

교사의 수학적 관념체계에 대한 고찰

김 용 대(한국교원대학교 대학원)

김 원 경(한국교원대학교)

I. 서론

‘수학이란 무엇인가?’라는 질문에 대한 답변은 사람에 따라 여러 가지로 나타날 수 있다. 본 연구자가 초등예비교사들에게 ‘수학이란 무엇인가?’라는 질문을 던졌을 때 나타난 반응을 조사한 결과, 수학은 인간 삶에 관련된 모든 현상의 원리를 논리적으로 설명하고 수를 사용해서 응용하는 것이라고 답한 사람도 있고, 수학은 생활의 필요성에 의해서 만들어진 기호체계라고 답한 사람도 상당수 있었다. 또, 수학은 논리적 체계나 사고 방법을 육성하는 것, 우주의 원리를 기호 체계로 표현하는 것, 문제해결 능력을 키워주는 것이라고 답하기도 하였다.

Ernest(1988)와 Jones, Henderson 그리고 Cooney(1986)는 수학의 본질에 대한 교사의 관념은 수학에 대한 교사의 신념(beliefs), 개념(concepts), 의미(meanings), 규칙(rules), 지적인 상(mental images), 선호도(preferences)로 볼 수 있다고 하였다.

수학에 대한 교사의 여러 가지 관념은 교사의 수학 교수방법에 적지 않은 영향을 준다(Brown, 1985; Bush, 1982; Cooney, 1985; Good, Grouws, & Ebmeier, 1983; Kesler, 1985; McGalliard, 1983; Owens, 1987; Thompson, 1984). 수학을 추상적으로 발달된 정적인 원리로 보는 사람들이 있는 반면에 실험과 응용의 결과로써 꾸준히 변하는 역동적인 원리로써 수학을 보는 사람들도 있다(Crosswhite, 1986). Brown, Cooney 그리고 Jones(1990)는 이와같은 수학에 대한 대조적인 관점들이 교사에 의해 학생들에게 전달되고 그들의 수학에 대한 생각을 형성하게 된다고 하였다.

따라서 교사가 가지고 있는 수학에 대한 여러 가지 관념을 이해하는 것은 수학 교수·학습의 성공적인 수행을 위한 중요한 열쇠가 된다. 학교수학을 위한 교육과정과 평가 기준(NCTM, 1989)에서는 수학을 역동적인 관점에서 묘사하기도 하고 수학을 정적인 원리로 보는 관점도 있다. 이것은 수학이라는 학문이 여러 가지 개념, 원리, 기능들로 접근할 수 있다는 것을 뜻한다(Fisher, 1990).

Cooney(1985)는 교사가 가지고 있는 수학에 대한 관념은 수학 교수방법에 큰 영향을 미친다고 하였다. 형식주의 철학을 가지고 있는 교사는 수학 내용을 학생들에게 가르칠 때 수학적 언어와 개념을 중요시하는 구조적 형태를 취한다(Hersh, 1986). 이러한 방법은 구성주의적 관점에 의한 자료를 이해하지 못하는 교사에게는 좋은 은신처 역할을 한다. 그러나 형식주의 철학을 가지고 있지 않은 수학 교사들은 왜 구조적 형태가 수학을 가르치는 지배적인 방법이 되고 있는가?라는 의문을 갖게 된다.

학교 수학교육에서 최상의 수학 교수 방법이란 무엇인가? 라는 질문만큼 중요한 것은 수학이란 무엇인가? 라는 질문이다. R.Thom(1973)은 이와 관련하여 “모든 수학 교수법은 비록 그들이 일치하지는 않지만 수리 철학에 영향을 받는다”고 보았다. 따라서 수학의 본질에 대한 문제를 밝히지 않고서 훌륭한 교수법에 대한 문제를 해결할 수 없다(Thompson, 1992).

