
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 34 卷 第 4 號 1997年 11月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 34, No. 4, November 1997

확률론적 선형 동적계의 구조신뢰성 해석

김인학*, 양영순**

Structural Reliability Analysis of Linear Dynamic Systems with Random Properties

by

Kim, In-Hack* and Yang, Young-Soon**

요 약

대부분의 동적계에는 기진력과 계 특성치들에 다양한 불확실성이 존재한다. 본 논문에서는, 기진력과 계 특성치에 불확실성이 존재하는 선형 동적계에 대한 응답 및 신뢰성을 해석하는 하나의 과정을 제안하였다. 계 특성치와 응답은 섭동법에 의하여 모델링되고, 확률 이론과 진동 이론에 의하여 응답 해석이 정식화된다. 또한 응답의 평균을 구하기 위하여 확률유한요소법이 사용되었다.

과피확률을 구하는 방법으로는 적분방정식법에 의한 최초통과확률 해석이 사용되었다. 적분방정식법은 통과율과 최초통과 확률밀도의 항들에 의해 최초통과확률로 귀결된다. 본 연구에서는 기진력, 계 특성치 그리고 응답은 모두 Gaussian 확률 특성을 가정하였다. 적용예로써, 정상 백색잡음 기진력을 받고 확률 특성을 갖는 질량 및 스프링 상수들로 이루어진 1자유도계에 대하여 과도응답 상태에서의 과피확률을 계산하였으며, 그 결과를 수치 시뮬레이션 결과와 비교하였다.

Abstract

Most dynamic systems have various random properties in excitation and system parameters. In this paper, a procedure for structural response and reliability analysis is proposed for the linear dynamic system with random properties in both excitation and system parameters. The system parameter and response with random properties are modeled by the perturbation technique, and then the response analysis is formulated by probabilistic and vibration theories.

발 표 : 1996년도 대한조선학회 추계연구발표회('96. 11. 8)

접수일자 : 1997년 12월 20일, 재접수일자 : 1997년 7월 28일

*정회원, 국방과학연구소

** 정회원, 서울대학교 공과대학 조선공학과

Probabilistic FEM is also used for the calculation of mean response which is difficult by the proposed response model.

The first passage analysis by the integral equation method is used to analyze the probability of failure. The integral equation method results in the first passage probability in terms of crossing rates and first passage probability densities. In this study it is assumed that excitations, system parameters and responses are Gaussian. As an application example, the probabilities of failure at transient state are calculated for a sdof system with random mass and spring constant subjected to stationary white-noise excitation and the results are compared to those of numerical simulation.

1. 서론

정적계와 마찬가지로 동적계에도 다양한 불확실성이 존재하여 확률론적 접근이 요구되며, 불확실성의 존재로 그 응답이 확률과정이 되는 동적계를 통틀어 확률론적 동적계(stochastic or random dynamic system)라고 말한다. 확률론적 동적계에 대한 신뢰성 해석은 불규칙 진동계에 대한 Fokker-Planck 방정식의 해를 구하는 것으로 출발하였으며[1], 이후에 최초통과확률(first passage probability) 개념이 제안되어 파괴확률을 구하기 위한 다양한 근사해법들이 제안되었다[2,3,4]. 그러다가 최근에 계 인자들의 확률특성을 고려하기 위하여 정적계에 효과적으로 사용되고 있는 신뢰성 기법(reliability technique)을 도입한 시간의존 신뢰성(time-dependent reliability) 이론이 제안되었다[5,6].

Fokker-Planck 방법은 기진력이 정상 백색잡음(stationary white noise)인 1자유도계 문제에만 적용가능한 제한이 있고, 기존의 최초통과확률 이론은 응답해석에서의 문제점으로 인하여 거의 기진력만을 고려한 문제에만 적용되어 왔다. 또한 시간의존 신뢰성 이론은 계 인자와 기진력의 확률특성을 모두 고려할 수는 있다 하더라도 과도응답(transient response)과 같은 비정상 응답과정(nonstationary response process)에 대한 해결은 현재로는 정립되어 있지 못한 상태이다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여, 본 논문에서는 기진력과 계 인자의 두가지 불확정성이 존재하는 선형계의 응답해석 과정을 정식화하고 그 결과

를 최초통과확률 이론과 결합하여 과도응답 상태에서의 파괴확률을 계산하므로써 신뢰성을 평가하는 하나의 방안을 제안하고자 하였다.

