

회전하는 원뿔의 각도에 따른 축 대칭 원통형 용기에서의 와동붕괴에 관한 연구

Vortex breakdown in an axisymmetric circular cylinder with rotating cones

김 재 원*, 엄 정 섭**
J. W. Kim, Ch. S. Eum

Key words : Vortex breakdown(와동의 붕괴), Rotating flows(회전유동), Flow visualization(유동의 가시화), Numerical investigation(수치연구), Body fitted coordinate system(표면 좌표계)

Abstract

A numerical investigation has been made for flows in an axisymmetric circular cylinder with an impulsively rotating cone located at the bottom of the container. The axisymmetric container is completely filled with a viscous fluid. Major parameter for the present research is only the vertex angle of the cone, otherwise Reynolds number and aspect ratio of the vessel are fixed. Main interest concerns on the vortex breakdown of meridional circulation by impulsive rotation of the cone with respect to the longitudinal axis of the cylinder. Numerical method has been used to integrate momentum and continuity equations on a generalized body-fitted grid system. The pattern of vortex breakdown is quite different from that in a right circular cylinder with flat endwall disks. The flow visualization photograph of the preceding work by Escudier is compared with the present numerical results and the two results are in good agreements. Also flow data are plotted to gain a deep understanding for the present phenomena of the vortex breakdown. The conclusions of this work are clearly explained by the classical theory of the vortex flows in a finite geometry.

1. 서 론

축 대칭 와동(axisymmetric vortex breakdown)의 붕괴에 관한 연구는 1968년 Vogel⁽¹⁾의 연구 이래로 많은 연구자들에 의해 많이 연구되어온 과제이다. 와동의 붕괴에 관한 많은 연구 중에서 원통

형 용기내의 축 대칭 와동의 붕괴에 대해서는 무척 많은 연구가 진행되어 왔다. 이처럼 많은 연구가 진행된 이유는 축 대칭 와동의 붕괴가 발생하는 유동의 조건이 매우 제한적이며, 유동 변수인 레이놀드 수(Reynolds number)와 용기의 종횡비(aspect ratio)의 함수로 와동의 붕괴 여부 및 형태가 적절히 예측될 수 있기 때문이다. 회전 기기(예로서 펌프, 송풍장치 등)와 관련된 유동을 주요 대상으로 하는 공조기기 내부의 유동을 이해하는 데에도

* 선문대학교 기계자동제어공학부

** 유한전문대학 기계설계과

와동 붕괴의 현상에 대한 공학적 자료가 매우 유용하리라 판단된다. 1984년에 Escudier⁽²⁾는 축 대칭 원통형 용기의 내부에서 와동의 붕괴가 발생하는 유동의 영역을 레이놀드 수와 종횡비의 함수로 표시하여 제시하였다. Escudier를 포함한 여러 연구자들^{(3)~(5)}의 주요 관심사는 축 대칭 용기의 평평한 밑판(flat disk) 혹은 윗판의 회전에 의한 회전 유동장 내부의 와동의 생성 및 붕괴를 취급하였다. 그 중에서 Sphon 등⁽⁵⁾의 연구는 자유 표면의 영향까지 고려한 연구였다. Sphon 등은 그들의 연구에서 자유 표면은 큰 변형을 유발하지 않는다는 제한 조건을 두었으나, 수치해석의 결과와 유동 가시화의 결과가 매우 잘 일치함을 보였다. 그러나 이 모든 와동의 붕괴에 관한 유동 조건은 모두 정상 상태에서의 와동의 붕괴에 관한 것이며 비정상 와동 붕괴에 대한 실험적 연구는 1995년 Fujimura 등⁽⁶⁾에 의해 발표되었다. 최근의 Durao 등⁽⁷⁾의 연구는 축 대칭 용기의 하부에 위치한 원뿔의 회전에 의해 생성되는 와동의 붕괴에 대해 실험적으로 연구하였다. 이 연구는 기존의 연구들이 원통형 용기내의 회전 평판에 의한 와동붕괴를 취급한 것을 고려하면 매우 흥미로운 사실이다. 왜냐 하면 와동의 붕괴란 유동장내의 와도(vorticity) 분포의 공간적 변동에 의해서이기 때문에 원판 대신 수심의 깊이를 변화시킬 수 있는 원뿔의 채움은 와동의 붕괴에 대한 와도(vorticity)의 변화 영향을 고려했다는 점에서 무척 특이하다. 특히 그들은 레이저 유속 측정기(Laser Doppler Velocimeter)를 사용하여 자오평면(meridional plane)상에서의 속도를 측정하였고 형광물질을 이용한 유동의 가시화 실험을 통해 붕괴하는 와동 유동의 모습을 보였다. 그러나 그들의 논문에서는 원뿔의 꼭지각이 90°로 고정된 경우에 단지 레이놀드 수와 용기의 종횡비만을 변화시켜 와동장에 대한 실험적 연구를 시도하였다.

