

병렬 컴퓨터에서 다중블록 유한체적법을 이용한 비압축성 유동해석

강동진* · 손정락*

Numerical Prediction of Incompressible Flows Using a Multi-Block Finite Volume Method on a Parallel Computer

Dong-Jin Kang*, Jeong-Lak Sohn*

Key Words: Multi-block(다중블록), MPI(Message Passing Interface), Finite Volume Method(유한체적법), PE(Processing Element, 연산요소), Compressor(압축기)

ABSTRACT

Computational analysis of incompressible flows by numerically solving Navier-Stokes equations using multi-block finite volume method is conducted on a parallel computing system. Numerical algorithms adopted in this study include⁽¹⁾ QUICK upwinding scheme for convective terms,⁽²⁾ central differencing for other terms and⁽³⁾ the second-order Euler differencing for time-marching procedure. Structured grids are used on the body-fitted coordinate with multi-block concept which uses overlaid grids on the block-interfacing boundaries. Computational code is parallelized on the MPI environment. Numerical accuracy of the computational method is verified by solving a benchmark test case of the flow inside two-dimensional rectangular cavity. Computation in the axial compressor cascade is conducted by using 4 PE's and, as results, no numerical instabilities are observed and it is expected that the present computational method can be applied to the turbomachinery flow problems without major difficulties.

1. 서 론

컴퓨터의 급속한 발전과 함께 전산유체역학적 수치해석기법들도 정확성과 효율성에 있어서 최근들어 큰 발전을 이룸에 따라 전산유체역학은 다양한 산업현장에 사용되기에 이르렀다. 그러나,

오늘날 강력하고도 세련된 격자생성 능력에도 불구하고 실제 산업 현장에서 다루는 복잡한 기하학적 형상을 단일 블록(single-block)과 정렬 격자(structured grid)로 구성하여 유동문제를 정확하고 신속하게 수치해석하는 것이 여전히 쉬운 일은 아니다. 이는 유동해석에 사용되는 계산 격자계의 특성이 유동해석결과에 영향을 크게 미치기 때문이며, 기하학적 형상이 복잡해질수록 심

* 영남대학교 기계공학부

각한 문제로 대두된다.

복잡한 기하학적 형상을 수반하는 문제를 해결하기 위한 방법으로는 비정렬격자(unstructured grid)를 사용하는 FEM이나 FVM 등이 알려져 있지만,^(1~3) 고차차분법의 사용이 용이하지 않고 수렴성이 정렬격자계에 비해 떨어지는 등 중요 문제들이 여전히 해결되지 않은 상태이다. 그런데, 최근 들어 널리 연구되고 있는 다중블록(multi-block) 격자기법은 복잡한 형상의 해석영역을 간단한 형상의 다수 블록으로 나누어 수치해석을 수행한다는 점에서 격자형성의 유연성이 있을 뿐만 아니라 각 블록에서는 정렬격자계를 사용할 수 있어 앞서 나열한 방법들에 비해 장점이 많은 방법이라 할 수 있겠다. 또한, 주요 유동영역에만 격자를 밀집시킬 수 있어 단일블록 해석기법에 비해서도 계산시간과 메모리를 줄일 수도 있다. 특히, 다중블록 수치해법을 병렬포로 그래밍 기법과 병행하여 사용할 경우에는 초대형 문제도 간단히 해석할 수 있는 미래지향적인 방법이라 할 수 있겠다.

본 연구에서는 저자가 선행연구⁽⁴⁾에서 개발한 이차원 비압축성 Navier-Stokes 코드에 다중블록 수치해법과 병렬포로 그래밍 기법을 추가하여 그 타당성을 다양한 예제를 통해 살펴보고자 한다. 저자가 선행연구에서 개발한 이차원 비압축성 Navier-Stokes 코드는 Karki등⁽⁵⁾과 Hobson등⁽⁶⁾이 수치해석 기법을 조합하고 대표적인 고차 상류차분법인 QUICK법을 사용하고 있다. 지배방정식은 비직교 경계밀착좌표계로 좌표변환하여 해석하며 정규격자계(regular grid)를 사용한다.

