응력의 증대를 야기한다.

2.1 휨변형 에너지와 일

그림 1에서 경계조건을 만족시키는 판의 처짐형상은 다음식으로 가정할 수 있다.

$$\omega = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}\sin\frac{m\pi x}{L}\sin\frac{n\pi y}{B} \qquad (1)$$

이에 상응하는 판의 휨변형 에너지는 아래식으로 표현된다[3].

$$U = \frac{1}{2}D\int_0^L\int_0^B\left\{\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)^2 - 2(1-\nu)\left[\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2\partial y^2}\right)^2\right]\right\}dx\,dy \qquad (2)$$

식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음식과 같다.

$$U=\frac{\pi^4 D}{2}\frac{LB}{4}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}A_{mn}^2\left(\frac{m^2}{L^2}+\frac{n^2}{B^2}\right)^2 \quad (3)$$

여기서, 판의 휨강성 D는 $Et^3/12(1-\nu^2)$ 이다.

종방향 리브와 횡방향 리브가 판과 함께 좌굴되었을 때, $y=0$ 에서 거리 d_i 만큼 떨어진 종방향 리브의 휨변형 에너지는 다음식과 같고,

$$U_i=\frac{E_l I_l}{2}\int_0^L\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}\right)_{y=d_i}^2 dx=\frac{\pi^4 E_l I_l}{4L^3}\sum_{m=1}^{\infty}m^4\left(A_{m1}\sin\frac{\pi d_i}{B}+A_{m2}\sin\frac{2\pi d_i}{B}+\cdots\right)^2 \quad (4)$$

$x=0$ 에서 거리 d_j 만큼 떨어진 횡방향 리브의 휨변형 에너지는 다음 식과 같다.

$$U_j=\frac{E_t I_t}{2}\int_0^B\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)_{x=d_j}^2 dy=\frac{\pi^4 E_t I_t}{4B^3}\sum_{n=1}^{\infty}n^4\left(A_{1n}\sin\frac{\pi d_j}{L}+A_{2n}\sin\frac{2\pi d_j}{L}+\cdots\right)^2 \quad (5)$$

판에 작용하는 압축력 $N_x(=\sigma_{cr}t)$ 에 의하여 판이 좌굴되는 동안 한 일은,

$$W=\frac{1}{2}N_x\int_0^L\int_0^B\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dxdy=\frac{N_x}{2}\frac{LB}{4}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{m^2\pi^2}{L^2}A_{mn}^2 \quad (6)$$

종리브에 작용하는 압축력 $F_i(=\sigma_{cr}A_l)$에 의하여 판과 함께 좌굴되는 동안 $y=0$ 에서 거리 d_i 만큼 떨어진 종리브가 한 일은 다음식과 같다.

$$W_i=\frac{F_i}{2}\int_0^L\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)_{y=d_i}^2 dx=\frac{F_i\pi^2}{4L}\sum_{m=1}^{\infty}m^2\left(A_{m1}\sin\frac{\pi d_i}{B}+A_{m2}\sin\frac{2\pi d_i}{B}+\cdots\right)^2 \quad (7)$$

횡방향 리브가 좌굴되는 동안 한 일은 무시될 수 있으므로, 유한개의 종리브와 횡리브로 보강된 판의 좌굴응력을 계산하기 위한 에너지 평형식은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$U+\sum U_i+\sum U_j=W+\sum W_i \quad (8)$$

식을 단순화하기 위해 다음과 같은 무차원 변수를 도입하여,

$$\alpha=\frac{L}{B};\quad \beta=\frac{B}{t};\quad \delta_l=\frac{A_l}{bt}=\frac{F_i}{bN_x};\quad \gamma_l=\frac{E_l I_l}{bD};\quad \gamma_t=\frac{E_t I_t}{BD} \quad (9)$$

휨변형 에너지와 한 일은 무차원 변수를 도입하여 간략화하고 식 (8)에 대입한 후, 그 식의 계수 A_{mn} 에 관한 도함수를 0으로 놓음으로써, 다음의 선형 제차 방정식을 얻을 수 있다.

