

## Fresnel 영역을 고려한 비선형 주시 토모그래피\*

조창수<sup>1)</sup> · 지 준<sup>2)</sup> · 이두성<sup>2)</sup>

### Nonlinear Traveltime Tomography Method Using Fresnel Zone

Cho, Chang Soo, Ji, Jun and Lee, Doo Sung

**요 약 :** 최근 들어 자원의 탐사분야나 지반조사를 위한 지하구조의 규명에 있어서 탄성과 토모그래피가 널리 사용되고 있다. 본 연구에서는 일반적으로 사용되는 파선을 이용한 주시 토모그래피에 Fresnel 영역을 간단히 고려하는 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘은 일반적인 주시 토모그래피에서와 같은 정도의 계산량이 소비되면서도 파동의 전파를 보다 잘 묘사할 수 있는 파동 토모그래피에서와 같은 효과를 거둘 수 있었다. 인공 합성자료와 현장자료에 적용한 결과 일반적인 파선 주시 토모그래피와 비교될만한 결과를 얻을 수 있었다.

**Abstract :** Recently seismic tomography has been widely used to visualize subsurface structure for resource explorations and construction site evaluation. We studied a way to include Fresnel zone concept in the conventional ray-based travelttime tomography. The algorithm developed uses the same order of computing time as the conventional travelttime tomography but incorporates the rigorous wavepath concept of wave-equation tomography. Some experiments to synthetic and real data show reasonable results compared to conventional ray-based travelttime tomography.

**Keywords :** 탄성과 토모그래피, Fresnel 영역, 파동토모그래피, SVD

## 서 론

탄성과 토모그래피(Seismic tomography)는 지하구조를 규명하기 위한 물리탐사의 방법으로 지하구조물의 위치 선정이나 토목공사를 수행하기 전의 지반 조사 등 그 유용성이 증대되고 있다. 토모그래피는 분해능이 높은 탐사 기술로, 일반적으로 시추공에서 수행되고 있다. 토모그래피에는 파동방정식을 이용한 파동 토모그래피(Woodward, 1992; Luo and Schuster, 1991), 산란장을 이용한 회절 토모그래피(Wu & Toksoz, 1987; 김학수, 1994), 그리고 파의 초동을 발체한 자료와 파선 추적을 이용한 주시 토모그래피가 있다.

파동 토모그래피는 파동경로(wavepath)와 파의 진폭이나 파의 위상과의 관계를 이용하여 해를 구하는 방법으로 해의 안정성과 해상도가 뛰어난 것으로 알려져 있으나 계산상에 있어서 많은 비용과 시간이 드는 단점이 있어 현장 적용성에 있어서 문제점을 가진다. 회절 토모그래피는 해상도가 높다는 장점을 가지고 있어 공동 모형과 지하매설물을 찾는 데 유용한 것으로 알려져 있으나 회절 토모그래피 자체의 한계인 Born 근사를 이용하고 있으므로 복잡한 구조나 층서 구조에 적합하지 않다는 단점과 획득한 자료에서 이차장을 얻기가

어렵다는 단점을 가지고 있다. 이와 같은 층서구조의 모형이나 복잡한 구조에서의 단점을 해결하기 위하여 주시 토모그래피의 저해상도의 층서구조나 복잡한 구조를 찾는 장점과 회절 토모그래피의 높은 해상도를 복합적으로 적용하는 방법을 제시한 경우도 있다.

위에서 설명한 바와 같이 파동 토모그래피나 회절 토모그래피의 문제점으로 인하여 현장에서는 주시 토모그래피가 주로 이용되고 있는 추세이다. 주시 토모그래피는 파선 이론을 기초로 파의 전파시간과 파선의 경로, 파선이 통과하는 매질의 속도와의 관계를 이용하여 대상단면의 속도구조를 영상으로 재구성하게 된다. 주시 토모그래피에서는 종종 낮은 신호대 잡음비가 문제시되는 경우가 있으며, 이와 같은 낮은 신호대 잡음비를 해결하기 위하여 공간적 평활화(이호영, 1990) 또는 파선 폭의 확장(Myerholtz *et al.*, 1989; 임해룡, 1992)이 이용되기도 하였다. Harlan(1990)은 파동경로와 동일한 개념을 갖는 Fresnel영역을 설정하여 이를 이용하여 역산을 시도한 적이 있다. 본 논문에서는 Fresnel영역의 면적을 파선으로 나타내어 신호대 잡음비를 해결하고자 하였으며, 이를 SIRT방법으로 역산을 수행하는 방법이 연구되었다.

