
 論 文

大韓造船學會論文集
 第34卷第3號 1997年 8月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 34, No. 3, August 1997

간이 열탄소성 해석을 이용한 선상가열에 의한 판의 변형 예측에 관한 연구

장창두*, 서승일**, 고대은***

A Study on the Prediction of Deformations of Plates due to Line Heating Using a Simplified Thermal Elasto-Plastic Analysis Method

by

C. D. Jang*, S. I. Seo** and D. E. Ko***

요 약

선각의 곡면 가공을 위한 선상가열법은 숙련된 기능공의 경험에 전적으로 의존하고 있으며, 각 조선소에서는 생산성 향상을 위한 자동화 기술을 절실히 요구하고 있다. 선상가열에 의한 곡면형성 과정을 역학적으로 시뮬레이션 하기 위해서는 초고속 컴퓨터를 이용하더라도 수십시간의 방대한 계산이 요구되는 대변형 열탄소성 해석이 필요하다. 본 연구에서는 선상가열에 의한 판의 변형을 효율적으로 정확하게 계산하기 위한 간이 열탄소성 해석 기법을 개발하고, 일련의 선상가열 실험을 통해 그 정확성을 확인하였다.

Abstract

Line heating process has been used in forming hull surfaces long before and it has depended on skillful workers. As the reduction of production cost is major concern of shipbuilding companies, line heating work must be improved for higher productivity. In this paper, as the first step to automatic hull forming, a method is proposed to predict deformations due to line heating. It includes a simplified thermal elasto-plastic analysis to increase computing efficiency and to do real time visualization of deformed shapes. For the prediction of deformation, a method to estimate heat flux of the torch is also introduced. Predicted deformations for line heated plates show good agreement with experimental results. The proposed method can be used in control and simulation of line heating process with ease.

접수일자 : 1996년 11월 13일, 재접수일자 : 1997년 5월 19일

* 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

** 정회원, 한진중공업(주) 산업기술연구소

*** 정회원, 서울대학교 조선해양공학과 대학원

기호 설명

- a = radius of the circular disk
 B = breadth of the specimen
 b = maximum breadth of the inherent strain zone
 b_z = breadth of the inherent strain zone
 $c_1 = 3.32 \times 10^{-2}$
 $c_2 = 2.5 \times 10^{-4}$
 D = deformation at center
 d = maximum depth of the inherent strain zone
 E_1 = Young's modulus of the disk
 E_2 = Young's modulus of the plate
 K = spring constant of the plate
 h = thickness of the plate
 k = thermal diffusivity
 p = uniform pressure
 q = strength of the heat source
 r = radial distance
 $R = \sqrt{w^2 + y^2 + z^2}$
 $R_n = \sqrt{w^2 + y^2 + (2nh - z)^2}$
 $R_n' = \sqrt{w^2 + y^2 + (2nh + z)^2}$
 t = time
 T = temperature of the plate
 T_c = critical temperature
 T_0 = initial temperature of the plate
 u_1 = radial displacement of the disk
 u_2 = radial displacement of the plate
 v = moving speed of the heat source
 $w = x - vt$
 α = thermal expansion of the disk
 δ = angular deformation
 ϵ^* = inherent strain of the disk
 ϵ_{pm} = maximum plastic strain
 ϵ_r = radial strain of the disk
 ϵ_r^* = radial inherent strain of the disk
 ϵ_θ = tangential strain of the disk
 ϵ_θ^* = tangential inherent strain of the disk
 λ = heat conductivity
 ν = Poisson's ratio

- ν_1 = Poisson's ratio of the disk
 ν_2 = Poisson's ratio of the plate
 σ_r = radial stress of the disk
 σ_{y1} = yield stress of the disk
 σ_θ = tangential stress of the disk
 σ_1 = stress of the disk

1. 서론

선각의 곡면 가공을 위한 선상가열법은 숙련된 기능공의 시행착오적인 반복 작업에 전적으로 의존하고 있으며, 각 조선소에서는 생산성 향상을 위한 자동화 기술을 절실히 요구하고 있다. 더우기 조선 기능인력의 고령화에 따른 숙련 기능공의 부족은 자동화 기술의 개발을 더욱 촉진시키고 있다.