기진력과 계 인자의 불확정성이 응답에 미치는 효과가 거의 독립적이라는 성질로부터 응답에 대한 섭동모델을 도출하고, 진동 이론과 섭동법을 결합하여 두가지 불확정성을 모두 고려한 응답해석 과정을 정식화하였으며, 평균해석을 위하여 확률유한요소법(Probabilistic FEM : PFEM)에 의한 2차 평균 해석을 수행하였다[7]. 최초통과확률 해석으로는 문제의 성격에 제한이 적고 정확성이 우수한 것으로 판명된 적분방정식법을 이용하였다[8,9].

제안된 방법을 계 인자에 불확정성이 존재하고 평균이 0이 아닌 정상 백색잡음 기진력을 받는 1자유도계 문제에 적용하여 과도상태에서의 파괴확률을 계산하고, 그 결과를 시뮬레이션 결과와 비교하여 타당성을 검토하였다.

2. 계 인자의 불확정성과 응답의 평균

2.1.1 자유도계

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2.1)$$

$$\dot{x} + 2\xi\omega_n x + \omega_n^2 x = p(t) \quad (2.2)$$

$$\frac{c}{m} = 2\xi\omega_n, \quad \frac{k}{m} = \omega_n^2$$

$$\& \quad p(t) = \frac{1}{m} f(t) \quad (2.3)$$

(2.1) 혹은 (2.2)와 같이 점성감쇠를 갖는 1자유도계를 고려해 보자. m , c , k , $f(t)$ 는 각각 질량, 감쇠계수, 스프링상수 그리고 기진력을 나타내

며, ζ 와 ω_n 은 각각 점성감쇠비와 고유원진동수를 의미한다. m 과 k 는 확률변수로, $f(t)$ 는 확정함수로 가정한다.

2.2 계 인자의 확률특성 해석

대개 계 인자의 불확정성은 시간과 무관한 확률변수로 취급하며, 섭동법이 효과적으로 사용되어 왔다. 섭동성분이 비교적 크지 않을 경우에 임의의 확률변수 벡터 r 은 (2.4)와 같이 평균과 섭동항으로 표현될 수 있으며, ε 은 섭동 성분의 크기를 나타내는 섭동인자(perturbation parameter)를 나타내고 \tilde{r}_i 는 평균에 대하여 변하는 섭동 성분을 나타낸다.

$$r_i = \bar{r}_i + \varepsilon \tilde{r}_i \quad (2.4)$$

(2.4)에서 m 과 k 를 각각 확률변수 r_1 과 r_2 로 가정하면 섭동표현식에 의하여

$$m = \bar{m} + \varepsilon_m \tilde{m} \quad \& \quad k = \bar{k} + \varepsilon_k \tilde{k} \quad (2.5)$$

와 같이 나타낼 수 있고, m 과 k 에 의해 좌우되는 고유원진동수와 응답도 마찬가지로 표현될 수 있다[10,11].

$$\omega_n = \omega_n(m, k) = \bar{\omega}_n + \varepsilon \tilde{\omega}_n \quad (2.6)$$

$$x(t) = \bar{x}(t) + \varepsilon \tilde{x}(t) \quad (2.7)$$

ω_n 의 평균과 분산 그리고 $x(t)$ 의 평균은 각각 (2.8), (2.9), (2.10)의 관계가 성립하는 것으로 가정한다. 여기서 $\bar{x}(t)$ 는 (2.2)에서 $\omega_n = \bar{\omega}_n$ 인 경우에 계산된 값이다.

