

하이파이셈과 조기아동산수교육

박 회 자 (하이파이셈학회장)

I. 하이파이셈 ?

어린이를 위한 최선의 산수 학습 방법은, 어린이에게 어려서부터 자신감을 고취시킬 수 있는 방법, 정신 집중력을 증진시킬 수 있는 방법, 그리고 답이 산출되기까지의 과정을 논리적으로 가르쳐 줄 수 있는 이해적 산수교육방법이라 하겠다. 어린이에게 추상적인 산수이론을 쉽게, 구체적으로 가르치기 위해서는 어린이가 산수 원리를 보고, 듣고, 말하고, 동시에 촉감으로 느낄 수 있도록 하는 MULTI-SENSORY IEARNING METHOD(다감각동원 학습방법)을 채택하는 것이다. 그렇게 함으로서 어린이의 두뇌에 강렬하게 전달되면 교육효과도 그 만큼 상대적으로 높아진다.

이러한 새산수 하이파이셈 학습 방법을 통하여 일찍부터 어린이들은 만족감과 정신 집중력을 기를 수 있고 과학의 기초가 되는 논리적인 사고방식을 형성할 수 있다.

미국에서의 경험에 의하면 하이파이셈은 어린이의 조기 산수 교육에 획기적인 공헌을 하여 보통 지능의 유치원 원아들이, 유치원 단계에서 적어도 덧셈, 뺄셈을 완전히 배울 수 있었고 국민학교 2학년까지는 가·감·승·제를 모두 마칠 수 있었다.

한편 학습 지진아 및 산수 교육에 큰 문제점이 있는 어린이들(the downs - syndrome, the mentally retarded, the remedial, the emotional disturbed, the dyslexia)까지도 산수 교육에 성공을 거둘 수 있었다. 미국 오하이오(Ohio)주에서는 지능지수가 46으로 산수 교육이 불가능한 어린이조차도 덧셈·뺄셈·곱셈구구를 배울 수 있었다.

현대의 산수 교육 이론은 너무 어렸을 때는 산수를 가르치지 말자는 교육 이론도 있으나 그것은 현대의 산수 교육 이론이 다소 어려워 어린이들에게 혼동을 야기시킬 우려가 있기 때문이다. 그러나 하이파이셈과 같이 산수 이론을 더욱 규칙화·단순화시키고, 수표현과 수표기를 서로 일치시키는 산수 방법을 사용하고, 십진법 구조인 손가락 모델을 통하여 촉감적인 산수교육 방법을 쓰면 어린이들도 산수를 쉽게 이해하고 재미있게 학습할 수 있어, 조기 아동 산수 교육에 커다란 효과를 거둘 수 있다.

하이파이셈은 조기 아동 산수 교육에서뿐만 아니라 학습 지진아 산수 교육에도 획

기적인 교육방법이 될 것이다.

학습 지진아 중, 덧셈의 받아올림수를 답자리에 쓰는 어린이들, 앞자리에서 빌려와야 할 뺄셈 계산에서, 빌려오지(받아내림) 않고 숫자를 거꾸로 빼는 어린이들, 곱셈 계산에서 올라온 수(받아올림 수)를 잊어버리고 더하지 않는 어린이들, (여러자리)×(여러자리)의 곱셈 계산을 자꾸 틀리는 어린이들, (여러자리)÷(여러자리)의 나눗셈을 잘 이해하지 못하는 어린이들은, 일반적으로 기억력이 없거나 정신 집중력이 약하여 계산이 자주 틀리는 어린이들은 하이파이셈에서 개발한 새로운 산수 이론과 교육 방법으로 소기의 목적을 달성할 수 있게 될 것이다. 하이파이셈에서는 산수 교육 원리에 맞게 뺄셈은 덧셈의 반대 개념으로, 곱셈은 덧셈의 연장 개념으로 그리고 나눗셈은 뺄셈의 연장 개념으로 가르치고 있어 어린이들이 가·감·승·제에 대한 수리를 상대적으로 명확히 이해할 수 있게 된다.

