수학 교수-학습에서 부진아의 개념형성에 관하여

조 재 영 (논산고등학교 교사)

I. 서 언

수학 수업에서 흔히 잘 하는 몇 명의 학생을 대상으로 하여 그 외의 학생은 소외된 채 학습이 이루어지는 경향이 있다. 따라서 이들은 학습 양의 증가에 따라 모르는 내용도 더욱 증가하게 된다. 이렇게 되면 점점 학습에 흥미를 잃게 되고 수학 학습능력도 떨어지게 마련이다. 현재 대다수의 학교에서는 부진아, 보통아, 그리고 우수아가 함께 한 교실에서 학습에 참여하고 있다. 이러한 상황에서는 부진아의 학습부진은 심화되고 다른 학생도 학습부진을 초래할 가능성이 있다. 그렇다고 교사는 어느 한 쪽에만 관심을 둘 수는 없는 일이다. 이제 이들이 한데 어울려 학습을 하기 위해서는 학습에서 소홀이 되는 부진아에게도 관심을 가질 필요가 있다고 본다.

본 연구자는 현장 학습에서 학생들의 개념형성의 잘못으로 학습 진행에서 어려움이 많았다. 특히, 부진아들의 개념형성은 그 지도 뿐만아니라 이로 인하여 추후에 나타나는 영향 또한 크다는 것을 발견하였다. 이렇게 부진아들에게는 개념형성이 중요하기 때문에 이들이 가지고 있는 특성을 발견하여 수학교육에 활용할 필요가 있다고 본다.

시대적으로는 단계형 교과서, 심화 보충형 교과서, 선택형 교과서가 요구되고 있다. 특히, 수학교과서에서는 단계형 교과서가 개발되어 학생 능력에 맞는 학습이 이루어질 전망이다. 이러한 교과의 유형에서 하위 단계는 부진아의 개념형성에 도움이 되는 교과서의 내용 구성이 필요하며, 이들을 적절히 지도할 수 있는 방법도 강구되어야 한다.

위에서 언급한 바와 같이 학습부진아에 대한 관심을 갖을 필요가 있다. 또, 본 연구자의 수업 경험에 비추어 부진아의 개념형성을 바탕으로 다음과 같은 연구의 의도를 실현해보고자 한다.

첫째, 실제 수학 학습에서 학습부진아의 개념형성이 어떻게 나타나는지 파악한다.

둘째, 위의 결과 수학교육에서 부진아의 개념형성 지도 방안을 모색해 본다.

본 연구를 위하여 학습부진아가 가지고 있는 특성과 그 발생 원인, 개념의 의미와

학습을 통한 개념형성 방법, 그리고 형성된 개념이 실제 학습에서 나타난 현상을 파악해 본다. 다음에 이들의 지도 요령에 대하여 살펴보고자 한다.

II. 학습부진아의 특성과 원인

학습부진아란 지능에 비하여 학력이 떨어졌거나 가능한 만큼 성취하지 못하는 학생, 같은 의미로 지능의 발달은 정상이나 학업성적이 그 수준에 미치지 못하는 학생이라고 흔히 말한다. 이는 지능과 학습 능력을 고려한 것이라고 말할 수 있다. 또 다른 의미로 학습부진아는 듣기, 말하기, 읽기, 쓰기, 추론 또는 수학적 능력의 습득과 사용에서 심한 어려움으로 혼란에 빠지는 하나의 이질집단이라고도 한다(Forrest-Pressley 등, 1985). 이에 비하여 학습지진아는 지능도 떨어지고 학력 수준도 떨어지는 학생을 의미한다. 그러나 본 연구에서는 이들을 같이 생각하고 수학 성적이 '양'이나 '가'에 해당하는 학생을 학습부진아라고 하였다. 이들의 특성과 발생 원인을 탁영진 등(1991)은 다음과 같이 들고 있다.

먼저, 지적인 면에서는 ① 창의적 사고가 제한되어 있다, ② 기억력이 부족하다, ③ 행동결과에 대한 예견력이 부족하다, ④ 분석력이 부족하다, 그리고 ⑤ 지능이 떨어진다. 또, 정의적인 측면에서는 ① 흥미와 지속시간이 짧다, ② 의존적 성격이다, ③ 충동적인 행동을 하며 성격이 경솔하다, ④ 주의가 산만하며 부적응 현상이 있다, ⑤ 자신감의 결여와 불안정 상태가 많다고 하였다.

다음에, 학습부진아의 원인으로는 신체 생리적 요인(시력장애, 청력장애, 지체부자유 등), 성격적요인(인내심이나 지구력의 부족, 내향성 등), 정서적 성격(가족상호간의 인간관계의 갈등)을 들 수 있다. 또, 환경적 요인으로는 가정환경(빈곤, 결손가정, 가정불화, 비정상적인 가족 분위기), 학교환경(교육방법, 교육내용, 시설, 교사의 자질, 교우관계에 부정적 요소가 존재할 경우), 그리고 사회적 환경(지역적·문화적 환경이 교육적 분위기가 되어 있지 않을 경우, 사회불안, 각종 매스컴)이 있다고 하였다.

III. 개념과 개념학습

여기서는 개념의 의미와 학습을 통하여 개념이 형성될 수 있는 방법에 대하여 알아보고자 한다.

1. 개념의 의미

개념에 대한 사전적 의미는 "사물 현상에 대한 일반적인 지식이나 관념"이라고 한다. 그러나 좀 더 광범위한 의미로 서울대학교 교육연구소(1994)는 사고나 판단의 결과로써 형성된 여러 생각의 공통된 요소를 추상화하여 종합한 보편적인 관념이라고 하였다. 이러한 모든 개념은 명칭, 규칙, 속성, 사례의 네 가지 요소를 통하여 가장 정확하게 파악될 수 있다고 보았다. 아울러 개념이 형성되는 源泉에 따라서 경험적(혹은, 감각적) 과정을 통하여 획득된 경험적 개념과, 경험에는 관계 없이 순수한 思惟의 과정을 통하여 획득된 순수개념으로 구별될 수 있고, 지시하는 대상의 성격에 따라서 구체물을 구체적 개념과 추상적 특성을 나타내는 추상적 개념으로도 구별된다고 하였다. 한편, 박한식 등(1982)은 상식적으로는 물론, 학술적으로도 극히 다양한 뜻으로 사용되고 있으므로 통일된 정의를 내리기가 거의 불가능하다고 하였다. 하지만 개념은 많은 사물, 현상, 관계 등에서 그들이 갖는 공통인 특성을 인출하고(抽象), 공통이 아닌 특성을 버려서(捨象) 정신적으로 구성한 것이다라고 하며, 개념의 분류를 지시하는 대상에 따라 구체적 개념(삼각형이나 자연수와 같이 지시물이 비교적 구체성을 지닌 것)과 추상적 개념(증명이나 구조와 같이 고도로 추상된 정신적 구성물)으로 나누었다. 또, 개념의 外延을 비교해서 하위개념과 상위개념으로 분류하였다.