$$\bar{\omega}_n = \omega_n(\bar{m}, \bar{k}) \quad (2.8)$$

$$\sigma_{\omega_n}^2 = \frac{\partial \omega_n}{\partial m} \frac{\partial \omega_n}{\partial m} \sigma_m^2 + \frac{\partial \omega_n}{\partial k} \frac{\partial \omega_n}{\partial k} \sigma_k^2 + 2 \frac{\partial \omega_n}{\partial m} \frac{\partial \omega_n}{\partial k} COV(m, k) \quad (2.9)$$

$$\bar{x}(t) = x(\bar{\omega}_n, t) = x(\bar{m}, \bar{k}, t) \quad (2.10)$$

2.3 확률유한요소법에 의한 2차 평균

확률변수들에 대한 Monte Carlo 시뮬레이션을 통한 응답해석에 의하면 실제 응답의 평균은 계 요소들이 평균값을 가질 때의 응답 (2.10)과 일치하지 않음을 알 수 있다. 이는 고유원진동수의 불확정성 때문으로 판단되며, 따라서 선형항의 효과만을 고려한 1차 평균 해석은 물론 2차항을 고려

한 2차평균 해석이 요구된다. 한편 백색잡음과 같은 광대역(broad banded) 특성을 갖는 기진력인 경우에 그 불확정성은 응답의 평균에 영향을 미치지 못하는 것으로 알려져 있다.

$f(t)$ 가 확정함수인 경우에 대하여 (2.1)을

$$g(r, \ddot{x}, \dot{x}, x) = f(t) \quad (2.11)$$

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ k \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

와 같이 표현하여 2차 평균 연산을 취하고 chain rule을 적용하면 (2.13)을 얻을 수 있다. 여기서 \tilde{x} , $\dot{\tilde{x}}$, 그리고 $\ddot{\tilde{x}}$ 는 각각 가속도, 속도, 변위의 1차 평균항을 $\Delta \tilde{x}$, $\Delta \dot{\tilde{x}}$, 그리고 $\Delta \ddot{\tilde{x}}$ 는 그 2차 평균항을 의미한다[12].

$$\bar{m} \ddot{\tilde{x}} + \bar{c} \dot{\tilde{x}} + \bar{k} \tilde{x} = f(t) \quad (2.13a)$$

$$\bar{m} \Delta \ddot{\tilde{x}} + \bar{c} \Delta \dot{\tilde{x}} + \bar{k} \Delta \tilde{x} = \Delta \bar{f} \quad (2.13b)$$

확률변수 m 과 k 사이에 상관관계가 없다고 가정하면 $\Delta \tilde{x}$, $\Delta \dot{\tilde{x}}$, $\Delta \ddot{\tilde{x}}$, 그리고 $\Delta \bar{f}$ 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\Delta \ddot{\tilde{x}} = \frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial^2 \tilde{x}}{\partial r_i^2} \sigma_{r_i}^2 \quad (2.14a)$$

$$\Delta \dot{\tilde{x}} = \frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial^2 \tilde{x}}{\partial r_i^2} \sigma_{r_i}^2 \quad (2.14b)$$

$$\Delta \tilde{x} = \frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial^2 \tilde{x}}{\partial r_i^2} \sigma_{r_i}^2 \quad (2.14c)$$

$$\Delta \bar{f} = \frac{1}{2} \sum_i \left(\frac{\partial \bar{m}}{\partial r_i} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial r_i} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial r_i} \frac{\partial \dot{\tilde{x}}}{\partial r_i} + \frac{\partial \bar{k}}{\partial r_i} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial r_i} \right) \sigma_{r_i}^2 \quad (2.15)$$

(2.11)의 r_i 에 대한 미분에 의하여 (2.16)을 유도한 뒤, 이 식의 계산에 의하여 2차 평균항의 r_i 에 대한 편미분 값을 계산한다.

$$\bar{m} \frac{\partial \ddot{\tilde{x}}}{\partial r_i} + \bar{c} \frac{\partial \dot{\tilde{x}}}{\partial r_i} + \bar{k} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial r_i} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial r_i} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial r_i} = - \left(\frac{\partial \bar{m}}{\partial r_i} \ddot{\tilde{x}} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial r_i} \dot{\tilde{x}} + \frac{\partial \bar{k}}{\partial r_i} \tilde{x} \right) \quad (2.17)$$

(2.16), (2.15), 그리고 (2.13b)의 순서로 2차 평균항이 계산되고, 결국 평균은 (2.13a)에 의하

여 계산된 1차 평균항과의 합으로 구해진다.

