Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.23, No.2, June, 1997

품질 불량을 고려한 최적 검사계획 및 생산시간 결정*

An Optimal Production Cycle and Inspection Schedules in A Deteriorating Machine

김창현** · 홍유신***

Chang Hyun Kim** · Yushin Hong***

Abstract

This paper presents an EMQ model which determines an optimal production cycle and inspection schedules simultaneously in a deteriorating machine. It is assumed that a machine is subject to a random deterioration from an in-control state to an out-of-control state and thus producing some proportion of defective items. Optimal solutions and minimum average cost as well as some unique properties are derived. Numerical experiments are carried out to examine the behavior of the proposed model and compare the proposed model to the existing models. Several mistakes in the previous research are found and discussed.

1. 서 론

제조조건이 비슷하거나 유사한 가공공정을 거쳐 제품을 생산하는 경우, 또는 반도체 공정에서와 같이 제조공정상 경제적인 효율성을 고려하여 개별적인 생산보다 로트 편성에 의한 배취생산을 하는 것이 유리할 경우 최적 생산량의 결정은 매우 중요하다. 예전과는 달리 최근 각 기업에서는 유연생산시스템(FMS) 도입을 주 내용으로 하여 공장자동화 더 나아가서는 통합생산시스템 (CIM) 구축에 주력하고 있다. 유연생산시스템은 다품종 소량 생산체제하에서 널리 활용되고 있는데, 도입초기에는 많은 사람들이 유연 생산시스템하에서 이제는 더 이상 배취 생산을 할 필요가 없어졌다고 생각하였다. 그러나 다품종을

* 본 연구는 포항공과대학교 개발과제(96M021) 연구비 지원에 의하여 수행되었음.
** 포스코 경영연구소 경영컨설팅본부
*** 포항공과대학교 산업공학과

생산할 경우 전혀 성격이 다른 품종은 생산 준비과정을 별도로 필요하기 때문에 유연 생산시스템하에서 조차 역시 배취로 생산하는 경우가 경제적일 경우가 많다.

단일 기계로 구성된 배취 (batch) 생산 시스템하에서의 경제적인 생산량 결정에 관한 여러 연구들이 과거 수많은 저자들에 의해 진행되어져 왔다. 그 가운데 아직까지 널리 연구되고 있는 주제중의 하나는 고전적인 경제적 생산량 (Economic Manufacturing Quantity) 결정 모형을 현실의 여러가지 상황을 고려한 실제 문제로 확장하는 내용일 것이다 (Hax and Candea [6], Silver and Peterson [13]). 그러나 운용되고 있는 생산시스템이 불완전한 경우의 경제적 생산량 결정에 관한 연구는 그다지 폭 넓게 진행되지 못했다. 이 주제에 대한 최근의 연구 방향을 살펴보면, 다음과 같이 크게 두 가지 내용으로 대별할 수 있다. 첫번째 방향은 생산 과정 도중의 어느 시점에 생산과정 자체에 불완전성이 존재하여 불량품을 생산하게 되고, 이에 따라 수율 또한 떨어지게 되는 경우에서의 경제적 생산량 결정에 관한 연구이며, 두번째 방향은 생산시스템 그 자체의 불완전성으로 인하여 생산 과정 도중에 고장이 발생하여 이를 수리하여야만 다시 생산을 시작할 수 있는 경우에서의 경제적 생산량 결정에 관한 연구이다.

첫번째 연구 방향에 대한 연구 결과로 Rosenblatt and Lee [12]는 고전적인 EMQ 모형을 확장하여 생산 과정이 진행됨에 따라 기계가 성능이 점차 퇴화하여 정상적인 가동상태 (in-control state) 에서 비정상적인 가동상태 (out-of-control state) 로 변하면, 생산 과정은 계속 진행되지만 일정 비율만큼 불량품을 생산한다고 가정할 때의 EMQ 모형을 발표하였다. 그들은 기계가 정상 상태로 가동하는 시간이 지수분포를 따를 때의 평균비용을 도출하였으며, 비용함수를 대략화(approximation)시켜 닫힌 형태 (closed form)의 해를 유도하여 최적 생산시간이 고전적인 EMQ 모형의 최적 생산시간보다 짧다는 것을 보여주었다. 그 후 이들 [7]은 최적 생산량과 검사계획을 동시에 고려하는 모형을 발표하였는데, 기계가 지수 분포의 정상 가동상태의 간격을 가질 때, 기계의 비정상 가동상태를 검출하고자 하는 최적 검사계획은 등간격 (equally spaced period)을 가짐을 보여 주었다. 나아가 이들 [8]은 비정상적으로 가동중인 기계의 복구비용이 비정상적인 가동상태로 부터 검사 후 수리하기까지의 지연시간에 비례하는 경우에 최적 생산계획 및 검사계획을 동시에 결정하는 모형을 발표하였다. Rosenblatt and Lee [7, 12]의 모형들을 기본으로 하여 현실적인 조건을 부가한 일련의 연구들이 있었다. 김 창현 등[2]은 Rosenblatt and Lee [12]모형을 일반화하여 정상 가동시간이 임의의 일반 분포를 가질때 Rosenblatt and Lee [12]와는 달리 비용함수를 대략화시키지 않고 원래 비용함수에 대한 최적 생산시간을 도출하고, 그 때의 최소 비용을 명시적으로 나타내었다. 특히 Rosenblatt and Lee [12]가 비용함수를 대략화함으로써 발생된 근사해의 오류 및 문제점을 발견하였으며, 수치실험을 통하여 그들의 오류를 확인하였다. Liou et al. [9]은 Lee and Rosenblatt [7]의 모형을 확장하여 생산과정 도중에 시행하는 공정검사에 1종 및 2종 오류가 존재하고, 정상 가동시간이 지수 및 와이블 분포를 따를 경