\*1998년 4월 9일 접수

1) 서울대학교(Seoul National University)

2) 한성대학교(Hansung University)

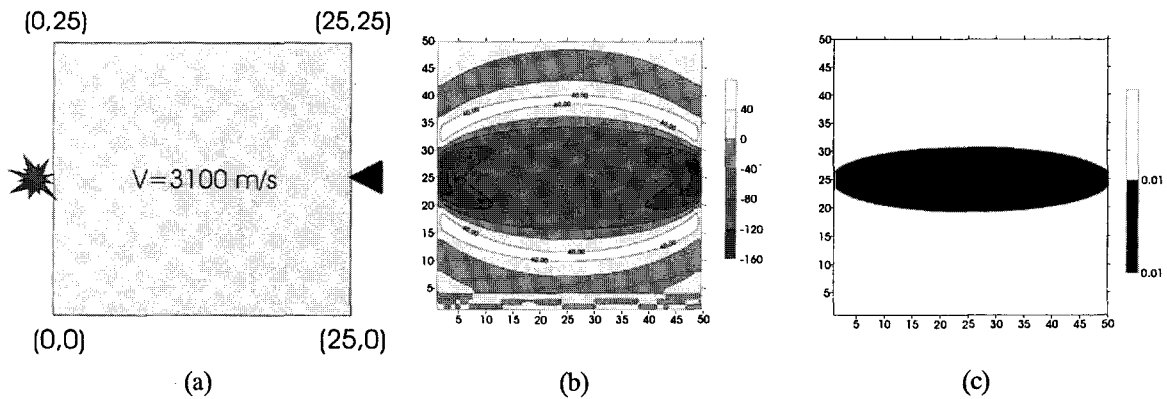


Fig. 1. The comparison between wavepath and Fresnel zone in homogeneous velocity structure. (a) velocity structure, (b) wave path and (c) fresnel zone

## 이 론

### 비선형 주시 토모그래피

주시 토모그래피는 지하 구조의 물성 중 속도를 구하는 방법으로 속도와 파선의 길이, 파의 도달 시간을 이용하여 지배 방정식을 구성하게 된다. 지배 방정식은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$t = \int_s w ds \tag{1}$$

이들을 이산치의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$t_i = \sum_{j=1}^M l_{ij} w_j \tag{2}$$

여기서  $t_i$ 는  $i$ 번째 파선의 주시를,  $w_j$ 는  $j$ 번째 요소의 역 속도를, 그리고  $l_{ij}$ 는  $i$ 번째 파선이  $j$ 번째 요소를 지나는 파선의 길이를 각각 나타낸다. 또는 행렬식으로 다음과 같이 표현된다.

$$t = Lw \tag{3}$$

여기에서  $L$ 은  $w$ 의 함수로 우리가 다루고자하는 지배방정식은 비선형 함수임을 보여준다. 이를 선형화 시키기 위해 기준 모델( $L_0$ )에 대해 Taylor 시리즈를 전개한 후 첫 번째 오차 항만을 취하면 다음과 같이 선형문제로 근사 될 수 있다.

$$\Delta t = L_0 \Delta w \tag{4}$$

위의 식을 이용하여 주시 잔차  $\Delta t$ 로부터 기준 모델  $L_0$ 에서의 역 속도 차이  $\Delta w$ 를 구하는 선형 토모그래피를 수행하게 된다. 한편, 구해진 역 속도 차이를 고려해 기준모델을 변화시키고 변화된 역 속도 모델에 대하여 위의 선형 토모그래피를 반복적으로 수행하게된다. 이러한 반복적인 선형 토모그래피에 있어서 파의 도달시간과 파의 경로가 계산되어야 하므로 많은 계산 시간이 요구되어지며 빠른 도달 시간 계산 알고리즘과 파선 경로가 토모그래피의 경제성을 좌우한다고 할 수 있다.