$$E[x] \approx \bar{x} + \Delta \bar{x} \quad (2.18)$$

3. 응답 해석의 정식화

응답해석 과정에서 기진력과 계 인자들을 모두 섭동법으로 고려하기 위하여 기진력도 (3.1)과 같이 섭동 표현 형태로 나타낸다. 여기서 $\bar{p}(t)$ 는 평균을, $\hat{p}(t)$ 는 평균이 0인 정상 Gaussian 백색 잡음 과정으로 가정한다.

$$p(t) = \bar{p}(t) + \hat{p}(t) \quad (3.1)$$

그러면 응답은 (3.2)와 같이 평균, 기진력의 불확정성에 의한 성분 및 계 인자의 불확정성에 의한 성분 등의 합으로 나타낼 수 있고, 따라서 (2.6), (3.1) 및 (3.2)를 (2.2)에 대입하여 정리하면 운동방정식도 세가지 응답성분에 대한 각각의 식들로 표현된다.

$$x(t) = \bar{x}(t) + \hat{x}(t) + \varepsilon \tilde{x}(t) \quad (3.2)$$

$$\ddot{\bar{x}}(t) + 2\zeta \bar{\omega}_n \dot{\bar{x}}(t) + \bar{\omega}_n^2 \bar{x}(t) = \bar{p}(t) \quad (3.3a)$$

$$\ddot{\hat{x}}(t) + 2\zeta \bar{\omega}_n \dot{\hat{x}}(t) + \bar{\omega}_n^2 \hat{x}(t) = \hat{p}(t) \quad (3.3b)$$

$$\ddot{\tilde{x}}(t) + 2\zeta \bar{\omega}_n \dot{\tilde{x}}(t) + \bar{\omega}_n^2 \tilde{x}(t) = -\tilde{\omega}_n \hat{B}(t) \quad (3.3c)$$

$$\hat{B}(t) = 2\zeta(\bar{x} + \hat{x}) + 2\bar{\omega}_n(\bar{x} + \hat{x}) \quad (3.4)$$

그러나, 3.2절에서 기술한 바와 같이 응답의 실제 평균은 (2.10) 혹은 (3.3a)의 해와는 다르고, 따라서 이후의 정식화 과정에서 평균은 확률유한요소법으로 계산된 2차 평균을 응답의 평균으로 치환한다. 그리고 나머지 응답 성분들은 convolution 적분에 의하여 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{x}(t) = \int_0^t h(t-\tau) \hat{p}(\tau) d\tau \quad (3.5a)$$

$$\tilde{x}(t) = -\tilde{\omega}_n \int_0^t h(t-\tau) \hat{B}(\tau) d\tau \quad (3.5b)$$

where

$$h(t) = \frac{e^{-\zeta \bar{\omega}_n t}}{\bar{\omega}_n \sqrt{1-\zeta^2}} \sin \bar{\omega}_n \sqrt{1-\zeta^2} t, t > 0 \quad (3.6)$$

위의 결과에 의하여 응답의 공분산은

$$\begin{aligned} C_{xx}(t_1, t_2) &= E\{[x(t_1) - \bar{x}(t_1)] \times [x(t_2) - \bar{x}(t_2)]\} \\ &= E\{[\bar{x}(t_1) + \hat{x}(t_1) + \varepsilon \tilde{x}(t_1) - \bar{x}(t_1)] \\ &\quad \times [(\bar{x}(t_2) + \hat{x}(t_2) + \varepsilon \tilde{x}(t_2)) - \bar{x}(t_2)]\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

로 된다. 위의 식을 전개하면 $\hat{x}(t)$ 와 $\tilde{\omega}_n$ 의 곱에 대한 평균항들이 존재하나, 백색잡음의 경우에 기진력과 계 인자들 사이에 상관관계가 없다는 사실로 부터 이러한 항들은 모두 0이 된다. 결국 공분산은 (3.8)과 같이 기진력의 불확정성에 의한 성분과 계 인자들의 불확정성에 의한 성분의 합으로 계산된다.

$$C_{xx}(t_1, t_2) = E\{\hat{x}(t_1)\hat{x}(t_2)\} + \varepsilon^2 E\{\tilde{x}(t_1)\tilde{x}(t_2)\} \quad (3.8)$$

4. 최초통과 확률

4.1 한계수준 통과

임의의 확률과정 $X(t)$ 가 한계수준(barrier level) a 를 가로지르는 사건을 한계수준 통과(barrier level crossing)라고 하는데, 이 중 $X(t)$ 가 계의 응답일 경우에는 주로 한계수준을 위로 벗어나는 상향통과가 관심의 대상이 되며, 이하의 기술에서의 통과사건은 상향통과를 의미한다.