이러한 일상 개념들은 독단적으로 존재하는 것이 아니라 서로 상관되어 있다고 볼 수 있다. 그러한 예는 Kulm(1990)의 '概念網'과 서울대학교 교육연구소(1994)의 '概念圖式'에서 찾을 수 있다. 먼저 개념망에서 알 수 있는 것은 분수, 비율, 비, 퍼센트의 개념이 어떻게 비슷하고 다른지 많은 주의 없이도 지도가 가능하다. 그러나, 실제의 문제해결 상황의 이들 상호 비교에서는 학생들이 혼란을 불러일으킨다고 하였다. 이는 수학 수업에서 흔히 볼 수 있는 것으로 개념 하나하나는 쉽게 지도가 가능하지만 연계된 문제에서는 이들을 적용하지 못하는 경우가 있다. 이러한 현상은 학습부진아에게서 더 심하게 나타나는 현상이다. 다음에 개념도식에서는 사물이나 사태를 파악, 또는 설명할때 사용되는 개념의 논리적 관계나, 그 개념에 의해서 묘사되는 사실의 因果的 관계의 총체적인 틀을 구성할 수 있다고 보았다. 예컨대, 인구 규모를 설명하는 경우, 자녀소유욕, 출생률, 사망률, 인구의 이입, 이출과 이들에 관련된 사람들의 성별, 연령 등의 관계로써 설명의 틀을 형성할 수 있다고 하였다. 또, 고영희 등(1987)은 개념은 위계적 구조로 형성되어 있어서 하위 개념은 상위 개념에 소속되어 있고, 상위 개념은 하위 개념을 포함하고 있으며, 이들의 연결이 멀수록 반응시간이 더 많아진다고 하였다.

위에서 언급한 개념의 형성을 이성진 등(1984)은 여러 가지 물체 또는 사실의 공통점을 발견하고 規定하는 것이라고 하였다. 그리고 과거의 경험에서 현재의 자극대상에 관계되는 것을 선택하여 관련시켜주는 조직체제로써 그 자극대상이 체계적·일관적으로 해석되고 의미가 주어져서 현재의 다른 활동에 관련시키는 지적 과정이라고 정의하였다. 그러나 본 연구의 실제 학습 상황에서는 개념이 형성되는 습득 과정보다는 이미 습득된 개념이 어떻게 사용되는지에 관심을 두었다.

2. 개념학습

유승구(1991)는 학습주기는 설명, 개념유도, 개념적용의 3단계로 이루어져야 한다고 하였다. 이렇게 학습에서 필수적인 개념은 발달한다고 하여 서울대학교 교육연구소(1994)는 사물이나 사상을 식별하고 분류하는 일반적인 관념이 발달하는 것이라고 하였다. 따라서 개념의 발달과정은 대체로 단순한 상태에서 복잡한 상태로, 구체적인 것에서 추상적인 것으로, 무식별에서 식별된 상태로, 분산된 상태에서 조직적 상태로, 자아중심적 상태에서 사회중심적인 상태로의 연속성을 따른다고 하였다.

이러한 개념발달은 학습을 통해서 이루어질 수 있다고 본다. 박한식 등(1982)은 개념형성을 하게 하는 교육 방법을 기호중심, 실물교육, 활동주의 3 단계로 제시하고 그 지도를 다음과 같은 원리를 고려해야 한다고 하였다. 그 중 중요하다고 생각되는 것 몇 가지만 열거하면 다음과 같다.

(1) 풍부한 구체예, 여러 가지의 유형의 구체예를 준비하고 개념의 추상이나 일반화를 하기 쉽게 할 일

(2) 비슷한 사례와 비교해서 비슷한 것 같으면서 다른 것과의 이동을 분명히 하는 일

(3) 개념은 사용함으로서 보다 확실성과 깊이가 증가하므로 계획적으로 사용하고 일반화를 꾀할 일

(4) 개념은 뜻을 확실히 이해시키는 것이 선결조건이므로 언어화, 기호화를 지나치게 서둘지 않도록 할 일

(5) 이미 학습한 개념과 비교해서 그들 사이의 異同을 분명히 하고 이해를 확실하게 함과 동시에, 여러 개념의 상호관계를 분명히 하고, 통일적으로 이해하게 할 일

서울대학교 교육연구소(1994)는 개념학습을 새로운 개념의 학습 또는 기존개념의 수정이라고 정의하고 새로운 개념의 학습을 지도하기 위해서는 학생들이 이미 알고 있는 말들을 사용하는 정의와 설명이 필요하나 개념이 적용되는 범위를 예시하기 위하

여 실물, 사진, 그림 등을 이용하면 더욱 효과적인 경우도 많다. 그리고 학교교육에서는 새로운 개념을 가르치는 동시에 잘못된 기존개념을 수정해 주어야 한다고 하였다. 개념수업모형은 주위 환경으로부터 지각하고 받아들이게 되는 자극, 사건, 경험, 정보 등을 처리하고 분류하고 변별할 수 있는 기능을 개발시켜 주기 위한 수업모형이 되어야 한다고 하였다. 그리고 여기서 제시된 효율적인 개념수업전략 9가지 중 부진아 지도에 필요한 3가지를 열거하면 다음과 같다.

(1) 가능하면 예를 먼저 제시해 주고 그에 따라 아동들이 개념의 규칙을 스스로 찾아내도록 할 것

(2) 가능하면 혼동을 초래하는 자료나 자료나 정보를 감소시키거나 제거시킬 수 있도록 사례를 사용할 것

(3) 가능하면 직접 보거나 만져볼 수 있는 구체적인 사례를 제공할 것

이러한 개념학습의 중요성은 문제해결에서 전이가 되기 때문에 중요하다고 볼 수 있다. 이주용(1991)은 문제 해결에서의 전이를 일련의 서로 관련된 문제들을 해결하는 데는 어떠한 전이 효과가 초래될 것인가? 正的 및 負的 전이 효과 모두가 때에 따라 일어날 수 있음을 이미 보아왔다고 하였다. 하나 또는 그 이상의 문제들을 푸는 것이 그 후의 문제들을 푸는 데 도움이 될 수도 있고 방해가 될 수도 있다. 또, 문제에 대한 특별한 종류의 이전 경험이 그 후의 문제들을 푸는 노력을 돕기도 하고 방해하기도 한다. 여기서 알 수 있는 사후의 학습을 위해서는 사전의 학습의 개념형성이 잘 되어야 한다는 것을 시사해 주고 있다.

