Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.23, N0.4, December, 1997

대용품질특성치를 이용한 계수선별형 샘플링 검사방식의 경제적 설계

An Economic Design of Rectifying Inspection Plans Based on a Correlated Variable

배도선 · 이경택* · 최인수**

D.S. Bai · K.T. Lee* · I.S. Choi**

Abstract

A sampling plan is presented for situations where sampling inspection is based on the quality characteristic of interest and items in rejected lots are screened based on a correlated variable. A cost model is constructed which involves the costs of misclassification errors, sampling and screening inspections. A method of finding optimal values of sample size, acceptance number and cutoff value on the correlated variable is presented, and numerical studies are given.

1. 서 론

현대 산업사회에서 대량생산이 일반화되면서 부터 제품의 일부를 검사하는 샘플링 검사방식이 발달되었다. 샘플링 검사란 로트로 부터 샘플을 추출하여 조사하고 그 결과를 미리 정해진 판정기준과 비교하여 로트의 합격 여부를 판정하는 절차를 말하며, 이는 검사에 드는 시간과 비용을 고려할 때 전수검사가 바람직하지 못하거나 제품을 꼭 파괴하여야만 결과를 알 수 있는 파괴검사의 경우에 널리 사용되는 검사방식이다.

샘플링 검사에서 불합격된 로트는 여러가지 방법으로 처리될 수 있다. 파괴검사를 요하는 제품의 경우는 전수검사를 실시할 수 없으므로 로트 전체의 제품에 대해 재작업을 하거나 폐기처분 또는 다른 용도에 사용하여야 한다. 그러나 전수검사의 실시가 가능한 경우는 불량품과 양품을 선별하여 불량품은 제거하고 양품만 의도한 목적에 사용하는 선별형 샘플링 검사방식을 이용할 수 있다. 선별형 샘플링 검사방식에 관한 연구로는 Dodge와 Romig [4], Guenther[5] 등이 있으며, 계수선별형 샘플링 검사방식에 관한 한국공업규격 KS A 3105도 Dodge와 Romig [4]의 연구결과에 근거하고 있다.

선별형 샘플링 검사방식은 불합격된 로트의 제품들을 전수 검사할 수 있는 경우에 이용할 수 있는 검사방식으로, 검사방법이 파괴검사이거나 검사시간이나 비용이 많이 드는 경우에는 적용하기 어렵다. 이 경우 검사의 정확성은 조금 떨어지지만 검사비용이 싸고 검사시간이 짧으며 비파괴로 검사할 수 있는 방법이 존재한다면, 이 방법을 이용하여 불합격된 로트의 제품들을 선별검사하는 것

* 한국과학기술원 산업공학과

** 한국과학기술원 산업경영연구소

이 로트를 폐기처분하거나 할인판매하는 것보다 더 경제적일 수도 있을 것이다. 특히, 이 방법은 로트의 크기가 큰 경우에 매우 효과적일 것으로 기대된다.

최근들어 자동검사장비의 출현으로 주품질특성치(quality characteristic)를 검사하는 것 만큼의 정확성은 없지만, 검사비용이 싸고 검사시간도 짧은 대용품질특성치(correlated variable)를 이용한 검사방법이 많이 활용되고 있다. 예를 들어 주조물 내부의 기공의 존재여부를 조사하기 위해서는 주조물을 직접 파괴해보아야 하는데, 이에 대한 대안으로 최근에는 X-선이나 감마선을 사용하여 비파괴로 검사하기도 한다. 이와 같이 품질특성치와 상관관계가 있는 대용품질특성치를 사용하면 검사비용을 절감할 수 있는 반면, 검사에 따른 오류가 발생할 수 있다. 즉, 대용품질특성치를 검사함으로 인해 실제로 양품인데도 불합격되거나, 불량품이 합격되는 검사오류가 발생할 수 있다. 따라서 대용품질특성치를 이용한 검사에서는 검사제품에 대한 합격 · 불합격의 판단기준이 되는 대용품질특성치의 임계치를 구하는 것이 중요한 문제가 되고, 이에 대해 많은 연구가 진행되어 왔다. Owen 등[8]은 계량형 주품질특성치에 대한 규격하한이 존재할 때 선별후 양품의 비율을 원하는 수준으로 높이기 위한 임계치를 구하는 문제를 다루었고, Boys와 Dunsmore[3]는 주품질특성치가 계수형인 경우에 대하여 연구하였다. 또한 Tang[9]과 Kim과 Bai[7]는 각각 주품질특성치가 계량형인 경우와 계수형인 경우에 대하여 검사오류에 의한 비용이 최소가 되도록하는 임계치를 구하는 문제를 다루었고, Bai와 Kwon[1,2]은 선별후 양품의 비율과 검사오류에 의한 비용을 동시에 고려하여 임계치를 구했으며, Tang과 Tang[10]은 대용품질특성치를 이용한 전수검사방식에 관한 연구들을 정리하였다.