$X(t)$ 가 한계수준을 통과하는 순간에 그 값은 한계수준 a 와 같고, 그 속도가 양의 값을 가진다. 그러므로 통과 사건은 $X(t) = a$ 에서 속도가 양의 값을 가지는 사건으로 정의할 수 있고, 통과 사건이 발생할 가능성을 의미하는 통과율(crossing rate) $f_1^+(t)$ 는 (4.1)과 같다. 이 통과율에 대한 표현식을 Rice의 공식이라고 하며[13], 여기서 $p_{xx}(x, \dot{x}, t)$ 는 시각 t 에서의 과정 $X(t)$ 와 그 속도의 결합확률 밀도함수를 의미한다.

$$\int f_1^+(t) = \int_0^\infty \dot{x} p_{xx}(a, \dot{x}, t) d\dot{x} \quad (4.1)$$

4.2 최초통과 확률

확률과정이 임의의 시간동안에 한계수준을 통과하는 사건이 발생할 확률을 그 시간영역에 대한 통과확률(passage probability)이라고 하며, 특히 시간구간 $[0, t]$ 에서 처음으로 한계수준을 벗어날

확률 $F_T(t)$ 를 그 시간동안의 최초통과 확률 (First passage probability)이라고 한다. 최초통과 확률은 해당되는 파괴모드에 대한 파괴확률이 되며, (4.1)의 관계식은 통과확률 해석의 출발점이 된다.

어떤 시각 t 에서의 안전영역을 S_t 라 하고, 확률과정 $\{X(t), t \in [0, \infty)\}$ 가 S_t 내에 존재하는 사건을 A_t 라고 하자. 그러면 시간 $[0, t]$ 에서의 파괴확률(probability of failure) $P_f(t)$ 는 (4.2)와 같이 쓸 수 있고, 여기서 $1 - P(A_0)$ 는 시각 $t = 0$ 에서 확률과정이 안전영역의 한계 a 보다 큰 값을 가질 확률이며, $f_T(t)$ 는 최초통과 확률밀도 (first-passage probability density)를 나타낸다.

$$P_f(t) = 1 - P(A_0) + P(A_0) \int_0^t f_T(\tau) d\tau \quad (4.2)$$

5. 적분방정식법

5.1 최초통과 확률밀도에 대한 적분방정식

(4.2)의 관계는 시간미분에 의하여 (5.1)과 같이 표현될 수 있고, 따라서 시각 $t = 0$ 에서 파괴가 발생하지 않았다는 전제하의 최초통과 확률밀도는 파괴확률에 대한 밀도함수의 의미를 갖는다.

$$\frac{d}{dt} P_f(t) = P(A_0) f_T(t) \quad (5.1)$$

시각 t 에서 통과 사건이 발생한 경우에, 그것이 t 에서 처음 발생했을 수도 있고, 혹은 시간 $[0, t]$ 동안의 어떤 시각 t_1 에서 먼저 발생한 후 t 에서 다시 일어났을 수도 있다. 그러므로 시각 t 에서의 통과율은 t 에서 처음 통과가 일어날 통과율과 t 이전에 통과가 일어나고 다시 t 에서 통과가 일어날 경우의 통과율을 합한 것과 같다. 따라서 (5.2)가 성립하고, 이 관계를 최초통과 확률 밀도에 대한 적분방정식(integral equation)이라고 한다.

$$f_{1/A_0}^+(t) = f_T(t) + \int_0^t K_{1/A_0}^+(t/t_1) f_T(t_1) dt_1 \quad (5.2)$$

여기서 $K_{1/A_0}^+(t/t_1)$ 은 $t = 0$ 에서 안전영역

에서 출발한 확률과정이 t_1 에서 처음으로 통과가 일어난 전제하의 t 에서의 통과율을 뜻한다.