끝으로 우리 산수 교육자가 간과해서는 안될 점은, 어린이들이 어느 수리를 배울 때, 누구나 잠시 동안이라도 혼동을 일으킨다면 그 책임은 어린이에 있는 것이 아니라, 수리나 방법, 그 자행에 문제가 있다는 점이다. 하이파이셈에서는 세계 각국의 어린이가 산수를 배울 때 으레 겪고 있는 혼동 점만을 찾아 새로운 방법을 강구함으로써 어린이가 처음부터 그러한 혼동을 전연 겪지 않고서도, 산수 공부를 할 수 있도록 하였다.

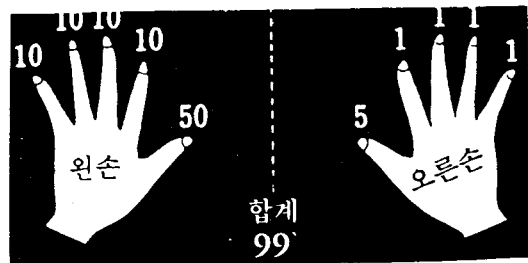
II. 제 1단계 덧셈(유치원, 국민학교 1, 2학년 대상)

1. 손가락을 하나씩 누르기

나이 어린 아동들에게 십진법의 구조를 가르치기 위해서 다음과 같은 연습을 시키도록 한다. 어린이들은 이 연습을 통하여, 덧셈의 받아올림(regrouping)과 자리값의 기초개념, 그리고 정확한 수표기를 배울 수 있게 된다. 예를 들면 「십·일」이라는 수 표현을 듣고 표기할 때 어린이들은 11이 아닌 101로 쓰는 경우가 종종 있다. 그러나 하이파이셈의 십진법 손구조를 활용하면 이러한 잘못은 처음부터 막을 수 있다.

(제한시간 : 각각 10초이내)

- | |
|----------------|
| ① 누르기 1부터 10까지 |
| ② 누르기 1부터 20까지 |
| ③ 누르기 1부터 30까지 |



※ 일, 이, 삼, 사 ... 부르면서 손가락을 하나씩 누르는 가운데 어린이들은 10(일)이 모여서 1(십)이 된다는 점을 다른 어느 방법보다 쉽게 이해할 수 있게 된다.

2. (제한시간 : 각각 10초이내)

- | |
|--|
| ① 손가락을 1씩 10까지 누르기(1씩 누를 때 일, 일, 일, ... 부른다.) |
| ② 손가락을 2씩 20까지 누르기(2씩 누를 때 일이, 일이, ... 부른다.) |
| ③ 손가락을 3씩 30까지 누르기(3씩 누를 때 일이삼, 일이삼, ... 부른다.) |

이상의 간단한 연습으로 어린이들은 덧셈개념, 곱셈개념, 그리고 미지수 찾기 개념을 동시에 납득할 수 있게 된다. 유치원 어린이들도 위의 기본 연습문제를 하루 15분 정도씩 약 2주일간만 연습하면 10진법의 받아들림은 물론 위에서 지적한 3가지의 산수개념들을 저절로 납득할 수 있게 된다.

3. 한자리 덧셈

4. 여러자리 덧셈

$\begin{array}{r} \square \square \square \\ 4 \ 5 \ 6 \\ 5 \ 6 \ 4 \\ + 6 \ 4 \ 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \square \square \square \\ 2 \ 6 \ 4 \\ 7 \ 8 \ 3 \\ + 5 \ 1 \ 9 \\ \hline \end{array}$
---	---

※ (일)자리부터 한줄씩 계산한다. 한줄의 계산이 끝난 다음 왼손의 숫자는 받아올림란에 누르고, 오른손의 숫자는 그 줄의 답란에 눌러, 어느 숫자가 어디에 표기되는지 시각적·위치적으로 가르친다. 그렇지 않으면 어린이들은 받아들림수까지도 답란에 쓰는 잘못을 저지르게 된다. 마지막 단위인 천자리에는 ↓를 그리게 하여 천자리에 올라온 수를 답란에 옮겨 적는 것을 어린이가 기억하도록 유도한다.