$$A_{mn}(m^2+n^2\alpha^2)^2+\frac{2}{(n_l+1)}\sum\gamma_l\sin\frac{n\pi d_i}{B}m^4\sum_{k=1}^{\infty}A_{mk}\sin\frac{k\pi d_i}{B}+2\alpha^3\sum\gamma_l\sin\frac{m\pi d_j}{L}n^4\sum_{k=1}^{\infty}A_{kn}\sin\frac{k\pi d_j}{L}-\frac{B^2 t\alpha^2}{\pi^2 D}\sigma_{cr}\left(m^2A_{mn}+\frac{2}{(n_l+1)}\sum\delta_l\sin\frac{n\pi d_i}{B}m^2\sum_{k=1}^{\infty}A_{mk}\sin\frac{k\pi d_i}{B}\right)=0 \quad (10)$$

또한, 횡방향의 좌굴 반파장의 수 n을 1로 가정할 수 있으므로[3], 식 (10)은 다음과 같은 선형 제차 방정식으로 표시될 수 있다.

$$A_{ml}(m^2+\alpha^2)^2+\frac{2}{(n_l+1)}\sum\gamma_l\sin\frac{\pi d_i}{B}m^4 \sum_{k=1}^{\infty}A_{mk}\sin\frac{k\pi d_i}{B}+2\alpha^3\sum\gamma_t\sin\frac{m\pi d_j}{L}\sum_{k=1}^{\infty} A_{kl}\sin\frac{k\pi d_i}{L}-\frac{B^2t\alpha^2}{\pi^2 D}\sigma_{cr}\left(m^2A_{ml}+\frac{2}{(n_l+1)} \sum\delta_l\sin\frac{\pi d_i}{B}m^2\sum_{k=1}^{\infty}A_{mk}\sin\frac{k\pi d_i}{B}\right)=0 \tag{11}$$

2.2 좌굴응력식

n_l개 종방향 리브, n_t개 횡방향 리브를 가진 보강판의 좌굴응력식은 식 (9)에서 정의한 무차원 계수를 사용하여 정리하면 다음과 같다[11].

$$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2E}{12(1-\nu^2)}\frac{1}{\beta^2}\frac{1}{(1+\delta_l)}\left[\gamma_l\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2+\gamma_t\left(\frac{\alpha}{m}\right)^2\frac{n_t+1}{\alpha}+\left(\frac{m}{\alpha}+\frac{\alpha}{m}\right)^2\right] \tag{12}$$

$$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2E}{12(1-\nu^2)}\frac{1}{\beta^2}\frac{1}{(1+\delta_l)}\left[\gamma_l\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2+\left(\frac{m}{\alpha}+\frac{\alpha}{m}\right)^2\right] \tag{13}$$

식 (12)는 종리브와 횡리브를 가진 전체판에서 발생하는 전체좌굴(Global buckling)을 나타내는 좌굴응력식 ($m\neq n_t+1, 2(n_t+1), \cdots$일때) 이고, 식 (13)은 인접한 횡리브사이에서 발생하는 부분좌굴(Partial buckling)을 나타내는 좌굴응력식($m=n_t+1, 2(n_t+1), \cdots$일때)이다. 이는 Giencke가 유도한 식과 일치한다[4].

2.3 좌굴응력식의 검토

유도된 좌굴응력식 (12)와 (13)을 항복응력 σ_y로 나누어 무차원하여 종횡비(Aspect Ratio, $\alpha=L/B$)에 따른 영향을 대략적으로 그림 2에 나타내었다.