과거에 용접과 가열에 의한 열변형을 예측하기 위해 고유변형도에 대한 탄성 해석해를 구하는 방법이 사용되었다[1]. 잔류 소성변형도가 알려지면 탄성 해석해가 구해지고 변형은 쉽게 계산될 수 있다. 그러나, 탄성 해석해를 구하는 것이 제한적 이므로 이 방법의 적용도 제한적이 된다.

최근에 고성능 컴퓨터의 도움으로 유한요소법과 경계요소법과 같은 수치해법이 공학 분야에 광범위하게 응용되고 있으며, 용접과 가열 과정의 컴퓨터 시뮬레이션 기법 또한 개발되고 있다. 이러한 수치해석법에 의한 열탄소성 과정의 시뮬레이션은 재료의 비선형성과 기하학적 비선형성을 고려한 해석이 요구되므로, 초고속 컴퓨터를 이용하더라도 수십시간이 소요되는 방대한 계산이 필요하다. 비록 계산을 완료하여 해를 구하더라도 계산 결과와 실험치가 변형의 관점에서 상당한 차이를 보이며, 해의 정확도는 용융 영역의 적절한 고려에 의존한다는 것이 알려져 있다[2].

Ueda 등은 3차원 비선형 유한요소법에 기초하여 목적 곡면을 형성하기 위해 필요한 선상 가열 정보를 얻는 방법을 제안하였다[3]. 이 방법은 목적 곡면을 얻기 위한 가열선의 방향과 수축 변형량의 크기 등 가열을 위한 기본적인 정보를 제공하고 있다. 하지만, 3차원 열탄소성 해석을 통해

parametric study를 수행해야 하므로 방대한 계산 시간을 필요로 한다.

Nomoto 등은 선상가열 과정의 시뮬레이션 방법을 개발하였다[4]. 입열량과 각변형 및 면내 수축량의 관계를 실험으로부터 구하고, 각변형 및 수축량을 등가의 모멘트 및 힘으로 치환하여 변형을 계산하였다. 이 방법은 열탄소성 해석 과정을 실험으로 대체하고 탄성 해석만을 수행함으로써 계산 효율은 증대 되었으나 입열량이 알려진 경우에만 적용할 수 있으며, 종굽힘 모멘트를 고려하지 않았기 때문에 종변형의 측면에서 실험치와 일치하지 않는 경우가 발생하였다.

본 연구는 선상 가열에 의한 곡면 가공 과정을 자동화 하기 위해 설정된 목적 곡면을 얻기 위한 가열 정보를 획득하는 것이 최종 목표이다. 그 첫 단계로서 선상 가열에 의한 판의 변형을 예측하기 위한 방법을 개발하였다. 선상 가열시의 열탄소성 과정의 시뮬레이션은 문제의 비선형성과 고열 영역을 적절히 고려해야 하는 어려움 때문에 많은 계산 시간을 요구하면서도 부정확한 결과를 주고 있다. 따라서, 본 연구에서는 적절한 가정에 기초하여 변형을 유발하는 고유변형도를 계산함으로써 복잡한 열탄소성 해석 과정을 간략화 할 수 있는 간이 열탄소성 해석 기법을 제안하고, 고유변형도에 의한 변형을 계산하는 방법을 개발하였다. 일반적으로 가스 토치의 입열량을 추정하는 것이 어렵는데, 본 연구에서는 제안된 방법에 기초하여 이를 간접적으로 추정하였다. 수축력과 모멘트는 고유변형도의 적분에 의해 구해지므로 각변형, 종굽힘 변형, 횡수축, 종수축등 모든 변형의 시뮬레이션이 가능하다. 실험 결과는 제안된 방법의 신뢰성을 증명하고 있다.

2. 간이 열탄소성 해석

2.1 기본 가정 및 고유변형도

선상 가열에 의한 열탄소성 과정의 간략화를 위해 다음의 가정들을 설정하였다.