5. 덧셈 미지수 계산(보수찾기)

쓰여진 숫자를 누른다음, 여기다 얼마를 더 누르면 손가락에 10 혹은 20이 나오느냐 하는 문제이다. 앞에서 제시한 기본 연습문제를 충분히 연습한 어린이는, 덧셈 미지수 계산을 금방 배울 수 있고, 덧셈 미지수 계산 연습을 통하여 어린이들은 암산에 필요한 보수의 원리를 깨닫게 된다.

가. $\begin{array}{l} 3 + \square = 10 \\ 6 + \square = 10 \end{array}$	나. $\begin{array}{l} 2 + 4 + 1 + \square = 10 \\ 3 + 1 + 4 + \square = 10 \end{array}$
--	--

다.	$11 + 3 + \square = 20$ $15 + 2 + \square = 20$	라.	$8 + 7 = 8 + \square + 7 - \square$ $= (10) + (\quad)$ $= (\quad)$
----	---	----	--

마.

$17 + 6 = 17 + \square + 6 - \square$ $= (20) + (\quad)$ $= (\quad)$
--

III. 곱셈구구 학습

1. 곱셈은 덧셈의 연장 개념으로 가르친다. 반복 덧셈수를 몇 번 더하는지 시각적(위치적)으로 추적할 수 있도록 Button식 수배열을 이용한다.

HYPAI곱셈 보조표

+2 +2 +2

(문제읽기) 2

① → ② → ③

×③의 문제를 읽을 때

(출발점)

(2곱하기 3)으로 읽고 이어서 (2를 3번 더하면 ?)

+2 +2 +2

하고 묻는다. 곱셈문제를 읽을 때는 “~번 더하면?”

④ → ⑤ → ⑥

하는 말을 사용하는 것이 곱셈이해에 도움이 된다.

+2 +2 +2

⑦ → ⑧ → ⑨

2. 여러자리 곱셈(HYPAI부르는 대로 쓰기 곱셈)

(보기) (미국식)

(한국식)

(하이파이셈)

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times (1) 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 422 \\ (\times) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 422 \\ (\times) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ + 22 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ (\times) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 482 \\ (\times) \\ \hline \end{array}$$

→ 받아올림란
→ 각 단위의 답란
→ 합계(답)

어린이들이 곱셈구구를 배운 다음에는, (2자리)×(1자리)의 곱셈을 배우게 된다. 이 때 미국 곱셈 방법을 쓰는 미국 어린이들은 앞의 보기에서와 같이 3가지의 오류를 처음에 범하게 된다. 여기에 비해 한국식은 (십)자리로 올라온 수를 초보자 어린이가 깜빡 잊어버리고 더하지 않고, (6×7)의 답 42를 그대로 답란에 그냥 쓰는 경우가 많다. 그러나 미국식에서와 같이 곱셈수와 받아올림 수를 서로 곱하거나 하는 혼동은 발생하지 않는다. 이런 면에서 볼 때 미국식 곱셈방법은 3가지의 오류를 어린이에게 허용하는 방식이고, 한국식 곱셈방법은 적어도 1가지의 오류는 허용하고 있는 방법이라 말할 수 있다. 그러나, 하이파이식에서는 곱셈의 받아올림을 포함 보기에서와 같이 곱셈구구의 답을 곱셈 아래에 전부 발음 나는 그대로 쓸 수 있기 때문에, 다른 방식에서와 같이 받아올림수를 깜빡 잊고 더하지 못하게 되는 실수는 일어날 수 없도록 만들었다.