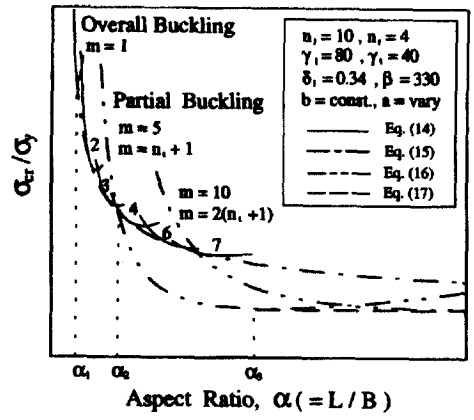

그림 2. σ_{cr}/σ_y와 α의 관계

사용된 변수는 $E=2.1\times10^7 t/m^2$, $t=0.01\,m$, $n_l=10$, $n_t=4$, $\delta_l=0.34$, $\gamma_l=80$, $\gamma_t=40$, $\beta=330$이고, 종리브 사이의 간격 b를 일정하게 두고 횡리브 사이의 간격 a를 변화시킨 결과를 나타내었다.

식 (12)의 전체좌굴응력식은 m값에 따라 실선으로 나타내었고, 식 (13)의 부분좌굴응력식을 유도하는 과정에서 보여진 것처럼, 종방향의 좌굴반파장수 m이 횡리브 사이의 간격수 (n_t+1)의 정수배가 될 때, 부분좌굴이 발생하게 되며, 이때의 현저한 좌굴응력의 감소현상을 2점쇄선으로 나타내었다. 식 (12)와 식 (13)은 그림 2에서와 같이, m값에 따라 다른 곡선을 보여주게 되며, 이들 곡선을 외접하고 최소의 σ_{cr}값을 주는 일점쇄선의 curve-fitting식 (15)와 점선의 curve-fitting식 (17)을 구할 수 있다 (부록 A 참조).

그림 2에서 보여지는 것처럼, a값에 따른 최소 σ_{cr}값에 대한 식은 다음과 같다.

$$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2E}{12(1-\nu^2)}\frac{1}{\beta^2}\frac{1}{(1+\delta_l)}\times\left[\gamma_l\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+\gamma_t(n_t+1)\alpha+\left(\frac{1}{\alpha}+\alpha\right)^2\right]$$

$$(\alpha < \alpha_1) \qquad (14)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{6(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{(1+\delta_l)} \times [1+\sqrt{(\gamma_l+1)[1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha]}]$$
$$(\alpha_1 < \alpha < \alpha_2) \qquad (15)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{(1+\delta_l)} \times \left[\gamma_l\left(\frac{n_t+1}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{n_t+1}{\alpha} + \frac{\alpha}{n_t+1}\right)^2\right]$$
$$(\alpha_2 < \alpha < \alpha_3) \qquad (16)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{6(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{(1+\delta_l)} \times [1+\sqrt{\gamma_l+1}]$$
$$(\alpha > \alpha_3) \qquad (17)$$

여기서,

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{\frac{\gamma_l+1}{1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha_1}}$$

$$\alpha_2 = (n_t+1)\left[-\sqrt{\frac{(\gamma_l+1)\gamma_t}{(n_t+1)/\alpha_2}} + \sqrt{\frac{(\gamma_l+1)[(n_t+1)\alpha_2+\gamma_t]}{(n_t+1)/\alpha_2}}\right]^{1/2}$$

$$\alpha_3 = \sqrt[4]{\gamma_l+1}$$

그림 2에서와 같이, 식 (14)는 $m=1$에 대한 전체좌굴응력식이며, 식 (15)는 $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ 구간 내에서 전체좌굴의 최소값을 주는 curve-fitting식이다. 또한, 식 (16)은 $\alpha_2 < \alpha < \alpha_3$ 구간 내에서 부분좌굴응력식을 표시하며, 식 (17)은 부분좌굴응력의 최소값을 연결하는 또하나의 curve-fitting식이다.

3. 좌굴응력에 미치는 변수의 영향

좌굴응력에 미치는 변수들의 영향을 알아보기 위하여, 다음과 같은 특정값을 사용하였다. 사용된 값은 $E=2.1\times10^7 t/m^2$, $t=0.01\,m$, $n_t=3$, $n_l=10$, $\nu=0.3$, $\sigma_y=24000\,t/m^2$, 그리고 편의상 $E=E_l=E_t$라 가정하였다. 그러므로 무차원화한 변수값은 $\delta_l=0.34$, $\gamma_l=80$, $\gamma_t=40$, $\beta=330$이다.