우에 최적 생산량과 검사계획을 결정하는 모형을 발표하였다. Rahim [11]은 생산 공정의 정상 가동상태 간격이 고장율 증가함수인 일반분포를 가지며, 주기적인 샘플링 검사로 생산공정의 가동상태를 검사하는 경우에 최적 생산량과 검사계획 및 관리도 설계안을 동시에 결정하는 재고문제와 품질문제의 혼합 모형을 발표하였다. Porteus [10]는 제품 한 단위 생산할 때마다 공정 상태가 비정상 가동상태로 변하는 확률이 일정하고, 일단 비정상적인 가동상태가 되면 해당 로트를 모두 생산할 때까지 이 상태가 지속되면서 불량품을 생산한다고 가정할 때, 최적 생산량을 구하는 모형을 제시하였다. 그는 로트 크기를 적게 하면 적게 할수록 불량품 생산비율이 떨어진다는 수율과 생산량과의 관계를 명시적으로 나타내었으며, 불량품 생산비율과 로트 크기를 줄임으로써 단위 시간당 비용을 줄이기 위한 투자방안도 함께 제시하였다. 그리고 최근에 Yano and Lee [14]는 첫번째 연구방향에 대한 제 문제를 포함, 생산량이나 구매량의 수율이 랜덤한 경우에 로트 크기를 정하는 문제에 대하여 광범위한 문헌 조사를 통한 survey 논문을 발표하여 연구 동향에 대한 흐름을 한 눈에 파악할 수 있게 하였다.

두번째 연구 방향에 대한 연구 결과로는 Groenevelt et al.[4]이 기계가 불완전하여 고장이 일어날 수 있으며 지수분포의 수명을 가질 때, 수리시간을 필요로 하지 않을 경우에서의 EMQ모형을 발표하여 고전적인 EMQ 모형과는 다른 여러 특성들을 보여 주었다. 또한, 그들의 또 다른 논문[5]에서는 보유 재고를 운영재고(running stock)와 안전재고로 구분한 후 생산되는 제품의 일정 비율 만큼씩 각각의 재고로 나누어 생산하고, 기계의 수명이 지수분포를 가지며, 수리시간이 임의의 분포를 가질 때 일정한 service level을 만족시켜 주는 EMQ모형을 대기이론을 적용하여 제시하였다. 김 창현 등[1]은 Groenevelt et al. [4]의 모형을 일반화하여 기계 수명의 고장율이 단조적 형태의 고장율 함수를 갖거나 욕조형태의 고장율 함수를 갖는 일반분포를 따를 때 경제적인 생산량 결정에 관한 문제를 제시하여, 기계의 수명분포에 따른 수리비용의 최적 생산량에 대한 영향도를 수리적으로 명시하였으며, 수리비용의 변화에 따른 최적 생산량의 대소관계 및 EMQ와의 관계에 대해서도 살펴보았다. 이 창환 [3]은 위에 서술된 두가지 불안전성을 모두 고려하여 불량품 생산과 기계 고장을 일으키는 생산시스템의 생산 및 품질 정책을 분석하였다.

본 연구는 Lee and Rosenblatt [7]의 모형에서 최적 검사회수와 생산시간을 구하는 과정을 개선한 것으로서 비용함수의 근사화에 의한 해가 아닌 원래 비용함수에 대한 최적해를 도출하였다. 연구 결과로서 제안된 모형에 대한 특성과 함께 최적 검사회수와 생산시간을 동시에 구하는 알고리듬을 제시하였고, 근사해와 최적해를 비교하여 그 차이에 대해 살펴보았다.

본 논문의 구성은 2절에서는 수리모형을 위한 가정 및 전제조건을 설명하고 모형에 대한 수식화, 해의 결정 및 모형의 특성에 대해 다루었으며, 3절에서는 본 모형의 행태를 살펴보기 위하여 수치실험 결과를 제시하였다. 최종 결론과 함께 향후 연구방향에 대하여는 4절에 기술되어 있다.

2. 수리모형

본 논문에 제시된 수리모형은 아래와 같은 가정하에서 개발되었다.

- 생산시스템은 하나의 기계로 구성되어 있고, 단일 품목을 생산한다.
- 생산율과 수요율은 일정하며, 연속적으로 발생된다.
- 부재고(shortage)는 고려하지 않는다.
- 기계는 생산과정이 진행됨에 따라 정상 가동상태에서 비정상 가동상태로 변할 수 있다.
- 기계의 상태를 감시하기 위하여 생산과정 중에 $n(n \geq 1)$번의 검사를 시행한다. 검사에 의하여 기계가 비정상 가동상태임이 발견되었을 때는 반드시 수리를 통하여 정상 가동상태로 복구시킨다.
- 일단 기계가 비정상 가동상태가 되면 검사에 의하여 발견될 때까지 계속 비정상 가동상태에 있다. 기계를 정상 상태로 수리하는 데 소요되는 시간은 생산시간에 비하여 상대적으로 매우 적기 때문에 무시한다.
- 기계가 정상 가동상태일 때는 100% 양품만을 생산하며, 비정상 가동상태일 때는 일정 비율 만큼의 불량품을 생산한다.
- 기계의 정상 가동시간은 모수가 μ인 지수분포를 따른다.

수리모형의 개발에 앞서 이에 필요한 기계의 특성치를 포함한 관련 모수 및 비용치들을 아래와 같이 정의한다.