### Fresnel 영역을 고려한 파선

기존의 주시 토모그래피에서는 식 (4)와 같이 주어지는 지배방정식의  $L_0$ 가 파선을 이용하여 구성되며 그 결과 주시 잔차로부터 역산된 역 속도 보정치는 파선경로를 따라 속도모델을 개선시키는데 이용된다. 하지만, 실제의 현상에서는 파의 거동이 파선 경로만을 따라 파가 진행하는 것이 아니므로 이를 파동으로 설명을 하고자 하는 시도가 Woodward(1992)나 Luo & Schuster(1991)에 의하여 시도되었다. 이 방법들의 장점은 파선 토모그래피로서 설명될 수 없는 음영대(shadow zone)나 다경로 효과(multipathing effect)와 같은 현상들을 설명할 수 있다는 것이다. 하지만 모든 송·수신원과 각각의 주파수에서 파동방정식의 해를 구하여야 하기 때문에 계산비용이 많이 드는 단점이 있다.

그러므로 본 논문에서는 위에서와 같은 파동경로 효과를 줄 수 있는 Fresnel 영역을 설정하여 고려하면서도 연산시간이 적게 걸리는 주시 토모그래피법을 개발하고자 하였다. Fig. 1(b)는 균일한 매질에 있어서의 파동경로를 보여주고 있다 이 그림에서 알 수 있듯이 파동 경로는 모델 전 영역에 걸쳐 분포하나 계산상의 의미 있는 값들은 파선 주위에 위치하는 것을 알 수 있으며 이러한 영역은 일반적으로 알려진 Fresnel 영역에 속하는 것을 볼 수 있다. Fresnel 영역은 송신원에서 수신기까지의 주시차이가 송신원의 주 주파수 주기의 반으로 표시될 수 있으며, 이를 수식적으로 표현하면 다음과 같다.

$$t_s + t_r - t_{min} \leq T/2 = \frac{1}{2f_m} \tag{5}$$

Vasco et al.(1995)에 의하면 Fresnel영역의 면적을  $A$ 라고 하고 Fresnel의 영역을 나타내는 각 cell의 면적을  $\Sigma$ 라고 하면 다음 식과 같이 표시할 수 있으며

$$t = \int_1 A^{-1} \int_{\Sigma} v^{-1} d\sigma dl \tag{6}$$

$i$  번째 파선에 의한 자료를 각 격자에 대하여 Fresnel영역의 효과로 표현하면 다음과 같이 표현된다.

$$t_i = \sum_j m_{ij} s_j \quad (7)$$

$$m_{ij} = \frac{\Delta A_{ij}}{A_i} l_i \quad (8)$$

여기서  $l_i$ 는  $i$ 번째 파선의 경로의 길이를,  $A_i$ 는  $i$ 번째 파선에 대한 Fresnel영역의 면적을, 그리고  $\Delta A_{ij}$ 는  $i$ 번째 파선에 대한  $j$ 번째 격자의 Fresnel 면적을 각각 나타낸다.

따라서 Fresnel영역을 고려한 주시 토모그래피의 지배방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta t = M_0 \Delta w \quad (9)$$

**주시 계산 및 파선 추적**

비선형 주시 토모그래피를 적용하기 위해서는 반복적으로 주어진 속도 구조에서 송신원에서 수신기까지의 도달 시간과 경로를 계산하여야 한다. 본 논문에서는 Vidale(1988)의 유한 차분법을 파면 확장법(Wavefront expanding method)으로 개선한 Qin *et al.*(1989)의 알고리즘을 이용하였다. 파면 확장법은 일정한 시간을 설정하고 이들 시간 내에 해당하는 영역 내에서 각 지점의 최소 주시를 찾는 방법이다.

파선 경로는 위에서 얻어진 주시로부터 산출할 수 있으며 본 논문에서는 이두성(1995)이 제안한 방법(약칭으로 FD-FD 법)을 사용하였다. FD-FD법에 의하면 모든 격자점에 입사하는 평면파의 진행방향은 주위 네 개의 격자점의 주시로부터 구할 수 있으며 파선은 수신점으로부터 파의 진행 방향을 역으로 추적하여 얻게 된다. 이로부터 얻게되는 파선 추적의 정확도는 주행시간 산출의 정확도와 같다고 할 수 있다.