본 논문에서는 Durao 등의 와동 실험을 보다 확장한 경우에 대해 수치 계산을 수행하고자 한다. 본 논문의 모델은 Durao 등의 모델과 유사하게 회전하는 원뿔을 축 대칭 용기의 하부에 위치시켰으며, 반경이 R이고 높이가 H인 축 대칭 원통형 용기는 정지된 위원판에 의해 닫혀져 있다. 또한 동점성 계수가 ν 인 점성 유체가 용기를 꽉 채우고 있

다. 유동장의 특성을 나타내는 레이놀드 수는 Durao 등의 결과와 비교를 위해 2570으로, 종횡비는 3.0으로 고정한 후 원뿔의 각도에 따른 수치 계산을 수행하였다. 수치 계산에 사용된 원뿔의 각도는 60°, 90°, 120°, 180°이며, 180°의 경우 용기의 모습이 일반적인 평판 원통이 된다. 따라서 수치 실험의 목적은 고정된 종횡비와 레이놀드 수에 대해 원뿔의 각도가 와동의 붕괴에 어떤 영향을 미치는 가를 수치적으로 분석하는 것이다. 유동장의 유동은 원통의 기하학적 수직 축에 대하여 갑자기 Ω 로 회전하는 원뿔의 유동에 의해 용기 내부에 생성된다. 따라서 수치 해석의 유동 조건은 다음의 Table 1로 요약될 수 있다.

수치 해석에 사용된 기법은 Patankar⁽⁸⁾의 SIMPLE 개념의 알고리즘이며 격자계는 균일 격자계를 직교좌표계에서 일반 좌표계로 변환하여 사용하였다. 유동장의 모습은 자오면에서의 등유량 함수선을 구하여 표시하였고 그 결과는 형광 물질을 사용하여 획득한 유동의 가시화 결과와 잘 일치하였다.

2. 수치 해석

Fig.1은 유동장의 기하학적 모습과 좌표계를 나타낸다. Fig.1에서 알 수 있듯이 꼭지각이 θ 인 원뿔은 용기의 기하학적 중심축의 방향으로 갑자기 회전하기 시작하여 정상적으로 그 회전 속도를 유지하면서 유동장에 각운동량(angular momentum)을 공급하게 된다.

본 계산에서의 레이놀드 수는 원뿔의 회전 각속도(Ω), 원통형 용기의 반경(R)을 기준으로 $Re \equiv \Omega R^2/\nu$ 로 정의되었으며, 본 연구의 수치 계산에서는 2570으로 고정시켰다. 아울러 유동을 유발시키는 회전하는 원뿔의 꼭지각은 60°, 90°, 120°, 180°(평평한 바닥을 가진 일반적인 원통용기)로 변화시키면서 와동의 붕괴에 관한 영향을 관찰하였다. 수치연구에 사용된 방법은 축 대칭 Navier-Stokes 방정식을 비직교 표면 좌표계에 대해 차분화시킨 후 수치적분을 수행하여 정상상태에서의 유선의 모습을 통하여 와동의 붕괴를 표시하는 기포(bubble, 실제로는 선회류 영역이나 기하학적 형상

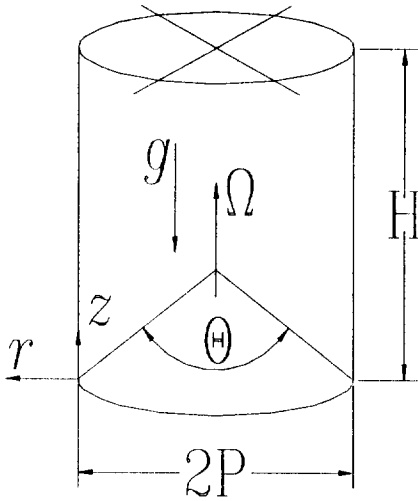


Fig.1 Schematic illustration of flow diagram and coordinates system.

이 기포와 같아 기포라고 여러 논문 등^{(2)~(7)}에서 칭함)를 확인하고자 한다. 유동장의 형태가 축 대칭이므로 수치 해석 역시 전체 유동장의 오른쪽 평면만을 취급하여 진행되었다.

수치적분에 사용된 방정식은 축 대칭 비정상 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식이다. (r, θ, z) 의 원통 직교 좌표계에서 표시된 운동량 방정식과 연속방정식은 각각 식 (1)과 (2)이다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial(ru^2)}{\partial r} - \frac{\partial(uw)}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v^2}{r} + \nu(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2}), \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial(ruv)}{\partial r} - \frac{\partial(vw)}{\partial z} - \frac{uv}{r} + \nu(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2}), \quad (1b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial(ruw)}{\partial r} - \frac{\partial w^2}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w. \quad (1c)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

위의 식에서 속도 성분 (u, v, w) 은 (r, θ, z) 방

향의 속도 성분을 각기 나타낸다. 또한 일반적인 표현과 같이 p 는 압력을, ρ 는 유체의 밀도, ∇^2 은 Laplace 연산자를 의미한다.