D : 수요율 (개/시간)

P : 생산율 (개/시간)

h : 재고 보유비용 (원/시간/개)

K : 생산 준비비용(원/회)

T' : 생산로트에 대한 생산 주기시간

T : 실제 로트 생산시간, $TP=T'D$

s : 불량품 생산에 따른 단위 손실비용 (원/개)

α : 비정상 가동상태에서의 불량품 생산 비율

v : 생산과정 도중의 검사비용 (원/회)

r : 기계 수리비용 (원/회)

n : 매 생산주기마다 시행되는 검사회수

위의 정의에서 불량품 생산에 따른 단위 손실비용 s는 재작업, 수리, 교환 또는 고객으로 부터의 신의 상실비용 등을 포함한 개념이다.

Lee and Rosenblatt [7]는 기계의 정상 가동시간이 지수분포를 따르고 생산시간이 매 Cycle마다 일정할 때, 생산시간 동안의 검사간격은 등간격 (equally spaced interval) 임을 증명하였다. 검사 간격이 등간격일 때 생산준비비용, 재고 보유비용 및 불량품 생산에 따른 비용을 고려한 단위시간당 평균비용을 $C(n, T)$ 라 하면, $C(n, T)$는 Lee and Rosenblatt [7]의 식 (5)에 제시된 바와 같이 아래의 식 (1)로 주어진다.

$$C(n,T)=\frac{KD}{PT}+\frac{h(P-D)T}{2}+s\alpha D + \frac{Dn}{PT}[v+(r-s\alpha P/\mu)\{1-\exp(-\mu T/n)\}] \quad (1)$$

본 논문에서는 $C(n, T)$를 최소화하는 최적 검사회수 n^*과 최적 생산시간 T^*을 구하는 것이다. 이 문제에서의 결정 변수는 두 개이므로 어느 한 쪽 값이 주어졌을 때, 평균비용을 최소화하는 다른 한쪽 값을 구하는 방법으로 접근하여 보자. 먼저, 검사회수 n이

주어졌을 때 $C(n, T)$를 최소화하는 최적 생산시간을 $T^*(n)$라 하면, $T^*(n)$는 $\partial C(n, T^*(n)) / \partial T = 0$를 만족하여야 한다. $q(T|n) = T^2[\partial C(n, T)/\partial T]$라 정의하면

$$q(T|n) = -\frac{KD}{P} + \frac{1}{2}h(P-D)T^2$$
$$-\frac{Dn}{P}\{(v+r-s\alpha P/\mu)$$
$$+(s\alpha P/\mu-r)(1+\frac{\mu T}{n})\exp(-\mu T/n)\} \quad (2)$$

가 된다. 함수 $q(T|n)$은 모든 T에 대하여 연속이며, $q(T|n)$의 양 극한치를 구하여 보면

$$\lim_{T\to 0^+} q(T|n) = -D(K+nv)/P < 0,$$
$$\lim_{T\to\infty} q(T|n) = \infty > 0 \quad (3)$$

가 되어 $q(T|n) = 0$를 만족하는 T가 적어도 한 개는 존재하게 되므로 $\partial C(n, T)/\partial T = 0$를 만족하는 해 역시 한 개 이상 존재함을 알 수 있으며, 아래 [정리 1] 에서 그 해가 유일함을 증명하였다.

[정리 1] (최적 생산시간의 유일성)

검사회수 n이 주어졌을 때 $\partial C(n, t)/\partial T = 0$을 만족하는 최적 생산시간 $T^*(n)$는 유일하며, 그 때의 평균비용은 식 (4)와 같이 주어진다.

$$C(n, T^*(n)) = h(P-D)T^*(n) + s\alpha D$$
$$-\frac{D(s\alpha P/\mu-r)\mu}{P}\exp(-\mu T^*(n)/n) \quad (4)$$

〈증명〉

식 (2)를 T에 대하여 미분하면

$$q'(T|n) = h(P-D)T + \frac{D(s\alpha P/\mu-r)}{Pn} \times$$
$$\mu^2 T\exp(-\mu T/n)$$

와 같이 주어지고 모든 시간 $T > 0$에 대하여 항상 $q'(T|n) > 0$이므로 $q(T|n)$는 단조 증가함수이며 식 (3)과 함께 $q(T|n) = 0$를 만족시키는 해 즉, $\partial C(n, T)/\partial T = 0$를 만족하는 해 $T^*(n)$는 유일함을 알 수 있다. 한편, 최적 생산시간에서의 평균비용은 $q(T|n) = 0$을 식 (1)에 대입하면 쉽게 명시적으로 유도된다. ■

[정리 1]에서 $q(T|n) = 0$을 만족하는 최적생산량 $T^*(n)$는 closed 형태로는 나타낼 수 없으나, Newton Raphson 방법과 같은 수치적 방법으로 간단히 구할 수 있다.