저자들이 주로 관심을 두고 있는 터보기계에서의 대표적인 유동은 회전하는 동익과 정익사이를 흐르는 비정상 유동장이다. 이 유동장을 해석하기 위해서는 회전하는 동익과 정익 사이의 상대운동을 효과적으로 모사할 수 있는 다중블록 기법의 사용이 요구된다. 따라서, 본 논문에서는 여러 가지 다중블록 기법 중에서 중첩(overlaid) 기법⁽⁷⁾을 사용하고자 한다. 이 기법

은 각 블록에 인접한 블록과 관계없이 격자생성을 할 수 있는 장점이 있다. 이 방법 자체는 이미 여러 연구가에 의해 자세히 연구된 바 있으며, 본 논문에서는 이에 대한 연구는 수행하지 않았다.

유동영역을 다중블록으로 분할하여 수치해석을 수행할지라도, 단일 CPU에서 계산을 수행할 경우에는 각 블록을 순차적으로 해석해야 하고 계산을 수행하지 않는 블록의 데이터는 컴퓨터 용량을 줄이기 위해서는 정적 기억장치(static memory)에 저장해야 하는 번거러움이 있다. 또한, 이와 같은 방법은 정적 기억장치에 읽기와 쓰기를 반복함에 따라 엄청난 계산시간이 추가로 요구되며, 슈퍼컴퓨터를 사용할지라도 비정상 유동장 해석에 장기간이 소요되는 단점이 있다. 이와 같은 문제점을 해결할 수 있는 가장 현실적인 방안은 병렬컴퓨터를 사용하는 것이다.

따라서, 본 연구에서는 다중블록기법과 병렬컴퓨터를 사용하여 복잡한 유동장을 수치해석할 수 있는 방법을 제시하고 몇가지 예제 계산을 통해 그 타당성을 살펴보고자 한다. 본 논문에서 사용하는 기본 프로그램은 저자가 선행연구에서 개발한 이차원 비정상 유동장 해석을 위한 것으로, 비직교 경계밀착좌표계와 정규격자계를 가정하고 있다. 프로그램의 병렬화는 여러 가지 병렬환경에서 수행할 수 있지만, 본 논문에서는 표준 환경의 하나인 MPI(message passing interface)⁽⁸⁾를 사용하였다. 또한, 모든 계산은 시스템공학연구소의 CRAY T3E를 사용하여 수행하였다.

2. 지배방정식

본 논문에서는 이차원 직교 좌표계에서의 비압축성, 비정상 Navier-Stokes 방정식을 일반 비직교 경계밀착 좌표계(generalized nonorthogonal body fitted coordinate system)로 좌표변환하여 얻은 다음과 같은 비압축성 비정상 Navier-Stokes 방정식을 지배방정식으로 이용한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} J u_i + \frac{\partial}{\partial \xi} (J U u_i + J b \frac{\partial \xi}{\partial x_i}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J V u_i + J b \frac{\partial \eta}{\partial x_i}) \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} (J \Gamma g^{11} \frac{\partial u_i}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (J \Gamma g^{12} \frac{\partial u_i}{\partial \eta}) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \eta} (J \Gamma g^{21} \frac{\partial u_i}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J \Gamma g^{22} \frac{\partial u_i}{\partial \eta}) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 Γ 는 유체의 동점성 계수(kinematic viscosity) ν 와 와점성 계수(eddy viscosity) ν_t 에 의해 $\Gamma = \nu + \nu_t$ 로 정의되며, (ξ, η) 는 일반 비직교 경계밀착좌표계의 축이며 나머지 좌표 변환 함수들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} J &= x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta, \quad g^{ij} = (\xi_i)_x (\xi_j)_x + (\xi_i)_y (\xi_j)_y, \\ \xi_x &= \frac{y_\eta}{J}, \quad \xi_y = -\frac{x_\eta}{J}, \quad \eta_x = -\frac{y_\xi}{J}, \quad \eta_y = \frac{x_\xi}{J} \end{aligned} \quad (2)$$

또 U 와 V 는 각각 $\frac{y_\eta u - x_\eta v}{J}$ 와 $\frac{-y_\xi u + x_\xi v}{J}$

로 정의되는 반변속도성분(contravariant velocity component)이다.