수치 적분을 적절히 수행하기 위한 초기조건 및 경계조건은 다음의 식 (3)과 (4)에 표시하였다. 특히 경계 조건의 경우 본 논문의 취급 유체가 점성유체이므로 고체 벽면상에서는 미끄럼 방지 조건(no-slip condition)을 적용하였다.

$$u=v=w=0, \text{ for } t < 0. \quad (3)$$

$$u=w=0, v=r\Omega, \text{ for } t \geq 0 \text{ (원뿔의 경사면)} \quad (4a)$$

$$u=w=v=0, \text{ for } t \geq 0, \text{ (원통의 용기의 고체 경계면)} \quad (4b)$$

$$u=0, \frac{\partial w}{\partial r}=0, \frac{\partial(v/r)}{\partial r}=0, \text{ for } t \geq 0, \text{ (용기의 중심축)} \quad (4c)$$

유동장의 물리적 영역은 위는 정지 평판으로 막히고 아래는 회전 원뿔의 경사 측면으로 막힌 원통형 용기의 내부이므로 위의 지배방정식을 일반화된 표면 좌표계(generalized body fitted coordinate system)로 변환하여 수치 해석을 해야 한다. 이를 위해 비직교 축 대칭 좌표계 (ξ, η) 가 도입되었다. 다음의 식 (5)와 (6)은 비직교 축 대칭 좌표계 (ξ, η) 위에서 표현된 운동량 방정식과 연속 방정식이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial rJu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} [rUu - r\frac{\Gamma}{J}(\alpha \frac{\partial u}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial u}{\partial \eta})] \\ + \frac{\partial}{\partial \eta} [rVv - r\frac{\Gamma}{J}(-\beta \frac{\partial u}{\partial \xi} + \alpha \frac{\partial u}{\partial \eta})] + S, \\ = -r\frac{\partial p}{\partial \xi} z_\eta + r\frac{\partial p}{\partial \eta} z_\xi \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial rJv}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} [rUv - r\frac{\Gamma}{J}(\alpha \frac{\partial v}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial v}{\partial \eta})] \\ + \frac{\partial}{\partial \eta} [rVv - r\frac{\Gamma}{J}(-\beta \frac{\partial v}{\partial \xi} + \alpha \frac{\partial v}{\partial \eta})] \\ = -uvJ - \Gamma \frac{vJ}{r}, \end{aligned} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial rJw}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[rUw - r \frac{\Gamma}{J} \left(\alpha \frac{\partial w}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[rVw - r \frac{\Gamma}{J} \left(-\beta \frac{\partial w}{\partial \xi} + \alpha \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \right] \\ & = -r \frac{\partial p}{\partial \xi} r_\eta - r \frac{\partial p}{\partial \eta} r_\xi \end{aligned} \quad (5c)$$

$$\frac{\partial(rU)}{\partial \xi} + \frac{\partial(rV)}{\partial \eta} = 0. \quad (6)$$

여기서, $J=r_\xi z_\eta - r_\eta z_\xi$ 이다. 또한 비직교 좌표계의 비직교성 (non-orthogonality) 때문에 생기는 항 $\xi, \xi, \dots, \eta, \alpha, \beta, \gamma$ 등은 다음과 같이 정의된다.

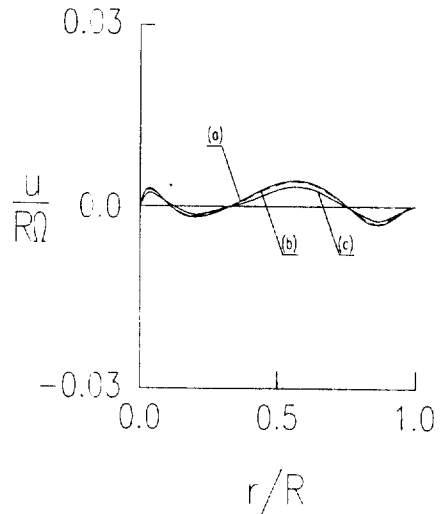
$$\xi = \frac{z_\eta}{J}, \quad \xi = -\frac{r_\eta}{J}, \quad \eta = \frac{z_\xi}{J}, \quad \eta = \frac{r_\xi}{J}$$

$$\alpha = r_\eta^2 + z_\eta^2, \quad \beta = r_\eta r_\xi + z_\eta z_\xi, \quad r = r_\xi^2 + z_\xi^2$$

또한 속도항 U와 V는 다음과 같이 정의되는 반변 속도항(contravariant velocity term)이다. 즉, $U=uz_\eta - wr_\eta$ 이고 $V=-uz_\xi + wr_\xi$ 이다. 이 수치 해석의 연구에서는 종속 변수로서 공변 속도항을 산출하여 유동장의 해를 구하는 기법을 사용하였다. 이 방법은 Issa⁽⁹⁾, Lee와 Chiu 등⁽¹⁰⁾에 의해 이미 널리 알려지고 활발히 사용되는 방법이다. 본 연구에서 사용된 수치 해석의 상세한 절차 및 기법은 장동진과 배상수⁽¹¹⁾의 논문에서 제시된 방법을 이용하여 수행되었다.