한편, 생산시간 T가 주어졌을 때 $C(n, T)$를 최소화하는 최적 검사회수를 $n^*(T)$라 하면, $n^*(T)$는 $\partial C(n^*(T), T)/\partial n = 0$를 만족한다. [정리 2]에서는 $C(n, T)$를 n에 대하여 편미분한 식 (5)를 통하여 $n^*(T)$와 비용모수와의 관계에 대해 보여주고 있다.

$$\frac{\partial C(n, T)}{\partial n} = \frac{D}{PT}\{(v+r-s\alpha P/\mu)$$
$$+(s\alpha P/\mu-r)(1+\frac{\mu T}{n})\exp(-\mu T/n)\} \quad (5)$$

[정리 2] (최적 검사회수와 비용모수와의 관계)

주어진 생산시간 T에 대하여

i) $s\alpha P/\mu \le r+v$이면 검사는 생산주기가 종료된 시점에서 1회만 시행하는 것이 최적이다.

ii) $s\alpha P/\mu > r+v$이면, 최적 검사회수 $n^*(T)$ ($n^*(T) \ge 1$)는 유일하며 그때의 평균비용은 식 (6)과 같이 주어진다.

$$C(n^*(T),T)=\frac{KD}{PT}+\frac{h(P-D)T}{2}+s\alpha D$$
$$-\frac{D(s\alpha P/\mu-r)\mu}{P}\exp(-\mu T/n^*(T)) \quad (6)$$

〈증명〉

i) $s\alpha P/\mu \le r+v$이면, 모든 생산시간 T에 대하여 항상 $\partial C(n,T)/\partial n > 0$이다. 따라서, n이 커짐에 따라 $C(n, T)$는 증가하게 되므로 생산주기가 종료된 시점에서 1회의 검사를 시행하는 것 , 즉 $n^*(T)=1$이 최적이다.

ii) $s\alpha P/\mu > r+v$이면,

$$\lim_{n\to 0^+}\frac{\partial C(n,T)}{\partial n}=\frac{D(v+r-s\alpha P/\mu)}{PT}<0,$$
$$\lim_{n\to\infty}\frac{\partial C(n,T)}{\partial n}=\frac{Dv}{PT}>0 \quad (7)$$

이 되고, $\partial^2 C(n,T)/\partial n^2$는 모든 n에 대하여 항상 양의 값을 가진다. 따라서 $\partial C(n,T)/\partial n$는 모든 n에 대하여 연속인 증가함수가 되어 $\partial C(n,T)/\partial n=0$을 만족하는 최적 검사회수 $n^*(T)$는 유일하며, $\partial C(n,T)/\partial n=0$를 식 (1)에 대입하면 식 (6)은 쉽게 유도된다. ■

한 번의 생산주기가 끝난후 검사를 통하여 기계가 비정상상태에 있음을 발견하였을 때 기계를 수리함으로써 다음 생산주기에서 절약될 수 있는 평균비용은 $Min\{s\alpha P/\mu,\ s\alpha PT^*\}$로 나타낼 수 있다. 따라서 식 (5)에서 $s\alpha P/\mu$는 한번의 검사 및 수리로 절약될 수 있는 최대 평균비용이 된다. 이에 따라, 검사비용과 수리비용의 합이 수리를 함으로써 절약될 수 있는 평균비용보다 크거나 같을 경우, 즉 $s\alpha P/\mu \le r+v$때에는 경제적인 관점에서 검사 및 수리의 필요성이 존재하지 않으나, 다만 다음 생산주기가 정상 가동상태에서 시작되도록 조치하는 의미만 갖는다. 이와는 달리 [정리 2]의 ii)에서와 같이 검사비용과 수리비용의 합이 수리를 통하여 절약될 수 있는 평균비용보다 적을 경우($s\alpha P/\mu > r+v$)에 한하여 최적 생산시간과 최적 검사회수를 결정하는 본 모형이 의미를 갖게 된다.

[정리 3] (주어진 생산시간과 최적 검사회수와의 관계)

주어진 생산시간 T가 증가함에 따라 $n^*(T)$는 T에 대하여 선형으로 증가한다.

〈증명〉

$n^*(T)$는 식 (5)에서 $\partial C(n^*(T),T)/\partial n=0$을 만족하므로 다음의 식 (8)을 만족한다.

$$(v+r-s\alpha P/\mu)+(s\alpha P/\mu-r)\times$$
$$(1+\frac{\mu T}{n^*(T)})\exp(-\mu T/n^*(T))=0 \quad (8)$$

식 (8)의 양변을 T로 미분하여 정리하면,

$$(s\alpha P/\mu-r)\frac{\mu^2T^2}{[n^*(T)]^3}\left(\frac{dn^*(T)}{dT}-\frac{n^*(T)}{T}\right)\times$$
$$\exp(-\mu T/n^*(T))=0$$

가 되어, $dn^*(T)/dT=n^*(T)/T>0$ 임을 쉽게 알 수 있으며, 다시 이 식을 미분하면 $d^2n^*(T)/dT^2=[T(dn^*(T)/dT)-n^*(T)]/T^2=0$이 됨에 따라 [정리 3]이 성립한다. ■

[정리 1]과 [정리 2]는 검사회수와 생산시간을 동시에 고려하지 않고, 어느 한 편의 값이 주어졌을 때 다른 한 편의 최적해를 구하는 지역적인 의미를 가지고 있다. 이제 최적 생산시간과 최적 검사회수를 동시에 고려하게 되면 [정리 4]가 성립함을 알수 있다.

[정리 4] (최적 생산시간)

본 모형에서의 최적 생산시간은 기계의 고장율과는 관계없이 기계의 상태 변화를 고려하지 않은 고전적인 EMQ 모형의 최적 생산시간인 $T^* = \sqrt{\frac{2KD}{P(P-D)h}}$로 주어진다.

