

## 유한요소법을 이용한 경사기능재료의 조성설계

배인성 · 전우용\* · 金仁權\*\* · 설경원 · 우기도

전북대학교 공과대학 금속공학과

\* 광양전문대학 제철금속과

\*\* 구주대학 항공공학과

### A Compositional Design with Finite Element Method(FEM) in Functionally Gradient Materials

I. S. Bae, \*W. Y. Jeon, \*\*I. K. Kim, K. W. Soel and K. D. Woo

Dept. of Metallurgical Engineering, Chonbuk National University, Chonju, 561-756

\*Dept. of Metallurgy, Kwangyang College

\*\*Dept. of Aerospace Engineering, Kyushu University, Japan

### ABSTRACT

Although functionally gradient materials(FGM) has been developed so as to decrease the thermal stress induced by the high temperature difference between metal and ceramic, it is necessary to analyze the residual thermal stress for the fabrication of FGM. In order to reduce the residual thermal stress, compositional profile of SUS/PSZ(FGM) was suggested using finite element method(FEM). The stress analysis was made on the shape of cylinder with axial symmetry using two dimensional triangular element. For the case of various cylinder with different compositional gradient, calculated stress components were in reasonably good agreement with the expected ones. And the qualitative profile was suggested.

### 1. 서 론

경사기능재료(Functionally Gradient Material, FGM)는 재료의 설계단계에서 사용조건에 적합하도록 의도적으로 조성, 조직, 열전도도, 열팽창계수와 그 외의 재료를 구성하는 인자를 연속적으로 변화시킴으로서 재료에 발생하는 열응력을 기타 기능을 적극적으로 제어하도록 시도한 초내열 재료로서 단일재료에서는 얻지 못하는 뛰어난 내열특성을 보여준다<sup>1), 2)</sup>. 예를 들어 수천도의 고온 가스에 접한 표면에는 세

라믹을 배치하여 내열성을 부여하고 냉각을 하는 면에는 금속재료를 배치하여 높은 열전도와 기계적 강도를 부여하며 그 사이의 조성, 조직의 분포를 연속적으로 제어함으로서 열전도와 열팽창계수의 연속성을 부여하여 계면에서의 열응력을 적극적으로 완화시킬 수 있다. 그러나 경사기능재료는 제조시 열마찰, 정상온도 낙차장, 반복열부하 등의 환경하에서 열응력이 발생하고 실제 환경하에서 사용 중 경사기능재료에 생기는 내부응력은 이들이 충첩되어 발생한다.

경사기능재료에 대한 연구는 1988년부터 일본과학

기술청의 국책 프로젝트로서 동북대학의 Watanabe, Takahashi를 중심으로 활발한 연구가 진행되고 있고<sup>3-5)</sup>, Wakashima와 Tsukamoto<sup>6,7)</sup>는 Eshelby 이론<sup>8,9)</sup>을 도입하여 이론적 계산을 수행하고 있으나 국내에서는 이러한 개념에 대한 연구가 전무한 상태이다. 따라서 본 연구에서는 실용가능한 SUS/PSZ 경시기능재료를 선택하여 조성변화에 따른 열응력 완화를 위한 최적 조성을 추정하고자 유한요소법을 이용하여 제조 후의 잔류응력을 계산하였다.

## 2. 이론적 고찰

### 2.1 조성 분포 함수

우선경사능재료의 임의의 위치에서 각 구성성분의 부피분율을 연속함수로 나타낼 수 있다고 가정하면 각 구성성분의 조성분포함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f_A(z) = \begin{cases} 1 & : -h \leq z \leq z_A \\ \left[ \frac{z_B - z}{z_B - z_A} \right]^N & : z_A \leq z \leq z_B \\ 0 & : z_B \leq z \leq h \end{cases} \quad (1)$$

$$f_B(z) = 1 - f_A(z) \quad (2)$$

여기서  $f_A(z)$ 와  $f_B(z)$ 는 위치  $z$ 에서의 각각 성분 A(SUS304)와 성분 B(PSZ)의 부피분율이다. Fig. 1에 조성분포함수를 설명하였다. 그림에서 보는

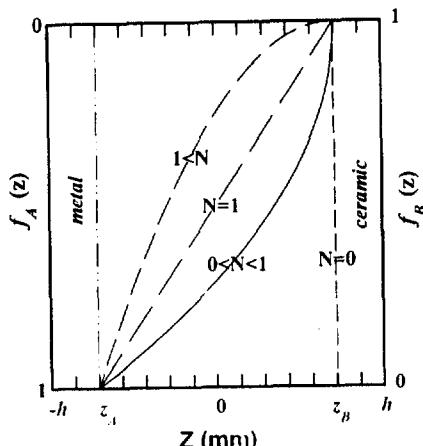


Fig. 1 Compositional gradient function.