본 논문에서 다루고자하는 Fresnel영역을 이용한 주시 토모그래피는 앞에서 살펴본 바와 같이 식 (9)의  $M_0$ 는 파선이 아닌 영역으로 구성되며 이는 식 (5)에서와 같이 각 파선에

일정한 Fresnel조건을 만족하는 영역의 설정이 필요하게 된다. 이를 위해서는 각각의 송신기와 수신기에 대한 모든 격자점에서의 주시가 필요하게 되며 Matzuoka & Ezaka(1992)가 제시한 상반성(Reciprocity)원리-송신원에서 수신점까지의 주행시간은 송신원에서 파선경로상의 한 점까지의 주행시간의 합과 같으며, 이 사실은 파선경로에 있는 모든 점에서 성립한다. -에 기초한 방법이 사용되었다.

**역산이론**

식 (4)와 같이 주어지는 주시 잔차  $\Delta t$ 로부터 기준 모델  $L_0$ 에서의 역 속도 차이  $\Delta w$ 를 구하는 선형 토모그래피를 수행하기 위해서는 역산이 요구된다. 토모그래피에서의 필요한 역산에 있어서 특이치 분해(SVD)와 같은 직접적 방법들은 수행시 방대한 기억장치가 필요하므로 이를 줄이기 위해 SIRT(Simultaneous iterative reconstruction techniques)법과 같은 반복적 역산방법이 적용되고 있다. 본 연구에서는 Dines & Lyttle(1979)에 의해 제안된 SIRT법을 사용하였다.

SIRT법은 Kaczmarz(1937)가 제시한 사영법(projection method)에 기초를 둔 ART(Algebraic Reconstruction Techniques)법을 변형한 것으로 모든 파선에 대한 각 격자의 보정치를 구하여 이들의 평균치로 보정을 해 주는 방법이다.  $k$ 번째 반복에서  $j$ 번째 요소의 역 속도를  $w_j^k$ 라 하면 도달 시간이 오차  $\Delta t_j^k$ 로부터 역 속도 보정치  $\Delta w_j^k$ 는 다음과 같이 얻게 된다 (Dines & Lyttle, 1979).

$$\Delta w_j^k = \frac{1}{N_j} \sum_i \frac{\Delta t_i^k}{L_i} \quad (10)$$

여기서,  $N_j$ 는  $j$ 번째 요소를 통과하는 파선의 개수를  $L_i$ 는  $i$ 번째 파선의 길이를 각각 나타낸다. 본 논문에서의 Fresnel 영역을 고려한 역산은 파의 격자를 지나는 면적을 식 (8)에서와 같

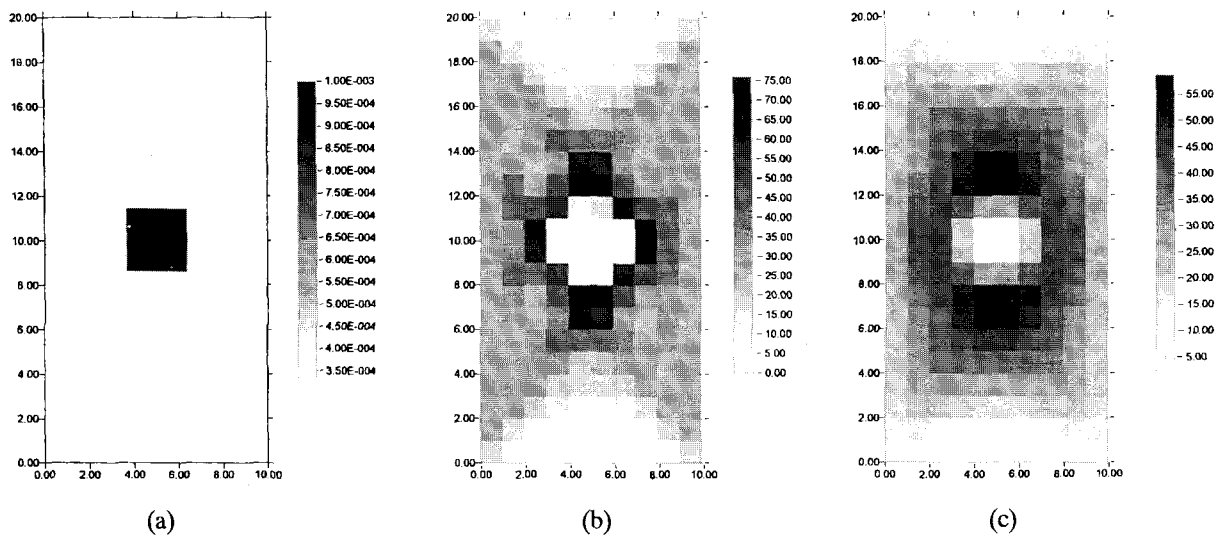


Fig. 2. Ray density map for (b) the conventional ray and (c) fresnel zone in (a) low velocity anomaly model.

