

G.S.P¹⁾를 활용한 수학교육

오 연 중 (民族史觀學高等校)

1. 民族史觀學高等學校의 수업체제

民族史觀學高等學校는 철저히 학생 중심의 수업이 이뤄지도록하는 제도적 장치가 있다. 그 것은 학생들 자신이 원하는 선생님에게 수업을 받도록하는 수강신청 제도를 말한다. 이 원칙은 모든 수업에 적용된다. 수업은 크게 오전 정규수업, 오후 탐구수업, 야간 탐구수업으로 구분되며 각각의 특징은 다음과 같다.

1.1 오전 정규수업

이시간에 법정 수업 단위 시수를 이수한다. 이 시간에는 어느 단원을 들어가기 전에 해당 단원과 관련된 수학적 배경을 위주로한 다양한 읽기자료를 개발하여 나눠주고 학생들에게 미리 읽도록한다. 주로 수학의 개념, 원리를 충실히 가르치려 노력한다.

1.2 오후 탐구수업

이 시간은 교사 주도의 탐구수업이 이뤄진다. 수학교사 전원이 미리 제시한 탐구 주제와 내을 보고 학생들은 본인이 원하는 수업을 신청하여 수업을 받게 된다.

1.3 야간 탐구수업

이 시간은 학생 주도의 탐구수업이 이뤄진다. 2명 이상의 학생들이 조를 이뤄 학생들이 탐구하고 싶은 주제와 그 주제에 대한 만족할만한 탐구시간을 학생들 스스로 정하여 원하는 선생님에게 수강신청을 하여 수업을 받게 된다.

2. 탐구수업에서 G.S.P를 활용한 수학수업의 실제

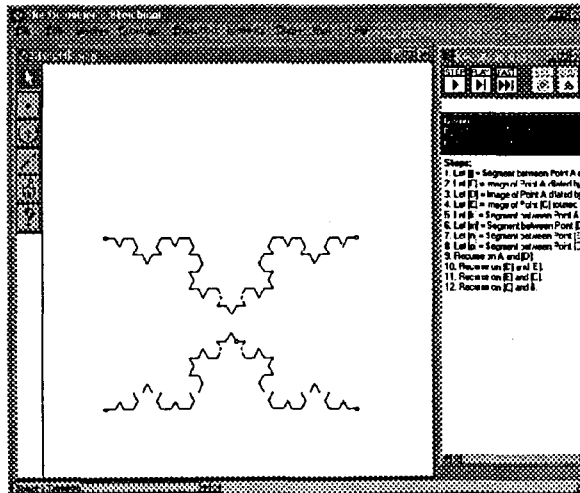
주지하다시피 기하교육은 직관적이고 창의적인 사고에 많은 도움을 준다. 수학적 심미안을 키우는데 기하교육이 절실히 필요함을 감안할 때, 기하 교육의 도구로서 G.S.P는 활용도가 높다 하겠다. 발표자는 연구실에 있는 4대의 컴퓨터에 G.S.P를 설치하고 기하와 관련된 모든 단원에서 수업에 활용하고 있다. 본 발표는 지난 3월초에 실시한

1 Geometer's Sketchpad

탐구수업과 그 결과물로 이루어져 있다. 학생들이 특히 흥미를 나타냈던 수업내용은 G.S.P의 Recursion기능을 이용하여 자연에서 흔히 접하는 나선을 만드는 것이었다. 수학적 발견물인 THE GOLDEN RATIO (ϕ) 이 건축이나 미술에서 자주되는 것에 착안하여 탐구주제를 잡았는데 학생들 스스로 독창적인 결과물을 내어 고무적이었다.

2.1 G.S.P의 간단한 활용법

메뉴얼을 참고하여 연구하면 몇시간 만에 익숙해질 수 있다. 기하수업에서 자주 쓰이는 메뉴는 Construct와 Transform이다. 많이 활용게 되면 動的 기하에 관심을 갖게 되는데 이 것은 Animation, Trace 기능을 통해 잘 구현된다. 초보자는 Samples 디렉토리에 들어 있는 여러 종류의 GSS확장자 화일²⁾을 컴파일하여 GSP 확장자 화일과 비교하면서 공부하면 도움이 된다. 또한 Measure와 Calculate 기능을 이용하면 도형의 기본성질을 계량화하며 연구할 수 있다. 인터넷의 기하관련 사이트를 찾아보면 꽤 쓸 만한 G.S.P 화일을 구할 수 있다. 아래 그림은 G.S.P의 초기화면이다.



2.2 학습지도안

다음쪽 부터는 학습지도안이 소개되어 있다.