이에 따라 본 연구에서는 먼저 학자들의 수학에 대한 여러 가지 관념을 알아보고, 교사의 수학에 대한 관념과 실제 수업 사이의 관계성을 밝히려고 노력한 연구물들을 고찰하고, 결론에서 이 분야에 대한 앞으로의 연구 방향을 모색하고자 한다. 이에 대한 연구는 교사 교육적인 측면과 수학 교수·학습의 측면에서 그 의의를 찾을 수 있다.

II. 수학에 대한 관념

1. Ernest의 견해

Ernest(1988)는 수학에 대한 관념을 문제해결적인 관점, 플라톤적인 관점, 도구적인 관점의 세가지로 나누었다. 첫째, 수학은 인간의 창조와 발견이 계속적으로 확장되는 분야로서 역동적이고 문제 지향적이다. 여기서 패턴이 발생되고 지식이 추출된다. 그래서 수학은 탐구하여 알게 된다. 따라서 수학은 최종적인 산물이 아니라 결과가 다시 가정이 된다(문제해결적인 관점). 둘째, 수학은 정적이지만 지식의 구조들을 서로 연결시키는 투명한 세계이며 논리와 의미의 제한으로 본다. 따라서 수학은 정적이며 불변하는 산물이다(플라톤적인 관점). 셋째, 수학은 공구 상자처럼 사실, 규칙, 기능의 집합체로 구성된다. 따라서 수학이란 것은 규칙들과 사실들의 모임이다(도구적인 관점).

2. Lerman의 견해

Lerman(1983)은 수학의 본질에 대해서 두 가지 관념이 있다고 하였다. 하나는 절대주의적인 관점이고, 다른 하나는 틀리기 쉬운 관점이다.

첫째, 절대주의적인 관점에 의하면, 수학은 보편적이고 절대적 토대에 기초를 두고 있으며, 그것은 “지식, 확실한 것, 절대적인 것, 가치가 고정되지 않고 추상적인 것의 본보기이고 이상적 본질의 실세계에 대한 연결성을 가진다”.

둘째, 틀리기 쉬운 관점에 의하면, 수학은 추측, 증명, 반박을 통해서 발달하고 불확실성은 수학이 본래부터 가지고 있는 것으로 취급된다.

따라서 절대주의적인 관점은 플라톤적인 관점에 대응하고 틀리기 쉬운 관점은 문제 해결적인 관점에 대응한다.

3. Skemp의 견해

수학에 대한 관념과 교수 방법 사이의 차이를 설명하기 위하여 무엇이 수학을 구성하는가에 대한 두 가지 다른 개념이 있다. Skemp(1978)는 수학과 관련하여 “이해 - 관계적 이해와 도구적 이해”에서 나타나는 두 가지 관점 사이를 구분하였다. 그는 관계적 이해를 “무엇을 해야 하는가를 아는 것과 왜 그렇게 되는가를 아는 것”으로 설명하였다. 그리고 도구적 이해를 “이유 없는 규칙”으로 설명하였다. 그는 이에 대응하는 “도구적 수학”과 “관계적 수학”사이를 구분하였다.

첫째, 도구적 수학은 수학 과제를 수행하기 위한 일종의 “정해진 계획들”에 대한 지식을 말한다. 이것은 주어진 과제를 수행하는데 있어서 단계적 절차를 따르는 것이다. 수학에 대한 도구적 관점에 따르는 학습의 형태는 여러 가지로 늘어난 고정된 계획에 대한 학습으로 구성되고 학생들은 어떤 시작점에서 출발하여 최종 목적지까지 도달하기 위하여 자기자신의 방법을 찾아야 한다.

둘째, 관계적 수학은 문제해결자가 주어진 과제를 수행하기 위하여 여러 가지 계획을 직접 구성하는 것으로 특징지어진다. 관계적 수학에서 학습자는 많은 과제를 동화하면서 적절한 포괄적 원리에 대한 지식을 획득하게 된다.

