Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol.23, No.1, March, 1997

경쟁적 입지선정 문제의 안정집합을 찾기 위한 수리적 모형과 유전 알고리즘

New Mathematical Formulations and an Efficient Genetic Algorithm for Finding a Stable Set in a Competitive Location Problem

최인찬* · 김성인* · 황대호**

In-Chan Choi* · Seong-in Kim* · Dae-ho Hwang**

Abstract

Companies often have to locate their facilities considering competitors' response to their locational decision. One model available in the literature is due to Dobson and Karmarkar, in which a firm has to decide locations so as to prevent competitors from entering the market after the firm's entry. In this paper, we provide new compact binary integer program formulations for their competitive location model and also present an efficient Genetic Algorithm(GA) for finding a (near-)optimal stable set. The GA we propose utilizes a penalty function to handle the feasibility of the problem and modified elitism for better performance of the algorithm. Computational comparisons indicate the superior performance of the GA over the Dobson and Karmarkar's branch and fathom algorithm.

1. 서 론

설비 입지 문제는 일정 영역에 분포되어 있는 고객들에게 서비스를 제공하는 설비들의 위치를 결정하는 것으로서, 수리적 모형을 이용하여 최적입지를 결정하는 계량적 접근방법에 많은 연구가 집중되어 왔다. 입지 문제의 수리적 모형은 주로 고객과 설비간의 거리로서 표현되는 다양한 형태의 총비용, 최대비용, 순이익, 시장 점유율 등의 목적함수

* 고려대학교 산업공학과
** 해군 제주방어 사령부

를 최소화 또는 최대화하는 최적화 문제로 나타난다.

이러한 설비 입지 문제는 설치 목적 및 용도에 따라 경찰서, 소방서 등과 같은 공공설비의 위치를 결정하는 공공부문(public sector) 문제와 백화점, 편의점 등과 같은 민간설비의 위치를 결정하는 민간부문(private sector) 문제로 구분될 수 있다. 공공설비의 설치 목적은 사회 복지의 최대화 또는 사회적 비용의 최소화에 그 중점을 두고 있는 반면, 민간설비는 영리 추구가 목적이므로 그 모형은 비용 최소화, 이익 최대화 또는 시장 점유율 최대화로 표시된다. 또한, 공공설비 입지 문제와는 달리 민간설비의 입지 결정에서는 경쟁사들과의 경쟁관계가 중요한 의사결정 요소로 나타난다. 특히, 경쟁사와 경쟁이 심한 물류할인매장, 자동차 영업소, 백화점, 편의점 등은 어느 곳에 위치하느냐가 이익 및 설비운용의 효율에 매우 큰 영향을 미치므로 이들의 최적위치 결정은 매우 중요한 의사결정 문제가 된다.

본 연구에서는 이와 같이 경쟁적 상황하에서 동맹사가 새 설비의 최적 위치를 결정하는 경쟁적 설비의 입지 문제(Competitive Location Problem)를 다룬다. 경쟁적 설비의 입지 문제는 경쟁관계에 있는 각 회사들의 설비 위치에 따라서 고객 확보와 시장 점유율이 달라지는 판로 시스템(system of outlets)의 한 경우이며, 동맹사가 설비를 설치함에 있어 경쟁사의 대응을 고려한 경쟁적 환경에서 이익 또는 시장 점유율을 최대화하기 위한 설비의 최적 위치를 결정하는 것이다.

경쟁적 설비 입지 문제에 관한 연구는 Hotelling[9]에 의하여 경쟁상황에 있는 두 판매점이 직선 상에 균등히 분포되어 있는 고객을 상대로 시장균형(market equilibrium)을 이룰 수 있게끔 설비의 위치와 상품의 가격을 결정하는 연구로부터 시작되었다. 그 후, 이 균형 모형은 Eaton과 Lipsey[3], Wendell과 McKelvey[14], Lederer[10], Hansen, Tisse와 Wendell[7] 등에 의해 주로 경제학적 측면에서 시장균형의 속성을 다룬 연구로 확장되어 이루어져 왔다. 이러한 균형 모형들 이외에도 OR(Operations Research)을 근간으로 한 의사결정 모형에 초점을 둔 연구로는 Hakimi[6]의 centroid 모형과 Dobson과 Karmarkar[2]의 시장 선점형 모형이 있다. 이들은 공통적으로 시장 선점의 효과를 최대한으로 얻을 수 있는 모형을 개발하였다. 이외에도 경쟁적 설비 입지 문제에 대한 연구로 Lederer와 Tissue[11]는 가격 및 생산량을 동시에 결정변수로 다루는 다수의 전략적 변수를 갖는 문제를 다루었고, Eiselt와 Laporte[4]는 이익을 최대화하기 위한 생산설비의 위치 및 규모에 대한 모형을 제시하였다.