바와 같이 조성분포함수는  $z_A$ ,  $z_B$ ,  $N$ 의 3개의 변수를 이용하여 나타낼 수 있다.

### 2.2 조성변화에 따른 복합재료의 유효성질

본 연구에서 이용한 SUS와 PSZ의 물성치를 Table 1에 나타내었다.

Table 1. Constituent Property data used for the analysis.

Constituent property	SUS304	PSZ
Thermal conductivity $\lambda$ (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	16.7	2.9
Thermal expansion coefficient $\alpha$ (10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> )	18.0	9.5
Bulk modulus K (GPa)	165.5	134.6
Shear modulus G (GPa)	80.8	84.7

FGM의 조성이 변하는 영역 ( $z_A \leq z \leq z_B$ )에서 재료의 성질은 연속적으로 변화하게 되는데 그 중 본 연구에서 특히 관심이 있는 성질들은 열전도도( $\lambda$ ), 열팽창계수( $\alpha$ ), 단성계수( $K, G, E, \nu$ ) 등이다. 복합재료의 유효성질을 추정하기 위해서 보통 Voigt 근사식과 Reuss 근사식이 많이 이용되지만 본 연구에서는 제2상의 모양을 고려한 일반적인 식을 이용하였다.

Fig. 2에 나타낸 것처럼 SUS에 임의의 방향으로 PSZ입자가 분포되어 있는 경우를 고려하면 전체적으로는 등방성을 나타낸다. PSZ입자는 (3)식으로 나타낼 수 있는데 이때  $a_1$ 은 입자의  $x_1$ ,  $x_2$ 축방향,  $a_3$ 는  $x_3$ 축방향의 반경이며,  $\chi (= a_3/a_1)$ 은 입자의 형상비를 나타낸다.

$$x_1^2 + x_2^2 + \left( \frac{x_3}{\chi} \right)^2 = a_1^2 \quad (3)$$

입자의 형상비에 따른 유효 성질은 Eshelby 텐서<sup>8,9)</sup>를 이용하여 추정할 수 있는데 본 연구에서는  $\chi = 1$  (구상입자)과  $\chi = 0$  (판상입자)의 경우에 대해서 (4)식을 이용하여 계산하였다.

$$\frac{\bar{K} - K_A}{K_B - K_A} = \frac{f_B K_A a}{(1-f_B) K_B + f_B K_A a}$$

$$\frac{\bar{G} - G_A}{G_B - G_A} = \frac{f_B G_A b}{(1-f_B) G_B + f_B G_A b}$$

$$\frac{\bar{\alpha} - \alpha_A}{\alpha_B - \alpha_A} = \frac{f_B a}{(1-f_B) + f_B a}$$

$$\frac{\bar{\lambda} - \lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{f_B \lambda_A}{\lambda_A + (1-f_B)(\lambda_B - \lambda_A)/3} \quad (4)$$

이때  $a$ 와  $b$ 는 입자의 형상비( $\chi$ )와 탄성계수의 비( $K_B/K_A$ 와  $G_B/G_A$ )에 따라 달라지는데 구상입자의 경우와 판상입자의 경우  $a$ 와  $b$ 는 다음과 같다.