- (1) 판은 무한판으로 가정하고 열탄소성 과정은 가열토치 주위의 원판에만 일어난다.
- (2) 원판 내의 열탄소성 과정은 축대칭으로 발생하고, 원판을 제외한 영역은 원판의 변형에 저항하는 스프링의 역할을 한다.
- (3) 원판의 온도 증가 과정은 소성 부하 상태이고, 온도 감소 과정은 소성 제하 상태이다.
- (4) 판의 최종 변형은 각각의 원판에 잔류하는 변형도에 의한 변형을 적분하여 구해진다.

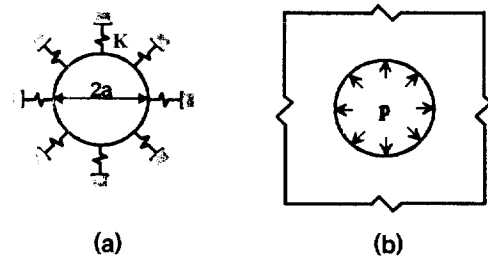


Fig. 1 Circular disk model

대부분의 소성 변형도는 가열토치 주위의 열영향부 내에 잔류하고 판의 다른 영역은 탄성 상태에 있다. 소성 변형도가 잔류하는 영역의 정확한 경계는 판의 열전도 특성에 의존하지만 가열토치 주위의 고온 영역은 항상 소성 상태를 경험하고 대부분의 소성 영역을 차지한다.

가스토치의 열속은 축대칭이지만 가스토치 주위의 판의 온도 분포는 열원의 이동 효과 때문에 엄격히 말해서 축대칭은 아니다. 그러나, 선상가열중에 수냉이 행해지므로 토치 주위의 등온도 영역은 대체로 원에 가깝다.

온도상승 과정은 소성부하 과정으로 온도하강 과정은 소성제하 과정으로 본다. 온도상승 과정에서 발생한 가열영역의 압축소성변형도는 지속적으로 잔류하는 양이고, 온도하강 과정은 제하과정이며 탄성상태에서 발생할 수 있는 최대변형도를 감하여 줌으로써 최종 잔류하는 압축소성변형도가 얻어지게 된다. 온도하강 과정에서는 탄성상태로 응력이 복귀된다고 간주한다[5].

Fig. 1은 상기의 가정들에 기초한 열탄소성 과정을 보여준다. Fig. 1(a)에 보인 원판은 빠른 가열과 냉각 과정을 겪는 토치 주위의 영역이며, 원판 주위의 스프링들은 나머지 영역의 구속 효과를 나타낸다. Fig. 1(b)의 무한판에서 원판을 제외한 영역은 항상 탄성 상태에 있다.

원판에 고유변형도가 존재할 때 응력-변형도 관계는 다음과 같다.

$$\epsilon_r = \frac{du_1}{dr} = \frac{1}{E_1}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) + \epsilon^* \quad (1)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{u_1}{r} = \frac{1}{E_1}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) + \epsilon^* \quad (2)$$

원판내에 축대칭의 균일 고유변형도가 존재할 때의 반경 방향의 변위는 다음과 같다.

$$u_1 = \left[\frac{1}{E_1}(1 - \nu_1)\sigma_1 + \epsilon^* \right] r \quad (3)$$

무한판의 빈구멍 주위에 균일 압력이 작용할 경우 이에 의한 변위는 탄성이론에 의해 다음과 같이 계산할 수 있다[6].

$$u_2 = \frac{p}{E_2} \frac{a^2}{r} (1 + \nu_2) \quad (4)$$

원판 주위의 스프링 상수는 (4)식을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$K = \frac{p}{u_2} = \frac{E_2}{a(1 + \nu_2)} \quad (5)$$

원판의 가장자리에서 응력이 일치해야 하는 경계조건으로부터, 원판의 응력은 다음과 같다.

$$\sigma = -Ku_1(r=a) \quad (6)$$

$$\sigma = \frac{-\epsilon^* aK}{1 + \frac{(1 - \nu_1)}{E_1} Ka} \quad (7)$$

원판에서 재료의 변형 저항능력이 사라지는 온도에 도달하면 항복응력과 영률은 아주 작아지므로 소성변형도가 발생한다. (7)식으로부터 원판의

소성변형도는 다음과 같이 얻어진다.