상기의 방정식을 수치 해석하기 위해 (80×80)개의 격자점으로 구성된 격자계를 사용하였다. 특히 원뿔의 꼭지점 각도 θ 가 60°로 매우 날카로운 경우에 대해서는 격자계의 찌그러짐(skewness)이 매우 크게 되는데 이 경우에 대해서는 (100×100)로 격자수를 증대 시켜 그 난점을 극복하였다. 일반적인 방법으로 격자의 왜곡에 의한 해의 부정확성을 막기 위해서는 벽에서 수직으로 출발하는 격자(wall-orthogonal grid net)를 구성하여 수치 계산에 이용하는 데⁽¹²⁾, 그럴 경우 격자계가 다소 복잡하고 수치해의 결과를 통해 얻은 반경 방향 속도(u)의 상대 크기의 최대 차이도 본 연구의

경우 0.0025% 이내로 극히 미약하므로 단순히 격자수의 증대를 통해 격자의 일그러짐을 해결하는 방법을⁽¹³⁾ 채택하여 수치 해석을 수행하였다. 속도 변화의 비교에서 반경 속도를 선정하여 격자계 영향을 평가한 이유는 본 유동장의 경우 크기가 가상 민감하게 변화하는 것이 회전 원뿔부근의 반경 방향 속도이기 때문이다. 실제로 (100×100)의 비직교 일반 격자계를 사용한 경우와 (80×80)개의 격자점으로 구성된 수직 출발 격자계(벽면 근처의 첫 번째 격자를 벽면에서 수직으로 구성한 격자계)와의 비교를 Fig.2에 나타내었다. Fig.2는 사용된 격자계의 변화에 따른 회전 원뿔 부근의 반경 방향 속도 분포를 나타낸 그림이다. Fig.2의 (a)는 (100×100)의 비직교 일반 격자계를 이용한 수치 계산의 결과이며, Fig.2의 (b)와 (c)는 수직 출발 격자계를 사용한 경우에 격자수가 (80×80)개인 경우와 (60×60)개인 경우를 각기 나타낸다. Fig.2의 결과에서 알 수 있듯이 수직 출발 격자계를 사용한 경우 수치 결과에 영향을 미치지 않는 격자의 수가 (80×80) 근방인 것으로 나타났다.



(a) the present grid system(100×100),
 (b) wall-orthogonal grid net(80×80),
 (c) same as (b)except for(60×60).

Fig.2 Typical Profiles of velocities according to grid points.

따라서 (80×80)개의 수직 출발 격자계의 해에 근사한 수치해를 제공하면서 경계 조건 취급이 편리한 (100×100)개의 직교 일반 격자계를 사용하여 본 연구의 계산을 수행하였다.

수치 계산은 정상상태의 해를 찾기 위해 속도장의 시간 증분에 따른 상대 변화율이 기설정된 값 (1×10^{-7}) 이하로 작아질 때까지 반복 계산을 수행하였다. 한 경우의 유동 조건에 대한 수치 계산은 Digital Equipment사의 Alpha station 250/266으로 약 2시간이 소요되었다.

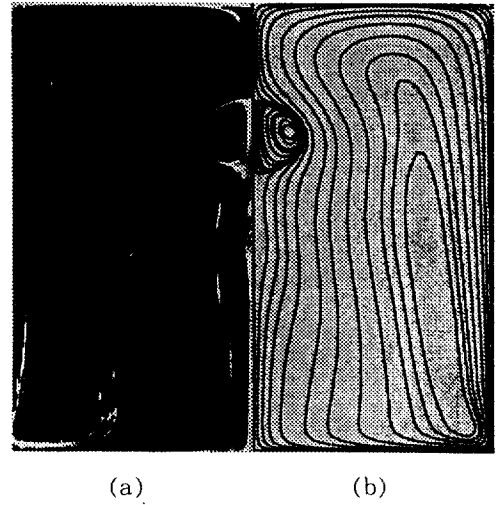
수치 계산의 결과는 주로 등 유량 함수선(iso-stream function lines)을 그려봄으로써 확인하였는데, 그 이유는 유선의 분포를 통해 와동의 붕괴 여부, 발생된 와동붕괴의 위치 및 크기를 정확히 알 수 있기 때문이다. 실제로 와동의 붕괴를 취급한 보고서⁽³⁾⁻⁽⁴⁾에서도 모두 유선의 분포 모습을 통해 유동장 내부의 와동붕괴 및 위치 확인을 시도하였다. 본 연구의 2차원 유동장에서 사용된 유량 함수 Ψ 는 반경 방향 속도 u 와 축 방향 속도 w 에 의

$$\text{해 } u = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, w = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \text{로 정의되었다.}$$

3. 결과 및 토의

유동장 내부의 각운동량의 전파를 수치적으로 해석하고 그 결과의 분석을 통해 유동장 내부의 와동붕괴에 대한 연구를 하였다. 유동장 내부에 각운동량을 전달하는 회전하는 원뿔에 의한 유동장은 회전 원뿔의 기하학적 꼭지각 θ 를 유동장의 주요 매개 변수로 선택하여 유동장의 레이놀드 수와 용기의 종횡비가 일정하게 고정된 상태에서 θ 에 따른 와동의 붕괴 모습을 관찰하였다.