3.1 γ_t의 영향

그림 3은 γ_t의 값을 10, 20, 40, 60으로 변화시키고 다른 변수값은 위의 주어진 무차원값을 유지할 때 좌굴응력곡선의 변화를 보여주고 있다.

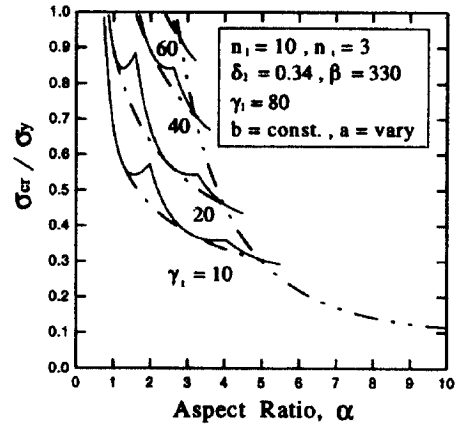

그림 3. γ_t의 변화에 따른 좌굴응력곡선

γ_t의 증가는 횡리브의 휨강성 $E_t I_t$를 증가시킨 것이며, 그림 3과 같이 전체좌굴응력에는 상당한 좌굴응력의 증대를 가져오지만, 부분좌굴응력에는 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 이러한 결과는 식 (12), (13)에서 알 수 있는 것과 같

이, γ_l의 영향이 전체좌굴에는 직접적인 좌굴응력의 증대를 가져오지만, 종방향 반파장의 개수 m이 횡리브 사이의 간격수 (n_l+1)와 같아질 때는, 횡리브의 강성은 좌굴응력에 아무런 영향을 미치지 못한다. 이 현상은 식 (13)에서 γ_l의 항이 없음에서 유추할 수 있다. 그림 4는 그림 3과 상관된 그림으로, γ_l을 횡축으로 하여 α에 따른 좌굴응력곡선들을 표시하고 있다. 동일한 γ_l에 대하여 α값이 클수록 좌굴응력이 작아짐을 나타내고 있다.

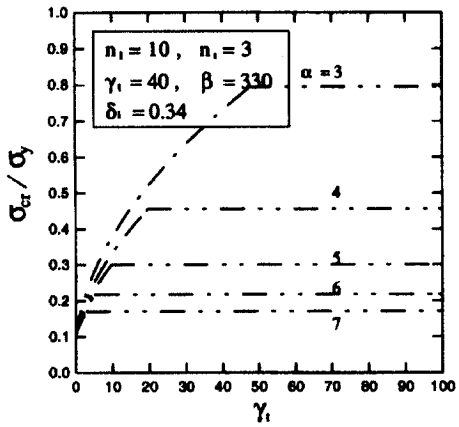

그림 4. α에 따른 σ_{cr}/σ_y와 γ_l의 관계

3.2 γ_l의 영향

그림 5는 γ_l의 값을 100, 200, 400으로 변화시키고 다른 변수값은 위의 주어진 무차원값을 유지할 때 좌굴응력곡선의 변화를 보여주고 있다.

γ_l의 증가는 종리브의 휨강성 $E_l I_l$를 증가시킨 것으로, 그림 5는 종리브의 단면적 A_l을 일정하게 하고 종리브의 두께와 폭을 변화시켜 나타낸 것이다. 그림 5와 같이 γ_l이 증가함에 따라 전체좌굴 및 부분좌굴응력이 증가함을 알 수 있다.