하이파이식 곱셈 방법의 특징은 받아올림 수에 영향을 받지 않고, 언제나 곱셈구구를 부르는 그대로 답란에 기재할 수 있기 때문에 어린이들이 곱셈수리를 더욱 쉽고 재미있게 배울 수 있게 된다.

(연습문제)

$$\begin{array}{r}
 4 \ 5 \ 8 \\
 \times \quad 7 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 7 \ 8 \ 9 \\
 \times \quad 6 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 6 \ 7 \ 8 \\
 \times \quad 8 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 8 \ 6 \ 4 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 \end{array}$$

이러한 곱셈 방법(HYPAI 부르는 대로 쓰기 곱셈)을 이용하여서 (여러자리)×(여러자리)의 곱셈도 초등학교 저학년 어린이에게 쉽게 가르칠 수 있으며 특히 학교식 곱셈 방법에 어려움을 느끼는 학습 지진아에게는 이 곱셈 방법이 해답이 될 수도 있을 것이다. 한편 이러한 곱셈 방법은, 어린이가 계산시 실수를 저지른 경우에 그 잘못 어디 있나를 명확히 집어내어 지도 할 수 있다. 그러나 전통식 산수 방법은 그렇지 못하다. 예를 들어 9 7 의 해답이 틀렸을 경우 전통적 곱셈 방법에서는 이 답의 오류가

$$\begin{array}{r}
 \times(4) \ 7 \\
 \hline
 6 \ 6 \ 9 \\
 (\times)
 \end{array}$$

곱셈구구를 잘못 암기하여 틀린 것인지, 덧셈 계산을 잘못하여 틀린 것인지 명확하지 않다. 그러나 하이파이셈에서는 어디가 틀렸는지 정확히 알 수 있어 산수교육을 그만큼 효과적으로 할 수 있다.

$\begin{array}{r} 97 \\ \times 7 \\ \hline 64 \\ + 29 \\ \hline 669 \\ (\times) \end{array}$	$\begin{array}{r} 97 \\ \times 7 \\ \hline 64 \\ \quad 39 \\ \hline 669 \\ (\times) \end{array}$
--	--

로 곱셈 답이 틀렸음을 알 수 있다.

3. 곱셈 문제의 해석

곱셈은 덧셈의 연장이기 때문에 곱셈문제를 덧셈으로 표기할 수 있다. 여기에서 의 요점은 곱셈을 어떻게 해석하는 것이 어린이가 곱셈구구를 활용하는데 유리한 가를 고찰하는데 있다.

(1) 일반식 해석

$$\begin{array}{r} 234(\text{를}) \\ \times \quad 5(\text{번}) \\ \hline 234 \quad 4\text{를 (일)자리에 5번} \\ 234 \quad 3\text{를 (십)자리에 5번} \\ 234 \quad 2\text{를 (백)자리에 5번} \\ + 234 \\ \hline 1170 \end{array}$$

(2) 교환식(계산식) 해석

$$\begin{array}{r} 234(\text{번}) \\ \times \quad 5(\text{를}) \\ \hline 555 \quad 5\text{를 (일)자리에 4번} \\ 555 \quad 5\text{를 (십)자리에 3번} \\ \quad 5 \quad 5\text{를 (백)자리에 2번} \\ + \quad 5 \\ \hline 1170 \end{array}$$

교환식 해석은 계산을 쉽게 하기 위한 곱셈 해석 방식이다. 양자의 답은 동일하나 교환식 해석 즉 계산식 해석에서는 덧셈 수가 (일)자리, (십)자리, (백)자리가 전부 일정하여 그 만큼 능률적으로 계산을 할 수 있다.

4. 학습지진아를 위한 곱셈방법 (여러자리)×(여러자리)

$\begin{array}{r} 94 \\ \times 87 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ \times 38 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 293 \\ \times 64 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 472 \\ \times 93 \\ \hline \end{array}$
--	--	---	---

IV. 뺄셈

1. 하이파이셈에서는 손가락 운동을 통하여, 뺄셈을 덧셈의 반대 개념으로 가르친다. 덧셈시의 손가락 누리기와 뺄셈시의 손가락 빼기를 시각적 체험적으로 가르치기 때문에 어린이들은 뺄셈의 수리를 단기간에 이해함은 물론 덧셈과 뺄셈과의 상호반대작용

도 깊이 이해할 수 있게 된다.