2 컴파일하여 GSP화일을 만들 수 있는 일종의 Procedural file

THE GOLDEN RATIO (ϕ)

학습지도안

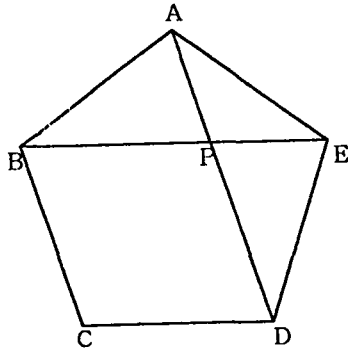
♠♠ 학습 목표 ♠♠

- HISTORY OF GOLDEN RATIO
- FINDING THE GOLDEN RATIO
 - IN SEGMENT
 - IN GOLDEN RECTANGLE
 - IN CONTINUED FRACTION
 - IN GOLDEN TRIANGLE
 - IN REGULAR PENTAGON
 - IN FIBONACCI PROGRESSION
- HOW TO FIGURE THE REGULAR PENTAGON USING G.S.P
- FINDING THE GOLDEN RATIO IN THE NATURE AND ARTIFICIAL
- DRAWING SPIRAL
- FINDING RELATION IN FOUR COEFFICIENT THAT ARE
 ϕ , $\frac{1}{\phi}$, $\cos 36^\circ$ and $\cos 72^\circ$

3. THE GOLDEN RATIO

MATHTOPIC 1(HISTORY OF GOLDEN RATIO) 그리이스의 수학자 피타고라스 (BC 572-492)는 다음 그림과 같은 정오각형 $ABCDE$ 에서 $\frac{BP}{PE}$ 의 값이 $1 + \frac{\sqrt{5}}{2} (= \phi)$ 임을 알아내었다.

후세의 수학자들이 이 값을 *GOLDEN RATIO*라고 불렀다. 그런데 이 황금비 ϕ 는 여러가지 점에서 수학에 풍부한 탐구거리를 제공해 주었고 여러 자연 현상에서도 이 수가 발견되었다. 그리하여 π, e 등과 같은 유명한 무리수가 되었다. 여러분도 창조주가 자연속에 숨겨놓은 신비한 수의 세계를 발견해 보면 어떨까?



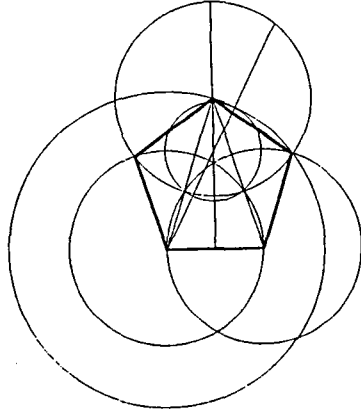
예제) 위 그림에서 $BP = x, BE = a$ 라 놓아 피타고라스의 황금비를 구해보자. □

풀이

예제) 위 예제에서 $PE = 1, BP = \phi$ 로 놓아 황금비를 구해보자. □

풀이

MATHTOPIC 2(황금분할의 작도) 거꾸로 생각하면 황금분할을 작도할 수 있지 않을까? 물론 이 작도가 가능하다면 *GSP*를 이용하여 정오각형도 작도할 수 있다. 다음 그림을 보고 각자 나름대로의 방법으로 시도해보자.

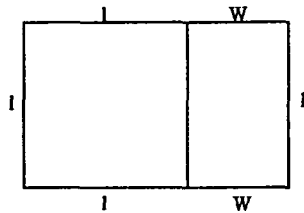


MATHTOPIC 3(GOLDEN RECTANGLE) 여러분은 사람이 가장 안정감을 느끼는 사각형의 모양을 생각해 보았는가? 미술작품의 사각형 표구, 책자, 각종 사무 용지 등의 가로 대 세로비가 어느값에 집중적으로 분포되어 있을까? 뉴욕의 맨하탄 허드슨 강변에 위치한 *UN*본부의 건물은 전면에서 보면 상당히 안정감을 느끼게 되는데 설계자는 건물의 높이를 결정할 때 황금비를 적용했다고 한다.

이와 같이 세로에 대한 가로의 비가 ϕ 인 직사각형을 *GOLDEN RECTANGLE* 이라고 한다. *GOLDEN RECTANGLE*을 직접 만들어서 다른 규격의 용지와 비교해 보고 보다 더 안정감을 갖게되는 것을 찾아보자.

예제 다음 그림에서 주어진 등식을 만족하는 l 값을 구해보자.

$$\frac{l+w}{l} = \frac{l}{w}$$



□

MATHTOPIC 4(CONTINUED FRACTION \& GOLDEN RATIO) 다음 무한 번분수의 값을 구해보고 황금비와 비교해보자.

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

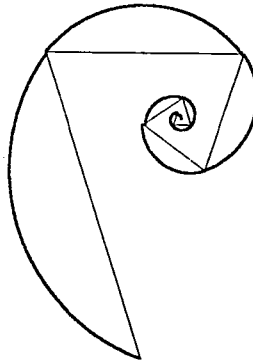
풀이

MATHTOPIC 5(피보나치 수열과 황금비) 다음과 같은 수열의 일반항을 구해보고 일반항에 포함된 ϕ 값을 음미해보자.

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 33, \dots$$

풀이

MATHTOPIC 6(황금비를 이용한 SPIRAL그리기) 소라, 우렁, 급류의 모습에서 아름다운 *SPIRAL*도형이 발견된다. 다음 그림을 보고 어떻게 *SPIRAL*를 그렸는지 탐구해보고 자신의 방법으로 그려보자.



예제 제2cos법칙과 황금 삼각형을 이용하여 다음값을 구해보자.

$$\cos 36^\circ \cos 72^\circ$$

□

풀이