$$\sigma_{y1} = \frac{-(\alpha T_c + \epsilon_{pm})Ka}{1 + \frac{(1 - \nu_1)}{E_1} Ka} = 0 \quad (8)$$

$$\epsilon_{pm} = -\alpha T_c \quad (9)$$

온도 상승 과정에서 발생한 최대 소성변형도에서 탄성변형도를 뺀 것이 잔류 소성변형도가 된다.

$$\epsilon^* = \alpha T_c - \sigma_{y1} \left(\frac{1}{aK} + \frac{1 - \nu_1}{E_1} \right) \quad (10)$$

2.2 고유변형도 영역의 결정

변형의 계산에 있어서 소성변형도가 발생하여 잔류하는 고유변형도 영역의 결정은 중요하다. 최고 도달 온도가 재료의 변형 저항능력이 거의 사라지게 되는 한계온도 이상이 되는 영역을 고유변형도 영역으로 정의한다. 이 영역은 온도 분포에 의존하며, 연강의 경우 870°C가 한계 온도이다(재료 데이터 [7][8] 참조).

유한 두께, 무한 판에서 등속도로 운동하는 이동 점 열원에 대한 온도 분포는 Rosenthal의 해로부터 구할 수 있다[2].

$$T - T_0 = \frac{Q}{2\pi\lambda} e^{-\frac{x}{2k}w} \left[\frac{e^{-\frac{x}{2k}R}}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e^{-\frac{x}{2k}R_n}}{R_n} + \frac{e^{-\frac{x}{2k}R'_n}}{R'_n} \right) \right] \quad (11)$$

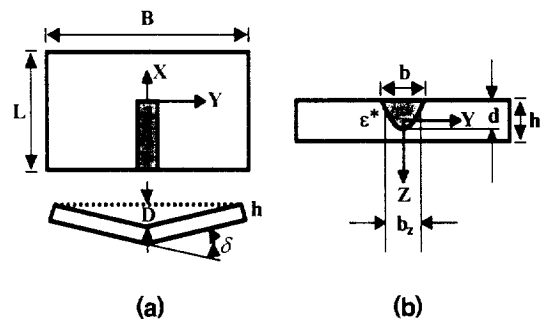


Fig. 2 Geometry of inherent strain zone

토치 주위의 등은 영역은 반타원 형태로 이상화할 수 있는데, 실험과 Rosenthal의 해로 증명된다. Satoh 등은 최고 도달 온도가 한계 온도인 등은 영역을 계산하기 위한 실험을 수행하였다[7]. 등은 영역에 대한 실험 결과는 다음과 같이 기술되는데, 고유변형도 영역의 계산을 위해 사용할 수 있다.

$$\frac{b}{h} = c_1 \sqrt{\frac{a}{vh^2}} \quad (12)$$

$$\frac{d}{h} = c_2 \frac{a}{vh^2} \quad (13)$$

고유변형도 영역이 Fig. 2에서 보이는 바와 같이 타원형의 형상을 가진다고 가정하면, 그 형상은 다음과 같은 함수로 표현된다.

$$b_z = b \sqrt{1 - \frac{1}{d^2} \left(z + \frac{h}{2}\right)^2} \quad (14)$$

2.3 입열량의 추정

가스 토치의 입열량을 직접 추정하는 것은 어려운 일인데, 입열량이 가스압, 가스 혼합률, 토치의 종류, 토치의 팁 여유 등 많은 변수에 의존하기 때문이다. 따라서, 본 연구에서는 고유 변형도 개념에 기초한 입열량의 간접 추정 방법을 이용하였다.

먼저, 경계 효과를 충분히 무시할 만한 크기의 표준 시편을 선택하여 일정한 각 변형이 발생하도록 시편의 중앙선을 따라 가스 토치로 가열한다. 그리고 시편 중앙의 처짐을 측정하여 다음과 같은 식으로 각변형을 계산한다(Fig. 2(a)참조).

$$\delta = \frac{4D}{B} \quad (15)$$

한편, 수축 모멘트에 의해 발생하는 각변형은 보와 같은 거동을 하는 판중앙의 단위 띠관을 가정하여 다음과 같이 계산한다.

$$\delta = - \frac{12(1-\nu^2)}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^* b_z z dz \quad (16)$$

