

**MACDONALD-THORNE 회로들은 전자공학적으로 LCR 회로와 같은가?
ARE THE MACDONALD-THORNE CIRCUITS ELECTRONICALLY
EQUIVALENT TO LCR CIRCUITS?**

박석재

천문대

PARK, SEOK JAE

Korea Astronomy Observatory

(Received November 16, 1998; Accepted December 10, 1998)

ABSTRACT

The Blandford-Znajek process, which extracts the rotational energy of the supermassive black hole at the center of an active galactic nucleus, is now well explained and educated through the electronic circuit analysis established by Macdonald and Thorne. The Macdonald-Thorne circuits consist of the batteries and resistances of the central black hole and the astrophysical region around the accretion disk. In this letter we will consider the possibility whether we can connect coils and condensers in such circuits or not. If possible, that may explain a sudden corona-phenomenon in an active galactic nucleus. We conclude that a flash of order $\sim 5 \times 10^{40} \text{ ergs s}^{-1}$ can occur around a $\sim 10^9 M_{\odot}$ black hole through this process.

1. 서론

Penrose(1969)에 의하여 Kerr 블랙홀의 경우 최대 총질량의 29%에 이를 수 있는 회전 질량을 추출할 수 있다는 사실이 밝혀지자, 많은 이론천체물리학자들은 대부분의 은하 중앙에 존재한다고 믿어지는 거대한 블랙홀에 더욱 관심을 갖게 되었다. 왜냐하면 만일 거대한 블랙홀의 회전 질량이 총질량의 10% 만 된다고 하더라도 $E=mc^2$ 공식에 의해서 환산되는 추출가능 에너지의 양은 엄청난 것이기 때문이었다. 예를 들어 질량이 1억 M_{\odot} 인 블랙홀에서 10%의 회전 질량을 뽑아 쓴다면 약 10억 개의 은하를 1년 동안 빛나게 할 수 있다. 따라서 우리가 이 에너지를 이용할 수 있는 어떠한 이론만 세울 수 있으면, 유입물질 원반(accretion disk)에서의 중력 에너지 추출과 합하여 더욱 완벽한 활동성 은하핵의 이론을 갖게 되는 것이다.

Penrose의 주장이 제안되자마자 많은 이론천체물리학자들은 역학적인 방법을 이용한 블랙홀 에너지의 추출을 시도하게 되었다. 이를테면 거대한 블랙홀 주위로 접근한 별이 기조력에 의해 파괴되는 시나리오와 같은 것들이다. 그러나 Bardeen et al.(1972) 등에 의해서 별의 속도가 광

속에 가까울 때만이 비로소 이러한 방법이 천체물리학적으로 흥미로울 수 있다는 사실이 지적되었다. 그리하여 역학적인 방법은 기대하기 힘들게 되어버렸다.

더 믿을 만한 전기역학적 블랙홀 에너지 추출 이론이 Blandford and Znajek(1977, 이하 BZ)에 의해서 제안되었다. 하지만 대부분의 물리학자와 천문학자들은 이를 잘 이해하지 못했다. 그러자 Macdonald and Thorne(1982, 이하 MT)은 그 이론을 더욱 쉽게 전자기공학 회로에 비유하여 설명하였다.

다음 장에서 설명될 원래의 'Macdonald-Thorne 회로(이하, MT 회로)'는 Kerr 블랙홀의 자체 기전력 V_H 와 자체 저항 Z_H , 그리고 천체물리학적 부하가 걸리는 블랙홀 외부 먼 지역의 기전력 V_A 와 저항 Z_A 로 구성된다. 하지만 이 회로는 하전입자들의 흐름상 직류 회로와 유사하여 축전기(condenser)의 역할을 기대하기 힘들다.

하지만 블랙홀과 유입물질 원반을 연결하는 회로는 원래의 MT 회로와는 다르다. 또한 유입물질 원반도 자체 기전력과 저항을 가지고 있어 방정식의 모양이 크게 다르지 않고, 천체물리적인 현상 또한 코로나 고리(loop)의 경우와 비슷하여 모델을 연구하기가 용이하다. 따라서 이 글에서는 블랙홀과 유입물질 원반을 연결하는 회로를 생각하고 'pseudo-MT' 회로로 부르기로 한다. pseudo-MT 회로의 존재는 이미 Volwerk et al.(1993) 등에 의하여 이미 정당성을 확보한 바 있다.