계산된 수치해의 정확성을 검증하기 위해 $\theta = 180^\circ$ 에 대한 결과를 Escudier⁽²⁾의 결과와 비교하였다. 그의 실험 조건은 레이놀드 수가 1002에서 3061까지이며, 종횡비는 2.0에서 3.5까지이다. 이 중에서 가장 뚜렷한 사진을 보이는 $Re = 1954$, $\gamma = 2.0$ 에 대해 수치 해석을 진행하고 그 결과와 Escudier⁽²⁾의 유동 가시화 사진을 비교하여 Fig.3에 나타내었다. Fig.3에서는 양과 형태의 와동붕괴 형태가 사진과 수치 해석 결과에서 뚜렷이 보이고



(a) The photograph by M. P. Escudier.
(b) The present numerical results.

Fig.3 Comparison of vortex breakdown for $Re = 1854$, $\gamma = 2.0$.

있다. 그림의 왼쪽은 Escudier의 유동 가시화 사진이고 그림의 오른쪽은 본 수치 계산을 통해 얻은 유량함수의 분포 모습이다. 그림의 비교에서 알 수 있듯이 와동의 붕괴를 나타내는 기포(bubble)의 개수나 위치 등이 두 그림에서 매우 잘 일치함을 알 수 있다. Fig.3에서 두 결과의 비교를 통해 본 논문의 수치 해석 방법이 비교적 정도 있는 해를 제공하고 있다고 간주할 수 있다.

본 연구의 동기가 되었고, 선행 실험 결과를 제시한 논문인 Durao 등⁽⁷⁾의 실험조건과 같은 유동 조건에 대해 수치 계산을 수행하였다. 그들의 결과는 case 2에 대한 실험 결과이므로 본 연구의 수치 결과와의 직접적인 비교가 가능하다. Fig.4에서는 본 연구의 case 2의 결과를 나타낸 것이다. Table 1에서도 나타났듯이 case 2의 조건은 Durao 등의 유동 조건과 동일한 $Re = 2570$, $\gamma = 2.0$, $\theta = 90^\circ$ 인 경우이다. Durao 등이 결론에서 언급했듯이 2개의 구별되는 기포가 유동장 내에 존재하는 유량 함수의 분포가 획득되었다. 본 연구의 유동장은 축 대칭이기 때문에 회전축의 오른쪽 평면만이 표현되어 있으며 따라서 Fig.4의 가장 왼쪽 면은 회전축

을 나타내고 오른쪽 면은 용기의 원통형 측벽을 나타낸다. 자오면상에서의 이차 유동의 모습을 살펴 보면, 회전하는 원뿔의 경사 측면에 의해 유체가 반경 방향으로 밀려 나가는 반면, 이 유출 질량을 보충하기 위해 정지 윗판의 밑에 있던 유체가 하강 운동을 시작한다. 따라서 자오면 유동장의 유동 모습은 대부분 반시계 방향의 회전을 보이고 있다. 반면에 이 연구에서의 관심인 와동붕괴의 모습인 기포는 축 근처의 윗판의 아래 부근에서 역류의 유동 영역으로 나타난다. 이러한 유동의 형태 및 기포의 모습은 동일 조건에 대해 실험 연구를 수행한 Durao 등의 가시화 결과와 매우 잘 일치하고 있

다. Durao 등의 보고서는 학술대회 논문집에 발표한 것으로 육안을 통한 사진의 인식에는 문제가 없으나 그 사진을 직접 본 논문에 인용하기에는 사진의 질이 충분히 선명하지 못하며, 현재 그들은 더 이상 이 분야에 연구를 진행하고 있지 않아 실험사진을 직접 획득할 수는 없었다. 따라서 Fig.3과 같은 직접적인 비교는 곤란하였다.