5.2 조건부 통과율에 대한 근사

(5.2)에 의하여 최초통과 확률밀도를 계산하기 위해서는 결합통과율들에 의한 조건부 통과율 $K_{1/A_0}^+(t/t_1)$ 에 대한 표현식이 필요한데, 이는 Inclusion-exclusion 급수 유도과정과 유사한 방법에 의하여 다음과 같이 표현된다[9].

$$\begin{aligned} K_{1/A_0}^+(t/t_1) &= 1 / (f_{1/A_0}^+(t_1) - \int_0^{t_1} f_{2/A_0}^{++}(t_1, t_2) dt_2 \\ &\quad + \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} f_{3/A_0}^{+++}(t_1, t_2, t_3) dt_2 dt_3 - \dots) \\ &\quad \times (f_{2/A_0}^{++}(t, t_1) - \int_0^{t_1} f_{3/A_0}^{+++}(t, t_1, t_2) dt_2 \\ &\quad + \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} f_{4/A_0}^{++++}(t, t_1, t_2, t_3) dt_2 dt_3 - \dots) \end{aligned} \quad (5.3)$$

여기서 $f_{n/A_0}^{++++}(t, t_1, \dots, t_{n-1})$ 은 A_0 전제하에 시각 t, t_1, \dots, t_{n-1} 에서 모두 통과가 발생할 통과율을 의미한다.

무한개의 결합통과율들 중에서 첫번째 항들만으로 근사하더라도 오차는 별로 크지 않으며, 또한 전제조건으로 포함된 A_0 사건은 분모와 분자에 공통이고 과도상태에서는 항상 성립하기 때문에 아래와 같이 가정하는 것이 합리적이다.

$$K_{1/A_0}^+(t/t_1) \approx \frac{f_{2/A_0}^{++}(t, t_1)}{f_{1/A_0}^+(t_1)} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} f_{n/A_0}^{++++}(t_1, \dots, t_n) &= \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \dot{x}_1 \dots \dot{x}_n \\ &\quad \times p_{2n}(\mathbf{a}, \mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{S}) d\dot{x}_1 \dots d\dot{x}_n \end{aligned} \quad (5.5)$$

$p_{2n}(\mathbf{a}, \mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{S})$ 는 $\mathbf{X} = \mathbf{a}$ 와 $\dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{x}}$ 에서 계산된 $2n$ 차원의 Gaussian 확률밀도 함수로서, 행렬 $\mathbf{X}^T = [X(t_1), \dots, X(t_n)]$ 이고 $\boldsymbol{\mu}$ 는 평균벡터를 \mathbf{S} 는 공분산 행렬을 의미한다.

6. 계산 결과 및 고찰

계산으로써 m 과 k 의 평균은 각각 1.0Kg과

$(2\pi)^2 N/m$ 이고, 이 경우에 $\bar{\omega}_n = 2\pi(\text{rad/sec})$ 이며, $\zeta = 0.01$ 인 경우를 고려하였다. m 과 k 의 표준편차를 각각 $\sigma_m = \epsilon_m \bar{m}$ 과 $\sigma_k = \epsilon_k \bar{k}$ 로 나타낸다면, 분산계수 ϵ_m 과 ϵ_k 는 $\epsilon = \epsilon_m = \epsilon_k = 0.02, 0.04, 0.06$ 인 경우를 고려하였다. 또한 기진력으로는 $\bar{p}(t) = 10N$ 이고 $2\pi S_0 = 1.0N^2$ 인 정상 백색잡음을 가정하였다. 검증을 위해 m 과 k 를 Gaussian 분포를 갖는 확률변수로 가정하여 Monte Carlo 추출법을 이용하여 응답을 시뮬레이션하고, 해석결과와 비교하였다.