이 전체 면적을 구하여 파선이 지나는 면적을 파선의 길이로 나누면 각 파선이 지나는 파선의 면적은 파선의 길이로 표현할 수 있으며, 이는 파선의 길이로 표현 할 수 있으므로 파선 토모그래피에서와 마찬가지로 똑 같은 방법을 적용할 수 있다.

### 실험 결과

#### SVD해석

앞에서 설명한 Fresnel 영역을 고려한 비선형 주시 토모그래피 알고리즘의 특성을 해석하기 위해서 특이치 분해(SVD: Singular Value Decomposition)를 수행 해 보았다. 실험 모델로는 기존의 파선 토모그래피 와 Fresnel 영역을 고려한 토모

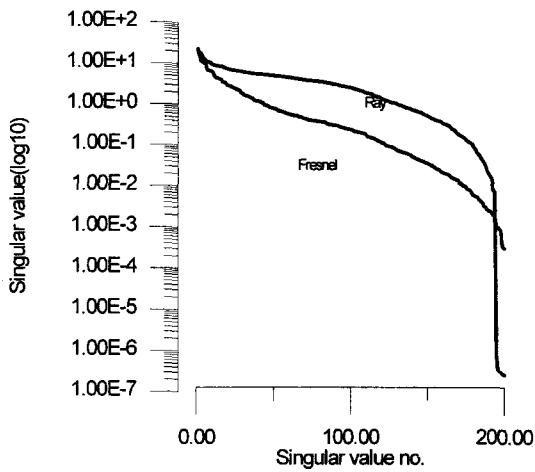


Fig. 3. Singular values for ray-based and Fresnel zone based tomography operators.

그래피의 차이를 명확히 나타낼 수 있도록 저속도 영역(4 m × 4 m)이 중앙에 위치한 10 m × 20 m 크기의 모델이 사용되었다. Fig. 2는 이러한 모델에서의 파선의 밀도와 Fresnel 영역의 밀도를 각각 보여주고 있으며, 파선의 경우 모델의 중앙 부분에서 나타나는 음영대(shadow zone)가 Fresnel 영역의 경우는 거의 없어짐을 볼 수 있다.

Fig. 3에는 각각의 경우에 대한 특이치(singular value)를 보여주고 있다. 파선의 경우는 영공간(null space)에 해당하는 특이치가 명확히 나타나는 반면 Fresnel영역을 이용한 경우는 영공간이 파선의 경우보다 더 적어짐을 알 수 있으며 이는 위에서 살펴 본 파선의 밀도에서의 음영대의 존재의 밀접한 관계가 있다고 보겠다.

Fig. 4에는 특이치의 최고 값의 0.5% 이상이 특이치에 해당되는 모델 벡터(model vector)로 구성되는 모델 분해능 행렬(model resolution matrix)의 대각 성분만을 나타내 보았다. 여

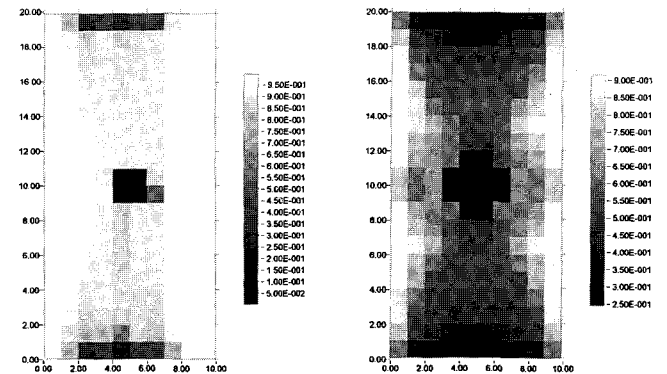


Fig. 4. Diagonal component of resolution matrix of ray-based (left) and fresnel zone based method (right).