이제 교사의 역할이 무엇보다도 중요하다. 교사는 질문을 통하여 개념학습을 용이하게 할 수 있으며(Lefrançois, 1991), 다음과 같이 이관용(1988)의 실용성을 중시하여 지도할 수도 있다고 본다.

(1) 개념이 쉽사리 그리고 충분히 이해될 수 있도록 하여야 한다,

(2) 학습자가 새로이 획득한 개념이 교사의 것과 밀접하게 부합될 수 있도록 하여야 한다.

(3) 개념이 잘 파지되고 개념체계내의 다른 요소들과 명백하고 일관된 관계를 맺으며 불명료하더라도 수정 가능하고 사고의 행동에 이용될 수 있도록 하여야 한다.

Ⅳ. 수학학습에서의 부진아 현상

고등학교 1학년의 공통수학 학습에서 부진아들의 형성된 개념이 문제 풀이 과정에서 어떻게 나타나는지를 살펴보고자 한다. 여기서는 이들의 수학학습에서 주로 나타나는 (1) 수의 계산, (2) 식의 계산, (3) 식의 표현 및 쓰기 순서, (4) 큰 숫자나 문자에 당황, (5) 법칙과 공식의 적용, (6) 단순한 풀이 방법 (7) 자기 위주의 잠재 의식, (8) 학습의 전이, (9) 특수한 풀이 방법, (10) 문제 조건의 의식, (11) 식 세우기, (12) 그림 그리기의 12 가지 현상에 대한 것이다.

1. 수의 계산

부진아들은 분수나 음수 양수의 계산 능력이 부진하다. 분수의 덧셈에서 더하는 방법의 개념형성이 잘못된 경우로 다음과 같은 현상이 나타났다.

(학생A1) $\frac{8}{9}+\frac{6}{7}=\frac{14}{63}$

(학생A2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$

A1은 '분모는 곱하고 분자는 더한다.'는 생각을 가지게 된데서 비롯된 것이며, A2는 '분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 더한다.'는 생각을 가지고 있다.

이 보다는 더 복잡한 생각을 가진 학생도 있다. A3는 뒤의 분수에서 분자(4=1+3), 앞의 분수에서 분모(3=1+2)를 생각하고 있다. 한편, A4는 '분자로 분모의 약분한다.'는 생각을 한 후 위의 A2와 같이 계산하였다.

(A3) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

(A4) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$

이들과는 다르게 통분을 해야 된다는 생각을 가진 다음과 같은 학생들도 있다. 그러나 이들의 통분하는 방법은 모두 달라 정답이 나올 수 없지만 모두 분모를 같게 해야 된다는 생각은 가지고 있다.

(A5) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{4}{6}+\frac{2}{6}=\frac{6}{6}$

(A6) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{3\times3}{2\times4}+\frac{2\times3}{2\times4}=\frac{9}{8}+\frac{6}{8}=\frac{15}{8}$

(A7) $\frac{3}{2}+\frac{2}{3}=\frac{2\times3}{3\times2}+\frac{3\times2}{2\times3}$

그러나 이들을 통분하여 계산하는 방법을 지도한 후 2일 후에 다시 확인한 결과 이 중에서 A6만 정확하게 문제를 풀었다.

(A6) $\frac{3}{2}+\frac{4}{5}=\frac{3\times5}{2\times5}+\frac{2\times4}{2\times5}=\frac{15}{10}+\frac{8}{10}=\frac{23}{10}$

다음의 분수의 나눗셈에서 이들 학생은 각각 다른 생각을 가지고 있다. 이 중에서 A8은 수의 위치를 바꾸고 분수 형태는 역수를 취하여 곱하고 있으며, A9는 수의 위치만 바꾸어 곱하였다. 이들은 분수의 곱셈은 할 수 있는 가능성이 보이기 때문에 분수의 나눗셈에 대한 개념형성만 잘 되면 이러한 문제는 충분히 풀 수 있다고 본다.

(A8) $2\div\frac{3}{2}=\frac{2}{3}\times2=\frac{4}{3}$

(A9) $4\div\frac{3}{4}=\frac{3}{4}\times4=\frac{12}{4}$

음수 양수의 계산에서는 다음과 같은 사실이 발견되었다.

【문제】 -3-(-5)를 계산하여라. ⇦ 답 : -8

왜 이러한 생각을 가질까? 이 학생은 음수인 '-'의 개수가 홀수이면 음수인 것으로 생각하고 있는 것이다. 이러한 개념의 형성은 흔히 음수 양수 학습중 교사의 언어 행동에서 개념형성이 이루진 결과라고 볼 수 있다. 예를 들면, 교사의 "음수가 짝수 개면 양수이고 홀수 개이면 음수이다."(곱셈이나 나눗셈에서)라고 하는 반복된 교사의 '강조 언어'가 있을 수 있다.

또 하나의 예는 판별식에서 $(-3)^2-4\cdot1\cdot5$를 계산하는 과정이다. 어느 학생은 '29 =9+20'라고 하였다. 왜냐하면 '-, -' 때문이라고 하였다. "그러면 어떤 경우에 그런지 설명해 보세요." 그랬더니 "덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈에서 짝수개이면 플러스(+), 홀수개이면 마이너스(-)가 됩니다."라고 하였다. 여기서 알 수 있는 사실은 수학 수업에서 교사의 언어 행동은 학생의 개념형성에 영향를 준다는 것이다. 아울러 교사는 무심코 사용하는 언어 행동에 유의를 해야 한다고 본다.

2. 식의 계산

식의 계산에서는 지수법칙을 잘 이해하지 못하기 때문에 이와 관련된 문제를 풀지 못하는 경우가 많이 있다. 다음과 같은 지수법칙의의 문제에서 B1은 지수를 서로 곱하

는지 더하는지를 혼동하고 a^6으로 하였다. 심지어 이와는 다르게 어느 학생은 6과 8의 중간 형태의 이상한 글씨로 나타내는 경향도 있었다. 또, B2는 6을 3으로 나누어 계산하여 지수법칙을 적용하지 못하고 있는 것을 알 수 있다. 이들은 지수법칙을 이용하여야만 문제를 풀 수 있다는 생각하고 그것만 적용하려는 버릇이 있다. 좀 이상하다고 하면 또 다른 기초적인 방법(B1문제의 $(a^2)^4 = a^2a^2a^2a^2$)을 생각하지 못하고 있다. 따라서 교사는 어떠한 법칙을 만드는 것보다 그 과정을 더 중요시할 필요가 있다고 본다.