구상입자의 경우 ( $\chi=1$ )

$$a = \frac{K_B(3K_A + 4G_A)}{K_A(3K_B + 4G_A)}$$

$$b = \frac{G_B\{G_A + G_A(9K_A + 8G_A)/6(K_A + 2G_A)\}}{G_A\{G_B + G_B(9K_B + 8G_B)/6(K_B + 2G_B)\}} \quad (5)$$

판상입자의 경우 ( $\chi=0$ )

$$a = \frac{K_B(3K_A + 4G_B)}{K_A(3K_B + 4G_B)}$$

$$b = \frac{G_B\{G_B + G_B(9K_B + 8G_B)/6(K_B + 2G_B)\}}{G_A\{G_B + G_B(9K_B + 8G_B)/6(K_B + 2G_B)\}} \quad (6)$$

또 전체적으로 볼 때 등방성이므로 조성변화에 따른 경사기능재료의 Young률 ( $\bar{E}$ )과 Poisson비 ( $\bar{\nu}$ )는 (7)식으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{9\bar{K}\bar{G}}{3\bar{K} + \bar{G}} \\ \bar{\nu} &= \frac{3\bar{K} - 2\bar{G}}{2(3\bar{K} + \bar{G})} \quad (7) \end{aligned}$$

## 2.2 유한요소법을 이용한 열탄성 해석 모델

福岡昭司<sup>10)</sup> 등에 의하면 많은 경사기능재료가 제조 중에 파괴되지만 조성 경사가 완만한 경우에는 파괴가 일어나지 않는다고 보고하였다. 따라서 연속적으

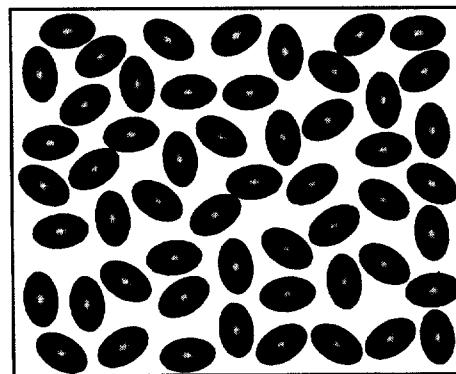


Fig. 2 A schematic diagram of randomly oriented spheroids.

로 조성경사를 만들어 줌으로서 경사기능재료의 제조 후 잔류응력을 감소시킬 수 있지만 실제의 경우는 그렇게 많은 충은 만들기가 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 경사층을 9단계로 하고 선형조성변화가 존재하는 경우에 대해서 유한요소법을 이용하여 제조 후의 잔류열응력을 계산하였다. 응력해석을 위해서 원기둥 모형의 시편을 가정하여 축방향으로 적층을 함으로서 축대칭의 형태가 되도록 하였고 크기는 직경 10mm, 두께 0.3mm의 얇은 원판을 적층하여 전체 두께가 3.3mm가 되도록 하였다. Fig. 3에 조성경사가 선형인 경우( $N=1$ )에 대한 해석 모형을 나타내었다.

시편의 모양이 축대칭이므로 2차원 해석을 하였고 그림의 사선부를 삼각형 유한요소로 분할하였다. 또한 중심축과 저면의 교점을 원점으로 하고 축방향을  $z$ 축, 반경방향을  $\gamma$ 축, 원주방향을  $\theta$ 축으로 하였다. 유한요소해석을 위해서 Fig. 4에 나타낸 바와 같이 삼각형요소를 이용하였고 특히 응력변화가 심할 것으로 예상되는 경사층 부근과 원기둥의 표면에서는 요소를 더욱 미세하게 분할하였다. 즉  $\gamma$ 방향으로 크게 10분할을 하고 원주표면에 대해서는 다시 미세하게 10분할을 하였다. 또  $z$ 방향의 분할은 각 경사층에 대해서 큰 분할이 2개, 경계근방에서 작은 분할은 4

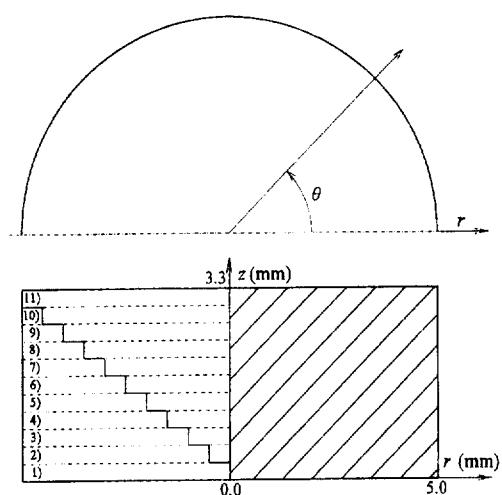


Fig. 3 A model dimension for residual stress analysis.