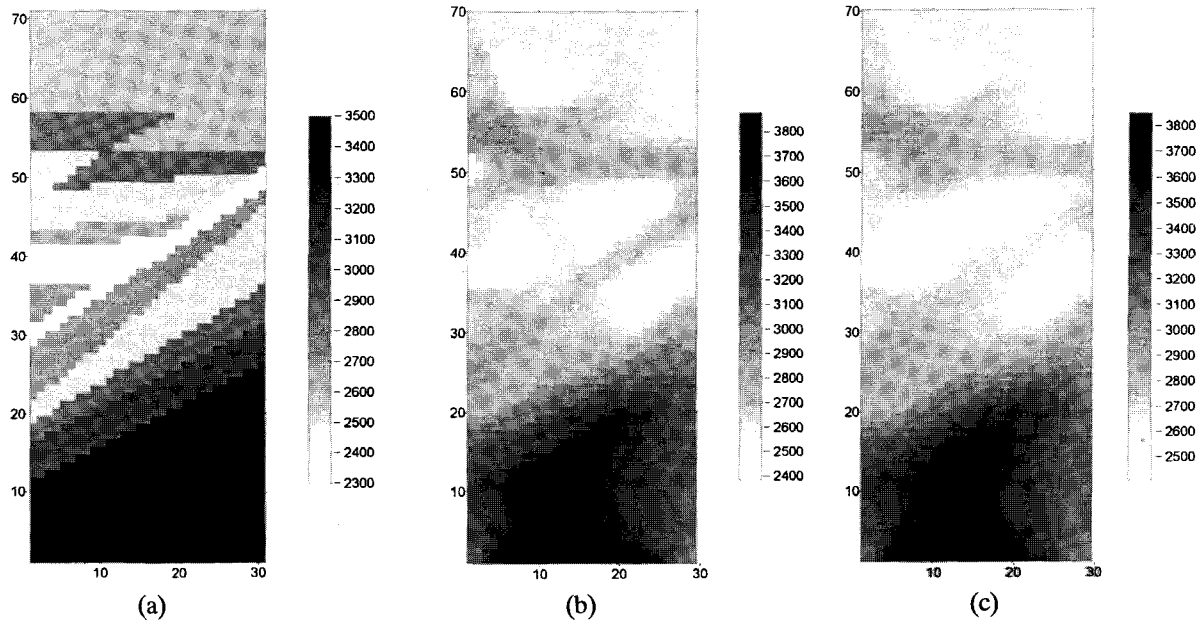


Fig. 5. The result of traveltime tomography for given fault model. (a) velocity model for fault model (b) tomogram using ray and (c) tomogram using fresnel zone.

기서의 결과는 Vasco *et al.*(1993)이 파동경로를 이용한 토모그래피에서 보여준 모델 분해능행렬과 유사한 결과를 보여주고 있으며 본 논문에서 개발된 알고리즘도 이에 속하는 것으로 사료된다.

**파쇄대 모형**

본 연구에서 개발된 알고리즘을 보다 현실적인 모형에 대하여 검증하기 위하여 Luo & Schuster(1992)가 사용한 모형에 대하여 역산을 수행하여 보았다. Fig. 5와 같은 모형에 대하여 송·수신기를 각각 3 m 간격으로 70개를 사용하였다. 송·수신기의 처음 위치는 1.5 m와 마지막 위치는 208.5 m이다.

위의 모형에 대한 결과를 살펴보면 두 방법 모두 값과 양상을 잘 찾고 있음을 알 수 있다. 파선을 이용한 경우는 해상도가 Fresnel영역을 이용한 결과보다는 해상도가 좋게 나타나지만 일부 고해상도는 지하의 구조를 반영하는 것이 아니라 암영대 또는 영공간에 의한 잡음을 반영하는 것일 수 있다.

**현장자료에의 적용**

본 연구에서 개발된 알고리즘의 현장 적용성을 알아보기 위하여 강원도의 탄광 지역인 철암에서 얻은 시추공 자료에 대하여 적용을 하여 보았다. 송신원은 뇌관을 사용하였으며 Fig. 6에 송·수신기 배열과 송신기와 수신기의 거리 등이 보여지고 있다.