본 연구에서는 이러한 경쟁적 설비입지에 대한 연구모형들 가운데 Dobson과Karmarkar가 제안한 모형들을 새롭게 조명하고자 한다. 그들의 모형은 기존의 많은 경쟁적 입지 모형들과는 달리 실질적 정책(policy)을 제공하는 의사결정 모형으로 새로운 지역 시장 개척시 활용될 수 있는 모형이다. 이를 선점형 경쟁 입지모형이라 부르기로 한다. 본 연구에서는 먼저 그들이 제시한 수리적 모형을 좀더 간단 명료(compact)하게 정리한 수리적 모형을 제시한다. 새로이 제시된 수리적 모형에 사용되는 접근방식은 경쟁적 입지 모형과 같이 목적함수를 고객과 서비스 설비간의

거리로 나타낼 수 없는 경우에 잘 적용될 수 있다. 본 논문에서는 또한 이러한 수리적 모형을 바탕으로 한 혼합형 유전해법(Hybrid Genetic Algorithm, HGA)을 개발하고 분지 및 소거 규칙(branch and fathom rule)을 사용한 해법과 비교하여 본다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 다음절에서는 시장선점형 모형의 새로운 수리적 모형을 제시하고, 3절에서는 이 모형의 해법으로 개발된 혼합형 유전해법을 설명한다. 4절에서는 컴퓨터 실험결과 및 해법의 수행도를 설명하고, 마지막으로 5절에서는 결론과 향후 연구방향에 관해 언급한다.

2. 시장 선점형 경쟁적 입지 문제의 새로운 수리적 모형

소비자는 가장 가까운 서비스 설비를 선택하고 경쟁사와 동맹사는 동일한 위치에 설비를 설치할 수 없다는 가정 하에서, Dobson과 Karmarkar[2]는 다음과 같은 문제를 고려하고 있다. 동맹사가 새 시장에 설비들의 위치를 결정하고자 할 때, 선점의 효과를 살려서 추후 경쟁사의 시장 진입을 막으며 동시에 이윤을 최대로 낼 수 있는 위치들을 선정하는 문제이다. 그들은 이 문제에 대해 설비가 서로 유기적인 관계를 갖고 있는 경우와 그렇지 않은 경우(Joint 와 Independent), 동맹사가 시장을 선점한 후 경쟁사가 하나의 설비를 설치할 수 있는 경우와 다수의 설비를 설치할 수 있는 경우(Restricted, Unrestricted), 그리고 경쟁사 설비가 자생할 수 있는 경우(Weakly Viable)와 경쟁사 설비 중 최대 이윤을 내는 설비가 동맹사의 최소 이윤을 내는 설비보다 이윤(손실)이 작은(큰) 경우 (Strongly Viable)로 나누어 각각의 조합으로 8가지 의사 결정 모형을 제시하였다. 또한, 그들은 각 모형간의 유기적인 관계를 설명하고 이들 중 4가지 모형(WRI, WRJ, SRI, SRJ)에 대해 수리적 모형을 제시하며 WRI 문제를 풀기 위한 해법 절차로 분지와 소거의 규칙(Branch and Fathom Rule)을 적용한 알고리즘을 개발하였다 .

이러한 선점형 경쟁 입지 모델의 수리적 모형을 제시함에 있어, Dobson과 Karmarkar는 제약식을 표현할 때 모든 지역 i와 j쌍에 대해 지역 j보다 지역 i에 더 가까운 지역들로 이루어진 보조집합 (auxiliary set) C_{ij}를 필요로 한다. 이는 고객과 설비간의 거리로 표현되는 비용 최소화 문제로 나타나는 기존 설비 입지 모형의 공통적 가정 조건인 고객은 가장 가까운 설비로부터 서비스를 받는다는 조건을 만족시키기 위해서이다. 거리로 표현되는 목적함수를 갖는 비용 최소화 설비 입지 문제는 목적함수의 특성 때문에 이 조건을 제약식으로 보일 필요가 없는 반면, 순이익의 최대화와 같이 거리로 표현될 수 없는 목적함수를 갖는 선점형 경쟁 입지 모형은 가정조건을 제약식에서 명시적으로 나타내 주어야 하기 때문이다.

동맹사가 시장을 선점한 후 경쟁사가 한 곳에라도 새로운 설비를 개설할 경우 개설된 동맹사의 신 설비는 모두 순 손실을 내지 않고 경쟁사는 그 곳에서 순이익을 얻을 수 없다는 조건으로 표현되는 WRI 선점형 경쟁 입지 모형의 새로운 수식화 모형은 다음과 같다. 먼저, 이 모형에서 사용될 표기 기호는 다음과 같이 정의된다.

표기 기호

D : 고객들의 위치를 나타내는 집합

S : 설비의 설치가 가능한 지역을 나타내는 집합

w_i : 지역 $i \in D$에 포함되어 있는 고객의 수

p : 단위 상품 판매 가격

c_j : 지역 $j \in S$에서 구입되는 단위 상품의 원가

f_j : 지역 $j \in S$에 설비를 설치할 때 발생하는 설치 비용

d_{ij} : 지역 i와 지역 j사이의 거리

k_{ij} : 지역 i와 지역 j사이에 설비의 설치가 가능한 지역의 수

y_j : 지역 $j \in S$에 설비를 설치하면 y_j=1, 그렇지 않으면 y_j=0로 표기되는 결정변수

x_{ij} : 지역 $i \in D$ 의 고객이 지역 $j \in S$의 설비를 이용하면 x_{ij}=1, 그렇지 않으면 x_{ij}=0로 표기되는 결정변수

v_{it} : 동맹사가 시장을 선점한 후, 지역 $i \in D$의 고객이 지역 $t \in S$에 위치할 경쟁사의 가상 설비를 이용하면 v_{it}=1, 그렇지 않으면 v_{it}=0로 표기되는 결정 변수. 본 문제의 가능해 영역은 v_{it}가 모두 0인 해로 나타난다.