Fig.5는 각각의 유동조건에서 붕괴된 와동을 보이는 유선의 분포 모습을 보이고 있다. Fig.5의 (a), (b) 그리고 (c)는 원뿔의 꼭지 각도가 각각 180°, 120°, 60°인 경우 자오 평면상의 이차 유동의 모습이다. 동일한 유동 조건에서 단지 회전 원뿔의 꼭지각만을 변경한 경우 유동장에서 발생하는 와동붕괴의 형태는 매우 다르게 나타난다. 원뿔의 꼭지각(θ)이 180°, 120°, 90°(Fig.4 참조)에서

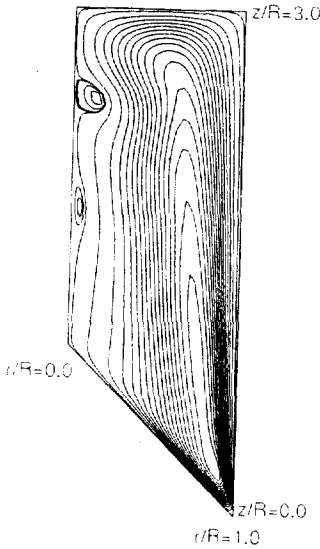


Fig.4 Plots of iso-stream lines in the meridional plane for the case 2.

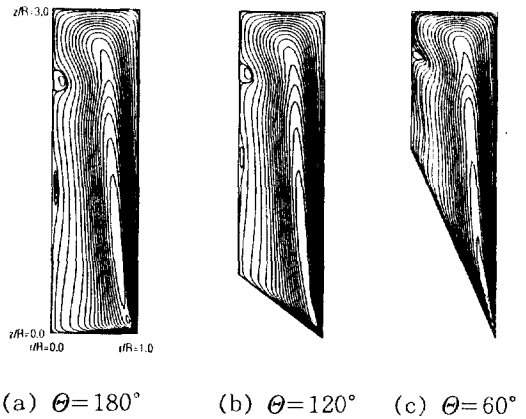


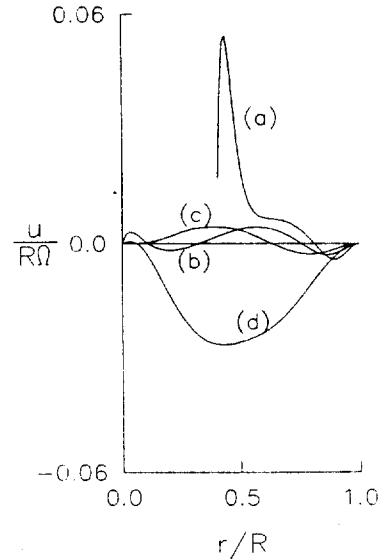
Fig.5 Plots of meridional circulations to show vortex breakdown near the vertical axis for $Re=2570$, $\gamma=3.0$.

Table 1 Flow parameters for present numerical works

Flow parameters Numerical runs	Reynolds number ($Re \equiv \Omega R^2 / \nu$)	Aspect ratio ($\gamma \equiv H/R$)	Vertex angle of cone (θ)
CASE 1	2570	3.0	60°
CASE 2			90°
CASE 3			120°
CASE 4			180°

는 2개의 기포가 발생하는 와동붕괴의 형태를 보이다가, 원뿔의 꼭지각이 60° 인 날카로운 경우에는 와동붕괴의 상징인 기포가 1개로 줄어들음을 알 수 있다. 이는 수심의 변화에 따른 와도(Vorticity)의 팽창과 수축을 통해 설명할 수 있다. 즉, 수심이 가장 얇은 경우(원뿔의 꼭지각이 60° 인 경우) 유체의 부분적인 회전 각속도는 커질 것이다. 결과적으로 유동장의 일부분에서 레이놀드 수가 커지므로 평판에 대한 실험을 바탕으로 제시된 Escudier⁽²⁾의 유동 영역분포도(flow regime diagram)와는 상이한 결과를 보인다. 자오면상의 유량 함수 분포도에서 알 수 있는 또 다른 사실은 원뿔의 꼭지각이 작아질수록 위에 있는 기포가 고정 원판 쪽에 가까워지며, 또한 2개의 기포 사이의 거리도 짧아진다. 이러한 사실 역시 유동장의 지역적 인 각속도의 차이로 이해될 수 있다.

붕괴된 와동의 이해를 깊게 하기 위해 자오평면상의 속도를 몇 개의 고정된 반경에서 측정해 보았다. case 2에 대해 유동장의 고정된 반경위치에서 축 방향을 따라 자오면 속도의 크기를 표현한 것이 Fig.6과 7이다. Fig.6에서는 반경 방향 속도(u)를 고정된 축방향의 위치에서 반경 방향으로 살펴본 속도 분포도이며, Fig.7은 축 방향 속도(w)를 고정된 수직의 위치에서 반경 방향으로 살펴본 속도 분포도이다. 위의 두 그림에서 알 수 있듯이, 회전하는 원뿔의 각도에 의해 수심의 깊이가 변화하기 때문에 $z/R=0.6$ 의 수심위치 (Fig.6(a)와 7(a)의 경우)에서는 유체가 없으므로 속도가 존재하지 않는 영역이 발생한다. 또한 축 방향 속도의 Stewartson 경계층의 두께가 윗판 근처로 올라 갈수록 두꺼워 진다는 사실을 알 수 있다. 이는 원뿔 측면의 기하학적 모습으로 인해 Stewartson 경계층이 서서히 발달하고 있음을 나타낸다. 와동의 붕괴가 발생하는 영역인 기하학적 중심축 근처에서는 큰 하강속도와 큰 반경 방향 속도 구배가 등장한다. 이러한 유동이 각운동량의 부분적 증대를 이루어 유동장의 와동붕괴를 유발한다고 생각할 수 있게 한다. 용기의 수직축 근처에서는 비교적 큰 하강 유동이 발생하며, 원통형 용기의 측벽 근처에서는 발달된 상승 유동을 발견할 수 있다. 또한 축 방향 속도의 분포 모습은 Durao 등에 의한 속도 측정