2. 뿔셈의 빌려오기(HYPAI 맞바꿔 빌려오기)

현대의 뿔셈 이론방법이 어린이들에게 다소 어려운 이유는 뿔셈시 10을 빌려오면서, 동시에 앞자리에서 1을 빼 내야 한다는 받아내림에 대한 수 표현과 실제의 수표기가 서로 불일치하고 있기 때문이다. 곱셈계산에서, 곱셈구구를 부르는 그대로 답란에 쓰는 HYPAI 부르는 대로 쓰기 곱셈방법이 어린이에게 쉬운 것과 같이, 뿔셈 계산에서도 10을 빌려 오면서 앞자리에서 1을 빼내야 한다는 받아내림에 대한 지시문을 발음나는 그대로 표기하는 방법이 어린이에게는 훨씬 쉽다. 다음은 HYPAI 맞바꿔 빌려오기 방법(받아내림수를 발음나는 그대로 쓰는 방법)을 설명하기 위하여 예를 든 문제이다.

(HYPAI 시간 맞바꿔 빌려오기)

	□	(5)	+60
9시간	0	분	42초
	□	-1	
-2시간	-36	분	-53초
시간	분	초	

문제의 (초)단위 계산에서, 42초에서 53초를 뿔 수 없으므로 (분)단위에서 1분을 빼면서 (초)단위로 60초를 빌려와야 한다. (분)단위에서 1분을 뿔 때에는 (분)단위 (일)자리에 -1을 쓰고, (초)단위로 60초를 빌려 올 때는 (초)단위 (일)자리에 +60을 쓴다.

그 다음에 들어간다.

(계산)

(초)단위 (일)자리 계산 : + 60 + 2 - 3 = 59(초)

59초의 9는 (초)단위 (일)자리의 답이 되고, 5는 (초)단위 (십)자리로 올라가는 받아올림수가 된다.

(분)단위 (일)자리 계산 : (분)단위 ○○분에서 -1과 -36분을 뿔 수 없으므로 (시간)단위에서 1시간을 빼면서 (분)단위 (일)자리로 60분을 빌려와야 한다. (시간)단위에서 1시간을 뿔 때에는 (시간)단위에 -1을 쓰고, (분)단위로 60분을 빌려올 때는 (분)단위 (일)자리에 +60을 쓴 다음 계산에 들어간다.

이와 같이 (분) : (초) 혹은 (시간) : (분)의 비율이 1 : 60이면 위에서 빌려올 필요가 있는 경우, -1을 앞자리에 쓰면서 +60을 빌려온다.

다음은 (피트) : (인치), (파운드) : (온스)의 예제이다. 같은 요령으로 계산한다.

(문제)

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8피트 10인치	5파운드 13온스	6센티미터 2밀리미터
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<u>-4피트 -11인치</u>	<u>-2파운드 -15온스</u>	<u>-4센티미터 -8밀리미터</u>

(십)진법의 특징은 이웃한 자리값의 비율은 항상 1 : 10의 비율을 갖는다는 점이다. 따라서 우리가 뺄셈의 받아내림을 할 경우에는 앞자리에 -1을 쓰면서 +10을 빌려온다.

(예제)

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
6 2	6 0 2	6 0 5 8
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
<u>-3</u>	<u>-3</u>	<u>-1 2 9 7</u>

(받아내림의 공식)

뺄셈수에서 뺄셈수를 못빼면 그 자리에 +10을 빌려오면서 앞자리에다 -1을 쓴다.

다음 문제에서 다<바, 나<바, 가<라인 경우의 받아내림은 다음과 같다.

