

## 매설 천연가스 배관의 제반하중에 의한 응력 계산용 프로그램 개발 (I)

방인완\* · 김형식 · 김우식 · 양영철 · 오규환\*

한국가스공사 연구개발원 LNG설비기술연구실  
서울대학교 재료공학부\*

(1998년 4월 25일 접수, 1998년 5월 21일 채택)

## Development of the computer program calculating the stress induced by various loads for buried natural gas pipeline (I)

I.W.Bang · H.S.Kim · W.S.Kim · Y.C.Yang and K.W.Oh

Research and Development Center, Korean Gas Corporation,  
Ansan, 425-150, Korea

\*Division of Materials Science and Engineering, Seoul National University,  
Seoul, 151-742, Korea

(Received 25 April 1998; accepted 21 May 1998)

### 요 약

천연가스 배관에서 배관 두께는 ANSI B31.8의 요건에 따라 내압에서 발생하는 원주방향 응력으로부터 계산된다. 이외에도 매설배관에는 토양, 차량, 열팽창, 지반침하등도 작용되는데 이에 대한 평가가 필요하다. 매설가스배관에 걸리는 응력을 계산하는 데는 두 가지 방법이 있다. 첫째는 유한요소법(FEM)으로 배관형상이나 경계조건의 복잡함에 관계없이 응력을 계산할 수 있으나, 많은 비용과 시간이 걸린다. 두 번째는 수식을 이용하는 방법으로 매설가스배관의 응력을 계산하는 적절한 수식을 개발하여 배관설계와 안전성평가에 사용하고 있으나, 비전문가가 사용하고 이해하기에는 어려운 면이 많다.

본 연구에서는 여러 외부인자들이 매설 천연가스배관의 응력에 미치는 영향을 파악하기 위해 응력해석 비전문가가 쉽게 사용이 가능한 컴퓨터 프로그램을 개발하고자 하였다. 응력은 수식과 FEM에서 유도된 그래프에서 유추한 값으로 계산하였다. 전체논문은 두편으로, 본 논문에서는 우선 프로그램에 사용된 수식을 설명하였다.

**Abstract** - According to the requirements of ANSI B31.8, the pipe thickness is determined with hoop stress resulted from internal pressure. And the other loads induced by soil, vehicle, thermal expansion, ground subsidence, etc shall be evaluated rationally.

There are two ways of calculating stress of buried gas pipeline. The first is FEM. FEM can calculate the stress regardless of the complexity of pipeline shape and boundary conditions. But it needs high cost and long time. The second is the way to use equation. The reliable equations to calculate the stress of buried gas pipeline was developed and have been used in designing pipeline and evaluating pipeline safety. But these equation are very difficult to understand and use for non-specialist.

For easy calculation of non-specialist, the new computer program to calculate stress of buried natural gas pipeline have been developed. The stress is calculated by the equations and extrapolation of the graph resulted from FEM. The full paper is consist of series I and II. In this paper, series I, the calculating equation of the program is explained in detail.

**Key words** : Buried gas pipeline, Stress analysis, Earth load, Vehicle load, Ground subsidence, Thermal stress

## 1. 서 론

한국가스공사의 매설 천연가스 배관의 총연장은 전국적으로 1,309Km에 이르고 있다. 천연가스는  $70\text{kg}/\text{cm}^2$ 로 직경 26, 30인치의 매설배관에 의해 공급된다. 배관의 설계두께계산은 ANSI B31.8의 원주방향응력식에 의해 지역계수가 고려되어 설계되고 있다. 이 지역계수는 0.4~0.8까지 주어지게 되는데, 인간활동이 많은 지역은 내압에 의한 원주방향응력이 재료항복응력의 40%가 작용하도록 설계되며, 인간활동이 적은 지역은 80%가 되도록 설계 된다.

ANSI B31.8의 설계개념에 내압에 의한 응력을 기준으로 배관의 두께가 산정되기 때문에 이외의 외부 제반하중에 의해 매설배관에 작용하는 응력을 평가해보는 것은 안전성 확보 측면에서 매우 중요한 사항이다. 특히 매설후 도로의 신설, 도시의 확장 등으로 인하여 매설환경이 변화하고 있기 때문에 배관의 유지, 관리 측면에서 이에 의해 부과되는 응력을 재평가할 필요성이 증대하고 있다.