(B1) $(a^2)^4$을 계산하여라. ⇦ 답 : a^6

(B2) $\dfrac{a^6}{a^3}$을 계산하여라. ⇦ 답 : a^2

이들은 전개에 대한 계산 능력이 부족하다. B3는 다음 문제에서 괄호를 먼저 전개해야되는 생각을 못하고 괄호 앞의 숫자(3)가 문제 풀이에서 장애를 가져오고 있다. 또, B3와 B4는 전개공식을 알고는 있지만 음수의 처리를 하지 못한다는 사실을 알 수가 있다. 이렇기 때문에 이와 관련된 인수분해, 이차방정식까지 영향을 미치는 경우가 있다.

(B3) $3(n-1)^2 = 3n^2 - 2n -$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab - b$

(B4) $(k-1)^2 = k^2 + 2k +$

(교사) "왜 그렇죠?" (학생) "$-2 \cdot k \cdot (-1)$ 입니다."

3. 식의 표현 및 쓰기 순서

식의 표현을 제대로 하지 못하는 경우로 「$x \leq 1-\sqrt{2}$, $x \geq 1+\sqrt{2}$를 $1+\sqrt{2} \leq x \leq 1-\sqrt{2}$」라고 쓰고 있다. 또, 「$x>7$, $x<-1$이면 동시에 만족하는 범위는 어디인가? 답 : $-1>x>7$」라고 한다. 이들은 부등식이 주는 의미를 모르고 있으며, 부등호의 방향에만 관심이 있다. 이것의 지도를 위해서는 그림을 그리고 그 포함관계를 명확하게 이해시킬 필요가 있다고 본다.

이들은 쓰는 순서에서도 보통아와 차이가 있었다. 예를 들면, 「이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 공식을 써라.」 하였더니 다음과 같이 위에서 부터 순서로 쓰

는 학생이 발견되었다. 이들 중에는 이렇게 쓰다보니 끝(③)에서 2만 쓰는 학생, 또는 a만 쓰는 학생도 있었다.

$$② \frac{①-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{③2a}$$

이 공식의 쓰는 순서는 대개의 학생은 ②, ③, ①, 또는 ③, ②, ①의 순으로 쓸 것이다. 그러면 이러한 현상이 왜 일어나는가를 살펴볼 필요가 있다. 한 학생은 ①, ②, ③ 순으로 쓰는 이유로 가장 복잡한 것이 ①이며 이 중에서도 특히 근호가 있는 $\sqrt{b^2-4ac}$라는 것이었다. 그렇기 때문에 어려운 것부터 해결하기 위하여 위에서부터 쓴다고 하는 것이었다. 이들은 복잡한 것부터 해결하려는 평상시의 생각을 가지고 있는 듯 하다.

4. 큰 숫자나 문자에 당황

부진아들은 숫자가 갑자기 큰 것이 나타나거나 문자가 나오면 당황하는 경우가 있다. 다음은 D학생의 문제 푸는 과정을 보여주는 것이다. 푸는 과정에서 작은 수에서는 바로 맞추고 있으나 큰 수에서는 당황하고 맞추지 못한다는 사실이 발견되었다. 이 학생은 점차 큰 숫자도 작은 숫자와 같은 성질을 알게 되었다.

"다음 (　)속에 알맞는 수를 넣어 보아라."(D학생에게 교사)

(2)-2=0 : 맞춤

(　)-47=0 : 못함

다시 (3) -3=0 : 맞춤

(47)-47=0 : 맞춤

(147)-147=0 : 약 20초 후에 맞춤

(1386)-1386=0 : 바로 맞춤

이들은 또, 문자에도 약하다는 사실이 다음의 문제 풀이에서 나타났다.

【문제】: 이차방정식 $x^2-ax+a+1=0$의 두 근의 합과 곱을 구하여라.

이 학생은 근과 계수와의 공식 즉, 두 근의 합 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$에 들어 있는 문자 a, b, c에 해당하는 계수를 문제에서 찾지 못하였다. 그 이유는 문제에서 문자 a가 들어 있기 때문이다. 이 학생에게 $2x^2-3x+4=0$에 대하여 다시 해보라고 하니 이 문제는 쉽게 풀었다.

다음과 같이 전개하는 과정에서도 문자의 계산 처리를 못하여 쉽게 할 수 있는 문제도 못하는 경우가 있었다. 이 학생은 전개나 지수 법칙은 잘 알고 있는 데, 오히려 동류항을 간단히 하지 못하였다. 이 문제를 푼 학생에게서 "문자가 여러개 나와 있으면 당황이 된다."고 하는 심적 부담이 발견되었다.

【문제】: $(a-2)(3a^2+a+1$ 을 계산하여라.

(풀이) $3a^3+a^2+a-6a^2-2a-2=3a^3+a^3-8a^3-$ (이하 못함)

5. 법칙과 공식의 적용

이들은 공식이나 법칙을 잘 못 적용한다. 예를 들면, 문자의 지수 관계를 숫자에서 잘못 적용하는 경우로 「2^3을 계산하여라.」는 문제에서 답이 ① 6=2×3, ② 5=2+3, ③ 11=2×3+2+3의 경우가 있다. 이러한 경우는 $a^3=a\times a\times a$의 개념형성이 확실하게 이루어지지 않았기 때문이라고 본다.

또, 두 직선의 수직관계의 기울기 관계를 모르기 때문에 다음의 문제에서 기울기 3의 역수에 '-'를 곱한다는 의미를 잊고 있었다. 따라서 '-'를 붙이고 기울기를 역수로 하고 2까지 생각하는 오류를 범하고 있다.

【문제】: $y=3x+2$에 수직인 기울기는? ⇦ 답 : $-\frac{2}{3}$

공식을 적용하지 못하는 경우로는 다음의 인수분해 문제에서 발견되었다. 이 학생은 먼저 '(　)'를 풀어야 한다는 생각을 가지고 있으며, 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$을 이용해야 된다는 생각을 하지 못하고 있다.

【문제】: $a^2-(b+c)^2$을 인수분해하여라.

(풀이) $a^2-(b^2+2bc+c^2)=a^2-b^2-2bc-c$ (이하 못함)

심지어 다음과 같은 문제도 공식 $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2$ 을 이용하려는 경향이 있었다.

【문제】: a^6-b^6을 인수분해하여라.

(풀이) $(a-b)(a^5+ab+b^5$

다음의 두 학생은 문자에서는 지수의 법칙을 잘 이용하고 있다고 볼 수 있다. 그러

나 숫자의 처리가 미숙하여 문제를 풀 수 없다고 본다. 이러한 학생은 제시된 문제와 같은 혼합된 문제에서 어느 한쪽의 개념형성이 잘 되어 있어도 다른 한쪽이 부진하면 전체적으로 문제를 풀 수 없다고 본다.