(12)식과 (13)식을 (16)식에 대입하면 각변형은 (17)식과 같이 표현되며, (15)식의 결과와 등치시켜 입열량을 추정한다.

$$\delta = 2(1-\nu^2)c_1 \sqrt{\frac{a}{vh^2}} \varepsilon^* \cdot \left[\frac{3\pi}{4} c_2 \frac{a}{vh^2} - 2 \left(\frac{c_2 a}{vh^2} \right)^2 \right] \quad (17)$$

2.4 등가 절점력의 계산

판의 변형을 유한요소법에 의해 계산함에 있어서 선상가열에 의한 등가의 절점력은 고유변형도를 적분하여 구할 수 있으며, 축대칭으로 수축하는 고유변형도는 적분 단면에 따라 다양한 종류의 변형을 유발한다. 즉, 가열선을 따라 발생하는 횡굽힘 모멘트는 종단면에 대해 고유 변형도를 적분함으로써 계산할 수 있다. 마찬가지로, 종굽힘 모멘트는 가열선과 수직인 횡단면에 대해 앞과 동일한 고유변형도를 적분함으로써 계산할 수 있다. 각각의 수축력과 모멘트는 다음과 같다.

단위 길이당 횡굽힘 모멘트 m_y 는

$$m_y = \frac{1}{b} \int_{-h/2}^{h/2} E \varepsilon^* b_z z dz \quad (18)$$

$$= \frac{1}{6} E \varepsilon^* d h \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \frac{d}{h} \right)$$

단위 길이당 횡수축력 f_y 는

$$f_y = \frac{1}{b} \int_{-h/2}^{h/2} E \varepsilon^* b_z dz = \frac{\pi}{4} E \varepsilon^* d \quad (19)$$

종굽힘 모멘트 M_x 는

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} E(1-\nu) \varepsilon^* b_z z dz \quad (20)$$

$$= \frac{1}{6} E \varepsilon^* (1-\nu) b d h \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \frac{d}{h} \right)$$

종수축력 F_x 는

$$F_x = \int_{-h/2}^{h/2} E(1-\nu) \varepsilon^* b_z dz \quad (21)$$

$$= \frac{\pi}{4} E(1-\nu) \varepsilon^* b d$$

횡굽힘 모멘트와 횡수축력은 가열선의 중앙에서 $b/2$ 만큼 떨어진 위치에 작용하며, 종굽힘 모멘트와 종수축력은 상쇄 효과에 의해 가열선의 양 끝에서만 작용한다.

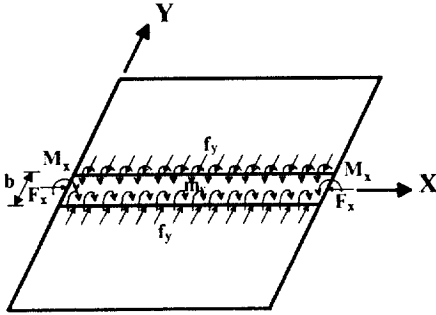


Fig. 3 Equivalent nodal forces

2.5 선상 가열 과정의 시뮬레이션

간이 열탄소성 해석 기법에 기초한 컴퓨터 시뮬레이션의 순서도는 Fig. 4와 같다.

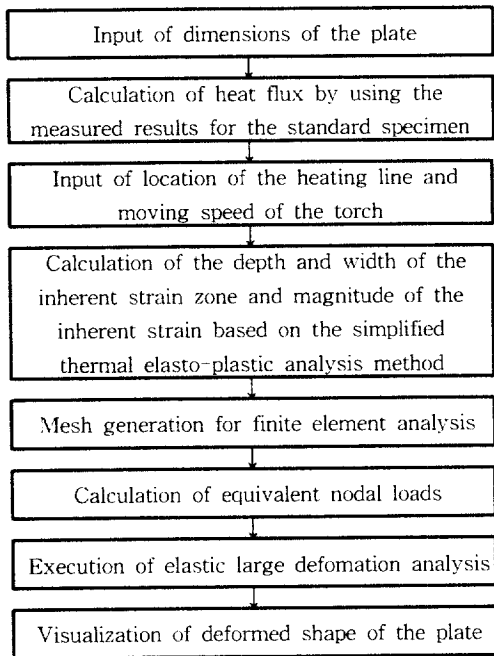


Fig. 4 Flow of simulation of deformed shape by line heating

3. 선상 가열 실험

제안된 시뮬레이션 기법을 검증하기 위해 일련의 선상 가열 실험을 수행하였다. 가열 토치가 레일 위의 대차에 실려 정속으로 이동하고, 토치의 뒤를 따라 수냉을 실시하는 선상 가열 과정을 Fig. 5에 보였다. 시편의 크기는 다음과 같으며 재질은 연강이다.