외부 제반하중에 의한 매설배관의 응력계산에는 해석적 수식을 이용하는 방법과 유한요소법에 의한 해석이 이용되고 있다.<sup>1,2)</sup> 유한요소방법은 배관의 복잡함 또는 매설조건에 구애받지 않고 다양한 조건에 대하여 해석할 수 있는 장점이 있으나 시간적, 경제적 비용이 많이 드는 것이 단점이다. 해석적 수식에 의한 방법은 형상적인 한계가 있지만 단순한 형상에 대하여 공인력을 얻고 있는 수식이 많이 개발되어져 있다. 그러므로 설계단계에서 간단한 형상의 배관에 대해서는 굳이 경제적으로 불리한 유한요소해석을 이용하지 않고 수식을 이용하여 평가하는 경우가 많다.

그러나 이러한 해석식은 복잡하고 개념을 이해하는데 많은 노력이 요구되어 배관 설계자조차 계산도중 실수할 가능성을 배제하기 어려울 뿐만 아니라, 현장감독자들이 이용하는 것은 거의 불가능하다 할 수 있다.

그러므로 실무자들이 일정 해석범위 안에서

매설조건 변화에 따른 매설배관의 외부하중에 의한 배관의 응력을 평가함으로써 배관의 유지, 보수를 용이하게 하기위해 응력계산용 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 본 프로그램은 내압, 토하중, 차량하중, 열응력, 지반침하의 하중에 의하여 매설 배관에 발생하는 응력을 해석하는 프로그램으로서, 기본적으로 원형 단면을 가진 충분히 긴 직선 배관을 해석 대상으로 하며 곡관의 효과는 내압에 의한 응력 집중의 효과를 고려하였다.

전체 논문은 I, II으로 구성되며 본 I편에서는 컴퓨터 프로그램에 사용한 수식을 설명하고, II에서는 프로그램의 구성, 기능 및 사용법을 설명하였다.

## 2. 프로그램에 사용한 수식 설명

### 2.1 한국가스공사 배관의 매설도

매설 배관에 대한 표준 굴착 단면도를 그림 1에 나타내었다. 주배관의 매설에서는 일반적으로 막굴착 공법을 사용하지만, 주위 지반이 연약하거나 우천 등의 악조건에 의하여 트렌치(trench)에 인접한 지반이 붕괴할 위험이 있는 경우 흙막이 공법을 사용한다. 배관 주위는 모래로 채워지며, 원지반을 사용하여 되메우기 한다. 배관과 트렌치 벽과의 거리는 20cm이며, 막굴착시 경사각은  $73^\circ$ 이다.

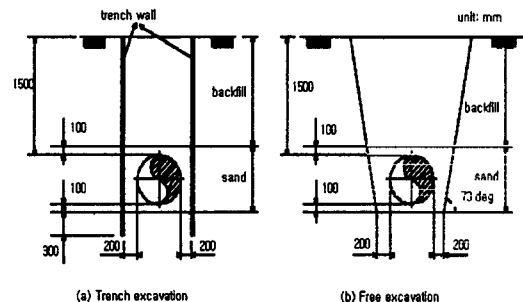


Fig. 1. Schematic diagram of standard excavations for buried pipeline

2.2 내압에 의한 응력<sup>3)</sup>

내압에 의하여 직선 배관에 발생하는 원주방향 응력은 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 이 응력을 바로우 응력(Barlow stress)이라 부른다.

$$(\sigma_{\theta})_p = \frac{P(D-t)}{2t} \quad (1)$$

여기서,

- $(\sigma_{\theta})_p$  = 내압에 의한 원주방향 응력
- P = 내압
- D = 배관의외경
- t = 배관두께

축방향이 구속되어 있는 매설 배관의 경우 포아송 효과에 의하여 다음과 같은 축방향응력이 발생한다.