【문제】 : $(2x^3)^4 \div (-4x^5)$을 계산하여라.

(E1) $\dfrac{8x^{12}}{-4x^5} = 4x^7$

(E2) $16x^{12} \div (-4x^5) = (16-4)x^{12-5} = 12x$

6. 단순한 풀이 방법

이들은 풀이 방법이 단순하여 식을 변형하여 풀 수 있는 능력이 부족하다. 다음의 분수가 있는 형태의 일차방정식은 이항만 하고 그 이상은 풀지 못하였다. 이 학생에게 분모의 최소공배수를 곱하여 하는 방법을 알려주니 이러한 형태의 문제를 풀 수 있었다. 그런데 1주일 후에는 다시 원래의 상태로 문제를 풀려고 하였다. 이러한 현상은 일차부등식의 문제에서도 나타났다.

【문제】 : 방정식 $\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{5}x - \dfrac{3}{10}x + 6 = x$을 풀어라.

(풀이) $\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{5}x - \dfrac{3}{10}x = x - 6$

$\dfrac{5x + 6x - 3x}{10} = x - 6$ (이하 풀지 못함)

【문제】 : $\dfrac{3}{2}x - 6 > \dfrac{2}{3}x - 4$

(풀이) $\dfrac{3}{2}x - \dfrac{2}{3}x > 6 - 4$(이하 풀지 못함)

또, 다음에서 보는 바와 같이 이차항의 계수인 음수 처리를 못하여 틀리는 경우나 약분을 하지 않고 하다가 식이 복잡하게 되어 중도에 포기하는 경우도 있었다. 그래서 이 학생들에게 이차항의 계수를 처리하는 방법을 지도한 후 다시 풀도록 하니 문제를 전보다는 비교적 잘 풀었다.

【문제】 : 이차방정식 $-4x^2 - 7x - 3 = 0$의 해를 구하여라.

(풀이) $\begin{array}{ll} -4\,x & -3 \\ 1\,x & 1 \end{array}$

$(-4x-3)(x+1,\ x=\frac{3}{4},\ -1$

【문제】: $-2x^2+5x+7\leq($ 을 풀어라. ⇦ 답 : $-1\leq x\leq\frac{7}{2}$

(풀이) $(-2x+7)(x+1,\ x=\frac{7}{2},\ x=-1$

【문제】: 이차방정식 $2y^2-22y+48=($ 을 풀어라.

(풀이) $y=\frac{22\pm\sqrt{484-384}}{4}=\frac{22\pm\sqrt{100}}{4}$ (이하 못함)

7. 자기 위주의 잠재 의식

이들은 자기만의 생각이 강하여 바로 쉽게 처리하는 버릇이 있다. 다음의 교사와 학생의 대화에서 보는 바와 같이 종무와 용태는 분수에 대한 자기만의 생각이 있다.

"종무야 $\frac{2}{2}$는 얼마지?" "$\frac{2}{2}=0$입니다." "왜 그렇지?" "2-2=0입니다."

"그러면 영훈이는?" "$\frac{2}{2}=4$입니다." "왜 그렇지?" "더하니까 그렇습니다."

또, 어느 학생은 $\frac{3}{2}=3$이라고 한다. 이는 '분모는 무조건 없앤다.'는 생각을 가지고 있기 때문이다. 계산 과정에서도 $\frac{2(x-2)}{3(x+2)}$가 나왔을 경우 이것을 $\frac{2(x-2)}{3(x+2)}=\frac{2(1-2)}{3(1+2)}=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$ 라고 쓰는 경우가 있다. 이는 숫자에서와 같이 약분을 하는 자기만의 생각을 가지고 있기 때문이다.

다음에 인수분해는 대각선으로 해야된다는 생각을 가지고 있다. 따라서 이들은 방법 그 자체는 익숙해져 있지만 자기만의 생각인 '아마 이럴 것이야'라고 하는 생각에서 무심코 쓰는 경향이 있다.

【문제】 $5x^2-11x-1$를 인수분해하여라. ⇦ 답 : $(5x-3)(x+4)$

$\begin{array}{ll} 5x & +4 \\ 1x & -3 \end{array}$

【문제】 $x^2+9x+20$을 인수분해하여라. ⇦ 답 : $(5x+4x)$

x +5=5x

x +4=4x

【문제】 $5x^2-11x-12$을 인수분해하여라. ⇦ 답 : $(5x-3)(x+4)$

$5x$ ——— -3

$1x$ ——— +4

또, 항을 이항하면 부호가 바뀐다는 생각을 항상 가지고 있다. 다음의 G1과 같이 등식에서 이항할 경우와 같이 생각하는 경우, G2와 같이 교사의 " x,y를 바꾼다."는 말에 '-2'도 바꾸는 경우, G3와 같이 동시에 생각하는 경우, G4와 같이 음수로 나누면 부등호가 바뀐다는 사실과 함께 부호도 바꾸는 경우도 있었다. 다시 여기서 다시 G4 학생에게 $-2x>4$를 풀게 하니 $x<2$되었다. 이 학생은 이러한 형태의 풀이에 대한 '고정관념'이 있다고 본다.

(G1) $-2x+5x^2+x^3-1$을 내림차순으로 정리하여라. ⇦ 답 : $-x^3+5x^2+2x-$

(G2) $y=3x-2$의 역함수를 구하여라.

(풀이) $x=3y+2,\ 3y=x-2,\ y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$

(G3) $9-4k=0$를 계산하여라.

(풀이) $k=9+4=13$

(G4) $-25x>104$를 풀어라. ⇦ 답 : $x<\frac{104}{25}$

8. 학습의 전이

이들은 사전학습의 결손에서 오는 학습부진으로 인하여 사후학습에 영향을 가져온다. 이들은 당해 학습 내용은 잘 할 수 있는 능력이 있음에도 불구하고 사전학습과 사후학습이 연계가 되지 않아서 그 시간의 학습도 제대로 할 수 없는 경우가 있다.

다항식의 개념형성이 잘못되어 다음과 같은 복소수의 계산을 못하는 경우가 있다.

【문제】 : $-13i+15$를 계산하여라. 답 : $2i^2$

이 학생은 다항식의 계산에서도 「 $-13x+15x=2x^2$ 」라고 하고 있다. 이러한 학생은 다항식의 계산에서 개념형성이 잘못 되어서 복소수의 계산까지 그 영향이 나타나고 있음을 알 수 있다. 다음의 H1과 같이 "바꾸니까 '-'를 붙인다."는 생각, H2와 같이 전개에서 잘못된 생각을 가지고 있기 때문에 당해 학습을 못하고 있다.