연속방정식은 다음의 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial J U}{\partial \xi} + \frac{\partial J V}{\partial \eta} = 0 \quad (3)$$

3. 난류모델

본 논문에서는 여러 가지 저 레이놀즈 수 $k-\epsilon$ 난류모델 중에서 Chien⁽⁹⁾이 개발한 난류모델을 사용한다. 다음의 식 (4)와 (5)는 Chien⁽⁹⁾이 제안한 난류모델에서 사용하는 난류 운동에너지 방정식과 소산율방정식이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial u_j k}{\partial x_j} &= \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right] \\ &+ \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \epsilon \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_j \epsilon}{\partial x_j} &= \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right] \\ &+ f_1 C_{\epsilon 1} \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \\ &- 2\epsilon \frac{\nu}{y^2} e^{-0.5y^+} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 u_j 는 $x_j(j=1, 2, 3)$ 방향의 평균유속을 k 는 운동에너지를 ϵ 은 소산율(dissipation rate)을 가리킨다. 난류와점성(turbulent eddy viscosity)는 $\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$ 로 구하며, 기타 여러 가지 모델상수와 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, \quad C_{\epsilon 1} = 1.35, \quad C_{\epsilon 2} = 1.8 \\ \sigma_k &= 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad f_1 = 1.0 \\ f_\mu &= 1 - e^{-0.0115y^+}, \quad f_2 = 1 - 2.2e^{-R_t^{3/6}} \end{aligned} \quad (6)$$

4. 다중블록 기법과 병렬화

다중블록 기법은 인접한 블럭들 간에 정보 전달 방식에 따라 패치(patch)격자기법^(10,11) 블록(blocked) 격자기법, 그리고 중첩(overlaid, 혹은 chimera) 격자기법 등으로 구별할 수 있다. 패치 격자기법은 중첩영역(overlap region)을 가지지 않으며 블록과 블록을 연결하는 공동 격자선(common grid line)에서 일반적으로 불연속적인 격자선이 형성되어 적절한 보간이 필요하다. 이 방법은 Rai⁽¹⁰⁻¹¹⁾에 의해서 많은 연구가 수행된 바 있다. 블록 격자기법은 효과적인 블럭간의 정보 전달을 위하여 공동영역을 두고서 격자를 공유하는 방법으로, 계산 격자 형성의 유연성이 떨어진다. 중첩격자기법에서는 인접한 블럭들이 경계에 공동영역을 가지며 이 영역에서 각 블럭은 고유의 격자를 구성할 수 있다. 따라서 적절한 보간법이 필요한 방법이나 격자 구성 측면에서 유연성이 가장 큰 방법이다. 이 방법은 Benek 등⁽¹²⁾ Shyy 등⁽⁷⁾ 많은 연구가에 의해 연구된 바 있

으며 최근에는 가장 널리 사용되는 기법이다. 본 연구에서도 중첩격자기법을 사용하고, 각 블록 해석방법으로는 저자들이 선행연구⁽⁴⁾에서 제시한 일반 비직교 경계밀착좌표계와 비엇갈림 격자계(non-staggered grid system)를 사용하는 정렬 유한체적법을 사용하였다. 대류항은 대표적인 고차상류차분법인 QUICK법⁽¹³⁾을 사용하여 처리하고, 인접한 블록과의 공동영역에서는 중앙차분법으로 근사하여 해의 정확성을 유지하였다.

병렬환경에서 수치해석을 수행하기 위해서는 여러 가지 사전준비가 필요한데, 가장 중요한 것이 다수의 PE(processing element)간의 데이터 교환 환경을 설정하는 것이다. 현재 병렬환경 설정에 널리 사용되고 있는 대표적인 소프트웨어로는 PVM(Parallel Virtual Machine)⁽¹⁴⁾과 MPI(Message Passing Interface)⁽⁸⁾가 있다. 두 가지는 거의 동일한 기능과 성능을 지니고 있어 어느 것을 선택하느냐 하는 것은 사용자의 취향이라 할 수 있다. 본 논문에서는 MPI를 사용하여 병렬화를 수행하였고, 각 PE는 필요한 메모리만 저장토록하여 메모리 용량을 최소화하였고, 필요한 데이터는 교환을 통해 얻도록 프로그램을 구성하였다.