4. Hersh의 견해

수학자들의 활동은 인정된 형식적 논법을 가지고 모든 단계를 타당화하기 위한 꾸준한 관심에 의해서 조절되지 않는다. 오히려, 그들은 개념을 탐구하고 그것들의 상호작용과 직관에 따른다. 따라서 수학은 사고(논리주의자, 형식주의자 혹은 구성주의자)에 의하여 엄격하게 지배되는 활동이 아니라 인간 활동으로 받아들여져야 한다.

Hersh(1986)는 수학적 활동이나 수학적 지식의 중요한 성질을 다음의 세 가지로 설명하고 있다.

첫째, 수학적 대상은 인간에 의해서 발견되거나 창조된다.

둘째, 수학적 대상은 임의로 만들어지는 것이 아니라 이미 존재하는 수학적 대상을 통한 활동과 일상생활에서의 필요에 의해서 창조된다.

셋째, 창조된 수학적 대상은 잘 결정된 성질을 가지고 있으며, 우리가 그것을 발견하는 데는 상당한 어려움이 있지만 우리는 그것을 소유해야 한다.

5. Dossey의 견해

Dossey(1992)는 수학에 대한 관념을 크게 외적인 관념(external conception)과 내적인 관념(internal conception)의 두 가지로 나누었다.

첫째, 외적인 관념에서는 수학을 교육과정상의 여러 가지 개념, 사실, 원리와 기능들로 이루어진 외적인 존재로 취급하는 것이다. 이것은 학생들에게 수학적 개념과 사실, 원리, 기능들을 전달하는데 있어서 교사에게 도움을 주는데 초점이 맞추어져 있다. 따라서 이는 수학에 대한 정적인 관점이다. 수학 교실에서 교사의 역할을 조사하는 연구는 수학이 학습되어지는 방법보다는 교사의 행동과 수업 방법에 초점이 맞추어져 있다. 효과적인 교수에 대한 연구는 수학 교실을 자료 수집을 위한 장소로 선택하고 교사가 수학적 지식을 어떻게 조직하고 순서화하여 다른 능력을 가진 학생들에게 어떻게 제시하는지에 초점을 두고 있다(Berliner, 1988). 또 다른 연구는 교수를 위한 계획과 수업에서 신참 교사와 숙련 교사 사이의 의사결정에서의 차이를 기술하려고 노력하였다(Leinhardt, 1988; Greeno, 1986). 이러한 연구들은 표준화된 성취도 검사에서 학생들의 수행 정도에 기초하여 신참 교사와 숙련 교사의 수행 정도를 구별하는 교수 행동에 초점이 맞추어져 있다.

둘째, 내적인 관념에서는 개별적 혹은 내적으로 구성되는 것으로써의 수학에 초점을 둔다. 이것은 수학을 결과보다는 과정으로 보는 것이다. 여기서는 수학을 아는 것과 수학을 행하는 것을 같은 것으로 본다. 따라서 수학 학습은 개인적인 문제이고 학습자는 자신이 참여하는 수학적 활동의 결과로서 자신의 수학적 개념이 발달한다.

Ⅲ. 수학에 대한 교사의 관념

1. 수학에 대한 교사의 관념

수학의 본질에 관한 교사의 관념은 수학에 대한 교사의 신념(beliefs), 개념(concepts), 의미(meanings), 규칙(rules), 지적인 상(mental images), 선호도(preferences)로 볼 수 있다(Ernest, 1988; Jones, Henderson, & Cooney, 1986).

교사가 수학에 대하여 가지고 있는 관념은 그들의 수학 교수방법에 영향을 준다. 교사는 수학을 가르칠 때 자신이 수학에서 가장 본질적이라고 믿는 것을 선호한다. 따라서 문제는 수학을 가르치는 최상의 방법이 아니라 수학이란 도대체 무엇인가? 이다(Hersh, 1986). 이것은 수학 교수학습의 바람직한 방법은 교사의 수학에 대한 관념에 영향을 받는다는 것이다.