이 모형의 목적은 순이익(이익－개설비용)을 최대화하는 것으로서 WRI 선점형 경쟁입지 모형은 다음과 같이 수식화된다.

$$Maximize\ Z = \sum_{i \in D}\sum_{j \in S}(p-c_j)w_i x_{ij} - \sum_{j \in S} y_j f_j$$

Subject to

(1) $\sum_{j \in S} x_{ij} = 1 \qquad i \in D$

(2) $y_l d_{ij} \le d_{il}x_{ij} + (1-x_{ij})M \qquad i \in D\,;\ j \neq l \in S$

(3) $x_{ij} \le y_j \qquad i \in D\,;\ j \in S$

(4) $\sum_{i \in D}(p-c_j)w_i x_{ij} - f_j y_j \ge 0 \qquad j \in S$

(5) $y_j d_{it} \le d_{ij}v_{it} + (1-v_{it})M \qquad i \in D,\ j \neq t \in S$

(6) $y_j + v_{ij} \le 1 \qquad j \in S$

(7) $\sum_{t \in S} v_{it} \ge k_{ij}x_{ij} \qquad i \in D,\ j \neq t \in S$

(8) $\sum_{i \in D}(p-c_t)w_i v_{it} - f_t - My_t < 0 \quad j \neq t \in S$

(9) $x_{ij} \in \{0, 1\},\quad y_j \in \{0, 1\},\quad v_{it}\ \{0, 1\}$

위 모형에서 M은 큰수를 나타낸다. 제약식 (1), (2), (3)은 고객은 그로부터 가장 가까이 개설되어 있는 단 하나의 설비로부터 서비스를 받는다는 조건을 표시한다. 제약식 (2)를 보충 설명하면 x_{ij}=0은 항상 이 제약식을 만족하나, 제약식 (1)로 인해 하나의 j에 한하여 x_{ij}=1이 된다. 그러나 이러한 지역 j가 선택되면 제약식 (2)에 의해 i에서 j보다 가까운 곳에는 동맹사의 설비가 놓이지 않게 된다 ($y_l\, d_{ij} \le d_{il}$). 제약식 (4)는 개설되는 동맹사의 신 설비들은 모두 순손실을 내지 않아야 한다는 조건을 나타내며, 제약식 (5), (6), (7), (8)은 경쟁사가 동맹사 설비 위치를 제외한 어느 곳에 새로운 설비를 설치할 경우에도 순이익을 얻을 수 없어야 한다는 조건을 수식화하고 있다. 즉, 제약식 (5)는 동맹사가 시장을 선점한 후, 지역 i의 고객은 지역 t에 위치한 경쟁사의 가상 설비가 지역 j의 동맹사 설비보다 가까우면 t에 위치한 경쟁사의 가상 설비를 이용하게 하며, 제약식 (6)은 동맹사와 경쟁사가 동일한 지역에 설비를 설치하지 않게 하고, 제약식 (7)은 지역 i의 고객이 지역 j에 신설되는 동맹사 설비로부터 서비스를 받으면 (x_{ij}=1) 지역 i의 고객은 j보다

가까운 곳에 위치한 경쟁사의 가상의 설비로부터 서비스를 받게 함을 나타낸다. 마지막으로 제약식 (8)은 동맹사가 설치하지 않은 지역에 경쟁사가 설비를 설치하여 얻을 수 있는 기회이윤은 설비의 설치 비용보다 작아 순손실을 초래하게 만든다. 만약 동맹사가 이미 지역 t에 설비를 선점하여 설치하면 제약식 (8)은 중복 제약식(redundant constraint)이 된다.

위의 정수계획 모형에서 고객은 가장 가까운 설비를 이용한다는 조건을 기존의 모형과는 달리 보조집합 C_{ij}를 사용하지 않고 제약식 (2)와 (5) 그리고 (7)로 나타내고 있다. 이와 같이 제약식으로 최단거리 서비스 조건을 처리하는 수식화 접근방식의 장점은 좀더 복잡한 모형에서 분명하게 나타난다. 하나의 예로서, 위에서 설명한 선점형 경쟁 입지 모형의 기본조건에 경쟁사의 가상 설비가 동맹사의 최소 이윤을 내는 설비보다 이윤이 작은 경우(Strongly Viable)를 허용하는 SRI 선점형 경쟁 입지 모형의 경우를 보면, Dobson과 Karmarkar는 보조집합을 사용하여 w_{iij}라는 3개의 첨자를 갖는 결정변수를 새로이 정의하였다. 그러나 본 수식화 방법에 의하면 별도의 결정변수에 대한 정의가 없이 다음과 같은 수식을 위의 모형에 첨가시켜 주면 된다.