5. 수치해석 방법

본 논문에서는 전체 계산영역을 다수의 블록으로 나누고 각 블록은 다시 다수의 PE들로 나누어 즉 영역분할(domain decomposition)을 하여 계산을 수행하게 된다. 따라서, 각 PE는 일정 계산영역만을 수치해석하게 됨으로 계산에 사용되는 영역에서만 데이터를 저장하게 되어 대용량의 수치해석이 가능하게 된다. 각 PE가 분할된 계산영역에서 수행하는 수치해석은 앞서 언급한 바와 같이 저자가 선행연구에서 개발한 프로그램을 이용한다.

각 PE들이 사용하는 수치해석방법을 간단히 정리하면 다음과 같다. 먼저 운동량방정식은 비직교 경계밀착좌표계에서 표현하고, 모든 종속변수를 동일한 격자점에 저장하는 정규격자계를 사용하여 임의의 유한체적에 대하여 적분하여 대수

운동량방정식을 얻는다. 이 때 대류항은 QUICK 법으로 나머지 확산항은 중앙차분법으로 근사한다. 대수 운동량방정식은 약간의 산술적인 조작을 통하여 공변속도성분에 대한 식으로 정리한다. 같은 방법으로 연속방정식도 정규격자계를 사용하여 임의의 유한체적에 대하여 적분하여 근사한 뒤, 대수 운동량방정식을 대입하여 압력방정식을 유도한다. 자세한 유도과정은 참고문헌⁽⁴⁾에 정리되어 있다.

6. 결과 및 토의

6.1. 다중블록 기법

본 논문에서 채택한 다중블록 기법의 타당성을 먼저 살펴보기 위해 Fig. 1에 보인 바와 같은 사각형 공동문제를 살펴보았다. 사각형 공동을 Fig. 1에서와 같이 임의의 크기로 4개의 블록으로 나누고 격자수와 레이놀즈수를 바꾸어 가며 계산을 수행하였다. 계산에 사용된 격자수는 Table 1에 정리되어 있다. Fig. 1에서 알 수 있듯이 공동의 높이 H는 폭 L과 크기가 동일하다. 유동조건은 공동의 폭과 윗면의 운동속도 그리고 동점성계수로 정의한 레이놀즈수가 $Re=UL/\nu=1000=1000$ 과 3200인 두 경우를 살펴보았다.

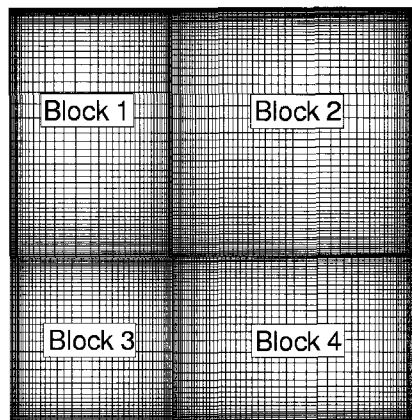


Fig. 1 Square cavity

Table 1 Four cases for square cavity

	block1	block2	block3	block3
case 1	41×61	63×63	43×43	61×41
case 2	61×91	93×93	63×63	91×61
case 3	81×121	123×123	83×83	121×81
case 4	101×151	153×153	103×103	151×101