〈증명〉

식 (6)을 T 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dT}C(n^*(T),T) = -\frac{KD}{PT^2}+h\frac{(P-D)}{2}-\frac{D(s\alpha P/\mu-r)\mu^2}{Pn^*(T)} \times \left(\frac{T}{n^*(T)}\frac{dn^*(T)}{dT}-1\right)\exp(-\mu T/n^*(T)) \quad (9)$$

이 된다. 식 (9)에 [정리 3]으로 부터의 결과인 $dn^*(T)/dT = n^*(T)/T$를 대입하면 $C'(n^*(T),T) = -\frac{KD}{PT^2}+\frac{1}{2}h(P-D)$가 된다. 따라서 $C'(n^*(T),T)=0$을 만족하는 최적 생산시간은 식 (10)과 같이 고전적인 EMQ 모형에서의 최적 생산시간과 같게 된다.

$$T^* = \sqrt{\frac{2KD}{P(P-D)h}} \quad (10)$$

[정리 4]는 기계의 상태변화와 관련된 모수들, 즉 μ, s, α, v, r의 값들과 무관하게 항상 성립한다. T가 주어졌을 때 $C(n, T)$를 최소화하는 $n^*(T)$는 유일하게 결정되며, n대신에 $n^*(T)$를 대입한 T에 대한 함수 $C(n^*(T), T)$를 최소화하는 T^* 역시 유일하므로 $C(n, T)$를 동시에 최소화하는 n^*와 T^*는 유일하게 존재한다. [정리 4]는 다음과 같은 방법으로도 증명할 수 있다 : 검사회수가 정해졌을 때 최소비용을 나타내는 식 (4)와 생산시간이 주어졌을 때의 최소비용 값인 식 (6)은 n^*와 T^*에서 같아야 함으로 이 관계를 정리하면 T^*는 고전적인 EMQ 모형의 최적 생산시간과 같음을 알 수 있다.

본 모형의 특수한 형태로서 기계의 가동 상태를 살펴보기 위한 검사를 하지 않는 경우의 최적 생산시간은 고전적인 EMQ 모형의 최적 생산시간보다 항상 짧다[2, 12]. 그러나 생산과정 중간에 검사를 실시하여 기계가 비정상 상태일 때에 수리를 통하여 정상상태로 복구시킬 수 있는 경우에는 마치 기계의 가동 상태에 변화가 없는 완전한 생산시스템과 같은 행태를 보여주고 있다. 이러한 결과는 비용함수를 근사화시켜 전개한 이창환 [3]도 관찰한 바 있다.

지금까지는 최적 검사회수가 정수가 아닐 수 있다는 가정하에 모형을 전개하여 왔으나 실제의 생산시스템에서의 최적 검사회수는 반드시 정수가 되어야 한다. 따라서 정수인 최적 검사회수를 n^{**}라 하고 이때의 최적 생산시간을 T^{**}라 정의하면 아래의 알고리듬을 이용하여 동시에 정수인 최적 검사회수(n^{**})와 최적 생산시간(T^{**})을 구할 수 있다.

알고리듬

Step 1. 식 (10)을 이용하여 구해지는 고전적인 EMQ모형에서의 최적 생산시간을 T_0^*라 정의한다.

Step 2. $\partial C(n, T_0^*)/\partial n = 0$를 만족하는 최적 검사회수 $n^*(T_0^*)$를 수치적 방법을 이용하여 구한다.

Step 3. i) $n^*(T_0^*) \le 1$이면 $n^{**}=1$, $T^{**}=T^*(1)$가 되고 알고리듬을 종료한다.

ii) $n^*(T_0^*)$가 정수면 $n^{**}=n^*(T_0^*)$, $T^{**}=T_0^*$가 되고 알고리듬을 종료한다.

iii) $n_1=\{n^*(T_0^*)$의 정수부분$\}$, $n_2=n_1+1$

라 두고 n_1과 n_2에 대하여 각각 $q(T|n_1)=0$, $q(T|n_2)=0$을 만족하는 $T^*(n_1)$과 $T^*(n_2)$을 수치적 방법으로 구한다.

Step 4. 식 (4)를 이용하여 $(n_1, T^*(n_1))$와 $(n_2, T^*(n_2))$의 두 안에 대한 최소비용을 구한 후, 적은 최소비용을 갖는 쌍을 선택하여 최적 검사회수(n^{**})와 최적 생산시간(T^{**})으로 정하고 알고리듬을 종료한다.

위의 알고리듬은 최대한 두 가지 대안만을 비교하여 쉽게 최적 검사회수와 최적 생산시간을 동시에 결정해준다.

고전적인 EMQ 모형은 매우 단순한 가정하에서 개발되었지만, 복잡한 상황에서도 대체로 만족할 만한 해를 제공해 주어 상당히 robust 한 것으로 알려져 있다. 따라서 본 제안모형과 고전적인 EMQ 모형을 비교하여 보는 것도 가치가 있다고 판단된다. $n_0^* = n^*(T_0^*)$로 정의하면 $C(n_0^*, T_0^*)$는 위의 알고리듬에서 구한 $C(n^*, T^*)$의 하한치가 된다. $\triangle = C(1, T_0^*) - C(n_0^*, T_0^*)$라 정의하면, △는 고전 EMQ모형을 사용하는데 대한 벌칙비용의 상한치가 되며 아래의 식 (11)과 같이 주어진다.

$$\triangle = D(s\alpha P / \mu - r)\mu[\exp(-\mu T_0^* / n_0^*) - \exp(-\mu T_0^*)] / P \tag{11}$$

$n_0^* \geq 1$인 범위에서 n_0^*가 증가하거나, 또는 $(s\alpha P / \mu - r))$가 증가하면 식 (11)에서 △가 증가하게 되며, 준비비용 K가 증가하면 T_0^*가 증가하고 [정리 3]에 의하여 n_0^*가 증가하므로 △도 증가한다. 반면에, $P(P-D)h$가 증가하면 T_0^*는 감소하게 되고 이에 따라 △도 감소한다. 이와 같은 결과는 Lee and Rosenblatt [7]도 관찰한 바 있다.