$$
(10)\quad \sum_{i\in D}(p-c_t)w_i v_{it}-f_t-My_t < \sum_{i\in D}(p-c_j)w_i x_{ij}\delta^i_{tj}-f_j+M(1-y_j)
$$
$$
j\in S,\ t\in S,\ j\neq t.
$$

여기에서, $d_{it}\geq d_{ij}$ 이면 $\delta^i_{tj}=1$ 이고 $d_{it}<d_{ij}$ 이면 $\delta^i_{tj}=0$ 이다. 식 (10)은 동맹사가 지역 j에 신 설비를 설치하고 지역 t에는 설치하지 않은 경우에만 유효한 부등식으로 남게 된다. 이외에 WRJ와 SRJ 선점형 경쟁 입지 모형도 위와 유사한 과정으로 쉽게 수식화할 수 있다.

3. 최적 안정집합 (stable set)을 찾기 위한 혼합형 유전해법

위에서 제시된 정수계획 모형의 가능해를 안정집합(stable set)이라 하며, 본 연구에서는 이 정수계획 문제의 최적 안정집합 또는 근사 최적 안정집합을 짧은 시간에 찾고자 유전해법을 개발한다. 즉, 생존성을 만족하는, 안정집합 가운데 목적함수를 최대화하는 새로운 설비의 설치 위치와 수를 결정하기 위하여 발견적해법(heuristic)인 유전해법을 개발한다. 유전해법은 Holland[8]에 의하여 개발된 해법으로 자연계의 진화 과정을 지배하는 적자 생존의 원리 및 유전 정보의 교환에 의한 세대 교체의 원리를 이용한 적응탐색 방법이다.

일반적으로 유전해법은 모집단에서 부모해를 선발하고 그들에게 복제(reproduction), 교차(crossover), 그리고 돌연변이(mutation)로 나타나는 연산자를 적용하여 연차적으로 차후세대 해집단의 적합도를 높이는 (최대화 문제의 경우) 전략을 사용하고 있다[5]. 본 논문에서 제안하는 유전해법은 이러한 기본 유전해법과 그 기본 개념은 같이하나 이보다 월등히 우수한 성능을 보이는 진화 전략(evolution strategy)[13] 가운데 $(\mu+\lambda)$전략을 사용한다. 즉, μ개의 부모해로부터 λ개의 자손해를 생성하여 $(\mu+\lambda)$개의 유전자 중에 μ개를 선정하여 다음 세대로 정한다. 이러

한 유전자 생성과 선정 과정에서 본 논문에서 제안하는 유전해법은 다수의 유전연산자(genetic operator)를 동시에 사용하며 변형된 엘리트주의 및 엘리트군[1]을 이용하는 혼합형 유전해법(HGA: Hybrid Genetic Algorithm)이다.

앞으로 편의상 고객의 위치와 설비의 설치가 가능한 지역을 동일($D=S$)하게 취급하기로 한다. 이러한 가정은 아래 해법절차의 일반성에 아무런 영향을 주지 않는다.

유전자(chromosome)의 표현

각 세대를 형성하는 유전자는 제약식 (4)와 (8)을 이완한 문제의 가능해로 나타낸다. 이러한 유전자의 표기는 각 지역의 고객에게 서비스를 제공하는 설비의 지역 번호로 구성된 정수 문자열로 한다. 예를 들어 10개의 설비 후보지 가운데 지역 1, 2, 3 및 9에 설비를 설치한다면($y_1=y_2=y_3=y_9=1$) 이를 아래와 같이 나타낼 수 있고, 이 경우 각 지역의 고객들은 그들에게 가장 가까이 위치한 설비로부터 서비스를 받는다. 즉, 아래 예의 경우 지역 4는 지역 3의 설비가 가장 가까워서 이로부터 서비스를 받음을 나타낸다. ($x_{43}=1$).

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 → 고객 지역 번호

1 2 3 3 3 2 1 2 9 9 → 정수문자열로 표현된 유전자

이와 같이 정수숫자 열을 사용한 유전자의 표현은 비동질 상호교차(guaranteed average crossover, arithmetical crossover) 등 다양한 연산자를 사용할 수 있게 한다.

복제 및 교차를 통한 자손의 생성

초기 세대에서의 복제를 위한 부모 선발은 유전자의 적합도에 근거한 추계적 복원 샘플링(stochastic sampling with replacement)을 사용하고, 그 이후 세대부터는 적합도와는 무관하게 모든 부모가 확정적으로 균등하게 복제된다. 이러한 균등 복제는 현세대의 우수 유전자를 보존하는 효과를 가져온다. 또한, 균등 복제로 인해 위배되는 적자 생존의 원칙은 이후 엘리티즘에 의해 유지된다. 자손의 생성은 임의 교배(random mating)를 적용한다.