만일 pseudo-MT 회로에 축전기를 연결할 수 있다면 축전 후 방전하는 현상을 이용하여 활동성 은하핵 중앙에서 일어나는 급격한 에너지 유출 현상, 예를 들어 태양 표면의 코로나와 같은 현상을 Ionson(1982)의 방법을 이용하여 쉽게 설명하거나 예언할 수가 있다. 이 글에서는 pseudo-MT 회로에 코일(coil)과 축전기를 연결할 수 있는 일이 어느 경우에 가능한지 알아보고 어느 정도의 에너지 크기로 관측될 수 있는 것인지 추정해 보기로 한다. 중앙 Kerr 블랙홀의 질량은 M , 각운동량은 J 로 항상 나타내고, 방정식이 간단하도록 $c=G=1$ 를 가정한다.

II. 원래의 MACDONALD-THORNE 회로

MT 회로는 원논문 이외에도 최근에 출판된 Frank et al.(1985), Thorne et al.(1986), Kato et al.(1998) 등의 교과서에 잘 기술되어 있다. 3장을 위하여 간단히 정리해 보기로 한다. BZ에 따르면 인접하는 2개의 자기력면 사이의, 즉 그 폐곡면 안에만 영향을 미치게 되는 블랙홀의 기전력은

$$\Delta V_H = \frac{1}{2\pi} (\Omega_H - \Omega_F) \Delta \Phi \quad (1)$$

부하가 걸리는 먼 지역의 기전력은

$$\Delta V_A = \frac{\Omega_F \Delta \Phi}{2\pi} \quad (2)$$

로 각각 주어진다. 여기서 Ω_H 는 블랙홀의 각속도, Ω_F 는 자기력선의 각속도, 그리고 Φ 는 자속 밀도이다.

MT 회로에 흐르는 전류를 I 라고 하면 당연히

$$\Delta V_H = I \Delta Z_H \quad (3)$$

$$\Delta V_A = I \Delta Z_A \quad (4)$$

이므로 식 (1)과 (2)를 이용하면 우리는 두 식

$$\frac{\Delta Z_A}{\Delta Z_H} = \frac{\Omega_F}{\Omega_H - \Omega_F} \quad (5)$$

$$I = \frac{\Delta V_H + \Delta V_A}{\Delta Z_H + \Delta Z_A} = \frac{1}{2} (\Omega_H - \Omega_F) \tilde{\omega}^2 B \quad (6)$$

를 얻게 된다. 여기서 $\tilde{\omega}$ 는 블랙홀 주변 시공간 Killing 벡터와 연관된, 우리가 생각하는 폐곡면까지의 동경 좌표이고 B 는 블랙홀 표면에서 사건의 지평선에 대하여 직각 성분인 자기장의 크기이다. 자세한 유도는 이 장 도입부에 열거한 논문이나 교과서를 참고하기 바란다.

따라서 부하가 걸리는 먼 지역에 추출되는 에너지 크기는

$$\Delta P = I^2 \Delta Z_A = \frac{1}{4\pi} \Omega_F (\Omega_H - \Omega_F) \tilde{\omega}^2 B \Delta \Phi \quad (7)$$

가 되는데, 이는 총 광도

$$P \sim 10^{45} \text{ ergs } s^{-1} \left(\frac{I}{M^2} \right)^2 \left(\frac{M}{10^9 M_\odot} \right)^2 \left(\frac{B}{10^4 G} \right)^2 \quad (8)$$

에 해당된다. 물론 식 (8)은 추출된 에너지가 모두 복사로 바뀔 때 환산된 값이지만, 효율이 떨어진다고 해도, 즉 일부만 복사로 바뀐다고 해도 활동성 은하핵 광도의 상당 부분을 설명할 수 있는 양이다.

식 (7)은 당연히

$$\Omega_F = \frac{\Omega_H}{2} \quad (9)$$

를 만족할 때 최대값을 갖는다. 식 (9)은 대체로 잘 만족될 수 있는 것으로 MT는 결론내리고 있다. 이 조건에 대해서는 여러 가지 논의가 가능한데, 꼭 식 (9)을 만족하지 않더라도 전류를 극대화할 수 있다. 예를 들어 Park and Vishniac(1989)를 참고하기 바란다.

III. LCR 회로로서의 PSEUDO-MACDONALD-THORNE 회로

Ionson은 global electrodynamic coupling - 자기장을 가로질러 운동하는 플라스마로부터 먼 지역으로 전자 회로를 통하여 에너지를 이동을 설명하는 시도 - 을 이용하여 코로나를 설명한 바 있다. 또한 Spicer(1982) 등은 에너지가 태양 표면으로부터 떨어진 지점에 저장된다는 관점에서 연구한 바 있는데, 이 에너지 저장 현상은 바로 전자 회로에서 축전기가 있는 경우와 같다. 즉 플라스마에 끝 두 부분이 연결되어 있는 고리는 LCR 전자 회로와 같이 기술될 수 있다는 것이다. Ionson 방법이 성립하는 것은 태양 표면 어디에서나 기전력이 공급되기 때문이다.