$$(\sigma_x)_p = \nu \frac{P(D-t)}{2t} \quad (2)$$

여기서

- $(\sigma_x)_p$  = 내압에 의한 축방향 응력
- $\nu_p$  = 배관의 포아송비

곡관부에서는 내부 면과 외부 면에서 원주방향으로 응력차가 발생하여 직관부에 비하여 더 큰 원주방향응력이 발생하게 되는데, 곡관부의 원주방향응력과 직관부의 원주방향응력의 비율 응력집중계수(i)라 부른다.

$$(\sigma_{\theta})'_p = i \frac{P(D-t)}{2t} \quad (3)$$

여기서

$$i = \frac{(2R-r_m)}{2(R-r_m)} \quad : \text{ 응력집중계수}$$

$(\sigma_{\theta})'_p$  = 곡관에서의 내압에 의한 원주방향 응력

- R = 곡관의 곡률반경
- $r_m$  = 곡관의 평균반경

2.3 토하중과 차량하중에 의한 응력

배관에 작용하는 토하중의 계산은 그림 2와 같이 마스톤 하중(Marston load)과 사각기둥하중(prism Load)이 이용되고 있다. 마스톤하중은 배관위 트랜치내의 토양하중에서 트랜치벽면의 마찰력을 제외한 하중이 배관상부에 균일 분포한다는 이론이다. 그리고 사각기둥하중 방법은 배관에 작용하는 하중이 배관위의 사각기둥 토양의 무게)라는 가정에 기반을 두어 계산되며 다음과 같이 표현된다<sup>3,4)</sup>.

$$W_e = \gamma H D \quad (4)$$

여기서,

- $W_e$  = 배관의 단위길이에 작용하는 토양하중
- $\gamma$  = 토양의 단위무게
- H = 매설깊이
- D = 배관의경

여러 실험에 의하면 연성관(flexible conduit)에 작용하는 토하중의 크기는 마스톤하중과 사각기둥하중의 사이에 위치한다고 알려져 있다<sup>3)</sup>.

한국가스공사 천연가스배관에 적합한 해석식을 알아보기위해 유한요소법에 의한 해석과 해석식에 의한 결과를 비교한 결과 그림 3, 4에서와 같이 굴착형태에 관계없이 Marston하중에 근사하는 것으로 나타났다. 그러나 본 프로그램에서는 안전을 고려하여 보다 보수적인 사각기둥하중에 의해 토양하중이 계산되도록 하였다.

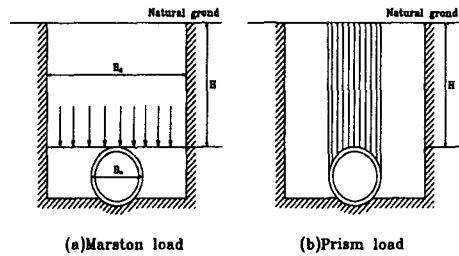


Fig. 2. Schimatic diagram of two methods to calculate soil load

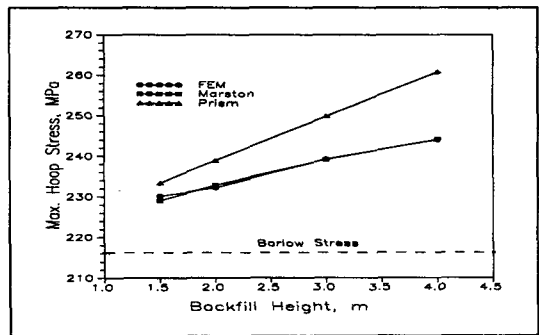


Fig. 3. Comparison of soil loads calculates with FEM, Marston and Prism loads( 30 inch, free excavation)

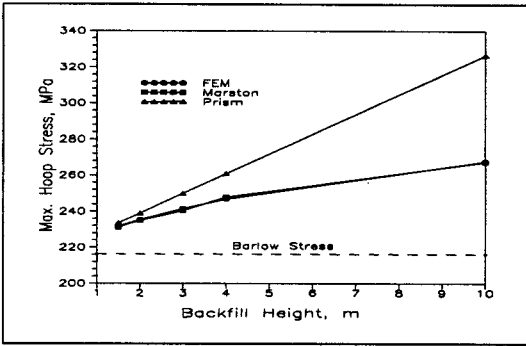


Fig. 4. Comparison of soil loads calculated with FEM, Marston and Prism loads( 30 inch, trench excavation)

배관의 단위 길이에 작용하는 차량하중  $W_L$  은 프랑스의 수학자 Boussinesq에 의해 최초로 해석적으로 구해졌다<sup>5)</sup>. 그는 준무한탄성체에서 지표면에 작용하는 점하중의 분포를 해석적으로 구하였는데, 이 해는 지반을 탄성, 균일, 등방성 매체로 단순화시켰다는 단점이 있지만 실제 차량하중의 분포를 근사적으로 잘 예측하는 것으로 알려져 있다.