(H1) 【문제】 $2x-3y-1=0$ 의 역함수를 구하여라.

(풀이) $3x-2y-1=0$, $2y=3x-1$, $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

(H2) 부등식 $12(3x-1)+8(4x-1)\leqq 6(x+7$ 을 풀어라.

(풀이) $36x-1+32x-1\leqq 6x+$ (가까운 쪽만 곱한다.)

다음의 '오답과정'의 학생은 조립제법을 이용하여 인수분해를 하려고 하였는데 나눗셈과 혼동을 하고 있다. 이는 사후학습이 사전학습의 방해를 받는 경우라고 할 수 있다.

【문제】 r^3+2r^2-2r-1 을 인수분해하여라.

(풀이) $1^3+2\cdot1^2-2\cdot1-1=0$

(정답과정)

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2 & -2 & -1 \\ & & 1 & 3 & 1 \\ \hline & 1 & 3 & 1 & 0 \end{array}$$

(오답과정)

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2 & -2 & -1 \\ & & 1 & 1 & -3 \\ \hline & 1 & 1 & -3 & 2 \end{array}$$

9. 특수한 풀이 방법

이들에게는 자기만이 잘 알고 있는 특수한 풀이 방법이 있다. 다음과 같은 인수분해 문제 풀이를 살펴보자.

【문제】 a^2-4b^2을 인수분해하여라. ⇦ 답 : $(a+2b)(a-2b)$

이 학생은 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 을 적용하지 못하고 다음의 대각선으로 하는 인수분해의 방법으로 문제를 해결하였다. 물론 이는 어느 면에서 하나의 창의적인 방법이라고 할 수 있으며, 이 학생은 대각선으로 인수분해를 하는 하나의 익숙한 개념형성이 이루어져 있다고 보아야 한다. 아울러 교사는 이 창의적 방법을 칭찬함은 물론 다른 방법도 생각하게 할 수 있어야 한다.

a +2b

a -2b

【문제】 $\frac{|2|}{\sqrt{1^2+a^2}}=1$일 때, a는?

(풀이) $\frac{|2|}{\sqrt{1^2+a^2}}=\frac{2}{\sqrt{2^2}}$, $1^2+a^2=2^2$, $a^2=3$, $a=\pm\sqrt{3}$

위의 문제를 푼 학생은 계산 능력이 부진한 하위권의 학생이었다. 그러나 이 문제를 어떻게 풀 수 있을까 하는 의심이 갔다. 이러한 호기심에서 이 학생에게 질문한 결과 이 학생은 제곱근만은 자신 있다는 것이었다. 교사는 위의 문제를 어떻게 풀도록 강요할 것인가? 물론 분모를 없애는 방법, 제곱 근호를 없애는 방법을 강구하여 기계적으로 푸는 방법을 강요할 수 있다. 그러나 이 문제를 푼 학생은 제곱 근호에 대한 개념 형성이 잘 되어 있어서 이 문제를 해결할 수 있다고 본다.

다음의 학생도 공부를 잘 하지 못하는 학생이다. 그러나 확신은 없지만 다음과 같이 역으로 생각하여 푸는 방법을 생각하였다. 오히려 이 방법은 좋은 방법이나 부진아들은 대개의 경우 쉬운 방법을 찾지 못하면 풀지 못하거나 또, 승호와 같이 자기의 좋은 방법을 인식하지 못하는 경우도 있다.

【문제】 함수 $y=ax+b$의 역함수가 $y=-4x+2$일 때, 실수 a, b의 값을 구하여라.

(교사) $y=ax+b$, x=ay+b, $ay=x-b$, $y=\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$,

$$\frac{1}{a}=-4,\ -\frac{b}{a}=2\text{에서 } a=-\frac{1}{4},\ b=\frac{1}{2}$$

(승호) "선생님 저는 이렇게 풀려고 하는 데요, 잘은 모르겠어요."

(교사) "나도 잘 모르겠다." "한 번 해 보아라."

(승호) $y=-4x+2$, $x=-4y+2$, $y=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$, $a=-\frac{1}{4}$, $b=\frac{1}{2}$

(승호) "아, 답이 똑같네요?"

(교사) "그래, 똑같다."(교사)

(승호) "그런데, 이상하네요?" "이렇게 하면 안돼요?

다음의 문제를 I1, I2, I3 세 학생에게 풀도록 하였다. 이 중에서 I1과 I2는 잘하는 학생이고 I3는 부진한 학생이었다. 그러나 잘 하는 두 학생에 비하여 I3의 방법이 얼마나 쉽고 간단한 것인가 알 수 있다. 따라서 부진아 이들만이 가지고 있는 문제 풀이의 특성이 있을 수 있다.

【문제】 문제 : $\log_{\sqrt{2}}4 = x$일 때, x를 구하여라.

(I1) $\sqrt{2}^x = 4 = \sqrt{2}^4,\ x = 4$

(I2) $2^{\frac{1}{2}x} = 2^2,\ \frac{1}{2}x = 2,\ x = 4$

(I3) $\sqrt{2}^x = 4,\ 2^x = 16,\ 2^x = 2^4,\ x = 4$

10. 문제 조건의 의식

문제 자체가 가지고 있는 숨어 있는 조건을 모르기 때문에 식을 세우지 못하고 결국 문제를 풀지 못하는 경우도 있다. 다음의 문제와 같이 미지수가 세 개인 연립일차방정식은 식이 세 개가 있어야 한다. 그런데 나머지 하나인 삼각형의 내각의 합이 180° 인 사실에서 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ 을 발견하지 못하여 식을 세우지 못하는 것이다. 이들은 문제가 가지고 있는 조건을 의식하지 못하고 항상 주어진 조건에서 문제를 풀려고 하는 경향이 있다.

【문제】 삼각형 ABC에서 $\angle A + 2\angle B = 165^\circ$, $\angle B + 2\angle C = 225^\circ$ 일 때, $\angle A,\ \angle B,\ \angle C$를 구하여라.

다음의 문제에서는 수업 중 교사의 말 한마디가 매우 중요하다는 것을 알 수 있다. 이 문제의 지도에서는 "도형의 방정식은 x, y로 표시되어야 한다."는 말을 인식시켜야 했다.

【문제】 $y^2 = 4x$의 준선의 방정식을 구하여라. ⇦ 답 : -1

또, 부진아들은 그 문제가 포함하고 있는 조건이라든지 풀이 후 답이 가져야 할 조건의 인식이 부족하다. 다음의 무리함수의 풀이에서는 정의역이 꼭 필요하다.