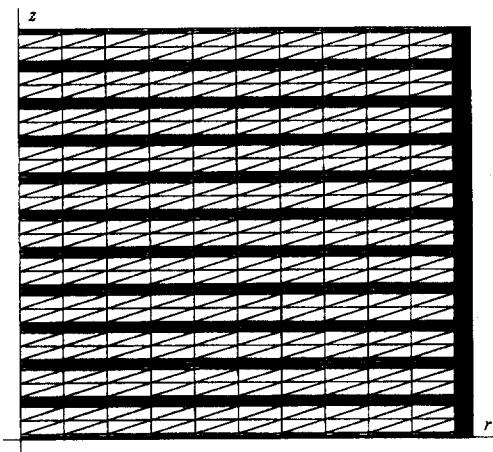


Fig. 4 Finite-element discretization by triangular elements.

개로 하여 모두 6분할을 하였고, 경사기능층은 모두 9층으로 하였다. 또한 최소의 분할폭은  $\gamma$ 방향,  $z$ 방향 모두 0.02mm로 하였다. 따라서 유한요소해석에 사용된 전체 절점수와 요소수는 각각 1407, 2640이다. 경계조건은 원점을 pin지지,  $z$ 축상의 모든 절점을  $\gamma$ 방향 구속 roller로 지지하였다.

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 금속과 세라믹을 직접 접합한 경우의 열응력

본 연구에서는 두가지의 경계조건, 즉 시편의 두께 방향으로만 구속을 한 경우와 전혀 구속하지 않은 경우에 대해서 조성변화에 따른 열응력을 계산하였다. 두가지 경계조건에 대하여  $N$ 값에 따른 열응력의 변화를 보면 조성변화에 따라 절대값은 다르지만 응력 완화현상은 유사한 경향을 나타내었기 때문에 두께 방향으로만 구속한 결과를 주로 검토하였다. Fig. 5는 금속의 두께를 1.5mm, 세라믹의 두께를 1.8mm로 하여 중간에 경사층이 없이 금속과 세라믹을 직접 접합한 경우( $N=0$ )의 응력해석 결과이다. 그림에 표시된 응력성분은 조성변화가 존재하는  $z$ 축 방향의 응력  $\sigma_z$ 와 반지름 방향의 응력  $\sigma_\theta$ , 또 원주 방향의 응력  $\sigma_r$ 의 수직응력과  $\tau_{rz}$ 의 전단응력이 존재한다는 것을 알 수 있다. 그림에 표시된 응력은 시편의 원주 측면에 가까운 부근(free edge)에서의 응력인데 특히 경사기능재료의 제조시에 충간 박리를 일으킬 수 있는 응력  $\sigma_z$ 를 보면 금속과 세라믹의 접합부에 물성치의 불연속 계면이 존재하여 큰 인장응력(2,553MPa)이

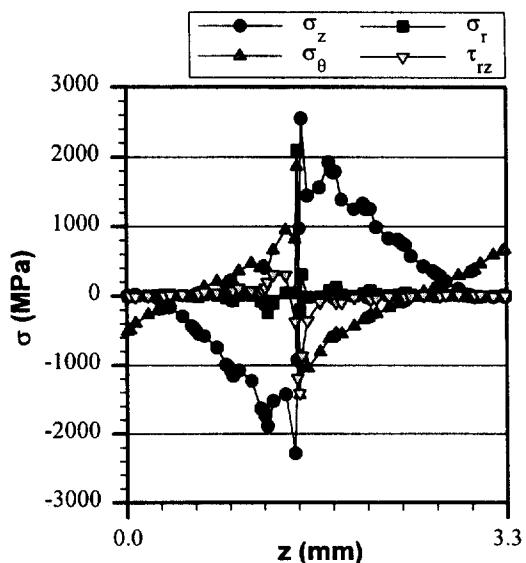


Fig. 5 Change of stress components with the change of composition.  
(free edge,  $N=0$ )

작용하고 있음을 알 수 있는데 이로 인해 제조시에 충간 박리를 일으킬 것이다. 이는 금속과 세라믹 사이에 경사조성층을 만들어 줌으로서 발생하는 열응력을 완화시킬 수 있을 것이다.

### 3.2 선형조성변화를 나타내는 경우에 대한 응력해석

SUS/PSZ의 경사기능재료에 선형적으로 조성변화가 존재할 때( $N=1$ 인 경우)의 유한요소법을 이용한 잔류응력과 대응하는 변형률의 해석결과를 Fig. 6에 나타내었다.