대부분은 수학이 정확한 개념과 절차에 의해서 특징지어지는 과목이고 그것의 기본 요소는 산술 연산, 대수적 절차, 기하학적 용어와 정리라고 말한다. 따라서 수학을 안다는 것은 절차를 능숙하게 수행하고 수학의 기본 개념을 잘 아는 것과 동일한 것으로 본다. 이런 관점에 따라 수학에 대한 교수는 학생들에게 개념과 절차를 분명한 방법으로 제시하고 그들이 이러한 개념을 알고 절차를 수행할 수 있는 기회를 갖도록 하는 것이다. 그러나 수학 교수에 대한 이러한 관념은 기호의 의미를 알지 못한 체계적인 조작만을 강조하는 수업으로 이끌 수 있다(Tompson, 1984).

Hersh(1986)는 '수학을 안다는 것은 수학을 만드는 것'이라고 하였다. 수학을 특징짓는 것은 수학을 만드는 것과 그것의 창조적인 활동이나 발생적인 과정이다. "만드는 것"으로서의 수학에 대한 관점은 여러 연구자들(Halmos, 1975; Polya, 1963; Steen, 1988; Thom, 1973)에 의해서 주장된 수학 교수에 대한 관념과 Cockcroft 보고서(1983), 학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준(NCTM, 1989), Everybody Counts(1989)와 같은 자료에서 나타난다. 이러한 자료들에서 나타난 수학 교수에 대한 관념은 학생들이 문제 상황에서 생기는 목적이 있는 활동에 참여하고, 추론과 창의적인 사고를 하고 정보를 모으고 적용하며, 발견하고, 발명하고, 의사소통하고, 아이디어들을 반성과 논쟁을 통하여 검증하는 것이다. 수학 교수에 대한 이러한 관점은 개념과 절차의 숙달이 수업의 궁극적인 목표라고 하는 관점과 대조를 이룬다.

Lerman(1983)은 수학 교수에 대한 두 가지 관점의 연결성에 대한 논의에서 서로 다른 관점들이 여러 가지 수학 교수에 대한 모델을 어떻게 이끌 수 있는지를 설명한다.

그는 절대적인 관점의 범위와 틀리기 쉬운 관점의 범위를 평가하기 위한 도구를 사용하여 예비 중등교사를 대상으로 수학에 대한 두 가지 관념과 교수에 대한 관점 사이의 관련성에 대한 자료를 얻었다. 4명의 예비교사들 중에서 둘은 절대적인 관점을 가졌고, 나머지 둘은 틀리기 쉬운 관점을 가졌는데, 이들의 수학 수업을 비디오로 기록하였다. 여기서 교사들의 반응은 수학의 본질에 관한 관점과 일치하였다. 그런데 수학에 대한 절대적인 관점을 가진 교사들은 “학생들에게 충분한 지시를 하지 않는” 수업을 하는 교사들에 대하여 상당히 비판적이었다. 반대로 수학에 대하여 틀리기 쉬운 관점을 가진 교사들은 너무 지시적인 교사들의 수업에 대하여 상당히 비판적이었다.

2. Thompson과 Kesler의 연구

교사의 수학에 대한 관념과 그들의 실제 수업사이의 일관성의 정도는 다양하게 나타난다.

Thompson(1984)은 수학의 본질에 관한 교사의 관념과 그들의 실제 수업 사이의 높은 일관성을 주장하였다. 그에 따르면, 교사의 수학에 대한 관념과 실제 교수 사이에는 단순한 원인과 결과의 방법만으로 설명할 수는 없다. 교사가 가지고 있는 관념과 수업에서 강조하는 것에 대한 차이는 그들이 수학에 대하여 가지고 있는 우세한 관점의 차이로 설명되어질 수 있다. 예를 들어, 수학을 도구적으로 보는 교사는 개념과 절차에 대하여 교사 시범을 강조하는 규범적인 방법으로 수학을 가르친다. 반면에 수학을 주로 논리적으로 상호 관련된 주제로 구성된 일관된 과목으로 보는 교사는 개념의 수학적 의미와 수학적 절차의 논리를 강조한다. 또한 수학에 대하여 문제해결 관점을 가진 교사는 학생들이 수학의 발생적 과정에 참여하는 데 목적을 둔 활동을 강조한다.