이 논문에서는 약간의 검사오차는 있지만 검사비용이 싸고 검사시간도 짧은 대용품질특성치를 이용하여 불합격된 로트의 제품을 선별검사하는 계수선별형 샘플링 검사방식을 제안한다. 제안된 샘플링 검사방식의 설계를 위하여 단위제품당 기대비용식을 유도하고, 이를 최소로 하는 샘플의 크기, 합격판정개수 그리고 대용품질특성치의 임계치를 구한다. 또한 수치예제를 이용하여 제안된 샘플링 검사방식과 기존의 검사방식들을 비교하고, 민감도 분석을 수행한다. 이 논문에서 사용하는 기호는 다음과 같다.

기 호

Y	주품질특성치 $\left(= \begin{cases} 0, \text{양품인 경우,} \\ 1, \text{불량품인 경우} \end{cases} \right)$
X	대용품질특성치
N	로트의 크기
n	샘플의 크기
Z	크기 N의 로트 속에 포함된 불량품의 수
z	크기 n의 샘플 속에 포함된 불량품의 수
c	샘플링 검사에서의 합격판정개수
w	대용품질특성치의 임계치
μ_i	$Y = i$, i=0,1,인 경우의 대용품질특성치의 평균($\mu_0 > \mu_1$)
σ_i	$Y = i$, i=0,1,인 경우의 대용품질특성치의 표준편차
$f_N(Z)$	크기 N인 로트 속에 z개의 불량품이 들어있을 사전분포함수
$g_n(z)$	크기 n의 샘플 속에 z개의 불량품이 들어있을 확률밀도함수
$\Phi(\cdot)$	표준정규분포의 누적분포함수
r_A	불량품을 양품으로 잘못 판정할 경우 발생되는 단위제품당 손실비용
r_R	양품을 불량품으로 잘못 판정하여 할인판매할 때 발생되는 단위제품당 손실비용
r_{SA}	주품질특성치를 이용한 단위제품당 샘플링 검사비용
r_{SC}	대용품질특성치를 이용한 단위제품당 선별검사비용

2. 대용품질특성치를 이용한 계수선별형 샘플링 검사방식

샘플링 검사에서 불합격된 로트는 여러가지 방법으로 처리될 수 있다. 전수검사가 가능한 경우에는 불량품과 양품을 선별하여, 불량품은 제거하고 양품만 의도한 목적에 사용하면 된다. 그러나 주품질특성치로 검사하려면 제품을 파괴해야 하거나 검사시간이나 비용이 많이 드는 경우에는 전수 선별검사를 실시할 수 없으므로 로트 전체의 제품에 대하여 재작업을 하거나 폐기처분 또는 할인

판매해야 한다. 이 경우 주품질특성치에 비하여 정확성은 조금 떨어지나 비파괴로 검사할 수 있는 검사방법이 존재한다면, 이를 이용하여 불합격된 로트를 전수 선별검사하는 것이 무검사로 폐기처분하거나 할인판매하는 것보다 더 경제적일 것이다.

이러한 점에 근거하여 이 논문에서는 대용품질특성치를 이용하여 불합격된 로트의 제품들을 전수 선별검사하는 계수선별형 샘플링 검사방식을 제안한다.

검사 절차

① 크기 N인 로트에서 n개의 제품을 추출하여 주품질특성치로 검사한다.
② 샘플 속에 포함된 불량품의 수 z가 합격판정개수 c보다 작거나 같으면 로트를 합격시켜서 출하하고, 그렇지 않으면 로트를 불합격시킨다.
③ 불합격된 로트 속에 포함된 검사를 받지 않은 $(N-n)$개의 제품을 대용품질특성치 X를 이용하여 검사한다.
④ 각 제품들에 대하여 X가 임계치 w보다 크면 제품을 합격시켜서 출하하고, 그렇지 않으면 제품을 불합격시켜서 할인판매한다.

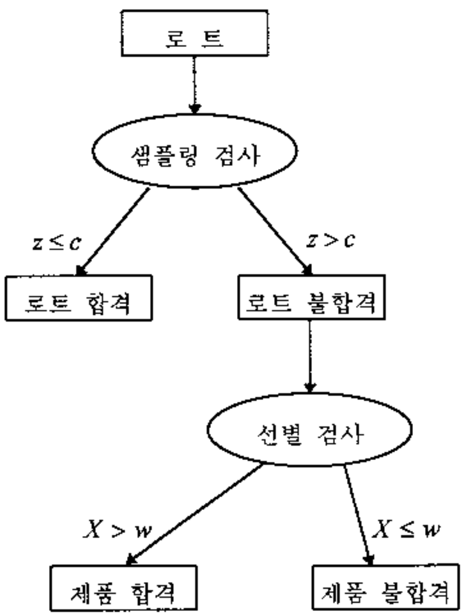

그림 1. 대용품질특성치를 이용한 계수선별형 샘플링 검사방식

그림 1은 검사절차에 대한 간단한 흐름도이다.

3. 모형

제 2절에서 제안한 샘플링 검사방식을 경제적으로 설계하기 위해서 이 논문에서 사용하는 가정과 고려되는 비용요소는 다음과 같다.