Fig. 1은 계 인자들이 확률변수인 경우에 대한 변위의 평균을 나타낸 것으로, PFEM에 의한 결과가 시뮬레이션 결과와 비교적 잘 일치하긴 하지만 개선의 여지는 남아 있는 것으로 판단된다. Fig. 2와 Fig. 3은, 계 인자의 분산계수가 0.04(표준편차가 평균값의 4%)일 때, 각각 기진력이 확정함수인 경우와 확률과정인 경우에 대하여 변위의 표준편차에 대한 결과를 비교한 것이다. PFEM과 제안된 방법 모두가 시간이 갈수록 시뮬레이션 결과와 상당한 차이가 발생해 가는 것을 볼 수 있으나, Fig. 2에서 확률변수만을 고려한 경우에 제안된 방법이 시뮬레이션 결과와의 비교를 통하여 볼 때, PFEM에 비해서는 상대적으로 우수한 결과를 보여주고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 4-Fig. 6은 기진력과 계 인자 모두에 불확정성이 존재하고 한계수준 $a = 1.0m$ 인 경우에 대한 파괴확률 결과이다. 제안된 방법은 시뮬레이션과 유사한 결과를 주는 것으로 볼 수 있으나, 계 인자의 불확정성이 증가할수록 제안된 방법의 오차는 커지며, 이는 선형 섭동법의 유효한 범위를 점점 벗어나는 것을 의미한다. 따라서 제안된 방법은 계 인자의 불확정성의 크기가 크지 않은 경우에 유효한 것으로 판단된다.

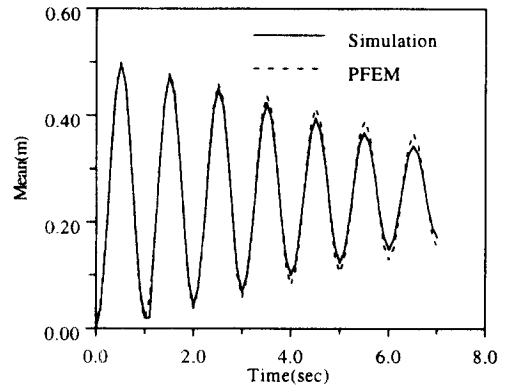


Fig. 1 Comparison of results of mean displacements for simulation and PFEM ($\epsilon = 0.04$)

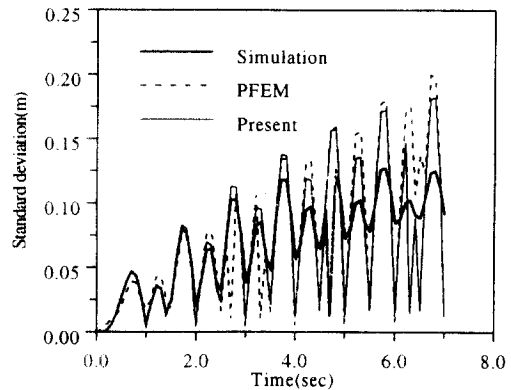


Fig. 2 The standard deviations of displacements for deterministic excitation and $\epsilon = 0.04$

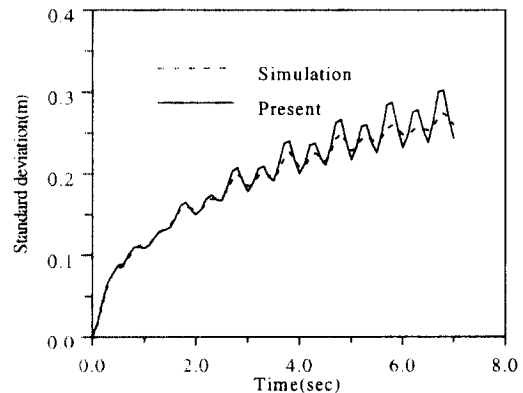


Fig. 3 The standard deviations of displacements for stochastic excitation and $\epsilon = 0.04$