Lee and Rosenblatt [7]는 기계 가동시간의 모수인 μ가 매우 작다는 가정하에서 식 (1)에 포함된 지수함수를 $e^{-\mu x} \sim 1 - \mu x + (\mu x)^2 / 2$와 같이 Taylor 급수로 근사화하여, 근사화된 비용함수를 바탕으로 최적해가 아닌 근사 최적 검사회수(n_a^*), 근사 최적 생산시간(T_a^*) 및 최소 평균비용($C_a(n_a^*, T_a^*)$)을 구하는 Closed 형태의 식 (12), (13) 및 (14)을 제시하였다.

$$n_a^*(n_a^* - 1) \leq \frac{K(s\alpha P / \mu - r)\mu^2 D}{vhP(P-D)} < n_a^*(n_a^* + 1) \tag{12}$$

$$T_a^* = \sqrt{\frac{2(K + n_a^* v)D}{P(P-D)h + D(s\alpha P / \mu - r)\mu^2 / n_a^*}} \tag{13}$$

$$C_a(n_a^*, T_a^*) = \frac{2(K + n_a^* v)D}{PT_a^*} + \frac{\mu Dr}{P} \tag{14}$$

그들의 해법은 식 (12)를 만족하는 n_a^*를 먼저 구한 후, 이를 검사회수 n이 주어졌을 때 최적 생산시간을 구하는 식 (13)에 대입하여 T_a^*를 구하는 것이다. 식 (12), (13) 및 (14)와 같이 제시된 Lee and Rosenblatt [7]의 연구결과에서 다음과 같은 문제점을 발견할수 있다. 첫째, 이들은 μ가 매우 작다는 가정하에 지수함수를 2차함수로 근사화하여 근사 최적 생산시간 및 근사 최적 검사회수를 구하였다. 그러나 본 모형에서의 주요 목적은 기계의 상태 변화에 따른 시스템의 행태 변화를 분석하는데 그 의미가 있다. 만약 μ가 매우 작다면 이러한 기계의 경우 생산시간중에 거의 상태의 변화가 일어나지 않아 고전적인 EMQ 모형의 행태와 비슷하게 됨에 따라 상태 변

화에 따른 영향을 분석하는데 적절치 못함은 자명하다. 둘째, 이들은 μ가 증가하면 최적 검사회수 n_a^*도 증가하며, 이에 따라 최적 생산시간도 증가한다고 하였으나 이 관계는 항상 성립하지 않는다. 이와 같은 오류는 그들 논문의 식 (13)을 통해 살펴보아도 그들의 주장이 잘못 되었음을 알 수 있다. 그 이유는 검사비용이 크거나 불량품 발생으로 인한 손실비용이 상대적으로 적을 때에는 불량품으로 인한 손실을 감수하더라도 검사비용의 과다한 증가를 막기 위하여 검사회수를 줄이려 하기 때문이다. 셋째, 이들은 n이 커짐에 따라 $T_a^*(n)$도 항상 증가한다고 주장하였다. 이러한 결과 역시 모형을 근사화함으로써 발생된 현상으로써 원래 비용함수를 대상으로 $T^*(n)$을 구해보면, 3장의 수치실험에서 볼 수 있는 바와 같이 n이 증가한다고 해서 $T^*(n)$도 항상 증가 하는 것은 아니다. n이 증가함에도 불구하고 최적 생산시간 $T^*(n)$이 짧아질 수 있는 것은 생산 단위 시간당 검사회수가 많아지더라도 검사비용이 상대적으로 적을 경우에는 한 생산주기내에서 발생되는 검사비용을 줄이기 보다는 생산시간을 줄임으로써 재고비용을 줄이는 것이 보다 더 경제적인 경우라 할 수 있다. 넷째, 이들은 $s\alpha P/\mu \leq r$일때 생산주기가 종료된 시점에서 한 번의 검사를 시행하는 것이 최적이라고 주장하였다. 그러나 앞에서 설명한 바와 같이 한 번의 수리비용이 비정상 상태에 있는 기계를 정상 상태로 복구함에 따라 절약되는 비용보다 클 경우에는 경제적이지는 못하므로 최적이라고는 할 수 없으며, 다만 다음 생산주기가 정상 가동상태에서 시작되도록 조치하는 의미만을 갖는다. 한편 검사회수 n이 주어졌을 때의 Lee and Rosenblatt [7]의 근사 최적 생산시간 $T_a^*(n)$는 본 모형에서의 최적 생산시간 $T^*(n)$보다 항상 작으며, 생산시간 T가 주어졌을 때 $n_a^*(T)$는 $n^*(T)$보다 항상 크게 됨은 쉽게 증명된다.

3. 수치실험

본 수치실험에서는 Lee and Rosenblatt [7]의 근사해와 제안 모형에서의 최적해와의 비교를 통하여 그 차이를 알아보고, 기계의 특성치를 포함하여 관련 모수와 비용요소들이 최적 생산시간, 최적 검사회수와 최소 평균 비용에 미치는 영향에 대하여 민감도 분석을 통해 알아보고자 한다. 이와 같은 수치실험을 통하여 모형의 행태를 파악함으로써, 본 모형이 실제 현장에서 적용될 때 의사 결정상 하나의 지침을 제공해 줄 수 있다.