$500 \times 700 \times (12, 16, 18, 20)$ (unit in mm)

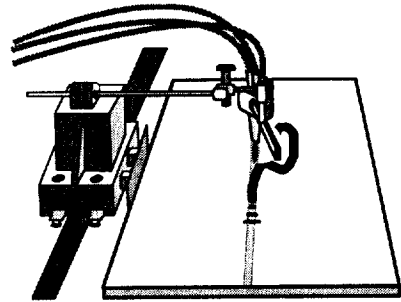


Fig. 5 Line heating process

가열선 근처에 Thermocouple을 부착하여 온도 분포를 측정하였다. Thermocouple의 위치는 가열선으로부터 20 mm 이며 측정 결과는 Rosenthal의 해석해와 비교하여 Fig. 6에 보였다. 가열 토치의 입열량은 표준 시편에 대해 측정된 변형량을 이용하여 추정하였다. $500 \times 700 \times 12$ 의 표준 시편에 대해 판의 중앙선을 따라 선상 가열을 실시하고, 가열선에 수직 방향으로 변형을 측정 후 (10)식과 (17)식을 이용하여 각변형과 토치의 입열량을 계산하였다. 이 경우,

$$\begin{aligned}
 D &= 0.3\text{ cm} \\
 \delta &= 0.0237\text{ rad} \\
 \epsilon^* &= 1.1577 \times 10^{-2} \\
 v &= 0.38\text{ cm/sec} \\
 q &= 1300\text{ cal/sec}
 \end{aligned}$$

표준시편에 대한 실험을 통해 입열량이 추정된 토치로 두께가 다른 여러 시편에 대해 가열 속도만을 달리하여 선상 가열을 실시하고, Fig. 4의

순서에 따라 탄성 유한요소 해석을 각각의 판에 대해 수행하여 계산된 각변형과 실험을 통한 계측 결과를 Fig. 7에서 비교하였다. Fig. 6과 Fig. 7을 통해 계산 결과가 좋은 정도를 가지고 있음을 알 수 있으며, 임의의 가열선에 대해서도 마찬가지로 시뮬레이션 할 수 있다.

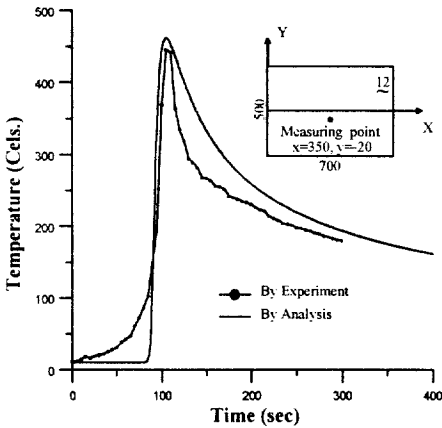


Fig. 6 Comparison of temperature distribution

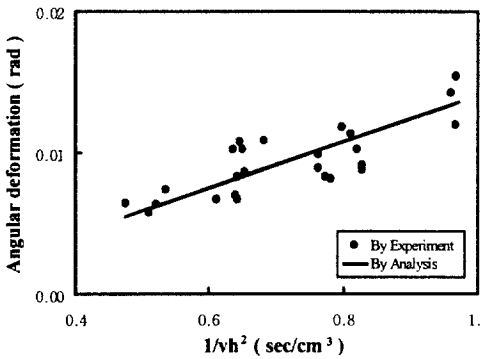


Fig. 7 Comparison of calculated angular deformation with experimental ones

판의 두께가 얇고 토치의 입열량이 커서 고유변형도 영역의 깊이가 판 두께를 넘어서게 되는 경우, 가열선에서 너클 형상이 생기고 Fig. 8과 같은