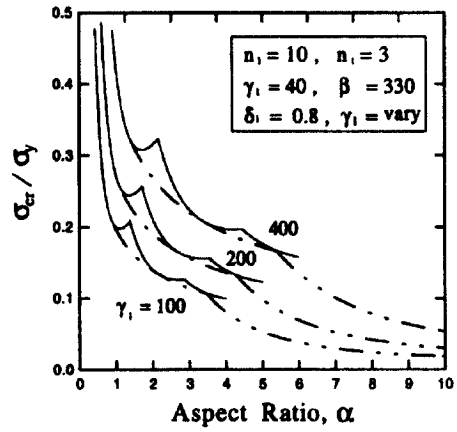

그림 5. γ_l의 변화에 따른 좌굴응력곡선

그림 6은 그림 5와 상관된 그림으로, γ_l을 횡축으로 하여 α에 따른 좌굴응력곡선들을 표시하고 있다. 동일한 γ_l에 대하여 α값이 클수록 좌굴응력은 감소하며, α값이 커짐에 따라 좌굴응력은 부분좌굴에 지배됨을 보이고 있다.

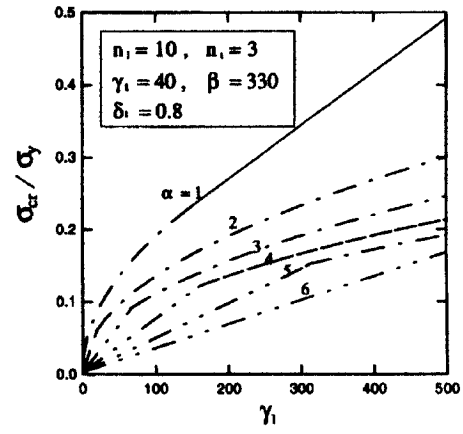

그림 6. α에 따른 σ_{cr}/σ_y와 γ_l의 관계

3.3 n_l의 영향

그림 7은 다른 변수값은 주어진 무차원값을 유지하면서 횡리브의 개수 n_l를 변화시킨 그림이다.

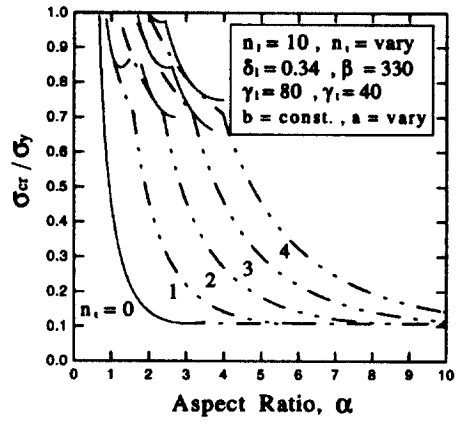

그림 7. n_t 의 변화에 따른 좌굴응력곡선

n_t의 증가는 횡방향의 강성를 증가시켜 좌굴응력의 증대를 가져오게 되며, n_t를 증가시켰을 때에는 전체좌굴응력뿐만 아니라, 부분좌굴응력의 증대까지도 가져온다. 횡리브가 없는 종리브만으로 보강된 판의 좌굴응력과의 비교를 위하여, 그림 7에서는 $n_l = 0$ 인 경우에 대한 좌굴응력곡선을 표시하였으며, 직교로 보강된 판이 종리브만으로 보강된 판에 비하여 상당한 좌굴강도를 가짐을 알 수 있다.

3.4 n_l의 영향

그림 8은 다른 변수값은 위의 주어진 무차원값을 유지하면서 종리브의 개수 n_l를 변화시킨 그림이다. n_l에 따른 좌굴응력의 변화를 보기 위하여 그림 8은 다른 그림과는 달리, 일정한 B에 b를 변화시킨 결과이다. n_l의 증가는 횡리브에서와 같이, 종방향의 강성을 증가시켜 전체좌굴과 부분좌굴에서 좌굴응력의 증대를 가져오게 된다. n_l이 증가함에 따라 δ_l와 γ_l도 따라서 증가하게 되며, n_l에 따른 좌굴응력의 증가는 δ_l, γ_l의 조합된 영향으로 증가하게 된다. 종리브가 없는 횡리브만으로 보강된 판의 좌굴응력과의 비교를 위하여, 그림 8에서는 $n_l = 0$ 인 경우에 대한 좌굴응력곡선을 표시하였다.