표 1은 P=40, D=30, K=50, h=0.1, s=10, μ=0.1-0.5, α=0.05로 주어질 때 수리비용의 변화에 따른 최적해와 근사해를 나타낸 것으로서, 각 셀의 상단은 v=10, 하단은 v=20일 때의 값을 나타낸다. 표 1을 보면 최소비용에서는 큰 차이를 보이지 않고 있지만 최적 검사회수와 생산시간에 대해서는 적지 않은 차이를 나타내고 있다. 수리비용이나 검사비용이 커짐에 따라 최적 검사회수는 적어짐을 볼 수 있으며, 검사회수가 같을 때에는 최적해에 의한 생산시간이 근사해에 의한 생산시간보다 항상 큼을 알 수 있다. 최적해와 근사해의 생산시간 즉, 로트 크기의 차이가 클 경우 단위시간당 비용은 큰 차이가 없을지라도 재고유지에 필요한 저장 공간이나 AS/RS (Automatic Storage and Retrieval System)와 같

표 1. 최적해와 근사해의 비교

		최적해 (1)			근사해 (2)			ratio	ratio
μ	r	n^{**}	T^{**}	$C(n^{**}, T^{**})$	n_a^*	T_a^*	$C(n_a^*, T_a^*)$	T^{**}	$C(n^{**}, T^{**})$
0.1	10	2	8.25	13.81	3	9.02	13.85	-9.37	-0.31
		2	9.41	15.51	2	8.88	15.53	5.67	-0.15
	20	2	8.33	14.43	3	9.10	14.50	-9.23	-0.50
		2	9.50	16.11	2	8.98	16.13	5.53	-0.14
	30	2	8.41	15.04	3	9.18	15.14	-9.10	-0.69
		2	9.60	16.71	2	9.08	16.73	5.38	-0.12
	60	2	8.67	16.87	2	8.30	16.88	4.35	-0.07
		1	8.04	18.33	2	9.41	18.50	-17.08	-0.92
	120	1	8.15	20.49	2	8.99	20.50	-10.28	-0.04
		1	8.85	21.38	1	8.10	21.42	8.48	-0.20
	180	1	9.11	23.51	1	8.85	23.51	2.93	0.00
		1	9.86	24.30	1	9.56	24.31	3.09	-0.02
0.2	10	3	8.61	16.00	4	8.98	16.13	-4.30	-0.80
		2	8.73	18.09	3	9.32	18.46	-6.74	-2.02
	20	3	8.81	17.14	4	9.19	17.32	-4.27	-1.05
		2	8.98	19.09	3	9.57	19.53	-6.65	-2.34
	30	3	9.02	18.27	3	8.40	18.30	6.90	-0.18
		2	9.24	20.07	2	8.12	20.18	12.17	-0.56
	60	2	8.85	21.38	3	9.26	21.63	-4.59	-1.20
		1	8.61	22.54	2	9.19	23.02	-6.65	-2.11
	90	1	9.05	23.80	1	8.32	23.84	8.06	-0.14
		1	9.81	24.60	1	8.99	24.64	8.39	-0.16
0.3	10	3	8.28	17.72	4	8.31	17.79	-0.28	-0.42
		2	8.53	19.99	3	8.52	20.36	0.18	-1.89
	20	3	8.65	19.23	4	8.69	19.40	-0.43	-0.85
		2	8.97	21.24	3	8.97	21.75	0.01	-2.41
	30	3	9.06	20.73	4	9.13	20.98	-0.79	-1.25
		1	8.15	22.44	3	9.51	23.11	-16.66	-2.99
	50	1	8.48	23.19	2	8.20	23.35	3.36	-0.68
		1	9.27	24.03	2	9.30	24.89	-0.31	-3.55
	60	1	9.08	23.98	2*	9.26	24.49	-1.96	-2.12
		1	9.85	24.77	1	8.51	24.88	13.62	-0.44

표 1. 계속

μ	r	최적해 (1) n^{**}	T^{**}	$C(n^{**}, T^{**})$	근사해 (2) n_a^*	T_a^*	$C(n_a^*, T_a^*)$	ratio T^{**}	ratio $C(n^{**}, T^{**})$
0.4	10	4	8.98	19.09	5	8.75	19.32	2.55	-1.20
		2	8.58	21.42	4	9.41	22.29	-9.74	-4.05
	20	3	8.73	20.92	4	8.43	21.14	3.45	-1.06
		2	9.24	22.82	3	8.66	23.52	6.28	-3.05
	30	2	8.61	22.54	4	9.19	23.02	-6.65	-2.11
		1	8.88	23.71	3	9.57	25.02	-7.78	-5.50
	40	1	8.78	23.69	3*	9.26	24.39	-5.49	-2.96
		1	9.57	24.50	2*	9.19	25.57	4.01	-4.34
0.5	10	4	8.93	20.25	5	8.40	20.52	5.92	-1.34
		2	8.78	22.52	4	9.00	23.58	-2.56	-4.69
	20	3	8.97	22.28	4	8.35	22.60	6.89	-1.44
		1	8.78	23.68	3	8.56	24.92	2.42	-5.23
	30	1	8.72	23.67	3*	8.59	24.29	1.45	-2.60
		1	9.53	24.49	2*	8.35	25.69	12.37	-4.87

주 : ratio = $\frac{(1)-(2)}{(1)} \times 100$ (%)

은 설비장치 그리고 운영 요원에 대한 관리나 예측 측면에서 운영비와 투자비를 산정하는데 있어서는 큰 차이가 있다. 본 예에서 μ=0.1, v=20일 때 로트 크기가 근사해에 의할 때보다 3 - 17% 정도 차이가 있기 때문에 근사해에 의한 로트 크기로 창고 계획을 세울 경우 저장 공간의 부족 현상을 초래할 수 있다.