□ +10	(전통적 뺄셈 ①)	(전통적 뺄셈 ②)
가 나 다		
<input type="checkbox"/> -1	6 5 1	6 0 1
<u>- 라 마 바</u>	<u>- 2 7 4</u>	<u>- 2 7 4</u>

전통적 뺄셈에서도 하이파이셈에서도 같은 산수원리가 적용되나, 형식면에서 전통적 뺄셈 방법은 두 가지의 다른 형태를 취하고 있기 때문에 초보자 어린이에게 약간의 혼동을 가져온다.

3. 받아올림과 받아내림의 수리작용 및 상호관계

① 받아올림의 작용

$$\begin{array}{r}
 +1 \leftarrow \\
 2\text{시간 } 40\text{분} \\
 + 3\text{시간 } 30\text{분} \quad \text{(받아올림)} \\
 \hline
 -60\text{분}
 \end{array}$$

※ (분)단위에서 합계가 60분이 넘으면 (분)단위에서 60을 빼면서 (시간)단위에 1을 올린다.
(비율 = 1 : 60)

$$\begin{array}{r}
 +1 \leftarrow \\
 2 \quad 6 \\
 + 5 \quad 7 \quad \text{(받아올림)} \\
 \hline
 -10
 \end{array}$$

※ (일)단위의 합계가 10이 넘으면 (일)단위에서 10을 빼면서 (십)단위에서 1을 올린다.
(비율 = 1 : 10)

② 받아내림의 작용

$$\begin{array}{r}
 \text{(받아내림)} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{+60} \\ 6\text{시간 } 10\text{분} \\ \xleftarrow{-1} \end{array} \\
 \hline
 -2\text{시간 } 40\text{분}
 \end{array}$$

※ (분)단위에서 뺄 수 없으면 (분)단위 (일)자리에 60을 더하면서(빌려오면서), (시간)단위에서 1을 뺀다.
받아올림의 경우와 정반대이다.
(비율 = 1 : 60)

$$\begin{array}{r}
 \text{(받아내림)} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{+10} \\ 8 \quad 3 \\ \xleftarrow{-1} \end{array} \\
 \hline
 -2 \quad 6
 \end{array}$$

※ (일)단위에서 뺄 수 없으면 (일)자리에 10을 더하면서 (빌려오면서) (십)단위에서 1을 뺀다. 받아올림의 경우와 정반대이다. (비율 = 1 : 10)

4. HYPAI 자동식 빌려오기 뺄셈

① 뺄셈의 빌려오기(받아내림)란 무엇인가를 다른 각도에서 해석·정의를 내리면, 뺄셈문제에다 일정수치를 빌려와 더하면서, 같은 수치를 도로 빼내는 것이라 할 수 있다. 다음과 같은 뺄셈문제에서는 100,000을 더하면서 100,000을 도로 빼내는 방법을 취한다.

100,000을 빌려와 더할때는 숫자를 약간 바꾸어 더하는데 (일)자리 위에다는 (10)을 쓰고 그 다음 (십)자리부터 (백), (천), (만)까지는 한자리도 건너뛰지 않고 각 자리 위에다 (9)를 써 놓는다. 그러면 결과적으로 9(만)9(천)9(십)에다 (일)자리에 빌려온 10을 더한 것이 되어 결국 100,000을 빌려와 더한 것이 된다. 여기서 다시 100,000을 도로 빼내기 위하여서 문제의 (십만)자리에다 -1을 표시하면, 뺄셈 문제에 100,000을 더하면

서 동시에 100,000을 빼내는 것이 되어, 뺄셈 답에는 하등 영향을 미치지 않는다.