가 정

① 로트의 불량률은 로트마다 다르고, 로트불량률 p는 복합이항분포(mixed binomial distribution)를 따른다. 즉, 크기 N인 로트에 Z개의 불량품이 존재할 확률 $f_N(Z)$은

$$f_N(Z) = \int_0^1 \binom{N}{Z} p^Z (1-p)^{N-Z} w(p)dp \tag{1}$$

로 정의된다. 여기서 $w(p)$는 로트불량률이 p인 경우에 대한 가중치이다.

② 주품질특성치 Y는

$$Y = \begin{cases} 0, \text{ 양품인 경우,} \\ 1, \text{ 불량품인 경우} \end{cases}$$

로 정의되며, $Y=i(i=0,1)$가 주어진 경우의 대용품질특성치 X의 조건부 확률변수는 평균이 $\mu_i(\mu_0 > \mu_1)$이고 분산이 σ_i^2인 정규분포를 따른다.

③ 주품질특성치를 사용하는 검사방법은 파괴검사이고, 대용품질특성치를 이용하는 검사방법은 비파괴검사이다.

④ 전수 선별검사에서 불합격된 제품은 할인판매되고, 처리비용은 없다.

비용 요소

샘플링 검사에 의해 로트가 합격되는 경우와 불합격되어 대용품질특성치로 선별 검사하는 경우에 발생되는 비용들을 나누어 살펴보면 다음과 같다. 먼저 로트가 합격되는 경우에는 n개의 제품을 검사하는데 드는 샘플링 검사비용과 검사받지 않고 출하되는 $(N-n)$개의 제품 속에 포함된 불량품으로 인한 손실비용이 발생된다. 반면 로트가 불합격되는 경우에는 샘플링 검사 및 선별 검사비용과 함께 대용품질특성치를 이용한 선별검사에 의하여 불량품을 양품으로 또는 양품을 불량품으로 잘못 판단하여 발생되는 손실비용이 있다.

이상의 가정과 비용요소들을 이용하면 단위제품당 기대비용함수를 구할 수 있다. 먼저 크기 N의 로트 속에 포함된 불량품의 수가 Z개 이고 n개의 제품들로 구성된 샘플을 검사하여 발견되는 불량품의 개수가 z개일 때, $z \le c$이면 로트가 합격되고 이때의 단위제품당 비용 $T_A(n,c,w|Z,z)$는

$$T_A(n,c,w|Z,z) = \frac{1}{N} \cdot [r_{SA} \cdot n + r_A \cdot (Z-z)], \quad 0 \le z \le c \tag{2}$$

이다. 또한, $z > c$이면 로트가 불합격되고, 이때의 단위제품당 기대비용 $T_R(n,c,w|Z,z)$는

$$\begin{aligned} T_R(n,c,w|Z,z) = \frac{1}{N} \cdot [&r_{SA} \cdot n + r_{SC} \cdot (N-n) \\ &+ r_A \cdot (Z-z) \cdot \Pr(X \ge w|Y=1) \\ &+ r_R \cdot (N-n-Z+z) \cdot \Pr(X < w|Y=0)], \\ &c+1 \le z \le n \end{aligned} \tag{3}$$

가 된다.

$f(z|Z)$를 크기 N인 로트 속에 Z개의 불량품이 있을 때 크기 n의 샘플에서 z개의 불량품이 발견될 확률이라 하면, 크기 N의 로트 속에 Z개의 불량품이 들어있을 경우의 단위제품당 기대비용 $T(n,c,w|Z)$은

$$\begin{aligned} T(n,c,w|Z) = &\sum_{z=0}^{c} T_A(n,c,w|Z,z) \cdot f(z|Z) \\ &+ \sum_{z=c+1}^{n} T_R(n,c,w|Z,z) \cdot f(z|Z) \end{aligned} \tag{4}$$

이다. $g_n(z)$을 크기 n의 샘플에서 z개의 불량품이 발견될 확률이라 하면, 단위제품당 기대비용함수 $T(n,c,w)$는 식(2)~(4)를 이용하여

$$\begin{aligned} T(n,c,w) &= \sum_{Z=0}^{N} T(n,c,w|Z) \cdot f_N(Z) \\ &= r_{SA} \cdot \frac{n}{N} + \frac{r_A}{N} \cdot \sum_{z=0}^{c} E(Z-z|z) \cdot g_n(z) \\ &+ \{r_{SC} + r_R \cdot \Pr(X < w|Y=0)\} \\ &\times \frac{N-n}{N} \cdot \sum_{z=c+1}^{n} g_n(z) \\ &+ \{r_A \cdot \Pr(X \ge w|Y=1) - r_R \cdot \Pr(X < w|Y=0)\} \\ &\times \frac{1}{N} \cdot \sum_{z=c+1}^{n} E(Z-z|z) \cdot g_n(z) \end{aligned} \tag{5}$$

가 된다. 그런데 식(5)에서 $E(Z-z|z)$는 샘플 속에 포함된 불량품의 개수가 z개일 경우의 나머지 $(N-n)$개의 제품 속에 포함된 불량품의 기대 개수를 나타내며, 이는

$$E(Z-z|z) = \frac{(z+1) \cdot (N-n) \cdot g_{n+1}(z+1)}{(n+1) \cdot g_n(z)} \tag{6}$$