Holl과 Newmark는 하중계수를 구하기 위하여 Boussinesq해를 적분하였다<sup>6,7)</sup>.

Holl에 의해 제안된 적분식은 차량 바퀴와 같은 집중하중에 의한 하중을 구하는데 사용되며, 그 식은 다음과 같다.

$$W_L = C_s \left( \frac{P_{wheel} I}{L} \right) \quad (5)$$

여기서,

$W_L$  = 배관의 단위길이에 작용하는 활하중

$C_s$  = 하중계수

$P_{wheel}$  = 차량바퀴 한 개에 작용하는 하중

$I$  = 충격계수

$L$  = 유효길이(0.9m)

하중계수  $C_s$ 는 배관 지름  $D$ , 유효 길이  $L$ , 성토고  $H$ 의 함수이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_s = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{2MN\sqrt{V}}{V+V_1} \frac{V+1}{V} + \sin^{-1} \left( \frac{2MN\sqrt{V}}{V+V_1} \right) \right] \quad (6)$$

이 때 각  $M, N$ , 고려하고자 하는 면적을 나타내는 계수이다. 매설배관 직상에 차량바퀴 한 개가 위치할 때 배관직경  $D$ , 유효길이  $L$ 에 작용하는 하중을 고려하고자 할 때 계수  $M, N, V$ 값

은 다음과 같다.

$$M = D/H$$

$$N = L/H$$

$$V = M^2 + N^2 + 1$$

$$V_1 = (MN)^2$$

이들  $M, N, V$ 값은 프로그램의 차량하중 계산 시 입력되는 값에 의해 결정되는 매설배관과 차량바퀴의 상대적위치에 따라 다른 값을 갖게 된다.

차량의 동적인 특성을 나타내기 위한 충격계수  $I$ 는 차량에 의해 가해지는 동하중과 정하중의 비로 정의되며, 차량의 속도, 가속 상태, 자중, 타이어 등과 도로의 표면상태에 따라 값이 달라진다. 도로의 표면은 일반적으로 거칠기 때문에 그 위를 이동하는 차량의 수직운동이 발생하며, 이로 인해 차량의 자중 이상의 하중이 도로에 가해진다. 따라서, 일반적으로 충격계수의 값은 1보다 크며, 보통 1.5~2 의 값을 나타낸다. 프로그램에서는 아래의 값들이 사용된다.

$$I = 1.75 \quad (\leq 1.5m)$$

$$I = 1.75 - 0.1 \times (H - 1.5) \quad (1.5m \leq H \leq 9m)$$

$$I = 1.0 \quad (\geq 9m)$$

토하중과 차량하중에 의해 배관은 타원형으로 변형되며 수평 방향 배관지름의 증가는 Hoeg<sup>8)</sup>의 식에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta D = \frac{\frac{1-\nu_e}{3(3-4\nu_e)} (W_e + W_L) r^3}{\frac{E_p I_t}{1-\nu_p^2} + \frac{(3-2\nu_e)(1-2\nu_e)}{12(3-4\nu_e)(1-\nu_e)} r^3 E'_s + \frac{1-\nu_e}{3(3-4\nu_e)} 2P} \quad (7)$$

여기서,

$\Delta D$  = 배관의 수평방향 찌그러짐 또는 직경변화량

$\nu_e$  = 채움모래의 포아송비

$r$  = 배관의 평균반경

$E_p$  = 배관의 탄성계수

$I_t$  = 배관의 단위길이당 관성모멘트 ( $t^3/12$ )

$E'_s$  = 토양반응계수

토하중과 차량하중에 의한 최대 원주방향응력은 타원형 변형을 가정하고 윗식을 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다<sup>9)</sup>.

$$(\sigma_\theta)_b = 0.75 E_p (1-\nu_p^2)^{-1} (t/r) (\Delta D/r) \quad (8)$$

여기서,

$(\sigma_\theta)_b$  = 토양과 차량하중에 의해 배관의 찌그러짐에 의한 원주방향 응력

그림 5는 토양하중과 차량하중에 의한 배관의 찌그러짐에 의해 발생하는 원주방향응력에 대하여 유한요소해석 결과로 수식을 이용한 경우와 잘 일치하는 것으로 나타났다.