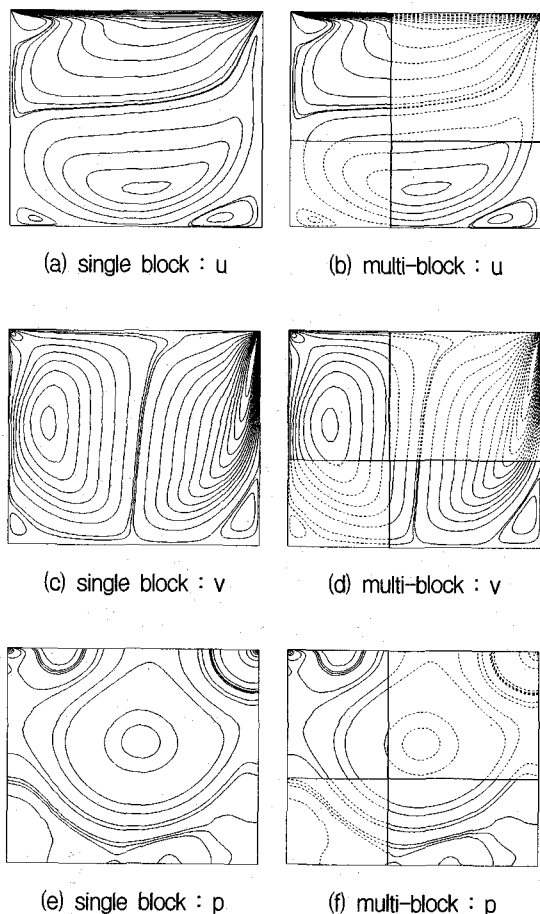
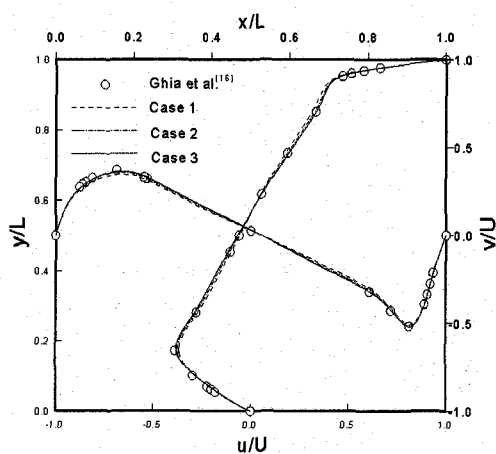


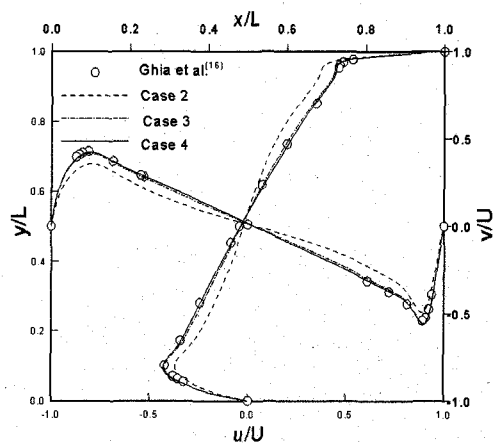
Fig. 2 Comparison of single block solutions with multi-block solutions

Fig. 2는 레이놀즈수가 1000인 경우에 얻은 수치해를 도시한 그림으로, 단일블록과 다중블록 수치해를 비교하고 있다. (a)와 (b)는 x-방향 속

도성분을 (c)와 (d)는 y-방향 속도성분 그리고 (e)와 (f)는 압력분포를 보여준다. 그림에서 다중블록은 case 2인 격자수로 얻은 것이고 단일블록은 153×153 격자로 얻었다. 두 계산에 사용된 격자의 밀집정도와 수는 거의 동일하다. 그림에서 알 수 있듯이, 단일블록과 다중블록의 수치해는 아주 잘 일치하고 있으며, 블록의 경계에서는 어떠한 wiggle도 찾을 수가 없어 다중블록 기법이 잘 작동하고 있음을 짐작할 수 있다.



(a) Re=1000



(b) Re=3200

Fig. 3 Comparison of velocity profiles

Fig. 3은 본 수치해를 Ghia 등의 수치해와 비교한 그림으로, 공동의 수직 중심선($x=L/2$)과 수평 중심선($y=H/2$)을 따라 x -방향 혹은 y -방향 속도성분을 보여준다. 그림을 살펴보면, 본 수치해는 레이놀즈수의 크기에 관계없이 Ghia 등⁽¹⁶⁾의 수치해와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한, 격자수 증가에 따른 수렴속도도 만족스럽다.

6.2. 병렬계산

하나의 블록을 다수의 PE로 영역분할하여 수치해석할 경우 수렴성이 저하될 우려가 있으므로 이를 먼저 살펴보기 위해 하나의 익렬을 3개와 4개의 PE로 나누어 수치해석하여 그 결과를 비교하였다. 이 때 영역분할은 축방향 격자를 동일한 수로 나누어 수행하였다.