시편의 중심축 부근의 웅력상태는 원주의 측면에 가까운 부근(free edge)의 웅력과는 차이가 있는데 Fig. 6(a)에 표시된 웅력은 free edge에서의 웅력을 나타내고 있다. 이때 각 웅력성분은 조성 변화가 존재하는 방향( $z$ 축방향)에 대한 변화를 나타내고 있는데 조성변화가 급격한 경계층에서 웅력도 급변하는 것을 알 수 있다. 또  $z=0$ 와  $z=3.3\text{mm}$ 인 곳은 자

유표면이므로  $\sigma_r=0$ 이어야 하는데 이론적인 해석 결과와 잘 일치한다는 것을 알 수 있다. 특히  $\sigma_z$ 의 웅력은 경사기능재료의 제조시에 충간 박리를 일으킬 수 있는 웅력성분인데 PSZ를 많이 포함하고 있는 층(80~90%PSZ)에서는 최대로 370MPa의 인장응력이 존재하고 SUS를 많이 포함하고 있는 층(80~90%SUS)에서는 거의 비슷한 크기의 압축응력이 존재한다는 것을 알 수 있다. 따라서 시편의 제조시에 최대 인장응력이 존재하는 층에서 충간 박리에 의한 파괴가 일어날 가능성이 가장 높기 때문에 이 부분에 대한 조성을 변화시켜 잔류응력을 감소시켜야 할 것으로 생각된다. Fig. 6(b)에 대응하는 변형률을 보면 제조온도에서 냉각시킨 경우이므로 모두 압축변형률을 나타내고 원주 측면의 구속이 없기 때문에 측면에 가까울수록 압축변형률의 크기가 증가하고 있음을 알 수 있다.

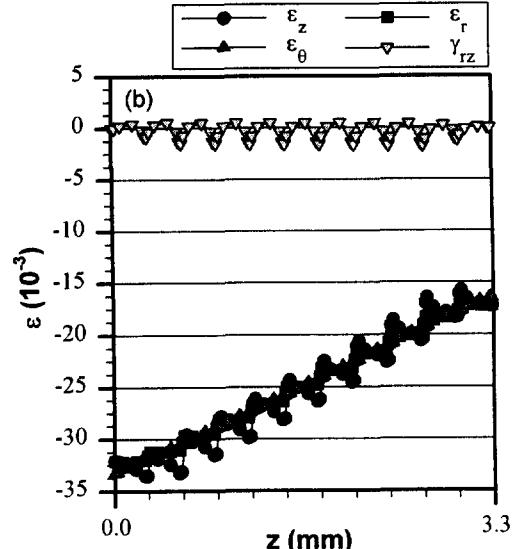
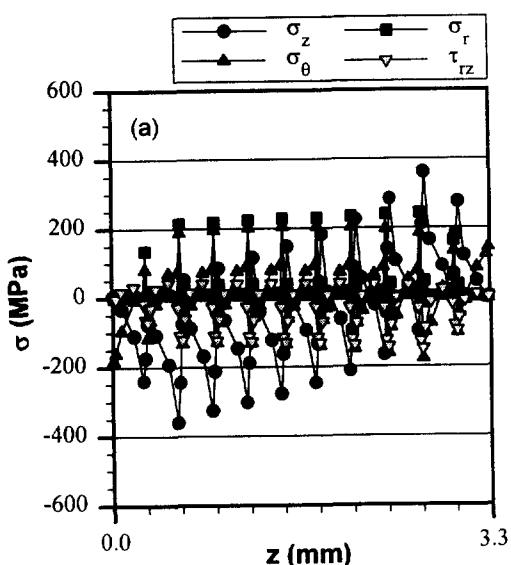


Fig. 6 Change of stress and strain components with the change of composition.  
 (a) stress components, (b) strain components ( $N=1$ , free edge)

### 3.3 시편의 위치에 따른 응력해석 결과

Fig. 7은  $N=2$ 에 해당되는 조성변화가 존재하는 재료의 시편의 위치에 따른 응력해석 결과를 나타내

었다. Fig. 7(a)는 원주형 시편의 측면에 가까운 부근(free edge)의 웅력성분을 나타내고 Fig. 7(b)는 원주의 중심축에 가까운 부근의 웅력성분을 나타