토하중과 차량하중에 의한 축방향응력은 포아송 효과에 의한 응력과 길이방향 뒹-굽힘 효과에 의한 응력으로 나눌 수 있다.

포아송효과에 의한 축방향응력은 다음과 같다.

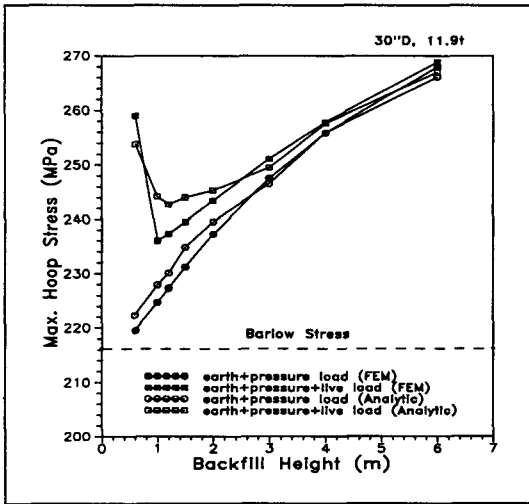


Fig. 5. Comparison of hoop stress resulted from pipe ring bending of soil and vehicle load

$$(\sigma_x)_v = \nu_p (\sigma_\theta)_b \quad (9)$$

여기서

$(\sigma_x)_v$  = 배관의 찌그러짐에 의해 발생하는 축방향 응력

차량하중에 의하여 배관에는 길이방향 뒹-굽힘 효과에 의하여 다음과 같은 축방향응력이 발생한다<sup>10)</sup>.

$$(\sigma_x)_{Lb} = \frac{0.322 W_L}{Z_p} \sqrt{\frac{E_p I_p}{k D}} \quad (10)$$

여기서,

$(\sigma_x)_{Lb}$  = 차량하중에 의해 배관의 굽힘에 의한 축방향 응력

$Z_p$  = 배관의 단면계수

$I_p$  = 배관의 2차관성모멘트

$k$  = 지반반력계수

배관의 2차관성모멘트  $I_p$ 와  $Z_p$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$I_p = (\pi/64) (D^4 - (D - 2t)^4)$$

$$Z_p = \frac{2I_p}{D}$$

지반반력계수  $k$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$k = \frac{0.65}{D} \left( \frac{E_g D^4}{E_p I_p} \right)^{1/2} \left( \frac{E_g}{1 - \nu_g^2} \right) \quad (11)$$

여기서,

$E_g$  = 기반의 탄성계수

$\nu_g$  = 기반의 포아송비

굽힘에 의해 배관의 하단부에서는 최대인장응력, 상단부에서는 최대압축응력이 발생하고 측면에서는 응력이 0이므로 축방향응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\sigma_x)_{Lb} = \frac{0.322 W_L}{Z_p} \sqrt{\frac{E_p I_p}{k D}} \cos \phi \quad (12)$$

여기서,  $\phi$ 는 하단부에서 반시계방향으로 측정된 각도이다.

토하중과 차량하중에 의한 총 축방향응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\sigma_x)_b = \nu (\sigma_\theta)_b + \frac{0.322 W_L}{Z_p} \sqrt{\frac{E_p I_p}{k D}} \cos \phi \quad (13)$$

#### 2.4 열응력<sup>4)</sup>

직선 배관에서는 축방향으로 변형이 구속되므로 온도 변화에 의한 축방향응력이 발생하며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\sigma_x)_{th} = E_p \alpha \Delta T = -E_p \alpha (T_2 - T_1) \quad (14)$$

여기서,

$\alpha$  = 배관의 열팽창계수

$T_1$  = 배관설치시의 온도

$T_2$  = 사용중 최소 또는 최대 온도

원주방향은 구속되지 않은 축으로 거동하므로, 온도 변화에 의한 원주방향응력은 발생하지 않는다.