반면에 Kesler(1985)는 4명의 고등학교 수학 교사들을 대상으로한 연구에서 그들의 수학에 대한 관념과 실제 교수 사이에 일관성의 정도가 몇 가지 다르게 나타남을 발견하였다. 이 연구에 의하면, 수학에 대한 교사의 관념은 절대주의적인 관념에서 다원적이고 상대적인 관념까지 다양하게 나타났다. 절대주의적인 관념을 가진 2명의 교사는 그들의 교수 방법과 수학에 대한 관념이 일관되게 나타났지만, 다원적인 관념을 가진 다른 2명의 교사는 교수 방법에서 엄격한 권위주의적인 면과 탐구적인 면으로 다르게 나타났다.

따라서 교사의 수학에 대한 관념과 실제 교수 사이의 불일치성은 우리에게 중요한 방법론적인 고려를 시사한다.

3. 수학 교수·학습에 대한 교사의 관념

교사가 수학 프로그램의 바람직한 목표로 간주하는 것, 교수에서 교사의 역할, 학생들의 역할, 적절한 교실 활동, 바람직한 수업 방법과 강조점, 바람직한 수학적 절차, 수용 가능한 수업 결과들은 모두가 수학 교수에 대한 교사의 관념이다. 교사의 수학에 대한 관념의 차이는 수학 교수에 대한 관념에서의 차이와 관련된다(Copes, 1979; Lerman, 1983; Thompson, 1984). 예를 들어, Thompson(1984)은 교사의 수학에 대한 우세한 관념에서의 차이는 교수에서 적절한 통제(의 소재((locus of control)에 관한 관점에서의 차이와 무엇이 학생들의 수학적 이해를 구성하는지와 수업 계획의 목적에 대한 지각에서의 차이와 관련 있다고 보았다. 또한 수학 교수에 대한 교사의 관념은 학생들의 수학적 지식에 대한 관점, 수학을 배우는 방법에 대한 관점, 일반적으로 학교의 역할과 목적에 대한 관점을 반영한다. 그리고 수학 교수에 대한 교사의 관념과 학생들의 수학적 지식에 대한 교사의 관념 사이에는 관련성이 있음이 관찰되었다(Carpenter, Fennema, Peterson, & Carey, 1988).

수학 교수·학습에 대한 교사의 관념은 그들의 학교 생활을 통해서 형성되기도 하고 또한 과거에 자신이 수학을 공부한 경험에 의해서도 형성된다(Ball, 1988; Bush, 1983; Owens, 1987). 따라서 오랫동안 깊이 뿌리 박힌 수학에 대한 관념과 교수에 대한 관념을 단기간의 교수 방법론 과정을 통해서 교정해야 하는 문제가 수학 교사교육의 주된 과제로 남아있다.

1) 교수방법에 대한 모델

수학의 본질에 대한 관념과 수학 학습 모델에 대하여 살펴보자. 수학교육, 교사교육, 수리철학, 교육철학, 교수·학습에 대한 연구에 기초하여 Kuhs와 Ball(1986)은 바람직한 수학 교수방법을 다음 4가지로 나누었다.

- 학습자에 초점(Learner-focused): 수학 교수는 수학적 지식에 대한 학습자의 개별적 구성에 초점을 둔다.
- 개념적 이해를 강조하는 내용에 초점(Content-focused with an emphasis on conceptual understanding): 수학 교수는 내용 자체에 의해서 유도되지만 개념적 이해를 강조한다.
- 수행을 강조하는 내용에 초점(Content-focused with an emphasis on performance : 수학 교수는 수학적 규칙과 절차에 대한 학생의 직접적인 수행을 강조한다.
- 교실에 초점(Classroom-focused): 수학 교수는 효과적인 교실에 관한 지식에 기초

를 두어야 한다.