μ와 최적 검사회수와의 관계에 대하여 표 1을 보면 r=30, v=10일 때 μ가 0.1에서 0.5로 증가함에 따라 제안 모형에서 뿐 만 아니라 Lee and Rosenblatt [7]모형의 경우에도 최적 검사회수는 증가하다가 감소하고 있음을 볼 수 있다. 위의 결과에서 μ가 증가하면 최적 검사회수도 항상 증가한다는 Lee and Rosenblatt [7]의 주장은 옳지 않음을 알 수 있다. 또한, $s\alpha P / \mu \le r+v$일때 (표 1의 * 참조) [정리 2]에 의하여 제안 모형에서의 최적 검사회수는 한 번이지만, Lee and Rosenblatt [7]모형에서는 최적 검사회수가 두 번 이상이 되는 오류를 범하고 있음을 알 수 있다.

표 2. 검사회수에 따른 최적 생산시간

	검사 회수				비 고
	n=1	n=2	n=3	n=4	n^*=7
$T^*(n)$	12.19	11.63	12.49	13.53	T^*=16.54

표 2는 P=40, D=35, K=75, h=0.1, s=10, v=10, r=10, μ=0.36, α=0.05일 때 주어진 검사회수에 대한 최적 생산시간의 변화를 나타낸 결과로 검사회수가 증가하더라도 최적 생산시간은 감소할 수도 있음을 볼 수 있다. 이

결과로 부터 Lee and Rosenblatt [7]의 검사회수가 증가하면 최적 생산시간도 증가한다는 주장은 잘못되었음을 알 수 있다.

4. 끝맺음말

본 논문에서는 기계가 불완전하여 가동중에 정상 가동상태에서 비정상 가동상태로 변할 수 있고, 비정상 가동상태로 변하게 되면 일정 비율의 불량품을 생산하는 생산환경하에서 생산과정 도중에 기계 상태를 감시하기 위해 검사를 필요로 하는 모형에서의 최적 검사회수와 생산시간을 동시에 결정하는 방안을 제시하였다. 기존의 연구 결과 [7]에서는 비용함수를 근사화하여 최적 검사회수와 생산시간에 대한 근사해를 제시하였으나, 본 연구에서는 비용함수의 근사화에 의하지 않고 원래 비용함수에 대한 최적해를 도출하였다. 연구 결과로서 제안된 모형에 대한 몇가지 특성과 함께 최적 검사회수와 생산시간을 동시에 구하는 새로운 알고리듬을 제시하였고, 근사해와 최적해를 비교하여 그 차이에 대해 살펴보았다.

앞으로 본 논문의 결과를 기계의 다양한 수명분포, 수리시간 및 품질 불량의 형태등을 포함하여 연속적인 관찰을 통한 기계상태의 변화 등을 인지할 수 있는 경우와 같이 보다 현실성이 있는 일반적인 모형으로의 확장하기 위한 연구가 저자들에 의하여 지속적으로 수행되고 있다.

참고문헌

[1] 김창현, 홍유신, 김수영, "불완전한 기계에서의 경제적 생산량 결정(II)", 대한산업공학회, 제 22권 1호, pp.37-50, 1996

[2] 김창현, 홍유신, "퇴화하는 기계에서의 품질불량을 고려한 최적 생산시간 결정", 대한산업공학회, 제 22권 3호, pp.351-364, 1996

[3] 이창환, "기계 고장을 고려한 생산 및 품질 검증 정책", '96 IE/MS 춘계 공동학술대회 논문집, pp.298-301

[4] Groenevelt, H., Pintelon, L., and Seidmann, A., "Production Lot Sizing with Machine Breakdowns", Management Science, Vol. 38, No.1, pp.104-123, Jan. 1992

[5] ________, "Production Batching with Machine Breakdowns and Safety Stocks", Operations Research, Vol.40, No.5, pp. 959-971, 1992

[6] Hax, A.C., and Candea, D., Production and Inventory Management, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1984

[7] Lee, H.L., and Rosenblatt, M.J., "Simultaneous Determination of Production Cycle and Inspection Schedules In a Production System", Management Science, Vol.33, No.9, pp.1125-1136, Sep. 1987

[8] Lee, H.L., and Rosenblatt, M.J., "A Production and Maintenance Planning Model with Restoration Cost Dependent on Detection Delay", IIE Transactions, Vol.21, No.4, pp.368-375, 1989

[9] Liou, M.-J., Tseng, S.-T., and Lin, T.-M., "The Effects of Inspection Errors to the Imperfect EMQ Model", IIE Transactions, Vol.26, No.2, pp.42-51, 1994

[10] Porteus, E.L., "Optimal Lot Sizing, Process Quality Improvement and Setup Cost Reduction", Operations Research, Vol.34, No.1, pp.137-144, 1986

[11] Rahim, M.A., "Joint Determination of Production Quantity, Inspection Schedule, and Control Chart Design", IIE Transactions, Vol.26, No.6, pp.2-11, 1994

[12] Rosenblatt, M.J., and Lee, H.L., "Economic Production Cycles with Imperfect Production Processes", IIE Transactions, Vol. 18, No.1, pp.48-55, 1986

[13] Silver, E.A., and Peterson, R., Decision Systems for Inventory Management and Production Planning, Wiley, New York, 1985

[14] Yano, C.A., and Lee, H.L., "Lot Sizing with Random Yields : A Review", Operations Research, Vol. 43, No.2, pp. 311-334, 1995

96년 11월 최초 접수, 97년 3월 최종 수정