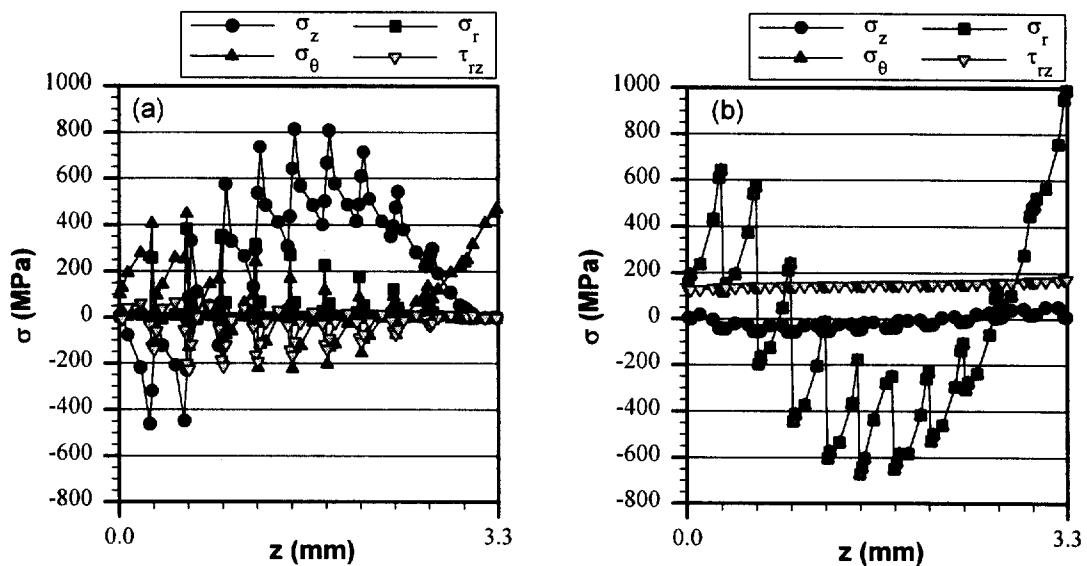


Fig. 7 Change of stress components with the change of composition.  
(a) around the free edge, (b) around the center ( $N=2$ )

낸다. 또 각 응력은 조성의 변화가 존재하는 z축에 대한 변화를 나타내고 있다.

충간 박리를 일으킬 수 있는 응력  $\sigma_z$ 를 보면 중심 축 부근에서는 거의 0에 가까운 응력을 나타내는데 비해 원주의 측면(free edge)에 가까워지면 조성에 따라 약 800Mpa의 높은 인장응력이 존재한다는 것을 알 수 있다. 따라서 시편의 제조시에 내부에서는 충간 박리에 의한 파괴가 일어나지 않을 것으로 생각되며 free edge에 가까울수록 충간 박리를 방지하기 위하여 조성변화의 최적화를 고려하여야 한다.

#### 3.4 조성분포 함수의 변화에 따른 응력 해석

같은 형태의 재료에 조성분포 함수의 N값이 0.5, 1, 2, 5인 경우의  $\sigma_z$ 의 변화를 Fig. 8에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 재료에 존재하는 z축 방향의 최대 인장응력은  $N=1$ 인 경우가 가장 작다는 것을 알 수 있다. 그 이유는  $N=1$ 인 경우는 조성변화가 선형으로 모든 z에 대해서 일정한 반면에  $N=0.5, 2, 5$ 인 경우는 급격한 조성변화를 나타내는 경계층이 존재하게 되고 따라서 높은 인장응력이 존재

하는 부분이 생기기 때문이다. 이 결과는 경사기능재료가 금속/세라믹 접합재료에 비해 응력완화 효과가 크다는 결과와 잘 일치하고 있다.  $N=0.5$ 인 경우는 조성분포함수에서 보는 바와 같이 PSZ를 많이 포함