#### 2.5 지반침하에 의한 응력<sup>11, 12, 13)</sup>

지반침하에 의하여 발생하는 배관의 변형과 응력은 보요소와 지반반력기반모델로써 해석적으로 구할 수 있다.

Winkler에 의해 제시된 지반반력기반모델에서는 배관 주위의 지반을 탄성기반으로 모델링한다. 기반이 받는 압력  $p$ 는 배관의 수직 변위에 비례한다.

즉,

$$p = kw_p \quad (15)$$

여기에서,  
 $k$  = 지반반력계수  
 $w_p$  = 배관의 수직변위  
 탄성 기반의 단위 길이당 강성  $K$ (modulus of subgrade reaction, dimensions  $FL^{-2}$ )는  $K = k \times D$  ( $D$ =배관 외경)로 나타낼 수 있다.

탄성 기반 위에 놓인 배관의 수직 변형에 관한 일반적인 미분방정식은 다음과 같다<sup>10)</sup>.

$$\frac{\partial^4 w_p}{\partial y^4} + 4\beta^4 w_p = 4\beta^4 w_g = 4\beta^4 \frac{W_e}{K} \quad (16)$$

여기서,  
 $w_g$  = 지반의 수직 변위  
 그리고  $\beta$ 는 다음과 같이 나타내어지며,  $1/\beta$ 을 soil-pipe stiffness로 칭한다.

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K}{4E_p I_p}} \quad (17)$$

윗식을 본 논문에서 고려하는 지반침하의 경우에 적용하면 다음과 같다.

◆ 일단이 고정된 관의 침하(case 1)

그림 6과 같이 일단이 고정된 관의 침하에 대해서 최대 굽힘모멘트는 아래와 같다.

$$M_{max} = E_p I_p \frac{2\beta^2 W_e}{K} \quad \text{at } x = 0 \quad (18)$$

이때 축방향응력은 다음과 같다.

$$(\sigma_x)_{sb1} = \frac{M_{max} D}{2I_p} \quad \text{at } x = 0 \quad (19)$$

그리고 이축방향응력에 의해 배관의 포아송비 만큼 원주방향 응력이 작용한다.

$$(\sigma_\theta)_{sb1} = \nu_p (\sigma_x)_{sb1} \quad (20)$$

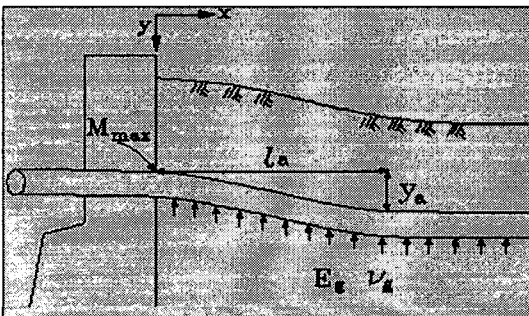


Fig. 6. The schematic diagram of case 1 subsidence

◆ 연약지반을 횡단하는 관의 침하 (case 2)

그림 7과 같은 지반반력을 약간 기대할 수 있는 연약지반을 통과하는 배관의 응력계산의 경우 연약지반과 견고지반의 지반반력계수가 다르고, 연약지반의 폭이 변하게 되므로 해석적인 해를 구하기가 어렵다

그래서 연약지반의 폭을 다양하게 변화시키면서 유한요소 해석한 결과를 이용하여 최대 모멘트  $M_{max}/W_e$ 와  $\beta L$  간의 그래프를 작성한후, 프로그램실행시 여기에서  $M_{max}$ 값을 구하여 식 (21), (22)에 의해 축방향응력과 원주방향 응력을 계산하였다. 30inch 배관을 연약지반의 침하를 달리 하며 해석한 결과를 그림8에 나타내었다. 이로부터 모멘트를 구하여 축방향응력을 계산 하였다.

$$M_{max} = \text{value from figure 7}$$

이때 축방향응력과 원주방향응력은 다음과 같다.