【문제】 무리함수 $y = \sqrt{x-1}$의 역함수는? ⇦ 답 : $y = x^2 + 1$

위의 역함수 문제의 답은 이 문제를 푼 학생이 잠재적 조건(숨은 조건)을 모르기 때문이라고 본다. 역함수에서는 정의역이 치역으로 치역이 정의역으로 변한다는 사실만

알면 쉽게 해결할 수 있을 것이다. 즉, 주어진 함수에서 $x-1\geq 0$, $y\geq 0$이어야 하므로 역함수에서는 $y-1\geq 0$, $x\geq 0$이어야 한다. 그러므로 답은 $y=x^2+1(x\geq 0)$이어야 한다.

이들에게 문제가 가지고 있는 조건까지 알도록 강요한다는 것은 어려운 일이다. 그러나 쉬운 문제부터 조건을 파악하는 훈련이 필요하다고 본다. 예를 들면, '미지수가 2개인 일차연립방정식은 식이 몇 개가 필요한가'와 같은 질문을 통하여 문제가 가지고 있는 조건을 생각할 수 있는 능력을 길러주어야 한다고 본다.

11. 식 세우기

다음은 학생 K의 문장제 해결 과정을 나타낸 것이며 문제는 말을 크게 하면서 풀도록 하였다.

【문제】 영수는 오늘 80원짜리 우표를 8장 샀습니다. 오늘 산 우표의 값은 얼마입니까?

(풀이) #1. 80원을 8번 더하면 풀 수 있다.
#2. 아니다. 곱셈의 문제이다.
#3. 아니다. 다시 풀어보야 한다.
#4. 나눗셈의 문제인 것 같다.
#5. 문제를 이해 못하겠다.
#6. 뺄셈의 문제이다.
#7. 이 문제는 배운 적이 없다.
#8. 수학에서 문장으로 된 문제는 하기 싫다.
#9. 덧셈의 문제다.

이 학생은 처음 덧셈의 문제라고 생각하고 풀었는 데 결국 덧셈의 문제라고 원래 상태로 되돌아 갔다. 덧셈이라고 하는 고정 관념에 빠져 8번 더해야 된다는 강박 관념을 벗어나지 못하였다. 또, 쉽게 할 수 있는 곱셈의 문제라고 생각하면서 식을 세우지는 못하였다. 이렇게 부진아들은 식을 세우지 못하여 문제를 풀지 못하는 경우가 많이 있다.

12. 그림 그리기

부진아들은 그림을 그리지 못하거나 그림을 그리지 못하여 문제를 풀지 못하는 경우가 많이 있다. 예를 들어, 다음의 분수함수의 그래프를 그리라고 하였다. 이들의 형

태는 직선, 이차함수 그래프, 원, 1사분면만 맞게 그리는 학생 등 여러 가지로 나타났다. 잘못 그렸다고 이상하게 생각하지도 않는다. 만약 그리다가 이상하면 x의 값에 몇 개의 숫자 -2, -1, 1, 2를 대입하여 y값을 계산하여 그리려고 생각하지도 않는다. 이러한 현상은 평상시 그림의 개형만 생각하고 있지 실제로 그려보지 않았기 때문이다.

【문제】 $y=\frac{1}{x}$ 을 그래프를 그려라.

또, 그림을 못그리기 때문에 풀지 못하는 경우도 많이 있다. 이차부등식의 경우는 이차함수의 그래프를 그려 생각하면 아주 쉽게 풀 수 있다. 부진아들은 이차부등식의 풀이에서 한 번 방법을 잊어버리면 그 이상 다른 방법으로 풀지를 못한다. 다음의 문제 풀이에서 답을 '$2<x<3$', 또는 '$x>3$, $x<2$'의 두 가지 중 어느 것인지 망설이게 된다. 이 때는 바로 2차 함수의 그래프를 그리면 된다고 생각하지 못한다. 따라서 이러한 문제에도 공식적으로 문제를 푸는 것보다 이차함수에 대한 확실한 개념형성부터 이루어져야 한다고 본다.

【문제】 이차부등식 $x^2-5x+6>($ 을 풀어라.

V. 부진아의 지도 요령

부진아들은 개념형성의 지도를 더욱 필요로 하는 학생들이다. 아울러 다음과 같이 이들을 지도할 제도적 운영이나 학습방법(탁영진 등, 1991)은 물론 이들의 성격도 잘 파악해야 하며, 교사의 언어행동도 중요하다고 볼 수 있다.

1. 제도적 운영

학습부진아의 지도를 위한 제도로는 다음과 같이 실질적 운영을 할 필요가 있다.

(1) 능력별 반편성제 : 학력의 정도가 비슷한 아동을 모아서 한 학급으로 편성하게 하여 능력별 교육을 실시하는 방법이다.

(2) 무학년제 : 개인의 능력에 따라서 학습이 진행되도록 학년제 제한을 철폐한다.

(3) 유급제 : 준비도가 부족한 경우에 진급을 시키지 않고 학습목표를 달성할 때까지 같은 학년에서 공부하게 하는 방법이다.

(4) 보충지도제 : 방과 후나 수업 전에 특별 보충지도를 한다.

2. 학습지도 방법

그 다음에 지도방법으로는 다음과 같은 것을 생각해 볼 수 있다.

(1) 개별지도 : 원인에 적합한 치료적 지도를 한다.

(2) 성공감 고취 : 성공의 경험을 많이 주고 자신감을 주어 학습동기를 유발한다.

(3) 치료적 지도 : 흥미있는 자료를 제공하여 성공감을 줌으로써 학습에 흥미를 느끼게 한다.

(4) 학습 습관이나 방법의 개선 : 자신감을 가지고 능동적으로 학습하게 하며 능률적인 학습습관을 가지게 한다 .

(5) 수업시간 : 보통보다도 짧게 한다.

3. 부진아의 성격

또, 교사는 부진아들이 가지고 있는 성격을 항상 염두에 두고 학습지도를 해야 한다고 본다. 이들의 개념형성이 수학 학습에서 나타난 현상은 대략 다음과 같은 것을 들 수 있다.

(1) 단순하다.

(2) 문제를 잘 읽지 않는다.

(3) 조건을 생각하지 않는다.

(4) 문제를 쉽게 풀려고만 한다.

(5) 고착성(견고성)과 같은 고정관념이 강하다.

(6) 자기 생각이 강하다.

(7) 식을 세우지 못한다.

(8) 망각이 심하다.

(9) 그림 그리는 전략이 부족하다.

(10) 그림을 그리지 않는다.

(11) 다시 생각하지 않는다.

(12) 계산(산술) 능력이 부족하다.

(13) 공식을 적용하지 못한다.