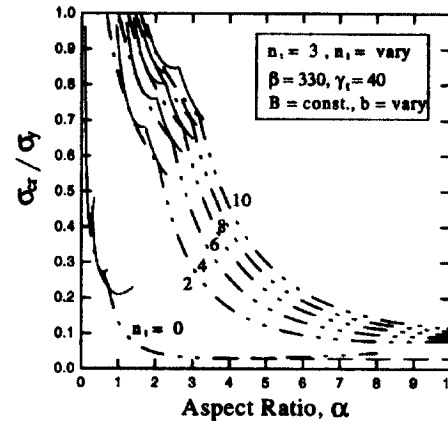

그림 8. n_l 의 변화에 따른 좌굴응력곡선

그림 8에서와 같이, 직교로 보강된 판이 횡리브만으로 보강된 판에 비하여 상당한 좌굴강도를 가짐을 알 수 있다. 또한, 종리브수가 증가함에 따라 좌굴응력의 증가비율은 감소함을 알 수 있다.

3.5 δ_l의 영향

그림 9와 10은 δ_l $(= A_l/bt)$, 즉 종리브의 단면적과 판의 유효폭의 단면적의 비, 의 영향을 나타낸 것이다.

그림 9는 종방향 리브의 두께를 일정하게 하고, 종리브의 높이 h를 변화시킴으로써 δ_l의 변화에 따른 좌굴응력곡선이다. 이때, h와 상관된 γ_l도 변화하게 된다. 그림 9는 종리브의 높이 h의 증가에 따라, 전체좌굴과 부분좌굴응력 모두 증가함을 보여주고 있다.

그림 10은 종리브의 단면 2차모멘트 I_l를 일정하게 하면서 종리브의 높이 및 두께를 변화시키는 방법으로 δ_l만의 변화에 따른 좌굴응력곡선

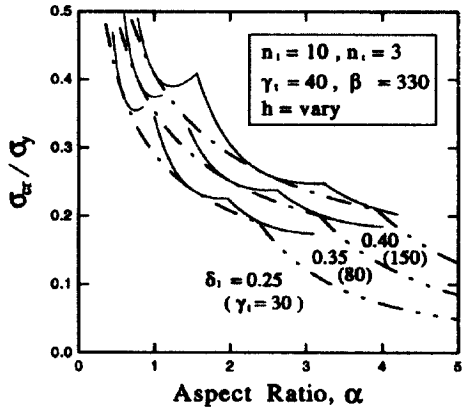

그림 9. δ_l 의 변화(또한 γ_l 의 변화)에 따른 좌굴응력곡선

이다. 이때 γ_l의 변화는 없다. 이 방법으로는 δ_l이 증가함에 따라 오히려 전체좌굴과 부분좌굴 응력 모두 감소함을 알 수 있다. 그림 9와 10의 결과로부터, 개단면 종리브에서 일정한 단면적 A_l에 대해서는 2차 모멘트 I_l을 크게하기 위하여 높이 h를 크게하는 단면이 큰 좌굴응력을 주는 효율적인 단면임을 알 수 있다.

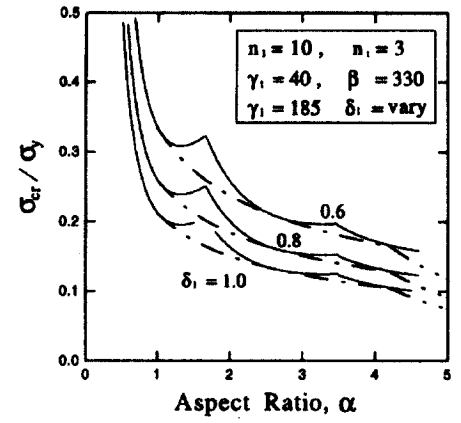

그림 10. δ_l 만의 변화에 따른 좌굴응력곡선

4. 결 론

본 연구에서는 사변이 단순지지되고 일축압축을 받는 직교로 보강된 판의 좌굴응력에 대한 식을 유도하고, 좌굴응력에 미치는 변수들의 영향을 살펴보았다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

(1) 종방향 좌굴 반파장수 m이 횡리브 사이 간격수 (n_t+1)의 정수배가 될 때, 부분좌굴이 발생하여 좌굴응력은 현저한 감소현상을 보임을 알 수 있었다.