가 된다; Hald[6] 참조. 또한, 복합이항분포는 재현성(reproducibility)을 가지고 있으므로, $g_n(z)$는 식(1)과 유사하게

$$g_n(z) = \int_0^1 \binom{n}{z} p^z (1-p)^{n-z} \, v(p) dp \tag{7}$$

이 된다. 결국, 식(6), (7)과 가정 ②를 이용하여 식(5)를 정리하면 $T(n,c,w)$는

$$\begin{aligned} T(n,c,w) = r_{SA} \cdot \frac{n}{N} + \frac{N-n}{N} \cdot \Bigg[&r_A \cdot \sum_{z=0}^{c} g_n'(z) \\ &+ \left\{ r_{SC} + r_R \cdot \Phi\left(\frac{w-\mu_0}{\sigma_0}\right) \right\} \cdot \sum_{z=c+1}^{n} g_n(z) \\ &+ \left\{ r_A \cdot \Phi\left(\frac{\mu_1 - w}{\sigma_1}\right) - r_R \cdot \Phi\left(\frac{w-\mu_0}{\sigma_0}\right) \right\} \cdot \sum_{z=c+1}^{n} g_n'(z) \Bigg] \end{aligned} \tag{8}$$

이 된다. 단, $g_n'(z)$은

$$g_n'(z) = \int_0^1 \binom{n}{z} p^{z+1}(1-p)^{n-z} v(p)dp \tag{9}$$

이다.

샘플링 검사의 경제적 설계는 식(8)의 단위제품당 기대비용 $T(n,c,w)$을 최소로하는 결정변수 n^*, c^*, w^*를 구하는 것으로 이들을 구하는 방법에 대해서는 다음 절에서 다룬다.

4. 최적 샘플링 검사방식의 설계

$T(n,c,w)$가 최소가 되도록하는 n^*, c^*, w^*를 찾아야 하는데, $T(n,c,w)$의 n, c는 이산형 변수이고 w는 연속형 변수이므로 이 연구에서는 먼저 주어진 n, c 하에서 최적의 $w^*(n,c)$를 구하고 이를 이용하여 $T(n,c,w)$가 최소가 되는 n^*와 c^*를 구하는 2단계 최적화 절차를 택했다.

4.1 $w^*(n,c)$의 결정

n, c가 주어진 경우의 $T(n,c,w)$를 최소화하는 $w^*(n,c)$를 $\sigma_0 = \sigma_1$인 경우와 $\sigma_0 \neq \sigma_1$인 경우로 나누어 살펴본다.

(1) $\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma$인 경우

식(8)을 w로 미분한 식을 0으로 놓고 정리하면

$$w^*(n,c) = \frac{\mu_0 + \mu_1}{2} - \frac{\sigma^2}{\mu_0 - \mu_1} \times ln\left[\frac{r_R \cdot \sum_{z=c+1}^{n}\{g_n(z) - g_n'(z)\}}{r_A \cdot \sum_{z=c+1}^{n} g_n'(z)}\right] \tag{10}$$

가 된다. 또한 w에 대하여 두 번 미분한 식에 한 번 미분하여 0으로 놓은 식을 대입하여 정리하면

$$\frac{\partial^2 T(n,c,w)}{\partial w^2} = \frac{r_A \cdot (\mu_0 - \mu_1)}{\sqrt{2\pi\sigma^6}} \cdot \frac{N-n}{N} \times e^{-\frac{(\mu_1 - w)^2}{2\sigma^2}} \cdot \sum_{z=c+1}^{n} g_n'(z) \tag{11}$$

가 되어 양의 값을 갖는다. 따라서 식(10)의 $w^*(n,c)$가 n, c가 주어진 경우의 $T(n,c,w)$를 최소화하는 선별검사의 임계치이다.

(2) $\sigma_0 \neq \sigma_1$인 경우

식(8)을 w로 미분한 식을 0으로 놓고 정리하면

$$Aw^2 + 2Bw + C = 0, \tag{12}$$

여기서,

$$A = \sigma_1^2 - \sigma_0^2,$$
$$B = \mu_1 \cdot \sigma_0^2 - \mu_0 \cdot \sigma_1^2,$$
$$C = \mu_0^2 \cdot \sigma_1^2 - \mu_1^2 \cdot \sigma_0^2 - 2\sigma_0^2 \cdot \sigma_1^2 \times ln\left[\frac{r_R \cdot \sigma_1 \cdot \sum_{z=c+1}^{n}\{g_n(z) - g_n'(z)\}}{r_A \cdot \sigma_0 \cdot \sum_{z=c+1}^{n} g_n'(z)}\right]$$

의 2차식을 얻을 수 있고, 두번 미분한 식에 1차 미분하여 0으로 놓은 식을 대입하여 정리하면

$$\frac{\partial^2 T(n,c,w)}{\partial w^2} = -(B + Aw) \cdot \frac{r_A}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2\sigma_1^4}} \cdot \frac{N-n}{N} \times e^{-\frac{(\mu_1 - w)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \sum_{z=c+1}^{n} g_n'(z) \tag{13}$$