이와 유사한 문제를 자기장을 거느리고 있는 유입물질 원반과 중앙의 블랙홀 경우에 생각해 보기로 한다. 블랙홀의 자기장은 충분히 혼돈스러운(chaotic) 모습을 하고 있으므로 그림 1과

같은 자기장을 생각해 보기로 한다. 이러한 자기장의 양상은 Thorne et al.(1986)에서도 잘 다루어져 있으니 참고하기 바란다.

그림 1에서 a , b , c 어느 고리든지 pseudo-MT 회로를 구성하기 때문에 Ionson의 방법을 적용할 수 있다. 유입물질 원반의 전기역학적 물리량의 크기는 결코 블랙홀 표면의 전기역학적 물리량들에 비하여 결코 뒤지지 않기 때문에 에너지 추출량도 무시할 수 없다. 예를 들어 유입물질 원반의 경우 식 (7)과 유사하게 유도하여 보면

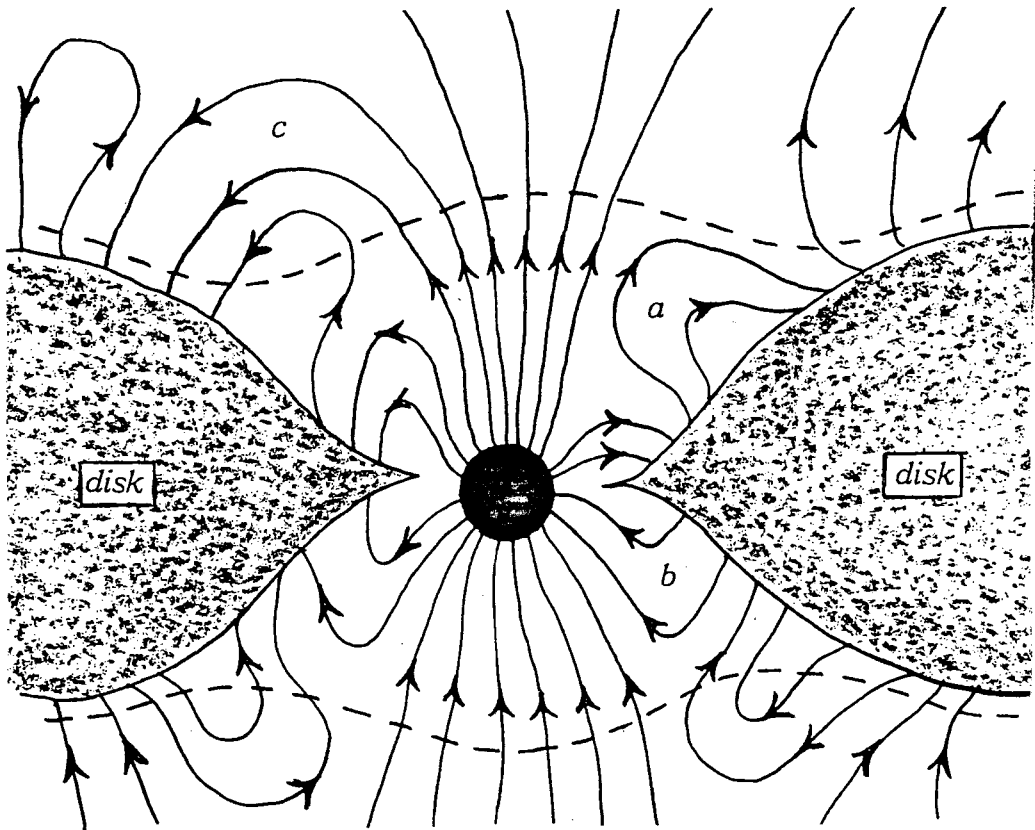


그림 1. 블랙홀 주변의 혼돈스러운 자기장 모습의 한 예

$$\Delta P \sim \frac{1}{2\pi} \Omega_F I \Delta \Phi \quad (10)$$

의 에너지를 부하가 걸리는 먼 지역에 제공할 수 있다. 식 (10)을 유도하는 데에는 유입물질의 각속도는 자기력선의 각속도와 같다는 가정이 포함되어 있음을 밝혀 둔다. 식 (10)을 분석하는 데에는 I 를 구체적으로 알 수 없어서 어려움이 따르지만, 식 (10)에 의한 총 에너지 추출은 식 (8)에 주어진 값에 버금가는 것으로 알려져 있다.

따라서 pseudo-MT 회로는 태양의 코로나 경우와 마찬가지로 훌륭하게 Ionson 방법을 만족하고 있으며 LCR 회로로 간주될 수 있다. 이 회로를 그림으로 나타내면 그림 2처럼 된다.

이 LCR 회로에 걸리는 충전압을 V_T 라 할 때

$$I = \frac{V_T}{R} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{Rt}{L}\right) \right\} \quad (11)$$

이므로 이 회로의 Joule heating 에너지는

$$E = RI^2 = \frac{V_T^2}{R} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{Rt}{L}\right) \right\}^2 \quad (12)$$

가 된다.