$$(\sigma_x)_{sb2} = \frac{M_{max} D}{2I_p} \quad \text{at } x = 0 \quad (21)$$

$$(\sigma_\theta)_{sb2} = \nu_p (\sigma_x)_{sb2} \quad (22)$$

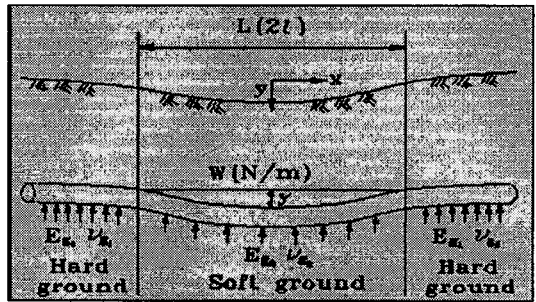


Fig. 7. The schematic diagram of case 2 subsidence

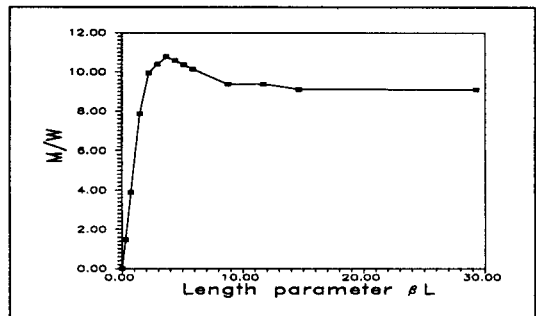


Fig. 8. Maximum M/W parameter A plotted against  $\beta L$

◆ 연약지반을 횡단하는 관의 침하(Case 3)

그림 9와 같이 연약지반의 지반반력을 기대할 수 없는 경우의 배관에 작용하는 최대모멘트는 다음과 같다.

$$M_{\max} = \frac{1}{6} \cdot W_e l^2 \cdot \frac{3+3\beta l + \beta^2 l^2}{\beta l (1+\beta l)} \quad \text{at } x = 0 \quad (23)$$

그리고 최대축방향 응력과 원주방향 응력은 다음과 같다.

$$(\sigma_x)_{sb3} = \frac{M_{\max} D}{2I_p} \quad \text{at } x = 0 \quad (24)$$

$$(\sigma_\theta)_{sb3} = \nu_p (\sigma_x)_{sb3} \quad (25)$$

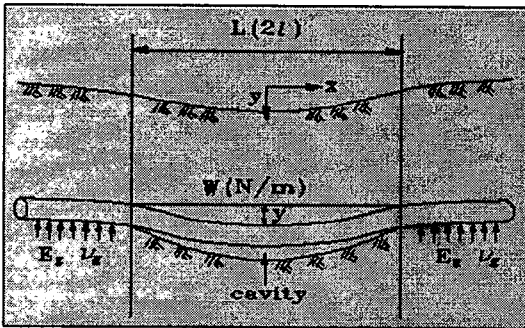


Fig. 9. The schematic diagram of case 3 subsidence

◆ 타공사의 영향<sup>14)</sup>(Case 4)

타공사의 영향에서는 그림 10과 같이 매설배관의 인근에 타공사를 위한 트렌치가 굴착되었을 때 배관에 작용하는 하중을 구하였다.

배관에 작용하는 응력은 그림 11의 그래프를 이용하여 프로그램의 입력값인 인근 트렌치의 길이 및 토양물성에 의해 결정되는  $\beta L$ 에 대하여 최대굽힘계수 A값을 구하여 아래의 식에 의해 최대 축방향 응력과 원주방향응력을 구한다.

$$M_{\max} = 2A(\text{value from Fig. 11})E_p I_p \beta^2 \delta \quad (26)$$

$$\delta = \frac{0.25 \gamma K_{oT}}{E_g} \frac{TH^2}{(x^2 + H^2)} \quad (27)$$

$$(\sigma_x)_{sb4} = \frac{M_{\max} D}{2I_p} \quad (28)$$

$$(\sigma_\theta)_{sb4} = \nu_p (\sigma_x)_{sb4} \quad (29)$$

여기서

A: 최대굽힘계수

$\delta$ : 근접 트렌치에 의한 배관의 수직 이동량

$K_{oT}$ : 토하중계수(at rest earth pressure coefficient)