Fig. 7(a)에는 파선을 이용한 토모그래피를 수행한 결과이고 Fig. 7(b)에는 Fresnel영역을 이용한 토모그래피 결과를 나타내고 있다. 두 결과를 살펴보면 현실적인 속도 값을 나타내고 있다. Fresnel 영역을 이용한 비선형 토모그래피의 결과는

비선형 파선 토모그래피의 결과보다 전체적으로 평활화 효과가 나타나는 한편 지하구조의 연속성은 평활화 영향이 적은 것으로 나타남을 볼 수 있다.

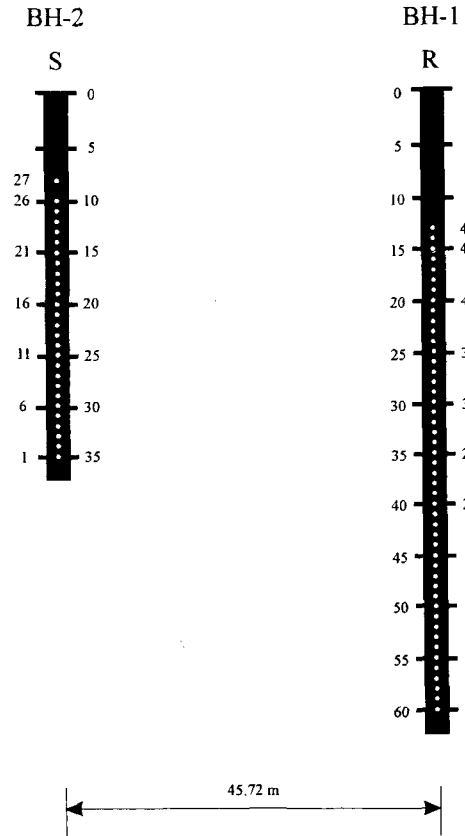


Fig. 6. Geometry of tomographic survey for Cheolam area.

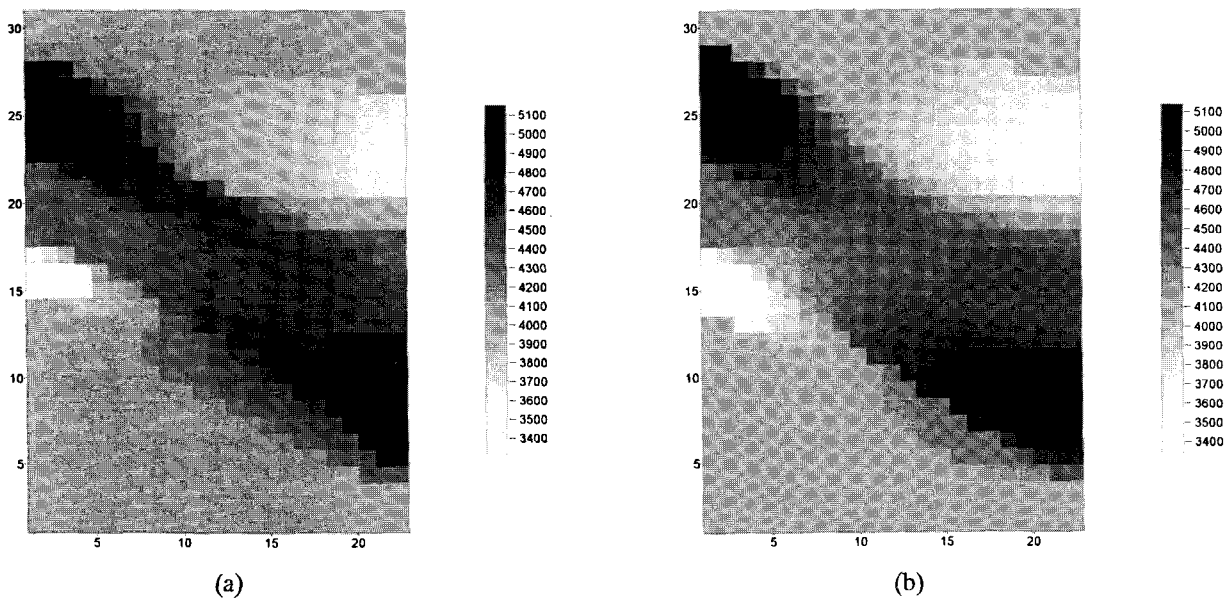


Fig. 7. The result of inversion of travel time tomography using the data of area of Cheolam. (a) tomogram using general curved ray tracing and (b) tomogram using Fresnel zone.