이 된다. 그런데 식(12)에서 판별식 $D = B^2 - AC$가 0보다 큰 경우에는 두 개의 실근 $w_1^*(n,c) = (-B - \sqrt{B^2 - AC})/A$과 $w_2^*(n,c) = (-B + \sqrt{B^2 - AC})/A$가 존재하는데, 식(13)에 이들 값들을 대입해보면 $w_1^*(n,c)$에서 양의 값을 갖는 반면 $w_2^*(n,c)$에서는 음의 값을 가짐을 알 수 있다. 따라서, 최적해는 $D > 0$일 때 $w_1^*(n,c)$가 된다. 또한 $D \leq 0$인 경우에는 $\sigma_0^2 > \sigma_1^2$일 때 $\partial T(n,c,w)/\partial w \geq 0$이고, $\sigma_0^2 < \sigma_1^2$일 때 $\partial T(n,c,w)/\partial w \leq 0$이 된다. 즉, $D \leq 0$인 경우에는 기대비용이 최소가 되도록하는 w^*는 $-\infty$ 또는 ∞가 되어, 선별검사시 제품을 무조건 합격시키거나 무조건 불합격시키는 것이 최적해가 된다.

4.2 n^*와 c^*의 결정

전체 문제의 최적화를 위해서는 n, c와 그 때의 $w^*(n,c)$를 대입한 기대비용이 n, c에 대하여 오목함수(convex function)인가를 알아보아야 하는데, 이를 해석적으로 보이기는 어렵다. 그러나 많은 모수와 비용요소에 대하여 기대비용함수의 값을 수치적으로 구해본 결과 $T(n,c,w^*(n,c))$가 n, c에 대하여 오목함수가 됨을 알 수 있었다. 따라서 샘플링 검사의 최적 설계는 먼저 n, c가 주어진 경우의 $w^*(n,c)$를 구하고, 이를 단위제품당 기대비용식에 대입한 후, 최소비용을 보장하는 n^*와 c^*를 구하면 된다.

$T(n,c,w^*(n,c))$가 n, c에 대하여 오목함수이므로, 기대비용을 최소로하는 n^*, c^*, w^*를 구하기 위하여 그림 2와 같은 최적해 탐색법을 사용할 수 있다. 이 방법은 각각의 c에 대하여 n을 1에서 부터 증가시켜가면서 기대비용이 최초로 증가하는 시점에서 n에 대한 탐색을 중단시켜서 감소하기 직전의 n을 $n^*(c)$라 하고, 이러한 탐색법을 c에 대해서도 똑같이 적용시켜서 $n^*(c)$와 c를 대입한 기대비용이 최초로 증가하는 시점에서 탐색을 중단하는 방법으로, 기대비용이 최소가 되도록 하는 합격판정개수와 샘플의 개수는 각각 $c^*=c-1$와 $n^*(c^*)$가 된다. 그림 2에서 $T_{c=-1}=M$와 $T_{n=0}=M$의 M은 아주 큰 값으로 알고리즘의 일반화를 위해서 사용한 것이다.

[예제] 1000개의 로트 단위로 생산되는 트랜지스터의 품질을 검사하기 위하여 30개의 샘플을 뽑아서 가속수명시험을 한 후, 100시간 이내에 고장나는 수가 5개이하이면 로트를 합격시키고, 그렇지 않으면 불합격시켜서 할인판매하는 검사방식을 사용하고 있다. 이러한 수명시험의 데이타에 의하면 로트의 불량률은 복합이항분포의 특수한 형태인 베타이항분포(beta binomial distribution)

$$f_N(Z) = \int_0^1 \frac{1}{B(s,t)} \binom{N}{Z} p^{Z+s-1}(1-p)^{N-Z+t-1}dp$$

를 따르고, $s=1$과 $t=9$라는 것이 알려져 있다. 단, $B(\cdot,\cdot)$는 베타함수를 나타낸다.