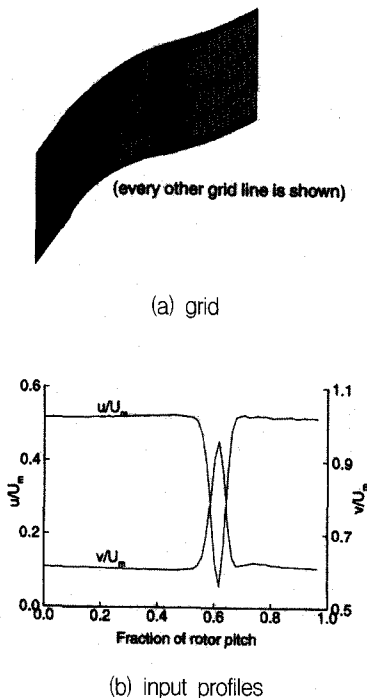


Fig. 4 Stauter cascade

수치해석에 사용된 익렬은 UTRC(United Tech-

nologies Research Center)에서 실험한 2.5단(2단+입구 안내깃) 축류압축기의 2단 정익이다. 이 축류압축기는 설계점 유량계수인 0.51에서 작동하며, 이 때의 흐름은 블레이드 익현(chord)에 기초한 레이놀즈 수가 2.5×10^5 인 비압축성 유동이다. 블레이드의 중앙위치(mid span)에서의 동익의 회전속도는 46.64 m/s이고, 블레이드 통과주기(blade passing frequency)에 기초한 단순주기(reduced frequency)는 $\omega C/2U=8.48$ 이다. 블레이드의 익형은 NACA 65 series이며, 캠버선(camber line)은 원호로 이루어져 있다. 정익의 블레이드 수는 44개, 익현의 길이는 0.1016 m, 허브(hub)와 팁 반경비는 0.8, 정익과 동익 사이의 공간과 익현의 길이비는 0.964이다. 또 정익의 설치각(stagger angle)은 34.2° 이다.

정익의 입구경계면에는 동익의 후류가 유입된다고 가정하였으며, 그 위치는 정익 현(chord)의 36% 상류지점이다. 이 지점이 특별한 의미를 가지는 것은 아니며, 실험에 의하면 정익의 영향이 미미한 지점으로 선행 연구자들^(17,18)도 이 위치를 상류경계면으로 가정하였다. 또 이 지점에서 Dring 등⁽¹⁹⁾과 Stauter 등⁽²⁰⁾이 유속을 측정하였다. 따라서 실험치를 상류경계면에서의 경계조건으로는 실험치를 사용하였다. 하류경계면은 정익 익현 길이의 85% 하류에 두었다. 계산격자는 200×96 으로 구성하였다. 이 중에서 유동방향 격자중 60개는 블레이드의 상류에 74개는 블레이드 표면에 나머지 66개는 하류에 두었다. Fig. 4-(a)는 본 계산에 사용된 격자계로 선행 수치해석⁽¹⁷⁻¹⁸⁾에 사용된 것과 동일하다. Fig. 4-(b)는 본 계산에 사용된 경계조건으로 동익의 후류형상을 보여주고 있다. 동익의 후류는 동익의 회전속도와 같은 속도로 원주방향으로 이동한다고 가정하였다. 상류경계면에서의 난류강도는 9%로 가정하였으며, 이 값은 실험자가 제공한 수치이다.^(17,18) 하류경계면에서는 유동 방향으로의 구배가 없다고 가정하였고, 벽면에서는 비활조건(no slip condition)과 Neumann 조건을 각각 속도와 압력조건으로 대입하였다.