실제로 송신원의 하부시추공에서 석탄층이 발견되었으며, 토모그래피 역산 결과에서도 이를 잘 나타내고 있음으로 보아 두 알고리즘의 타당성을 확인할 수 있었다. 따라서 본 연구에서 개발된 역산 알고리즘의 현장에 대한 적용성이 뛰어난 것을 알 수 있다.

## 결 론

지하구조를 규명하기 위한 하나의 방법으로 초동을 이용한 주시 토모그래피가 널리 이용되고 있다. 본 논문에서는 주시 토모그래피법의 개선 방법으로 파동경로와 유사한 Fresnel 영역을 이용한 새로운 주시 토모그래피의 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘의 특이치 해석은 파동 토모그래피에서 보이는 양상과 유사하게 나타났으며 이는 많은 계산량을 요구하는 기존의 파동 토모그래피법에서 얻을 수 있는 효과를 보다 효율적으로 적용할 수 있는 방법이라 하겠다.

본 알고리즘을 이론적 모형과 현장자료에 적용한 결과 파선 토모그래피의 결과보다 전체적으로는 평활화 효과가 나타나며 한편 지하구조의 연속성은 평활화 영향이 적은 것으로 나타남을 볼 수 있다.

## 사 사

본 연구는 과학재단 특정과제 “탄성과 탐사법에 의한 지하구조 영상화” 지원에 의하여 수행되었다. 이 기관에 감사드린다.

## 참고문헌

1. 김학수, 1994, 변형된 Born 근사를 이용한 회절 지오토모그래피에 관한 연구: 공학박사학위 논문, 서울대학교.
2. 임해룡, 1992, Fermat 원리 및 수정된 파선 경로를 이용한

- 비선형 파선 토모그래피 연구: 공학박사학위 논문, 서울대학교.
3. 이두성, 1995, 유한 차분법에 기초한 파선 경로 계산 알고리즘: 한국자원공학회, **31**, 150-155.
4. 이호영, 1990, CG, SIRT와 DLSQ 방법을 이용한 지오토모그래피의 역산: 한국자원공학회지, **27**, 222-233.
5. Dines, K. A. and Lyttle, R. J., 1979, Computerized geophysical tomography: Proc. IEEE, **67**, 1065-1073.
6. Harlan, W. S., 1990, Tomographic estimation of shear velocities from shallow cross-well seismic data: 60th Annual Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, **90**, 86-89.
7. Kaczmarz, S., 1937, Angen herte Aufl sung von Systemen linearer Gleichungen: Bull. Acad. Polon. Sci. Lett. A., **35**, 355-357.
8. Luo, Y. and Schuster, G. T., 1991, Wave-equation travel time inversion: Geophysics, **56**, 645-653.
9. Matsuoka T. and Ezaka T. O., 1992, Ray tracing on reciprocity: Geophysics, **57**, 326-333.
10. Meyerholtz, K. A., Pavlis, G. L. and Szpakowski, S. A. 1989, Covolutional quelling in seismic tomography: Geophysics, **54**, 570-580.
11. Qin, F., Olsen, K. B., Cai, W. and Schuster, G. T., 1989, Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts: Geophysics, **57**, 478-487.
12. Vasco, D. W. and Majer, E. L., 1993, Wavepath traveltome tomography: Geophys. J. Int., **115**, 1055-1069.
13. Vasco, D. W., Peterson, J. E. and Majer, E. L., 1995, Beyond ray tomography: Wavepaths and Fresnel Volumes: Geophysics, **60**, 1790-1804.
14. Vidale, J., 1988, Finite-difference calculation of travel times: Bull. Seis. Soc. Am., **78**, 2062-2076.
15. Woodward, M. J., 1992, Wave-equation tomography: Geophysics, **57**, 15-26.
16. Wu, R. S. and Toks z, M. N., 1987, Diffraction tomography and multisource holography applied to seismic imaging: Geophysics, **52**, 11-25.