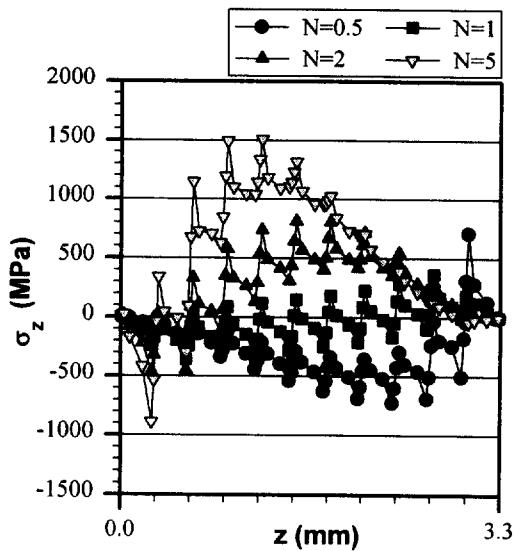


Fig. 8 Change of stress( $\sigma_z$ ) with the change of composition as a function of N values.

하고 있는 부분에서 조성변화가 크고 따라서 그 부분에서 최대인장응력이 존재할 것으로 예상할 수 있는데 Fig. 8에 나타난 것처럼 이론적인 해석결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 같은 방법으로  $N=2, 5$ 인 경우는 SUS가 많은 부분에서 최대 인장응력이 존재할 것으로 예상되는데 계산결과는 이와 잘 일치한다.  $N=0.5, 2, 5$ 인 경우 조성변화가 가장 심한 부분과 최대 인장응력이 존재하는 부분이 정확하게 일치하지는 않기 때문에 최적 조성분포를 예측하는 문제는 그렇게 간단하지는 않을 것으로 생각된다. 그러나 SUS에 가까운 부분은  $N < 1$ , 중간부분은  $N = 1$ , PSZ에 가까운 부분은  $N > 1$ 로 설계함으로써 잔류열응력의 완화를 극대화 시킬 수 있을 것으로 생각되고 이러한 잔류응력이 실제 사용시에 미치는 영향에 대해서는 앞으로 연구가 계속되어야 할 것으로 생각된다.

#### 4. 결 론

1. 세라믹과 금속을 직접 접합하는 경우에는 금속/세라믹의 경계에서 높은 인장응력의 peak가 존재하지만 조성변화를 완만하게 한 경우는 인장응력이 상당히 감소된다.
2. SUS에 가까운 부분은 조성분포함수의  $N < 1$ , 중간부분은  $N = 1$ , PSZ에 가까운 부분은  $N > 1$ 로 설계함으로써 재료에 존재하는 열응력을 최소화할 수 있다.
3. 충간 박리를 일으키는 조성변화가 존재하는 방향의 잔류열응력  $\sigma_c$ 의 최대값은 조성경사에 따라 그 크기가 달라지지만 조성경사가 최대인 위치와 정확하게 일치하지는 않는다.
4. 잔류열응력의 완화효과를 최대로 할 수 있는 조성은 양 극단에서는 조성변화를 완만하게 하고 중간

부근은 선형으로 하는 형태가 예상되지만 경사기능재료의 최적 조성을 추정하기 위해서는 실제 사용시 발생하는 열응력도 함께 고려하여야 한다.

#### 후 기

본 연구는 1992년도 한국과학재단의 특정기초연구과제(KOSEF 92-23-00-29) 지원으로 수행된 연구의 일부로서 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

1. 新野正之：“超耐熱性を實現する新概念の材料システム” 日本の科學と技術, 1988. 2.
2. R. Watanabe : Proc. Shinzairyō Sosei Toronkai, Jpn. Inst. Met., 6(1989), pp.9-13
3. 川崎亮, 渡邊龍三 : 日本金屬學會誌, 51, 6 (1987), pp. 525-529
4. 高橋秀明 外 : 粉體および粉末冶金, 37, 2 (1990), pp. 271-274
5. 川崎亮, 渡邊龍三 : 粉體および粉末冶金, 37, 2(1990), pp. 253-258
6. K. Wakashima and H. Tsukamoto, Mater. Sci. Eng., A 146(1991), pp. 291-316
7. K. Wakashima and H. Tsukamoto, ISIJ International, 32, 8(1992), pp. 883-892
8. J. D. Eshelby : Proc. R. Soc. London Ser. A, 241(1957), pp. 376-396
9. J. D. Eshelby : Proc. R. Soc. London Ser. A, 252(1959), pp. 561-569
10. 福岡昭司：“金屬傾斜接合材料の熱殘留強度解析”, 日本航空宇宙學會西部支部講演會, 1993