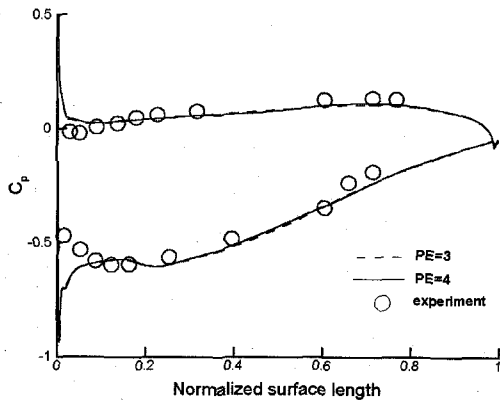


Fig. 5 Effects of the number of PEs on Cp

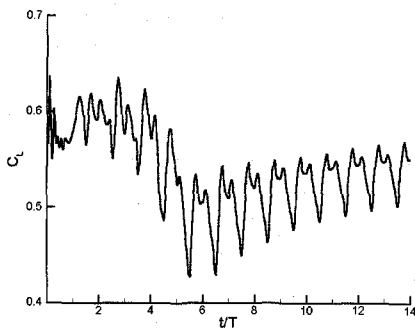


Fig. 6 Lift variation

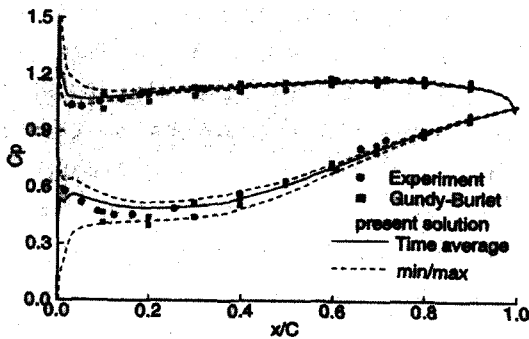


Fig. 7 Comparison of unsteady pressure coefficient

Fig. 5는 정상상태 유동을 가정하여 얻은 수치해를 도시한 그림으로, 계산영역을 3개와 4개로 영역분할하여 얻은 압력분포를 비교하고 있다.

그림을 살펴보면 수치해는 PE수에 관계없이 완전히 일치하는 결과를 보여주고 있다.

본 논문에서 채택한 MPI기법이 비정상유동 계산에도 유용한 방법임을 확인하기 위해 앞서 얻은 정상상태 해를 초기조건으로 사용하여 비정상 수치해석을 수행하였다. Fig. 6은 익렬에 작용하는 양력계수를 시간에 대하여 도시한 그림으로 약 15번째 주기부터 주기성유동이 형성되고 있음을 살펴볼 수 있다. Fig. 7은 익렬 표면을 따른 압력계수를 도시한 그림으로, Stauter 등⁽²⁰⁾의 실험치와 Gundy-Burlet 7등⁽²¹⁾의 수치해와 비교하고 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 본 수치해는 선행 수치해나 실험치와 잘 일치하고 있다. Fig. 8은 임의의 시간에 얻은 난류운동에너지 분포로 영역분할 경계(그림에서 수직 실선)에서도 연속적인 거동을 보여주고 있다.

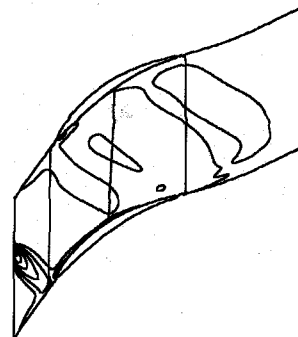


Fig. 8 Unsteady turbulence kinetic energy distribution

7. 결 론

본 논문에서는 다중블록 Navier-Stokes 코드를 병렬화하는 방법을 제시하고 층류 및 난류 유동장에 적용하여 그 타당성을 살펴보았다. 난류 유동해석에는 Chien이 제안한 저 레이놀즈 수 $k-\epsilon$ 난류모델을 사용하였다. 각 블록의 경계에서는 overlaid 격자를 사용하여 격자 유연성을 확보하고, 중앙차분법으로 도함수를 근사하여 방향성을 배제하였다. 각 블록 내에서는 비직교 표면

좌표계로 좌표변환하고, 다수의 PE로 영역분할하여 수치해석을 수행하였다.

블록의 경계에서 중앙차분법으로 도함수를 근사하여 방향성을 배제하는 본 수치해석 기법은 여러 가지 예제 문제에서 성공적으로 작동하였으며, 수치해의 국부적인 진동 등도 전혀 살펴볼 수 없었다. 다수의 PE간에는 MPI로 속도성분과 압력 데이터를 주고 받는데, PE 영역의 경계에서도 수치해의 진동 등을 살펴볼 수 없었다. 이와 같은 만족스런 거동은 층류, 난류, 정상유동, 그리고 비정상유동 등 다양한 유동조건에서 살펴볼 수 있었다.