x: 트렌치 가장자리에서 배관의 중심까지 거리

TH: 근접 트렌치의 깊이

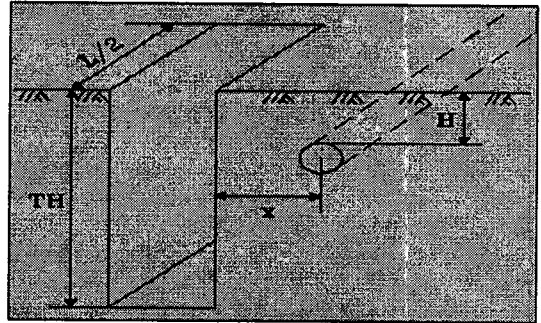


Fig. 10. The schematic diagram of case 4 subsidence

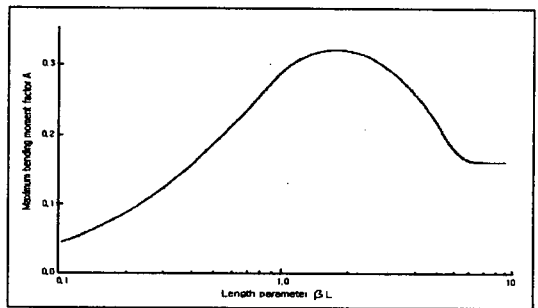


Fig. 11. Maximum bending moment parameter A plotted against length of trench parameter  $\beta L$ (This figure is extracted from reference 14)

### 3. 결론

매설배관 응력 계산용 프로그램은 비속련자가 매설환경 변화에 따른 배관응력의 변화를 손쉽게 평가할 수 있도록 하는 목적으로 개발하였다.

본 매설배관 응력 계산용 프로그램 개발(I)에서는 매설배관 응력 계산용 프로그램 개발을 위해 내압, 토하중, 차량하중, 열하중, 지반침하

에 의해 매설배관에 발생하는 응력에 대한 수식과 수식에 의해 계산이 어려운 지반침하의 경우 유한요소해석에 의한 결과를 이용하여 응력이 계산되는 수식을 설명하였다.

14. Crofts, J. E. et al., "Lateral displacement of shallow buried pipelines due to adjacent deep trench excavations". , *Geotechnique* 27, No. 2, pp. 161-179

### 참고 문헌

1. T.D. O'Rourke, "State-of-the-art-review: Practices for Pipeline Crossings at Highways", prepared by Cornell Univ., Topical Report(June, 1987-June 1988), Gas Research Institute, Contract No. 5085-271-1147
2. Masanobu Shinouzuka et al, "Estimation of Structural Strains in Underground Lifeline pipeline pipes", NTIS Technical Report No. NSF-PDR-78-15049-CU-4, March 1979
3. A.P. Poster, Ph.D., "Buried Pipe Design, McGraw - Hill(1990)
4. O.C. Young, "Buried Rigid Pipes", Elsevier Applied Science Publishers 1984, London and New york
5. Boussinesq, J., of Tr. in Timoshenko, Theory of Elasticity, 328-33, New York: McGrawhill
6. Holl, D.L., "Stress Transmission in Earths", Proceedings of the Highway Research Board 20, 1940
7. Newmark N.M.(1935), "Simplified Computation of Vertical Pressure in Elastic Foundations, Circular 24, Univ. of Illinois Eng. Expt. Station.
8. K. Hoeg, "Stresses against Underground Structural cylinders", J., Soil Mechanics and Foundations Divisions, ASCE No SM1, July 1968 pp.833-858
9. Rodebaugh, E.C., et al, "Experimental Evaluation of Simulated Uncased Pipeline Crossing of Railroad and Highways", ASCE Research Council Summary Report, No 141, New York: ASCE July 1971
10. 도시가스공급실무 핸드북, 한국가스공사, 1984
11. Winkler(1867), "Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit(on Elasticity and Flexibility). Prague.
12. Vesic', A. S., Jou. Eng. Mech. Division, ASCE, vol. 87, EM2, pp. 35-53, April, 1961
13. Hetenyi, M. "Beams on Elastic Foundation", University of Michigan Press, An Arbor (1946)