파괴검사이며 검사시간도 많이 드는 수명시험의 대안으로 제품의 게인(gain; amplification factor)을 측정하

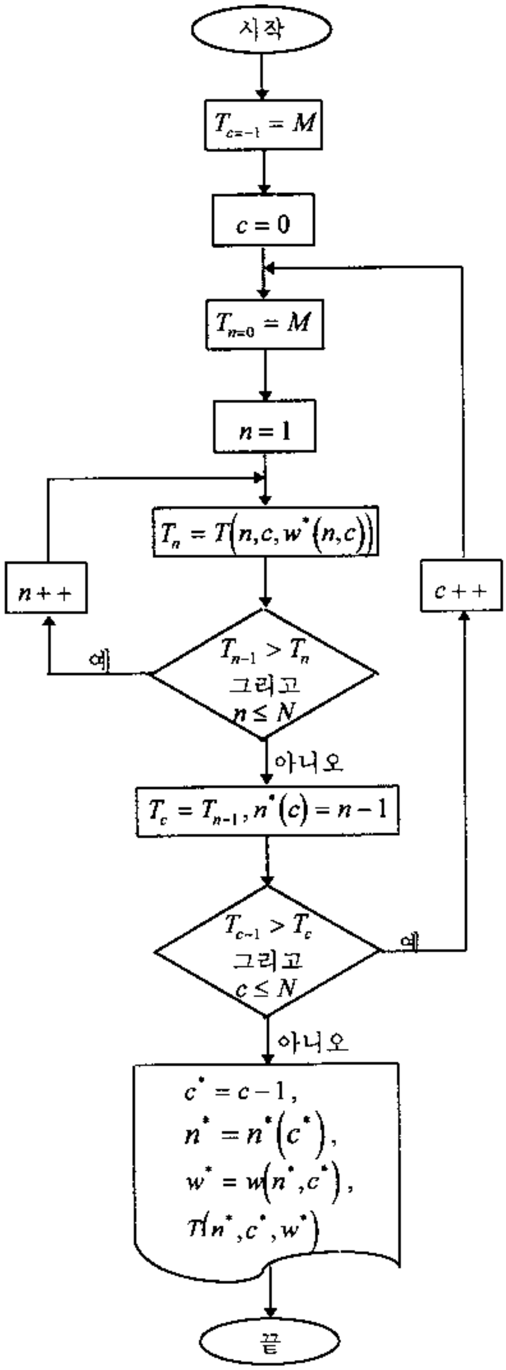

그림 2. 최적해 탐색법

여 불완전하게나마 트랜지스터의 양·불량을 가려내는 새로운 검사방법이 도입되었고, 이 검사방법을 사용하여 불합격된 로트의 제품들을 전수 선별검사할 수 있게 되었다. 예비조사를 통하여 양품의 게인의 값은 평균이 140이고 분산이 800인 정규분포를 따르고, 불량품의 게인의 값은 평균과 분산이 각각 100과 600인 정규분포를 따른다는 것을 알 수 있었다.

수명시험에 드는 비용은 500원, 게인을 측정하는데 드는 비용은 50원, 양품을 불량품으로 잘못 판단하여 할인판매했을 때 발생되는 손실비용은 300원, 불량품을 양품으로 잘못 판단하여 출하했을 때 발생되는 손실비용은 2000원이다.

이상의 정보를 이용하여 대용품질특성치를 이용한 계수선별형 샘플링 검사방식을 설계하면, 표 1에서와 같이 최적 결정변수들의 값은 $n^*=22$, $c^*=1$, $w^*=124.58$이고 최소 기대비용은 139원이다. 표 1은 그림 2의 최적해 탐색법을 이용하여 최적해를 찾아가는 과정을 보여주고 있다.

표 1. 예제의 최적해를 찾아가는 과정

c	$n^*(c)$	$w^*(n^*(c),c)$	T_c
0	13	122.30	140.2
1	22	124.58	139.0
2	30	125.95	140.4

5. 수행도 평가

이 절에서는 이 논문에서 제안한 샘플링 검사방식을 기존의 검사방식들과 비교하고, 비용요소의 잘못된 추정에 따른 민감도를 분석한다.

5.1 비 교

이 연구에서 제안한 검사방식(검사방식-1)과 비교대상이 되는 것들은 다음과 같다.

검사방식-2 : 불합격된 로트를 할인판매하는 기존의 샘플링 검사방식

검사방식-3 : 로트의 모든 제품을 대용품질특성치를 이용하여 전수검사

TC_j, $j=1,2,3$,를 검사방식-j의 단위제품당 기대비용이라 하면 $TC_1(n,c,w)$은 식(8)이고, TC_2와 TC_3는 각각

$$TC_2(n,c) = r_{SA}\cdot\frac{n}{N}+\frac{N-n}{N}\cdot\left[\, r_A\cdot\sum_{z=0}^{c}g_n'(z) + r_R\cdot\sum_{z=c+1}^{n}\{g_n(z)-g_n'(z)\}\right] \tag{14}$$

$$TC_3(w) = r_{SC}+\frac{r_A\cdot s}{s+t}\cdot\Phi\left(\frac{\mu_1-w}{\sigma_1}\right)+\frac{r_R\cdot t}{s+t}\cdot\Phi\left(\frac{w-\mu_0}{\sigma_0}\right) \tag{15}$$

이다. 식(14)와 (15)의 유도과정은 부록에 정리되어있다.

표 2는 4절의 예제에서 사용한 모수 및 비용요소를 기본으로 하여 비용요소들을 변화시켜가면서 세가지 검사방식 사용시의 최적 결정변수들과 단위제품당 기대비용을 구한 것이다. 이 표로 부터 다음의 내용을 알 수 있다.

(1) 고려한 모든 경우에서 제안된 선별형 샘플링 검사방식의 기대비용이 기존 검사방식들의 기대비용보다 작다.
(2) 제안된 선별형 샘플링 검사방식에서의 c^*가 기존 샘플링 검사방식에서의 c^*보다 작다. 이는 검사방식-1의 로트합격확률이 검사방식-2의 로트합격확률보다 작음을 의미하는데, 그 이유는 검사방식-1의 경우 샘플링 검사에서 잘못된 판정을 내리더라도 선별검사에서 다시 검사할 수 있기 때문이다.
(3) 검사방식-1의 w^*가 검사방식-3의 w^*보다 큰 값을 갖는데, 그 이유는 (2)에서와 같이 제안된 검사방식의 경우 두 종류의 검사를 사용할 수 있기 때문이다.