후 기

본 논문은 1998년도 영남대학교 학술연구조성비에 의해 이루어진 것으로 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Connell, S. D., and Holmes, D. G., "Three Dimensional Unstructured Adaptive Multigrid Scheme for the Euler Equations," AIAA J., Vol. 32, No. 8, pp. 1626-1632, 1994.
- (2) Jiang, Y., Wang, Z. J., and Przekwas, A. J., "Pressure Based High Order Accuracy Flow Solver on Adaptive, Mixed Type Unstructured Grids," AIAA Paper 96-0417, 1996.
- (3) Thomadakis, M, and Leschziner, M., "A Pressure Correction Method for the Solution of Incompressible Viscous Flows on Unstructured Grids," Int. J. Nume. Methd. in Fluids, Vol. 22, pp. 581-601, 1996.
- (4) 강 동진, 배 상수, 1996, "일반 비직교 표면좌표계에서의 비압축성 Navier-Stokes 방정식의 수치해석," 대한기계학회 논문집, 제20권 제3호, pp. 1015-1027.
- (5) Karki, K.C., and Pantankar, S.V., 1989, "Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configurations," AIAA J., Vol. 27, No. 9, pp. 1167-1174.
- (6) Hobson, G. V. and Lakshiminarayana, B., 1991, "Prediction of Cascade Performance Using an Incompressible Navier-Stokes Technique," J. Turbomachinery, Vol. 113, pp. 561-572.
- (7) Shyy, W., Liu, J., and Wright, J., 1994, "Pressure-based Viscous Flow Computation Using Multiblock Overlapped Curvilinear Grids," Numerical Heat Transfer, Vol. 25, pp. 39-59.
- (8) Gropp, W., Lusk, E., and Skjellum, A., 1994, "Using MPI : Portable Parallel Programming with the Message Passing Interface," MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- (9) Chien, K. Y., 1982, "Prediction of Channel and Boundary Layer Flows with a Low Reynolds Number Turbulence Model," AIAA J., Vol. 20, pp. 33-38.
- (10) Rai, M., M., 1986, "A Conservative Treatment of Zonal Boundaries for Euler Equation calculations," J. Computational Physics, Vol. 62, pp. 472-503.
- (11) Rai, M., M., 1986, " An Implicit Conservative Zonal Boundary Scheme for Euler Equation Calculations," Computers & Fluids, Vol. 14, No. 3, pp. 295-319.
- (12) Benek, J., A., Steger, J., L., and Dougherty, F., C., 1983, AIAA Paper 83-1944.
- (13) Leonard, B. P., 1979, " A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation,"

- Comput. Methods Appl. Mech. Eng., Vol. 19, pp. 59-98.
- (14) Geist, G., Beguelin, A., Dongarra, J., Jiang, W., Manchek, R., and Sunderam, V., 1994, "PVM: Parallel Virtual machine, A User Guide and Tutorial for Networked Parallel Computing," MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- (15) Oosertlee, C. W., Wesseling, P., Segal, A., and Brakkee, E., 1993, "Benchmark Solutions for the Incompressible Navier-Stokes Equations in General Coordinates on Staggered Grids," Int. J. for Numerical Methods in Fluids, Vol. 17, pp. 301-321.
- (16) Ghia, U., Ghia, K.N., and Shin, C.T., 1982, "High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method," J. Comp. Physics, Vol.48, pp. 387-411.
- (17) Ho, Y. H., and Lakshminarayana, B., 1993, "Computation of Unsteady Viscous Flow Through Turbomachinery Blade Row Due To Upstream Rotor Wakes," ASME Paper No. 93-GT-321.
- (18) Yu, W. S., and Lakshminarayana, B., 1994, "Numerical Simulation of the Effects of Rotor-Stator Spacing and Wake/Blade Count Ratio on Turbomachinery Unsteady Flows," ASME Winter Annual Meeting, Symposium on Unsteady Flow in Aerospace Propulsion.
- (19) Dring, R. P., and Joslyn, H. D., 1985, "An Assessment of Single and Multi Stage Compressor Flow Modeling," Final Report for Naval Air Systems Command Contract No. N00014-84-C-0354, AD-B102101.
- (20) Stauter, R.C., Dring, R.P., and Carta, F.O., 1990, "Temporally and Spatially Resolved Flow in a Two-Stage Axial Compressor, Part 1: Experiment," ASME, IGTI, Paper No. 90-GT-259.
- (21) Gundy-Burlet, K.L., Rai, M.M., Stauter, R.C., and Dring, R.P., 1990, "Temporally and Spatially Resolved Flow in a Two-Stage Axial Compressor, Part 2: Computational Assessment," ASME, IGTI, Paper No. 90-GT-299.