종변형이 발생한다. 이러한 종굽힘의 역변형은 경계 맞은편의 상(像)열원에 기인하는 과도한 고유변형도 영역에 의해 양단에서 과도한 횡굽힘 모멘트가 작용하게 되고 이 경우, 종굽힘 모멘트에 의한 변형보다 불균일한 횡굽힘 모멘트에 의한 종굽힘의 역변형이 더 두드러지게 되는 것으로 추정된다. 유한요소 해석을 이용한 계산 결과 역시 이를 뒷받침한다. 그러나, 과도한 입열량은 가열선을 따라 너클 형상을 초래하므로 부드러운 선각 곡면을 얻으려는 우리의 목적에 부합하지 않는다.

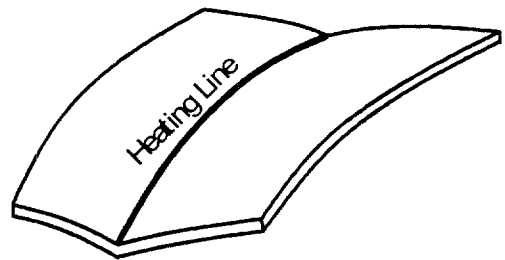


Fig. 8 Reverse longitudinal bending deformation

Saddle type의 변형을 생성하기 위해 Fig. 9와 같은 가열선의 위치 및 순서에 따라 선상 가열을 실시하였다. 이 때 각 가열선의 가열 조건은 Table 1과 같으며, LVDT 및 데이터 로거 시스템을 활용하여 변형을 계측하였다. 또한, 제안된 방법에 의한 계산을 수행하였으며, 이 때 유한요소 분할은 Fig. 10과 같다. 계산 결과는 실험 결과와 비교하여 Fig. 11과 Fig. 12에 보였다.

Table 1 Heating condition

Line No.	산소압 (kPa)	프로판압 (kPa)	팁 여유 (cm)	가열 속도 (cm/sec)
1	55.2	51.7	2.1	0.380
2	55.2	51.7	2.1	0.405
3	55.2	51.7	2.1	0.505
4	55.2	51.7	2.1	0.485
5	55.2	51.7	2.1	0.472

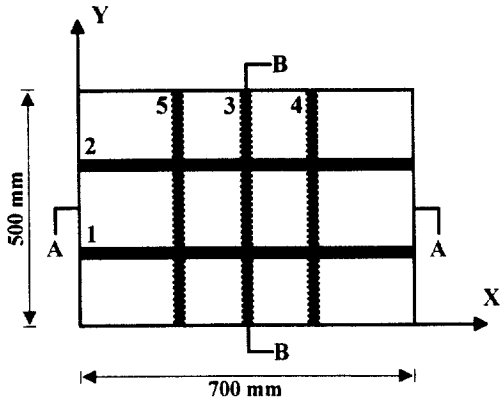


Fig. 9 Location of heating line and heating order

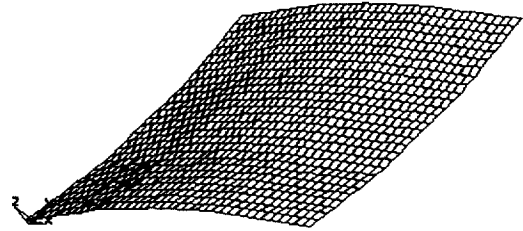
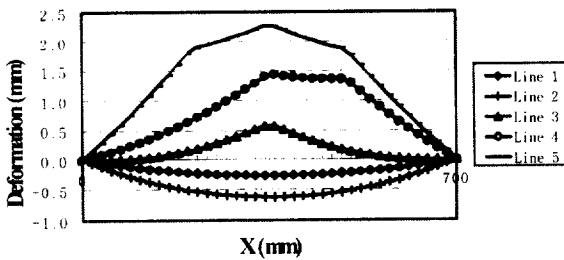
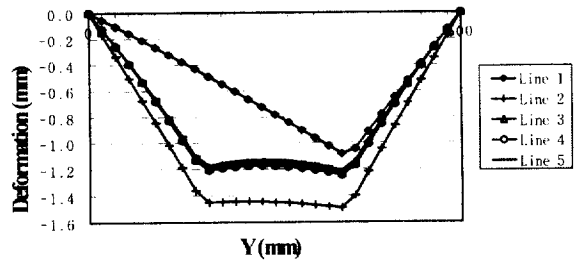