(14) 사전학습과 사후학습이 상호 방해를 많이 받는다.

(15) 잘못을 뉘우치지 않는다.

(16) 문제 풀이 중에도 여러 가지 다른 생각을 가지고 있다.

(17) 망설임이 많다.

(18) 착각을 일으켜 틀리거나 순간적인 착각을 일으킨다.

(19) 검산을 하지 않는다.

(20) 반성을 하지 않는다.

(21) 다시 풀어보지 않는다.

4. 교사의 언어행동

교사는 부진아의 개념형성 지도시에 언어행동에서도 주의를 해야 한다. 가급적 사실에 대한 질문을 하고 다음과 같은 방법이나 이유와 같은 질문, 또는 지시에서는 신중을 해야 한다. 그리고 모욕적인 언어를 사용하지 말고 긍정적이고 신념을 줄 수 있는 언어를 사용해야 한다.

(1) 어떻게 하면 좋겠어?

(2) 어떤 풀이 방법이 편리한가?

(3) 여기서 할 일이 무엇이야

(4) 어떤 방법이 좋아요?

(5) 어떻게 하면 될까요?

(6) 왜 못풀었어?

(7) 왜 그렇게 생각하지요?

(8) 숨어 있는 조건이 무엇이냐?

(9) 이 문제를 못푸는 이유를 말해 보아라

(10) 각 그림을 비교해보아라.

(11) 다른 방법이 있나 생각해 보아라

(12) 어떠한 관계가 있는가 생각해 보아라.

(13) 다른 방법으로 해 보아라.

(14) 다른 이유를 밝혀라.

(16) 다른 방법으로 설명하여라.

(17) 너는 잘 할 수 있다.

(18) 조금만 더 하면 풀 수 있을 거야.

(19) 네 방법도 매우 좋아 보인다.

(20) 다음엔 틀림 없이 할 수 있을 거야.

(21) 잊어서 그렇지 지금부터는 이 개념을 확실하게 알 수 있을 거야.

VI. 결언 및 제언

지금까지 부진아의 개념형성에 대하여 살표본 결과 다음과 같은 결론을 얻었으며, 이에 따라서 몇 가지 제언을 하고자 한다.

1. 결　언

(1) 부진아들은 학습 진행을 원활하게 할 수 없다는 것이 발견되었다. 이러한 이유는 사전의 개념 형성이 잘못되어 그 후의 학습에 영향을 가져오기 때문이라고 본다.

(2) 이들은 학습시 교사가 사용하는 언어에 영향을 많이 받고 있다는 것이 발견되었다. 교사들은 학생의 학습을 좀 더 쉽게 돕기 위하여 어느 한 학습 내용에서 사용하는 언어지만 이를 학생들은 잠재적으로 간직하고 있다가 다른 학습에서도 적용하는 경향이라고 본다.

(3) 이들은 수와 식의 기초적인 계산 능력이 부족하였다. 이러한 요인은 계산하는 방법이나 법칙의 개념형성이 잘못된 결과라고 본다.

(4) 이들의 특성 중에서 식의 표현이나 쓰기 순서에서도 보통아와 차이가 있었다. 이는 식이 복잡하다고 느끼기 때문에 쉬운 것부터 빨리 해결하려는 경향이라고 본다.

(5) 문제를 푸는 방식은 맞는 데 정답이 아닌 경우가 있었다. 이는 이들이 문제를 푸는 데만 관심이 있지 푼 후에 이상하다고 느끼거나 검산을 다시 해보지 않기 때문이라고 본다.

(6) 이들은 식을 변형하여 문제를 푸는 능력이 부족하였다. 이는 문제를 풀기 좋은 형태로 쉽게 변형하는 습관이 되어 있지 않기 때문이라고 본다.

(7) 이들이 가지고 있는 특수한 방법도 발견되었다. 이는 문제 풀이에서 적용하는 방식을 모르기 때문에 자기만이 가지고 있는 독특한 방법을 사용하기 때문이다.

2. 제　언

(1) 이들은 교사의 언어활동에 영향을 많이 받기 때문에 교사는 학습시 사용하는 언어에 항상 유의하여 언어사용을 해야 한다고 본다.

(2) 평상시 수학 학습에서 이들에게 개념형성을 좀 더 잘 할 수 있도록 하기 위하여는 한 교실내에서의 분단수업, 수준을 나누는 능력별 수업, 아울러 이들에게 맞는 교재 선택(다음 교육과정)이나 교재의 재구성이 필요하다고 본다.

(3) 이들은 발표하기와 남에게 보이기를 싫어하는 경향이 있으며 이들에게 관심도 부족하다. 따라서 교사는 이들에게 발표할 기회를 많이 주어야 하며, 그리고 여러 가지 방법을 사용하여 이들이 가지고 있는 수학적 특성을 발견하여야 한다. 아울러 이들의 의견을 항상 존중하는 태도로 임하여야 하며 신념을 주는 교사의 바람직한 태도가

중요하다고 본다.

참 고 문 헌

고영희, 이지영, 홍기원 (1987). 「인간의 심리학적 이해」. 서울 : 도서출판 성원사, 186-189.

김영채, 박권생 공역 (1992). 「인지심리학(이론과 적용)」. 서울 : 박영사, 204-208.

김언주, 강영하, 최건수 (1992). 「인지발달과 교육」. 서울 : 양서원, 405-406.

박한식, 구광조 (1982). 「수학과 교수법」. 서울 : 교학사, 35-41.

서울대학교 교육연구소 (1994). 「교육학용어사전」. 서울 : 도서출판 하우, 19-21.

탁영진, 이요한(1991). 「수험교육학」. 서울 : 도서출판 박문각, 362-363.

유승구 역 (1991). 「인지발달과 교육」. 서울 : 학문사, 145.

이관용 역 (1988). 「인지심리학」. 서울 : 도서출판 법문사, 94.

이성진, 이용걸, 정원식 (1984). 「교육심리학」. 한국방송통신대학출판부, 41.

이영애 역 (1992). 「인간사고의 심리학」. 서울 : (주)교문사, 76-85, 502.

이주용 역 (1991). 「학습심리학(학습과 기억)」. 성신여자대학교출판부, 303, 307.

Kulm, G. (Eds.). (1990). *Assessing higher order thinking in mathematics.* Washington: The American Association for the Advancement of Science, 99-100.

Forrest-Pressley, D. L., MacKinnon, G. E., & Waller, T.G. (Eds.). (1985). *Metacognition, cognition, and human performance: Instructional practices* (Vol. 2). NY:Academic Press, 141.

Lefrançois, G. R. (1991). *Psychology for teaching*(7th ed.). Belmont: Wadsworth, 115-116.