수학 학습에 대한 구성주의자들(Cobb & Steffe, 1983; Confrey, 1985; Thompson, 1985; von Glasersfeld, 1987)의 관점은 학습자 중심의 관점에 기반을 둔다. 이러한 학습자 중심의 관점은 수학을 행하는(아이디어를 탐구하고 형식화하는 것)데 있어서 학생들의 능동적 참여에 중점을 두고 있으며, 이 수업 모델은 수학에 대한 문제해결적인 관점을 가진 사람(수학을 역동적인 원리, 자기 발생 아이디어를 다루는 것, 탐구 방법을 포함하는 것으로 보는 관점을 가진 사람)들에 의해서 호응을 얻고있다(Ernest, 1988). 교사는 학생들에게 있어서 학습에 대한 촉진자와 자극자이고, 학생들에게 탐구를 위한 흥미 있는 질문과 상황을 설정하고, 학생들이 생각하는데 도전을 하도록 해야 한다(Kuhs & Ball, 1986). 그리고 학생들은 궁극적으로 자신의 아이디어의 적절성을 판단해야 한다. 학생들의 지식에 대한 평가는 그들이 구성한 아이디어와 수학에서 그 아이디어의 공통된 의미 사이의 일치성의 측면에서 이루어지고 또한 추측을 타당화하고 자신의 결론을 지원하거나 방어할 수 있는 능력의 측면에서 이루어져야 한다.

두 번째, 개념적 이해를 강조하는 내용 중심의 관점은 수학의 본질에 대한 관념에서 자연적으로 나타나는 교수에 대한 관점이다. 이것의 특징은 아이디어와 과정에 대한 학생들의 이해를 강조하는 수업은 교실 활동에 초점을 둔 수학 내용을 만드는 것으로 볼 수 있다. 이러한 관점은 Brownell(1935)의 수업에 대한 의미 이론과 유사하다. 이 이론은 여러 가지 수학적 아이디어와 개념 사이의 논리적 관계에 대한 학생들의 이해를 강조한다. 여기서 학생들이 갖고 있는 지식을 판정하는 기준은 학습자 중심 모델과 같다.

세 번째, 실행을 강조하는 관점은 학생들 스스로가 수학적 내용을 만드는 것이다. 그러나 이러한 관점은 수학의 본질과 수학 학습에 대한 관념에 대한 것인데 이는 앞의 두 가지 관점과는 다르다. 교수에 대한 내용 실행의 관점은 Brownell(1935)의 훈련 이론과 유사하다. 여기서 교수에 대한 관점은 수학의 본질에 대한 도구주의적인 관점을 따르는 것이다. Kuhs와 Ball(1986)은 이런 관점의 몇 가지 중요한 전제를 다음과 같이 기술한다.

- 수학적 지식의 기본 요소는 규칙이므로 모든 수학적 행동은 규칙을 따라야 한다.
- 수학에 대한 지식을 갖고 있다는 것은 배운 규칙을 사용하여 문제를 해결할 수 있다는 것이다.
- 계산 절차는 기계적이어야 한다.

- 학교에서 기능의 숙달을 묘사하는 것으로서 수학을 안다는 것은 수업 목표에 의해서 설명된다.

도구적인 관점에 따르는 교수는 개념과 기능의 위계에 의해서 이루어진다. 그것은 학생들의 사전 능력을 알기 위한 사전검사를 참고하여 학급전체와 소집단과 개개인에게 순서적으로 제시하는 것이다. 이 관점에서 교사의 역할은 시범을 보이고, 설명하고, 자료를 정의하고 제시하는 것이다. 따라서, 학생들의 역할은 교수학적 상호작용(예를 들어, 교사의 질문에 반응하기)에 참여하고, 교사나 교과서에 의해서 설명되어진 절차를 이용하여 문제를 푼다.