로트의 평균불량률 $\bar{p}=s/(s+t)$에 따른 세 검사방식들

표 2. 비용의 변화에 따른 검사방식들의 최적 결정변수들과 기대비용

r_{SA}	r_{SC}	r_A	r_R	검사방식-1				검사방식-2			검사방식-3	
				n^*	c^*	w^*	TC_1^*	n^*	c^*	TC_2^*	w^*	TC_3^*
500	50	2000	300	22	1	124.58	139.0	25	3	163.2	113.27	155.3
750	50	2000	300	11	0	122.82	143.2	17	2	168.2	113.27	155.3
250	50	2000	300	36	2	124.88	132.2	55	7	154.7	113.27	155.3
500	100	2000	300	22	2	127.85	159.7	25	3	163.2	113.27	205.3
500	10	2000	300	18	0	121.29	115.5	25	3	163.2	113.27	115.7
500	50	3000	300	19	0	127.86	166.8	30	2	197.1	120.38	176.7
500	50	1000	300	9	1	117.32	92.6	6	2	100.2	100.14	121.2
500	50	2000	500	17	1	117.18	157.6	20	4	185.2	103.72	182.8
500	50	2000	100	19	0	138.71	102.3	25	1	116.0	131.77	104.2

간의 비교를 위해서 s를 고정시킨 상태에서 t를 변화시켜가면서 세 검사방식의 기대비용을 구했다. 그림 3은 t값을 로트의 평균불량률이 0.01(0.01)0.20이 되도록 변화시켜가면서 구한 세 검사방식의 단위제품당 기대비용을 나타낸 것이다. 이 그림에 의하면 개별적으로 샘플링 검사를 하거나 대용품질특성치를 이용하여 전수검사하는 것보다 두 검사방식을 적절히 혼용하여 이용할 수 있는 제안된 선별형 샘플링 검사방식을 사용하는 것이 효과적이라는 것을 알 수 있다.

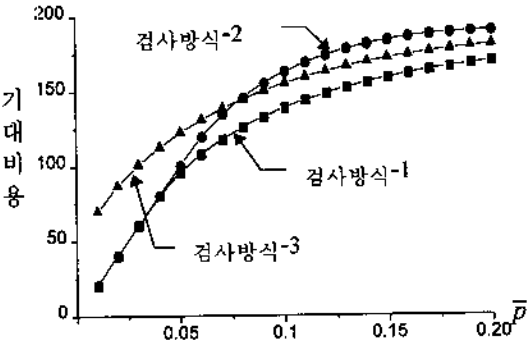

그림 3. 로트 평균불량률에 따른 세 검사방식의 기대비용

그림 4는 μ_0를 변화시켜가면서 세 검사방식의 기대

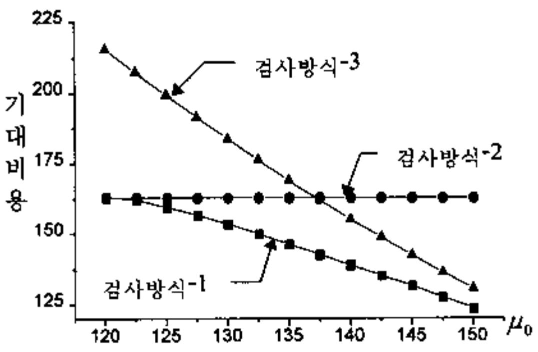

그림 4. μ_0에 따른 세 검사방식의 기대비용

비용을 구한 것으로, μ_0와 μ_1의 거리가 멀어서 대용품질특성치를 이용한 검사의 판별력이 높을수록 검사방식-1과 검사방식-3이 유리해짐을 보여준다.

5.2 민감도 분석

비용요소 θ를 사용하여 구한 단위제품당 기대비용을 $T(\theta)$라 하자. 비용요소의 참값 θ_0를 θ_1으로 잘못 추정한 경우의 단위제품당 기대비용의 변동률 δ는

$$\delta = \frac{|T(\theta_1) - T(\theta_0)|}{T(\theta_0)} \times 100(\%) \qquad (16)$$

이다. 그림 5는 비용요소의 참값이 예제의 r_{SA}=500, r_{SC}=50, r_A=2000, r_R=300이라 할 때 이들 각각을 ±50%까지 잘못 추정할 경우의 기대비용의 변동률을 나타낸 것으로, 제안된 샘플링 검사방식은 비용요소의 잘못된 추정에 둔감함을 알 수 있다.