상호교차 연산자로는, 각 부분군을 상호 교차하되 해당되는 부분이 각 열의 첫 위치에 자리하는 변형된 부분대응 상호교차(MPMX: modified partially matched crossover), 각각 하나의 자리를 3-4개씩 상호 교차하는 변형된 상호교차(MX: modified crossover), 임의의 각 부분군을 선형결합(linear combination)하여 교차시키는 산술(평균) 상호교차(ARIX: arithmetic crossover)의 3가지를 사용한다. 이와 같은 교차 연산자들은 Luchian 등[12]과 같이 95%의 상호교차확률(crossover probability)에 따라 유전자 재조합에 사용되며 산술 상호교차 50%, 부분상호교차 30%, 변형된 상호교차는 20%의 비율로 적용한다. 또한 50%의 돌연변이 확률(mutation probability)로 두 지점이 변경되는 두점 돌연변이(two point mutation)를 사용한다.

교차 및 두점 돌연변이 연산자를 적용하고 난 후에 생성된 유전자는 제약식 (2), (4), (5), (8)을 모두 위반할 경우가 대부분이다. 그러므로 이들 제약식을 위반하는 유전자는 최단거리 서비스를 나타내는 제약식 (2)와 (5)를 만족시키도록 복구한다.

벌점함수(penalty function)의 적용

제약식 (4)와 (8)을 만족하는 최종해를 구하기 위해서 매 세대마다 다음과 같은 벌점함수를 이용하여 이들 제약식의 위반 정도를 적합도 계산시에 반영한다.

가. 제약식 8의 위반에 대한 벌점

주어진 유전자에 대해 경쟁사가 최적의 위치에 가상 설비 하나를 개설하여 얻을 수 있는 최대 순이익(이익-개설비용)이 음수이면 이 유전자로 표현되는 해는 제약식 (8)을 충족시킨다. 따라서, 최대 순이익이 양수인 경우에만 벌점으로 $k_1 * Pc$ 만큼을 주어진 유전자의 적합도에서 감한다. 여기에서, k_1은 주어진 상수이고 Pc는 양수로서 경쟁사 설비의 최대 순이익을 나타낸다.

나. 제약식 4의 위반에 대한 벌점

주어진 유전자로 표현되는 동맹사의 설비 입지 결정에 대한 대응으로 경쟁사가 하나의 설비를 그들의 입장에서 최적의 위치에 설치하면 이로 인해 개설될 동맹사의 설비들 가운데순이익을 내지 못하는 설비가 있을 수 있다. 즉, 이 경우 제약식 (4)가 위반된다. 이때, 동맹사의 개설될 설비 중 순이익을 내지 못하는 설비들의 순손실의 합을 Pa라 하면 제약식 (4)를 위반하는 유전자에게는 $k_2 * Pa$ 만큼의 벌점을 부여한다.

제약식 (4)와 (8)을 위반하는 유전자에 대하여 위와 같은 양수의 벌점을 부여함으로써 이러한 유전자의 목적함수값(적합도)을 감소시킨다. 이때 벌점 (가)와 (나)는 서로 상반되는 관계에 있으므로 (가)의 벌점에 대한 상수 k_1은 작게 하고, (나)의 벌점에 대한 상수 k_2는 크게 하면 둘 중 하나의 벌점은 조기에 "0"이 되므로 보다 효율적으로 안정된 집합을 찾을 수 있다.

엘리티즘과 엘리트군의 적용

지역해에 머무를 가능성을 감소시키고 최종해로의 수렴 속도도 증가시키기 위하여 David와 Frenzen[1]이 연구한 방법을 개선한 엘리트군 및 엘리트주의를 다음과 같이 적용한다. 상호교차와 돌연변이 연산자를 적용할 때 연산자 적용전의 개체집단과 연산자 적용 후 새로이 생성된 개체집단을 합한 합집단을 형성하고 이에 속한 유전자의 적합도를 구한다. 이때, 유전자의 적합도는 그 유전자에 해당하는 목적함수 값에 제약식 (4)와 (8)을 위반하는 정도를 나타내는, 위에서 설명한 벌점 함수값을 합한 수치로 표시한다. 적합도 순서에 따라 합집단을 몇 개의 군(group)으로 구분한 후, 최상위 엘리트군은 모두 선택하고, 나머지 군에서는 각각 정해진 비율에 따라 임의로 선발하여 매 세대에 유전자수를 동일하게 유지한다. 몇 개의 군으로의 구분은 유전자의 다양성을 유지하며 엘리티즘을 동시에 수용하기 위하여 필요하다. 본 논문의 실험에서는 4개의 군이 사용되었다.

상호교차와 돌연변이를 거쳐 선발된 유전자들 가운데 적합도 순위 상위 25%를 선택하여 이를 각 4회씩 1자리에서 3자리까지 동시에 층화된 돌연변이(stratified mutation)를 적용해서 새로운 유전자를 생성한다. 층화된 돌연변이 전 후의 유전자 집단에 위의 과정과 동일하게 적합도를 기준으로 엘리티즘을 적용하여 다음 세대의 부모해 집단을 선발한다.

중지 규칙

일정한 숫자의 세대가 경과한 후 또는 몇 세대 동안에 해의 개선이 없을 때 중지한다.

이상의 혼합형 유전해법의 절차는 그림 1과 같이 축약된다.