(a) $z/R=0.6$, (b) $z/R=1.0$,
(c) $z/R=1.8$, (d) $z/R=2.8$.

Fig.6 Radial variations of the radial velocities at different axial positions.

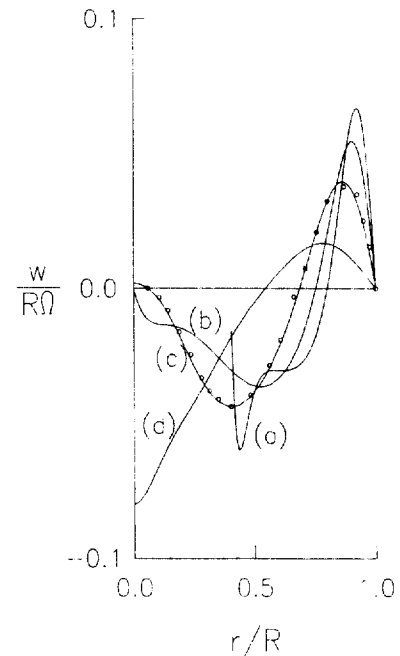


Fig.7 Same as Fig.6 except for the axial velocities. The experimental data are also presented by symbols(○) for (c).

자료가 이미 그들의 논문에 발표되어 있으므로 정량적인 비교가 가능하다.

Fig.7에서는 본 수치 연구의 결과와 Durao의 LDV에 의한 속도 측정치를 비교해 보았다. Fig.7의 (c)에서 실선은 본 수치 연구의 결과를 나타내고 기호는 Durao 등에 의한 실험 결과를 나타낸다. 다른 수직의 위치에서는 측정 결과가 없어 $z/R=1.8$ 인 위치에서의 속도 분포 모습에 대해서만 실험치와 비교하였다. 두 결과 사이에는 비교적 좋은 일치를 살펴볼 수 있으나 원통의 측벽 근처에서는 잘 맞지 않는 부분도 보인다. 실제로 그 부근에서는 Stewartson 경계층을 따라 강한 상승 수류가 발생하는 영역인데 그 부근에서 Durao 등의 실험치는 본 수치해보다 약간 큰 값을 나타내고 있다. 하지만 그 차이 역시 지극히 미미한 정도이므로 두 결과가 일관되게 같은 경향을 나타내고 있다고 주장할 수 있다.

이와 같이 본 유동조건에 존재하는 와동의 붕괴를 요약해 본 것이 다음의 Table 2이다. 일반적인 평판의 회전체에 의한 와동의 붕괴와 비교하기 위해 선행 연구자인 Escudier⁽²⁾의 결과와 비교하면 상이한 점을 발견할 수 있다. 그의 유동 영역도를 참고하면 본 연구의 유동 조건($Re=2570$, $\gamma=3.0$)에서 두 개의 와동붕괴 모습이 보여야 하는데, 본 결과에서는 회전하는 원뿔의 꼭지각도에 따라 다른 와동붕괴의 모습이 나타난다. 이러한 두 결과의 차이점을 고려해 볼 때, 원뿔의 존재에 의한 수심의 반경 방향 변화를 그 원인으로 생각할 수 있다. 본 연구의 유동장은 원뿔의 존재로 인해 수심이 반경 방향에 따라 변하고 있다.

이러한 유동 현상의 차이를 Kelvin의 순환(circulation) 정리⁽¹⁴⁾로 설명할 수 있다. 이 순환 정리는 비점성 유체의 와동장에 대해 적용할 수 있는데, 본 연구의 유동장에서 와동의 붕괴가 발생하는 축근방의 영역은 경계층의 영역을 벗어난 비점성 영역으로 고려할 수 있다. 따라서 와동의 붕괴 영역에서는 유동장이 Kelvin의 순환정리를 만족해야 한다.