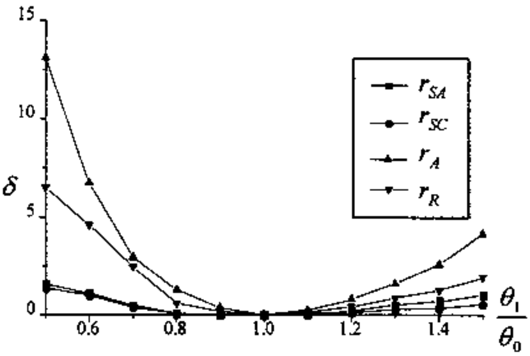

그림 5. 비용요소의 잘못된 추정에 의한 단위제품당 기대비용의 변동률

6. 결 론

이 논문에서는 불합격된 로트 속의 모든 제품을 대용품질특성치를 이용하여 전수 선별검사하는 계수선별형 샘플링 검사방식을 제안하고, 제안된 검사방식을 사용할 경우의 단위제품당 기대비용식을 유도하였으며, 기대비용이 최소가 되도록 하는 표본의 크기, 합격판정개수 그리고 대용품질특성치의 임계치를 구했다. 제안된 샘플링 검사방식을 기존의 검사방식들과 단위제품당 기대비용면에서 비교해 본 결과, 고려한 모든 모수 및 비용요소 하에서 제안한 검사방식을 사용하는 것이 기존의 검사방식들을 사용하는 것보다 경제적이라는 것을 알 수 있었다.

이 논문에서는 주품질특성치를 검사하는 검사방법이 파괴검사이고 $\mu_0 > \mu_1$라는 가정 하에서 단위제품당 기대비용식을 유도하였다. 그러나 검사방법이 비파괴검사이거나 $\mu_1 > \mu_0$인 경우에 대해서도 약간의 수정만으로 기대비용식을 쉽게 유도할 수 있다. 또한 이 논문에서는 선별검사에서 불합격된 제품들을 할인판매한다고 가정하였으나, 이들 제품들을 재가공하거나 폐기처분하는 경우에도 r_R의 값만 바뀌고 유도된 기대비용식은 그대로 이용할 수 있다.

참고문헌

[1] Bai, D.S. and Kwon, H.M.,"Economic Design of a Two-Stage Screening Procedure with a Prescribed Outgoing Quality", *Metrika*, Vol. 42, pp. 1-18, 1995.

[2] Bai, D.S. and Kwon, H.M.,"A Note on the Design of a Two-Sided, Two-Stage Screening Procedure with a Prescribed Outgoing Quality", *European Journal of Operational Research*, Vol. 97, pp. 17-21, 1997.

[3] Boys, R.J. and Dunsmore, I.R.,"Diagnostic and Sampling Models in Screening", *Biometrika*, Vol. 74, pp. 365-374, 1987.

[4] Dodge, H.F. and Romig, H.G., *Sampling Inspection Tables - Single and Double Sampling*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, NY, 1959.

[5] Guenther, W.C.,"Rectifying Inspection for Nonconforming Items and the Hald Linear Cost Model", *Journal of Quality Technology*, Vol. 17, pp.81-85, 1985.

[6] Hald, A.,"The Compound Hypergeometric Distribution and a System of Single Sampling Inspection Plans Based on Prior Distributions and Costs", *Technometrics*, Vol. 2, pp. 275-340, 1960.

[7] Kim, S.B. and Bai, D.S.,"Economic Screening Procedure in Logistic and Normal Models", *Naval Research Logistics*, Vol. 37, pp. 919-928, 1990.

[8] Owen, D.B., McIntire, D. and Seymore, E.,"Tables Using One or Two Screening Variables to Increase Acceptable Product Under One-Sided Specifications", *Journal of Quality Technology*, Vol. 7, pp. 127-138, 1975.

[9] Tang, K.,"Economic Design of a One-Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable", *Technometrics*, Vol. 29, pp. 477-485, 1987.

[10] Tang, K. and Tang, J.,"Design of Screening Procedures: A Review", *Journal of Quality Technol-*

ogy, Vol. 26, pp. 209-226, 1994.

97년 7월 최초 접수, 97년 10월 최종 수정

A. 부 록: TC_2와 TC_3의 유도과정

A.1

불합격된 로트를 할인판매하는 샘플링 검사를 실시할 경우, $z \le c$이면 로트가 합격되어

$$T_A(n,c\,|\,Z,z) = r_{SA} \cdot \frac{n}{N} + r_A \cdot \frac{Z-z}{N} \tag{A1}$$

이고, $z > c$이면 로트가 불합격되며

$$T_R(n,c\,|\,Z,z) = r_{SA} \cdot \frac{n}{N} + r_R \cdot \frac{N-n-Z+z}{N} \tag{A2}$$

가 된다. 식(A1)과 (A2)를 이용하여 3절의 유도과정과 유사하게 TC_2를 유도하면 식(14)를 구할 수 있다.

A.2

$h(w\,|\,Z)$을 로트 속에 포함된 불량품의 수가 Z개 일 때 대용품질특성치로 전수검사를 할 경우 발생되는 단위제품당 비용이라 하면,

$$h(w\,|\,Z) = r_{SC} + r_A \cdot \frac{Z}{N} \cdot \Pr(X \ge w\,|\,Y=1) + r_R \cdot \frac{N-Z}{N} \cdot \Pr(X < w\,|\,Y=0) \tag{A3}$$

이다. TC_3은

$$TC_3 = \sum_{Z=0}^{N} h(w\,|\,Z) \cdot f_N(Z) \tag{A4}$$

이고, 이를 정리하면 식(15)를 구할 수 있다.