혼합형 유전해법의 절차

시작
  초기 유전자 집단 P(0) 생성;
  적합도 평가 및 추계적 복원 표본 추출에 의한 개체 생성;
  이 개체집단을 P(0)로 함;
  t=0
  반복
    단계 1
      ■ P(t)에 상호교차를 적용하여 μ개의 개체 생성;
      ■ 모집단과 생성된 개체로 이루어진 집단으로부터 엘리티즘을 사용하여 μ개의 유전자 선택;
    단계 2
      ■ 단계 1에서 선택된 μ개의 유전자에 돌연변이 적용;
      ■ 단계 1에서 선택된 μ개의 유전자와 새로이 생성된 개체로 이루어진 집단으로부터 엘리티즘을 사용하여 μ개의 유전자 선택;
    단계 3
      ■ 단계 2에서 선택된 μ개의 유전자중 상위 25% 집단에 충화된 돌연변이를 적용하여 μ개의 개체 생성;
      ■ 단계 1에서 선택된 μ개의 유전자와 새로이 생성된 개체로 이루어진 집단으로부터 엘리티즘을 사용하여 μ개의 유전자 선택;
    t=t+1
  계속(종료 조건)
끝

그림 1. 혼합형 유전해법의 절차

예제 문제와 유전자의 진화 과정

그림 2에 나타난 위치들로 표현되는 문제의 이익 데이터는 표 1과 같다. 이 문제에서 설치비용은 f_j=500로, 모든 후보지가 동일한 설치비용을 갖는다. 그림 2는 또한 이 문제의 안정 및 비안정집합을 나타내고 있다. 그림 2에서 동맹사가 F, G, J에 설비를 개설하여 시장을 선점하면 추후 경쟁사가 E에 새 설비를 개설하여 순이익을 얻을 수 있다. 이 경우 동맹사 설비 J는 순이익을 내지 못하므로 F, G, J는 제약식 (4)와 (8)을 동시에 위반하는 비안정집합이다. 그러나 E, F, G에 개설할 경우, 경쟁사는 이들 위치를 제외한 어느 곳에 설비를 개설하더라도 순이익을 얻을 수 없으며, 개설된 동맹사는 모두 순이익을 얻으므로 이는 안정집합이다

이 문제가 갖는 안정집합의 수는 모두 4개

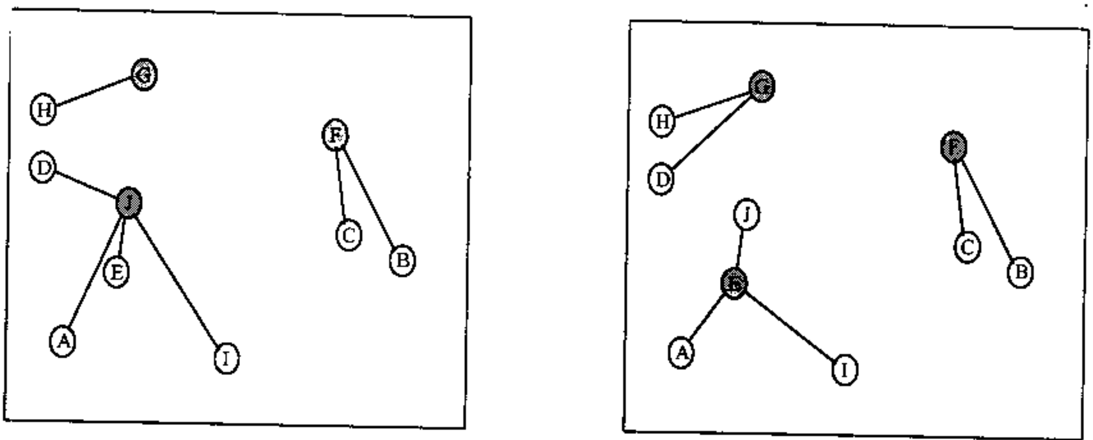
표 1. 이익 데이터

설비 후보지	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	550	110	68	92	299	561	216	196	84
B	288	55	100	187	230	23	612	216	490	105
C	64	440	100	187	138	230	357	288	98	189
D	320	385	70	187	184	0	510	72	196	336
E	160	440	0	153	276	23	612	432	196	147
F	288	660	50	136	138	253	357	180	245	126
G	448	660	50	68	184	322	408	360	539	147
H	320	385	40	170	23	253	357	180	490	0
I	256	110	100	187	299	253	357	216	0	147
J	352	770	60	34	138	138	765	360	686	63

로 B,E,G(1409), B,E,H(1072), E,F,G(760), E,F,H(423)이며, 개발된 유전해법은 38세대에서 최적해값 1,409를 갖는 최적 안정집합인 B,E,G에 도달한다. 세대수에 따른 세대별 최적 유전자의 변화 과정은 표 2와 같다.