즉, $\frac{d}{dt}(\frac{\Omega_{fluid}}{H})=0$. 여기서 Ω_{fluid} 는 유체의 회전 각속도이며, d/dt 는 시간 변화율이며, H 는 수심이다. 따라서 와동이 발생하는 축 근처의 비교적 낮은 수

Table 2 Comparison of number of bubbles according to the vertex angle of the cone

Re	γ	θ (deg.)	Number of bubbles	
			Present results	Escudier's work
2570	3.0	60	1	—
		90	2	—
		120	2	—
		180	2	2

심에서는 유체의 지엽적 각속도(local angular speed)가 커지므로 지엽적 레이놀드 수도 증가하여 Escudier의 유동 영역 판정도의 예측 결과와 상이한 와동붕괴 형식을 나타내는 것이다.

4. 결 론

회전하는 원뿔을 가진 원통형 용기내부의 유동장에 대해 축 대칭 와동붕괴를 수치적으로 연구하였다. 유동의 레이놀드 수와 용기의 종횡비는 각각 2570과 3.0으로 고정시킨 후 단지 원뿔의 꼭지각만을 변화시키면서 원뿔의 꼭지각에 따른 와동붕괴의 변화 모습을 수치적으로 관찰하였다. 원뿔의 꼭지각이 180°인 평판의 경우 선행 실험 결과인 Escudier의 가시화 결과와 비교하여 좋은 일치를 확인하였으며, 원뿔의 꼭지각이 90°인 경우에 대해서는 Durao 등의 실험결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있었다. 그러나 평판을 가진 원통형 용기내의 와동붕괴를 다룬 Escudier의 와동의 형태에 대한 유동 영역 판정도(flow regime diagram)와는 상이한 결과를 보였다. 그 이유는 원뿔의 꼭지각이 작아져서 와동이 발생하는 부근의 수심이 매우 얇아지면, 와도의 팽창을 통해 그 위치에서의 국소 레이놀드수가 커지기 때문에 더 이상 Escudier의 유동 영역 판정도를 따르지 않음이 밝혀졌다. 이 연구의 주요 결과를 바탕으로 회전 고체 면이 원판이 아닌 원뿔의 경우에 대한 유동 영역 판정도를 새롭게 구축할 필요성이 대두되었다고 판단된다.

후 기

논문의 내용이 보다 충실해지도록 감수해 주신 공기조화 냉동공학회 심사위원 여러분께 깊이 감사드립니다. 또한 본 논문은 유한전문대학 부설 산업과학기술연구소의 연구비 지원으로 수행되었음을 밝힙니다.

참 고 문 헌

1. Vogel, H. U., 1968, "Experimentelle Ergebnisse über die Laminare Strömung in einem zylindrischen Gehäuse mit drain roterender Scheibe", *MPI*, Bericht 6.
2. Escudier, M. P., 1984, "Observations of the Flow Produced in a Cylindrical Container by a Rotating Endwall", *Experiments in Fluids*, Vol. 2, pp. 189~196.
3. Lugt, H. J., and Abboud, M., 1987, "Axisymmetric Vortex Breakdown with and without Temperature Effects in a Container with a Rotating Lid", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 179, pp. 179~200.
4. Lopez, J. M., 1990, "Axisymmetric Vortex Breakdown. Part I. Confined Swirling Flow", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 221, pp. 533~552.
5. Spohn, A., Mory, M., and Hopfinger, E. J., 1983, "Observations of Vortex Breakdown in an Open Cylindrical Container with a Rotating Bottom", *Experiments in Fluids*, Vol. 14, pp. 70~77.
6. Fugimura, K., Koyama, H., and Hyun, J. M., 1996, "Vortex Breakdown in a Differentially Rotating Cylindrical Container", *Proceeding of 6th ISROMAC, Hawaii*, Vol. 2, pp. 67~76.
7. Durao, D. F. G., Pereira, J. C. F., and Sousa, J. M. M., 1994, "LDV Measurements of Confined Vortex Breakdown Generated by a Rotating Cone", *Proc. 7th Int. Sym. on Applications of Laser-Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon*, pp. 16.2.1~16.2.5
8. Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Pub. Company.
9. Issa, R. I., 1982, "Solution of the Implicit Discretized Fluid Flow Equations by Operator Splitting", *Mechanical Engineering Report FS/82/15, Imperial College*, London.
10. Lee, D. and Chiu, J. J., 1992, Covariant Velocity Based Calculation Procedure with Nonstaggered Grids for Computation of Pulsatile Flows", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 21, pp. 269~286.
11. 강동진, 배상수, 1996, "일반 비직교 표면 좌표계에서의 비압축성 Navier-Stokes 방정식의 수치해석", *대한기계학회논문집(B)*, Vol. 20, No. 3, pp. 1015~1027.
12. Steger, J. L., and Sorenson, R. L., 1979, "Automatic Clustering near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations", *Journal of Computational Physics*, Vol. 33, No. 3, pp. 405~410.
13. Nakamura, S., 1983, "Adaptive Grid Relocation Algorithms for Transonic Full Potential Calculations using One-dimensional or Two-dimensional Diffusion Equation", *NASA Report CR-166452*, pp. 49~58.
14. Lugt, H. J., 1983, *Vortex flow in nature and technology*, John Wiley & Sons Company.