(2) 횡리브의 강성 γ_t의 증가는 전체좌굴응력의 증대를 가져오지만 부분좌굴응력에는 영향을 미치지 않음을 알 수 있었다.

(3) 횡리브 수의 증가는 전체좌굴응력과 부분좌굴응력을 증가시킴을 알 수 있었다.

(4) 직교로 보강된 판이 종리브나 횡리브만으로 보강된 판에 비하여 상당히 큰 좌굴응력을 가짐을 알 수 있었으며, 종리브 수가 증가함에 따라 좌굴응력의 증가비율은 감소함을 알 수 있었다.

(5) 개단면 종리브에서 일정한 단면적 A_l에 대해서는 단면 2차모멘트 I_l을 크게하기 위하여 높이 h를 크게하는 단면이 큰 좌굴응력을 주는 효율적인 단면임을 알 수 있었다.

본 연구는 국부좌굴(local buckling)이 없는 직교이방성 판의 전체좌굴과 부분좌굴에 대하여 고려하였다. 그러나, 보강판은 국부좌굴이 발생한 후에, 후좌굴강도(Postbuckling strength)를 가지게 되며, 좌굴강도는 전체좌굴과 국부좌굴, 부분좌굴과 국부좌굴의 결합된 형태로 결정되어야 한다. 또한, 직교이방성 판에 작용하는 하중의 편심의 영향과 리브의 비틂강성이 무시되었으므로, 앞으로의 연구에 있어서는 국부좌굴, 하중의 편심, 비틂강성 등의 영향을 고려한 연구가 수행되어야 할 것이다. 또한, 이론적으로 유도된 본 연구 결과에 대한 실험적인 관찰이 필요하며, 직교이방성 보강판의 제작시의 조립오차, 용접등의 영향도 연구되어져야 할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

(1) Troitsky, M.S. (1987). *Orthotropic Bridge: Theory and Design*, 2nd ed., The James F.Lincoln Arc Welding Foundation, Ohio.

(2) Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, S. (1959). *Theory of Plates and Shells*, McGraw-Hill.

(3) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. (1963). *Theory of Elastic Stability*, 2nd ed., McGraw-Hill.

(4) Giencke, E. (1964). "Uber die Berechnung regelmassiger Konstruktionen als Kontinuum", Stuhlbau, Germany, 33(1), pp. 1-6.

(5) Troitsky, M.S. (1976). *Stiffened Plates*, Elsevier Scientific Publishing Company Inc., Amsterdam-Ocford-New York.

(6) Mikami, I., Dogaki, M., and Yonezawa, H. (1980). "Inelastic buckling of continuous stiffened plates under compression", Proc., Japan Soc. of Civ. Engrg., No. 298, pp. 17-30, In Japanese.

(7) Nara, S. (1992). "Evaluation of ultimate strength of longitudinally stiffened continuous plates under uniaxial compression", J. Struct. Engrg., Tokyo, Japan, Vol. 38A, pp. 223-230, In Japanese.

(8) Mikami, I. and Niwa, K (1996). "Ultimate Compressive Strength of Orthogonally Stiffened Steel Plates", J. Structural Engineering., 122(6), pp. 674-682.

(9) 윤순종, 문환두, 이원복 (1995). "직교이방성 박판부재의 국부좌굴 관련 설계규준에 관한 연구", 대한토목학회논문집, 15(3), pp. 533-544.

(10) 김문영, 민병철 (1997). "에너지법을 이용한 보강된 직교이방성 판의 안정성 해석", 한국강구조학회학술발표논문집, pp. 102-108.

(11) 최동호, 장동일, 최항용 (1998). "직교로 보강된 판의 좌굴강도 추정", 한국강구조학회학술발표논문집, pp. 304-310.

(12) Wolfram, S. (1996). *MATHEMATICA*, Wolfram Research, Inc.