4. 선점형 경쟁 입지 모형을 위한 유전해법의 성능

본 연구에서는 3절에서 개발된 혼합형 유전해법의 효율성을 다음과 같이 시험하여 보았다. 먼저 선점형 경쟁 입지 문제를 임의로 생성한 후에 Dobson과 Karmarkar가 제안한 방법인 분지 및 소거 규칙을 이용한 해법(D&K로 표기됨)과 유전해법을 각각 적용하여 비교하여 보았다. 임의의 문제 생성 방법은 그들이 사용한 확률 분포와 계수를 이용하였다. 즉, U(a,b)를 a에서 b까지의 값을 취하는 구형분포라고 할 때 $p \sim U(30,40)$, $c_j \sim U(22,32)$, 가중치 $w_j \sim U(10,100)$, $f_j \sim U(500,1000)$로 하였다. 이러한 데이터를 이용하여 설비 후보지 수가 10, 20, 30, 40인 문제를 각기 다른 난수를 사용하여 동일 후보지 개수당 다섯 문제씩 총 20문제를 생성하였다. 모든 계산은 586 Pentium PC 100 MHz를 사용하였으며 이들 문제를 유전해법과 분지 및 소거규칙을 이용하여 풀이한 효율을 비교하면 표 3과 같



비안정집합(FGJ) 안정집합(EFG)

그림 2. 예제 문제와 안정 및 비안정집합

표 2. 세대수와 해의 변화 과정

구분 / 세대수	① 세대원 중 최대적합도를 갖는 유전자	② 설비 위치	③ 생존가능 벌점 (경쟁사)	④ 생존가능 벌점 (동맹사)	⑤ 벌점을 고려한 순이익 (⑦-③-④)	⑥ 설치 비용	⑦ 이익	⑧ 순이익 (⑦-⑥) (적합도)
1	ECCEECGGIE	CEGI	0	375	-670	2000	1705	-295
4	AFFHEFHHEE	AEFH	0	250	-419	2000	1831	-169
6	EFFDEFHHEE	DEFH	0	156	-118	2000	2038	38
8	EBBJEBGJEJ	BEGJ	0	96	533	2000	2629	629
12	EBBDEBGDEE	BDEG	0	117	608	2000	2725	725
24	EFFEEFGGEE	EFG	0	0	760	1500	2260	760
36	EBBHEBHHEE	BEH	0	0	1072	1500	2572	1072
38	EBBEEBGGEE	BEG	0	0	1409	1500	2909	1409

표 3. 컴퓨터 계산 실험의 결과

문제	D&K 시간 (초)	최적해	최초 최대해 도달 세대수											각문제당 총세대수	세대당 평균수행 시간(초)
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	최초해도달 평균세대수		
10.1	0.00	5122	2	2	2	2	8	2	4	3	2	2	2.9	100	0.30
10.2	0.00	4115	9	2	1	2	3	1	3	3	5	2	3.1	100	0.30
10.3	0.05	3800	17	2	1	1	3	1	6	16	3	5	5.5	100	0.31
10.4	0.00	3114	9	3	3	1	1	1	3	2	1	2	2.6	100	0.31
10.5	0.00	3261	19	17	13	39	14	29	16	42	59	32	27.9	100	0.32
평균	0.01												8.4		0.32
20.1	5.82	6404	4	4	12	27	6	14	5	3	4	14	9.3	200	1.03
20.2	0.33	8036	12	23	6	5	13	17	20	4	12	10	12.2	200	1.13
20.3	0.99	6625	8	7	11	5	7	6	4	10	6	5	6.9	200	1.06
20.4	0.55	4950	15	30	4	27	16	14	12	27	11	28	18.4	200	1.12
20.5	9.28	5639	11	16	50	39	24	36	11	13	12	11	22.3	200	1.04
평균	3.39												13.8		1.08
30.1	18.57	9731	15	51	59	19	14	-[5)]	-	-	19	-	29.5	300	3.11
30.2	214.15	11237	21	33	27	79	24	25	33	35	36	47	36.0	300	2.97
30.3	66.63	7446	13	12	21	30	13	27	26	47	14	17	22.0	300	3.06
30.4	4.01	11760	33	39	11	12	49	15	17	14	13	23	22.6	300	3.01
30.5	69.59	8436	14	13	27	32	13	15	32	37	19	23	22.5	300	2.97
평균	74.59												26.5		3.02
40.1	*[1)]	13826(G)[3)]	31	(19)[4)]	5	313	(41)	(89)	46	108	42	22	76.5	400	6.62
40.2	*	14032(G)	248	66	80	(73)	(83)	(44)	117	-	50	331	121.3	400	6.39
40.3	*	12202(G)	15	17	20	31	24	13	-	-	13	10	17.8	400	6.81
40.4	7.96[2)]	14059(G)	12	37	-	15	10	15	17	-	12	33	18.8	400	6.16
40.5	1690.77	13826	-	60	54	37	319	34	198	93	132	50	108.5	400	6.73
평균													68.5		6.57

1) D&K는 12시간이 지나도록 가능해를 찾지 못함.
2) D&K가 12시간후 찾은 최대값은 알고리즘 시작 후 7.96초만에 찾은 11669임.
3) GA에 의해 구해진 최대해.
4) GA는 가능해를 찾으나 알려진 최대값에 못미침.
5) GA는 가능해를 찾지 못함.

다.