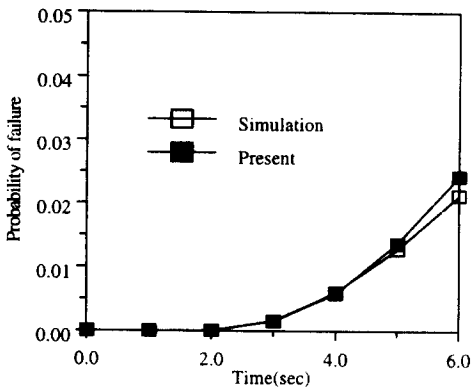


Fig. 4 The probabilities of failure for a=1.0m & ε=0.02

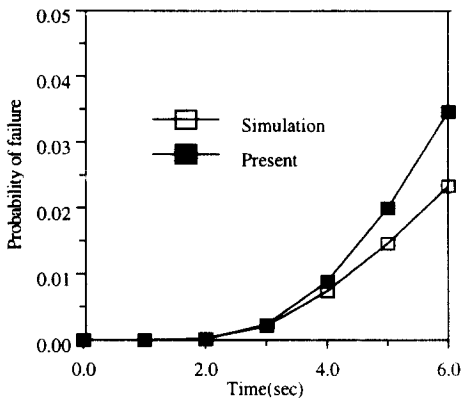


Fig. 5 The probabilities of failure for a=1.0m & ε=0.04

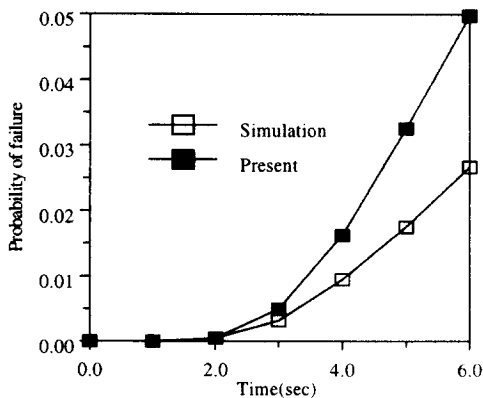


Fig. 6 The probabilities of failure for a=1.0m & ε=0.06

7. 결론

본 논문에서는 두가지 형태의 불확정성을 모두 고려한 선형계에 대한 응답해석의 정식화와 최초 통과확률 이론의 결합으로 동적계의 과도상태에서의 신뢰성을 평가하는 방안을 제안하여 그 타당성을 검토하였다. 시뮬레이션과의 결과 비교를 통하여 계 인자의 불확정성의 크기가 크지 않은 범위 내에서는 유효한 결과를 주는 것으로 생각할 수 있다. 더욱 효과적인 신뢰성 평가를 위해서는 좀 더 간편하면서도 일반적인 응답해석에 대한 연구가 진행되어야 할 것으로 판단된다.

참고 문헌

- [1] Lin, Y. K., Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill Book Company, pp.99-104, 1967.
- [2] Crandall, S. H., etc., "Some First-Passage Problems in Random Vibration", *Trans. of the ASME, J. of Appl. Mech.*, pp.106-110, 1966.
- [3] Vanmarcke, E. H., "On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Processes", *Trans. of the ASME, J. of Appl. Mech.*, pp.215-220, 1975.
- [4] Shiao, M. C., "First Passage Problem : A Probabilistic Dynamic Analysis for Hot Aerospace Components", *Prob. Eng. Mech.*, pp.139-147, 1991.
- [5] Wen, Y.-K., & Chen, H.-C., "On Fast Integration for Time Variant Structural Reliability", *Prob. Eng. Mech.*, pp.156-162, 1987.
- [6] 서용석, 선체 상갑판의 스토캐스틱 구조 신뢰성 해석. 서울대학교 대학원 공학박사 학위논문, 1994
- [7] Shinozuka, M. & Dasgupta, G., "Stochastic Finite Element Methods in Dynamics", *Proc. 3rd Conf. on Dynamic Response of Structures*, Los Angeles, pp.44-54, 1986.
- [8] Madsen, P. H. & Krenk, S., "An Integral Equation Method for the First-Passage Problem in Random Vibration", *Trans. of the*

- ASME, J. of Appl. Mech.*, pp.674-679, 1984.
- [9] Nielsen, S. R. K., "Approximations to the Probability of Failure in Random Vibration by Integral Equation Methods", *J. of Sound & Vib.*, pp.305-317, 1990.
- [10] Caughey, T. K. & Dienes, J. K., "The Behavior of Linear Systems with Random Parametric Excitation", *J. of Math. & Phys.*, vol.4, pp.300-318, 1962.
- [11] Chen, P.-C. & Soroka, W. W., "Impulse Response of a Dynamic System with Statistical Properties", *J. of Sound & Vib.*, vol.31, pp.309-314, 1973.
- [12] Liu, W. K., Belytschko, T. & Mani, A., "Probabilistic Finite Element for Nonlinear Structural Dynamics", *Comp. Meth. in Appl. Mech. & Eng.*, vol.56, pp.61-81, 1986.
- [13] Madsen, H. O., Krenk, S. & Lind, N. C., *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall Inc., pp.168-170, 1986.