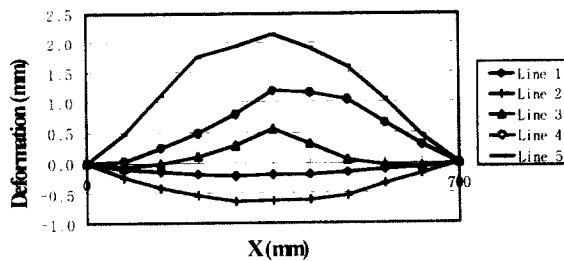
Fig. 10 Mesh generation for finite element analysis



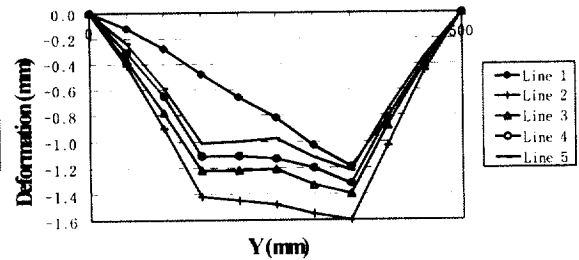
(a) Section A-A by analysis



(a) Section B-B by analysis



(b) Section A-A by experiment



(b) Section B-B by experiment

Fig. 11 Comparison of deformation along section A-A of Fig.9

Fig. 12 Comparison of deformation along section B-B of Fig.9

4. 결 론

본 논문에서는 선상 가열에 의한 변형의 예측을 위해 적절한 가정에 기초한 간이 열탄소성 해석 기법을 제시하고 실험을 통해 그 유용성을 입증하였다. 제안된 방법은 선상 가열 과정에서 발생하는 열탄소성 거동을 간략히 해석하여 계산 효율을 대폭 증가시킴으로써 변형의 실시간 제어가 가능하다. 간이 열탄소성 해석 기법은 해석해의 한계와 수치해의 비효율성을 동시에 극복하고 있다. 가스 토치의 입열량은 많은 인자에 의해 추정이 어려우므로, 본 연구에서는 이의 추정을 위해 간접적인 방법을 이용하고 실험을 통해 타당성을 보였다. 선상 가열에 의한 변형의 예측을 위한 본 연구의 제안 방법은 생산성 향상을 위한 곡면 가공 과정의 시뮬레이션에 이용될 수 있다.

후 기

본 연구는 대우중공업이 기증한 서울대학교 발전기금의 지원을 받아 수행되었음을 밝히며, 깊은 감사를 드린다.

참 고 문 헌

- [1] Watanabe, M. and Satoh, K., "Effect of Welding Conditions on the Shrinkage Distortion in Welded Structures", *Welding Journal*, Vol. 40, 1961
- [2] Masubuchi, K., *Analysis of Welded Structures*, Pergamon Press, 1980
- [3] Ueda, Y., Murakawa, H., Mohamed, R. A., Okumoto, Y. and Kamichika, K., "Developing of Computer Aided Process Planning System for Plate Bending by Line Heating (1st Report) Relation between the Final Form of the Plate and Inherent Strain", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 170, 1991 (in Japanese)
- [4] Nomoto, T., Ohmori, T., Satoh, T., Enosawa, M., Aoyama, K. and Saitoh, M., "Development of Simulator for Plate Bending by Line Heating", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 168, 1990 (in Japanese)
- [5] 渡辺, 佐藤, 溶接力學とその応用, 朝倉書店, 1965
- [6] Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity*, 3rd Edition, McGraw-Hill, 1970
- [7] Satoh, K. and Terasaki, T., "Effect of Welding Conditions on Welding Deformations in Welded Structural Materials", *Journal of the Japanese Welding Society*, Vol. 45, No. 4, 1976 (in Japanese)
- [8] Focke, A. E., "Elevated Temperature Properties of Constructional Steels", *Metal Handbook*, 1985