(접수일자 : 1998년 8월 28일)

부록 A. Curve-fitting식과 α값의 유도

그림 2에서와 같이, 전체좌굴응력을 표시하는 식 (12)는 m 값에 따라 다른 곡선을 보여주게 된다. 이들 곡선을 외접하고 최소의 σ_{cr} 값을 주는 curve-fitting식을 구하기 위해 식 (12)를 m에 대하여 편미분하면, 다음과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_{cr}}{\partial m} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{(1+\delta_l)} \times \left\{ \frac{2m}{\alpha^2}(\gamma_l+1) - \frac{2\alpha^2}{m^3}[1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha] \right\} \tag{A-1}$$

식 (A-1)을 0으로 두면, 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2(\gamma_l+1) = \left(\frac{\alpha}{m}\right)^2[1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha] \tag{A-2}$$

식 (12)는 식 (A-2)를 이용하면 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{(1+\delta_l)} \times \left\{ 2 + \left(\frac{m}{\alpha}\right)^2 (\gamma_l+1) + \left(\frac{\alpha}{m}\right)^2 [1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha] \right\} \tag{A-3}$$

식 (A-3)의 둘째항과 셋째항은 $\frac{\partial \sigma_{cr}}{\partial m} = 0$ 의 조건하에서 같으므로, 이때 다음의 조화함수 관계식을 이용하면,

$$\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2(\gamma_l+1)+\left(\frac{\alpha}{m}\right)^2[1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha] \geq 2\sqrt{\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2(\gamma_l+1)\left(\frac{\alpha}{m}\right)^2[1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha]} \tag{A-4}$$

최소의 σ_{cr} 값을 주는 다음의 curve-fitting식을 얻을 수 있다.

$$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2 E}{6(1-\nu^2)}\frac{1}{\beta^2}\frac{1}{(1+\delta_l)} \times[1+\sqrt{(\gamma_l+1)[1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha]}] \tag{A-5}$$

이때, 그림 2에서 α_1 값은 식 (A-2)에서 $m=1$ 일때의 α 값과 같게된다.

$$\alpha_1=\sqrt[4]{\frac{\gamma_l+1}{1+\gamma_t(n_t+1)/\alpha_1}} \tag{A-6}$$

그림 2에서 α_2 값은 curve-fitting식 (A-5)와 부분좌굴응력을 표시하는 식 (13)과의 교점으로서 Mathemathica[12]를 이용하여 다음식을 구할 수 있다.

$$\alpha_2=(n_t+1)\left[-\sqrt{\frac{(\gamma_l+1)\gamma_t}{(n_t+1)/\alpha_2}}+\sqrt{\frac{(\gamma_l+1)[(n_t+1)\alpha_2+\gamma_t]}{(n_t+1)/\alpha_2}}\right]^{1/2} \tag{A-7}$$

그림 2에서와 같이, 부분좌굴응력을 표시하는 식 (13)은 m 값에 따라 다른 곡선을 보여주게 된다. 이들 곡선을 외접하고 최소의 σ_{cr} 값을 주는 curve-fitting식은 식 (A-5)를 유도하는 과정과 같은 방법으로 유도될 수 있다. 따라서, 식 (13)을 m 에 대하여 편미분하고 그 값을 0으로 두면, 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2(\gamma_l+1)=\left(\frac{\alpha}{m}\right)^2 \tag{A-8}$$

식 (A-8)을 이용하여 식 (13)을 정리하고, 조화함수 관계식을 이용하면 최소 σ_{cr} 값을 주는 다음의 curve-fitting식을 구할 수 있다.

$$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2 E}{6(1-\nu^2)}\frac{1}{\beta^2}\frac{1}{(1+\delta_l)}\times[1+\sqrt{(\gamma_l+1)}] \tag{A-9}$$

이때 α_3 값은 식 (A-8)에서 $m=1$ 일때의 α 값과 같게된다.

$$\alpha_3=\sqrt[4]{\gamma_l+1} \tag{A-10}$$