(문제)

① (9) (9) (9) (9) (10)

$$\begin{array}{r} (-1) 6 \quad 0 \quad 9 \quad 0 \quad 2 \quad 8 \quad 0 \quad 1 \quad 3 \quad 2 \quad 6 \quad 0 \quad 9 \quad 8 \quad 3 \\ - 3 \quad 4 \quad 6 \quad 1 \quad 5 \quad - 1 \quad 8 \quad 7 \quad 1 \quad 7 \quad - 2 \quad 5 \quad 3 \quad 9 \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

② (9) (9) (9) (10)

$$\begin{array}{r} 8 \quad 1 \quad 6 \quad 7 \quad 9 \quad 8 \quad 4 \quad 0 \quad 2 \quad 9 \quad 3 \quad 5 \quad 8 \quad 6 \quad 0 \\ - 3 \quad 5 \quad 2 \quad 8 \quad 3 \quad - 4 \quad 9 \quad 2 \quad 0 \quad 6 \quad - 1 \quad 6 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \\ \hline \end{array}$$

6

③ □ □ □

(-2) (18) (18) (20)

$$\begin{array}{r} 9 \quad 0 \quad 8 \quad 9 \quad 1 \quad 4 \quad 8 \quad 1 \quad 3 \\ - 1 \quad 2 \quad 9 \quad - 8 \quad 6 \quad 7 \quad - 1 \quad 7 \quad 6 \\ 3 \quad 1 \quad 0 \quad 7 \quad 0 \quad 5 \quad - 1 \quad 8 \quad 9 \\ - 2 \quad 6 \quad 7 \quad - 3 \quad 2 \quad 9 \quad - 2 \quad 6 \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

5. 혼합 미지수 계산

□ □ □ □

(-1) (9) (9) (9) (10)

$$\begin{array}{r} 8 \quad \square \quad \square \quad 5 \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \\ - \square \quad 9 \quad 3 \quad \square \quad - 3 \quad \square \quad - 6 \quad \square \quad - \square \quad 9 \quad 7 \quad 5 \\ \hline 3 \quad 5 \quad 8 \quad 9 \quad 5 \quad 3 \quad 1 \quad 9 \quad - 5 \quad 6 \quad \square \quad 6 \\ \hline 3 \quad 8 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

이상과 같은 혼합 미지수 찾기 계산문제에는 HYPAI 자동식 빌려오기 원리를 적용하지 않고서는 해답을 구하기가 어렵고 또한 복잡하다. 미지수 찾기 계산문제에 들어가기 전에 자동식 손가락을 누르고, 뺄셈 미지수를 구할 때는 밑줄 아래의 숫자가 나올 때까지 손가락을 뺀다. 이러한 혼합 미지수 찾기 문제에는 한 문제안에 덧셈과 뺄셈의 7가지 다른 성질이 혼합되어 있다. 즉, 덧셈, 덧셈의 받아들임, 덧셈 미지수 그리

고 뺄셈, 뺄셈 미지수, 뺄셈의 받아내림, 수의 자리값 개념이 혼합되어 있다. 어른들에게도 무척 어려운 계산이나 하이파이셈을 배운 어린이는 간단히 풀 수 있다. 이런 문제는 주산이나 계산기로도 답을 풀 수 없다.

V. 나눗셈

1. 덧셈의 반복은 곱셈이고 뺄셈의 반복은 나눗셈이기 때문에 나눗셈 개념을 어린이에게 나눗셈 수리 이해에 도움이 된다.

42÷6의 나눗셈 계산을 가르칠 때는 $6 \times \square = 42$ 와 같은 연습문제를 먼저 연습시킨다. 그런 다음 나눗셈은 뺄셈의 연장임을 강조하기 위하여 $6 \times \square = 42$ 의 문제를 $42 - (6 \times \square) = 0$ 으로 전환하여 연습시킨다. $6 \times \square = 42$ 는 6을 몇 번 더하면 42가 되느냐의 곱셈형 개념인데 $42 - (6 \times \square) = 0$ 의 문제에서는 42에서 6을 몇 번 뺄 수 있는냐의 문제가 되어 나눗셈 성질을 가장 잘 나타내는 형식에 연습문제로 변형된다.