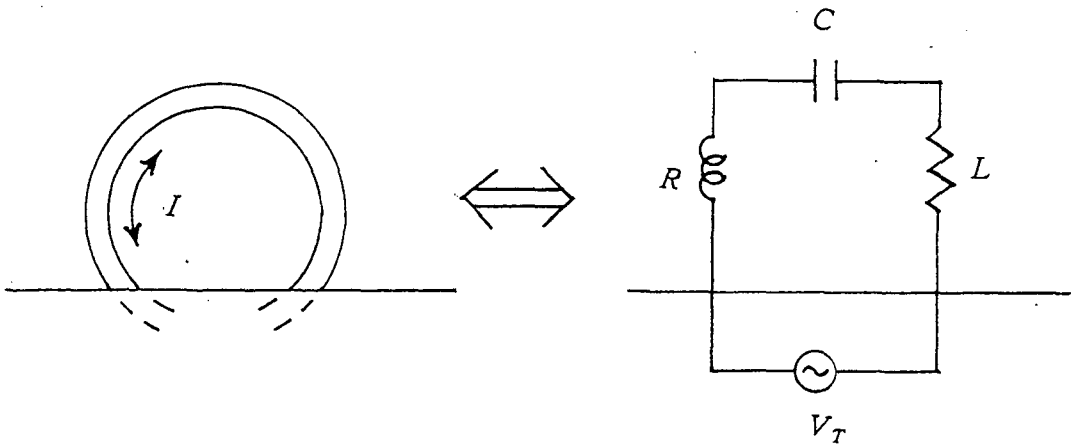


그림 2. Ionson 방법으로 생각한 LCR 회로

IV. 결 론

활동성 은하핵 중앙의 블랙홀 주변 부분은 실제로 전혀 관측이 되지 않기 때문에 자세한 천체 물리학적 조건들에 대해서는 알 길이 없다. 따라서 기본적인 블랙홀의 물리량들을 이용하여 추정해 보는 수밖에 없다.

거대한 블랙홀 주위의 전압은

$$V \sim 10^{20} \text{ volts} \left(\frac{I}{M^2} \right) \left(\frac{M}{10^9 M_\odot} \right) \left(\frac{B}{10^4 G} \right) \quad (13)$$

정도인 것으로 알려져 있다. 따라서 $V \sim V_T$ 를 가정하고 블랙홀 표면의 저항값 377Ω 을 R 값이라고 놓으면 식 (12)로부터 $M \sim 10^9 M_\odot$ 인 블랙홀 주위에서 $E \sim 2.6 \times 10^{44} \text{ ergs}$ 를 얻는다. 이 값은 결코 작지 않은 값으로, 짧은 시간에만 작용할 수 있다면 충분히 관측과 관련되어 의미를 지닌다.

식 (11), (12)는 $\sim L/R$ 시간 스케일로 변하겠지만 우리는 L 에 관한 정보를 전혀 가지고 있지 못하다. 하지만 블랙홀의 자기장은 어차피 블랙홀의 시간 스케일

$$\tau \sim 5 \times 10^3 s \left(\frac{M}{10^9 M_\odot} \right) \quad (14)$$

로 변한다고 보면 크게 틀리지 않을 것이다. 따라서 우리는 $M \sim 10^9 M_\odot$ 인 블랙홀 주위에서 $P \sim E/\tau \sim 5 \times 10^{40} \text{ ergs s}^{-1}$ 밝기의 급격한 분출이 가능하다고 결론내릴 수 있을 것이다.

참고 문헌

- Bardeen, J. M., Press, W. H., and Teukolsky, S. A. 1972, ApJ, 178, 347
 Blandford, R. D. and Znajek, R. L. 1977, MNRAS, 179, 433 (BZ)
 Frank, J., King, A., and Raine, D. 1992, Accretion Power in Astrophysics, 2nd ed. (Cambridge Univ. Press, Cambridge)
 Ionson, J. A. 1982, ApJ, 254, 318
 Kato, S., Fukue, J., and Mineshige, S. 1998, Black Hole Accretion Disk, (Kyoto Univ. Press, Kyoto)
 Macdonald, D. A. and Thorne, K. S. 1982, MNRAS, 198, 345 (MT)
 Park, S. J. and Vishniac, E. T. 1989, ApJ, 337, 78
 Penrose, R. 1969, Nuovo Cim., 1, 252
 Thorne, K. S., Price, R. H., and Macdonald, D. A. 1986, Black Holes : The Membrane Paradigm, (Yale Univ. Press, New Haven)
 Volwerk, M., van Oss, R. F., and Kuijpers, J. 1993, A&Ap, 265, 270