표 3에서 각 행에 표기된 유전해법의 결과는 동일한 문제에 서로 다른 임의의 10개의 초기 유전자 집단을 생성하여 각 집단에 적용할 때 최초로 최대값에 도달하는 세대수를 나타낸다. 표3을 보면 후보지수가 비교적 적은 경우(10, 20)에 분지 및 소거규칙에 의한 해법은 최적해에 빠르게 도달하나, 후보지수가 늘어나면(30, 40) 그 알고리듬의 수행도가 매우 불안정함을 알 수 있다. 특히, 후보지수가 40개인 경우에는 두 가지 경우를 제외하고는 12시간이 지나도록 가능해조차 구하지 못하였으며 문제 40.4의 경우 12시간 후에 얻어진 가장 좋은해가 알고리즘 시작 후 7.96초만에 얻은 해로 유전해법이 제공하는 값보다 20% 열등한 해를 제공하고 있다. 이는 분지 및 소거 규칙에 의한 해법이 깊이우선탐색(Depth First Search)을 사용하므로 첫번째 분지에서 안정집합을 발견하지 못할 경우에 최적해는 구하기가 매우 어려움을 알 수 있다. 반면, 개발된 유전해법은 최적해를 입증할 수 있는 경우, 즉 Dobson과 Karmarkar의 분지 및 소거 알고리즘이 최적해를 찾는 경우에는 모든 크기의 문제에서 최적해를 찾아내었고, 그들의 알고리즘이 최적해는 물론 한 개의 안정집합도 찾지 못할 때에도 여러 개의 안정집합을 생성하며 좋은 해를 찾는 경우가 많았다. 또한, 최적해 및 근사 최적해에 도달하는 시간을 살펴보면 문제의 크기, 즉 설비 후보지수가 10에서 10단위씩 증가할수록 분지 및 소거 규칙에 의한 알고리즘은 기하급수적으로 증가하지만, HGA는 2.69, 14.91, 80.2, 450.08초로 문제의 규모에 비하여 시간이 많이 증가하지 않음을 알 수 있다.

5. 결 론

목적식이 거리의 함수로 표현되지 못하거나 또는 거리의 함수로 표현될지라도 최대화 문제인 경우에는 고객은 최단거리의 설비를 이용한다는 조건을 제약식을 통해 구체적으로 표현하여야만 한다. 본 연구는 Dobson과 Karmarkar가 제시한 선점형 경쟁적 설비 입지 모형을 통해 이러한 조건을 수식화하는 과정에서 구체적인 제약식으로 나타내는 방식을 제시하고, 또한 유전해법이 경쟁적 입지모형에 효율적으로 적용될 수 있음을 보였다. 앞으로 연관된 연구과제로는 선점형 경쟁적 입지 모형에 기존의 설비를 동맹사와 경쟁사가 동시에 갖고 있는 시장상황 및 예산과 경쟁사의 설비 확장계획을 함께 고려한 동맹사의 설비 확장 문제로 좀더 일반화된 모형을 생각해 볼 수 있겠다.

참 고 문 헌

[1] David, J. and J. Frenzen, "Training Product Units Neural Networks with Genetic Algorithms," *IEEE Expert*, (1993), 26-33.

[2] Dobson, G. and U. S. Karmarkar, "Competitive Location on a Network," *Operations Research*, 35(1987), 467-486.

[3] Eaton, B. C. and R. Lipsey, "The Principle of Minimum Differentiation Reconsidered: Some New Developments in the Theory of Spatial Competition," *Rev. Econ. Studies*. 42(1975), 27-50.

[4] Eiselt, H. A. and G. Laporte, "Locational Equilibrium of Two Facilities on a Tree,"

Recherche Operationnelle/Operations Research, 25(1991), 5-18.

[5] Goldberg, D. E., *Genetic Algorithm in Search Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, (1989), 21-22.

[6] Hakimi, S. L., "On Locating New Facilities in a Competitive Environment," *European Journal of Operational Research*, 12(1983), 29-35.

[7] Hansen, P., J. F. Thisse and R. W. Wendell, "Equilibrium Analysis for Voting and Competitive Location Problems," *Discrete Location Theory*, John Wiley, New York, (1990).

[8] Holland, J. H., "Genetic Algorithms and The Optimal Allocations of Trials," *SIAM Journal of Computing*, 2(1973), 88-105.

[9] Hotelling, H., "Stability in Competition," *Economic Journal*, 39(1929), 41-57.

[10] Lederer, P. J., "Duopoly Competition in Networks," *Annals of Operations Research*, 6(1986), 99-109.

[11] Lederer, P. J. and J. F. Thisse, "Competitive Location on Networks Under Delivered Pricing," *Operations Research Letters*, 9(1990), 147-153.

[12] Luchian, S., H. Luchian and M. Petriuc, "Evolutionary Automated Classification," *Proceedings of The First IEEE Conference on Evolution Computation*, 2(1994), 585-588.

[13] Schwefel, H. P., "Evolution Strategics: A Family of Non-Linear Optimization Techniques Based on Imitating Some Principles of Organic Evolution," *Annals of Operations Research*, 1(1984), 165-167.

[14] Wendell, R. E. and R. D. McKelvey, "New Perspectives in Competitive Location Theory," *European Journal of Operational Research*, 6(1981), 174-182.

96년 10월 최초 접수, 97년 2월 최종 수정