2. HYPAI 가로쓰기 나눗셈(여러자리)÷(한자리)

$\begin{array}{r} 0 \quad 5 \quad \text{나머지()} \\ 3 \overline{) 158} \\ \underline{-0} \quad \underline{-15} \\ 1 \quad 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{나머지()} \\ 2 \overline{) 273} \end{array}$
---	--

$\begin{array}{r} \text{나머지()} \\ 4 \overline{) 937} \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{나머지()} \\ 7 \overline{) 608} \end{array}$
--	--

3. 학습 지진아를 위한 나눗셈 방법(여러자리)÷(여러자리)

(2018÷24)

현대의 나눗셈 방법은 나눗셈의 답을 한 번에 정확히 찾아내야 하나, 지산법식 나눗셈에서는 나눗셈의 답을 쉽게 부분적으로 산출해서 이를 합산함으로써 최종답을 구한다.

(문제)	임시나누는 수 (3) 십				임시답란
	2 4	2	0	1	8
		←부분답합계(최종답)			

VI. 손가락 사용의 중요성

구미어린이들이 동양어린이에 비하여 기초적인 산수 개념을 늦게 터득하게 되는 이유는 크게 나누어 세 가지로 나눌 수 있다. 첫째는, 영의 비논리적인 수표현 언어이기 때문이다. 20~99까지의 수는 (십)자리의 수를 먼저 부르고, 다음에 (일)자리 수를 부르는데 반하여 12~19에 대해서만은 거꾸로 (일)자리를 먼저 부르고, (십)자리의 수를 나중에, 부르기 때문에 미국어린이들은 (5~6세) 14를 종종 거꾸로 41로 쓰고, 받아들림도 먼저 부른 수인 4를 받아들림 수로 취급하는 경우가 많다. 둘째는, 비능률적인 영의 언어구조 때문이다. 1986을 (십구 · 팔십육)으로 읽고 110을 주로 (일 · 십)으로 읽기 때문에 자릿값 개념과 수표현이 서로 일치하지 않아 미국의 초등학교에서는 자릿값 산수 개념 교육에 힘을 들이고 있다. 셋째는 미국 어린이들은 산수 공부시간에 손가락 사용이 금지되어 있기 때문이다. 미국의 산수학자는 어린이가 고학년이 되도록까지 더 오랫동안 손가락을 사용하게 되는 이상한 현상이 벌어지고 있는 곳이 미국이다. 원래 10진법은 10개의 손가락에서 탄생한 수리임으로 10진법의 수리 교육과 손가락과는 밀접한 관계가 있다. 영국이나 독일은 원래 12진법을 사용하였던 관계로 10진법의 모형인 10개의 손가락을 상용하면 12진법을 사용하던 당시의 계산 체제에서는 계산이 틀릴 확률이 높다. 그러나 현재와 같은 10진법 체제하에서는 10진법수리를 이해시키는데 손가락 사용이 매우 중요하다. 그리고 암기식이 아닌 이해식 산수학습에서는 손가락의 도움이 절대적으로 필요하다. 예를 들어 곱셈구구의 이해식 학습에서 4×6 의 답은 4를 6번 더하여 산출한다. $(4+4+4+4+4)$ 의 계산에서 머릿속으로는 4의 연속덧셈을 하고, 손가락으로는 4를 더할 때마다 4가 몇 번 더해지고 있나를 추적할 수 있기 때문에 머리와 손가락 사이에 역할의 분담이 이루어지게 되는 것이다. 손가락사용을 억지로 금지시키면 산수의 이해력이 떨어지게 된다. 하이파이셈으로 가르치면 어린이들은 추상적인 산수개념을 더 깊이 있게 이해할 수 있을 뿐 아니라, 빠른 기간 내에 손가락사용을 그만 둘 수 있게 된다. 지산법의 개략을 설명하는 데는 최소 20여 시간이 소요된다. 더 자세한 내용은 다음의 연수기회로 미루고 여기서는 하이파이셈의 극히 일부분을 소개하였다.