네 번째, 교실 중심의 관점은 수학이 어떻게 가르쳐져야 하는가에 대한 관점이다. 이것은 교실 활동이 교수 효율성에 대한 과정·결과 모델에서 밝혀진 효과적인 교사 행동에 따라 잘 구성되고 조직되어져야 한다는 것이다. 즉, 이 관점은 어떤 특수한 학습이론에 기초를 둔 것은 아니다. 여기서의 가정은 학생들은 분명하게 구성된 교실 수업의 효과적인 원리를 따를 때 가장 잘 배울 수 있다는 것이다. 교사의 역할은 모든 수업 활동을 지도하고, 수업 내용을 학생들에게 분명하게 제시하고, 학생들이 개별적으로 실행할 수 있는 기회를 제공하는 것이다. 이 관점에 의하면, 훌륭한 교사라고 하는 것은 가르칠 내용을 능수 능란하게 설명하고, 적절한 과제를 제시하고, 학생들의 활동에 대한 충고를 하고, 학생들에게 피이드백을 제공하고, 교실환경을 관리하고, 계획된 교실 활동의 흐름을 방해하는 것을 막아야 한다. 그리고 학생들의 역할은 교사의 설명에 귀 기울이고 지도 방향에 따르고 질문에 답하고 교사가 제시한 과제를 완수하는 것이다.

수학 교수에 대한 이러한 네 가지 모델은 수학 교수에 대한 관점들의 주된 차이를 설명하는데 유용하다. 교사의 수학 교수에 대한 관념은 하나의 모델을 가지고 완벽하게 들어맞도록 설명하기보다는 여러 모델의 다양한 측면을 더 많이 포함해야 한다.

대부분 수학 교수에 대한 교사의 관념과 교수 사이의 관계에 대한 연구에서 이들 사이의 일치성이 나타난다. 그런데 연구 전반에 걸쳐서, 교사 전반에 걸쳐서, 수학의 본질에 대한 관념과 실제 수업 사이의 결과처럼 일관성 있게 나타나지 않는 것도 있다. Grant(1984)는 수학 교수에 대한 교사의 관념과 교수 사이에서 상당한 정도의 일치성을 주장하였다. 그는 3명의 고등학교 수학 교사들을 대상으로한 연구에서 교사의 수학에 대한 관념과 교수 행동사이의 일치성을 발견하였다. 그러나 다른 연구자들(Cooney, 1985; Shaw, 1989; Thompson, 1982)은 이들 사이에 상반되는 측면이 있음을

발견하였다. Shirk(1974)는 4명의 예비 초등교사들의 관념과 교수 행동사이의 관계를 조사하였다. 그는 교사들의 관념체계를 두 부분 - 수학 교수에 대한 교사의 관념, 교사로서의 역할에 대한 관념 - 으로 나누었다. 이 결과에 의하면, 교사들의 관념은 비록 공통적인 요소를 많이 가지고 있지만 각각의 경우에 교수 행동은 다르게 나타났다. 교사들의 관념은 교수 상황에서 활성화되어 나타나고 결국에는 교사의 행동이 그들의 관념과 일관되게 나타난다.

수학 교수에 관한 교사의 관념과 교수 행동 사이에 일치하지 않는 경우가 있다 (Brown, 1985; Cooney, 1985). 한 연구 내에서, 어떤 교사들은 수학 교수에 대한 그들의 관념과 교수 행동 사이에 일치성을 보이지만 다른 교사들은 상당한 불일치가 나타났다(Thompson, 1984). 이러한 연구들에서 나타난 불일치성이 시사하는 것은 수학 교수 학습에 대한 교사의 관념과 그들의 실제 수업 사이의 관계가 단순한 원인과 결과의 방법만으로는 설명될 수 없다는 것이다. 이것은 많은 요인들이 복잡하게 얽혀서 교수 활동에 영향을 줌을 시사한다. 이러한 요인중의 하나가 수학 교수가 일어나는 교실의 사회적 상황이다. 이러한 상황에는 교사가 가치롭게 여기는 것, 교사의 신념, 학생과 학부모의 기대가 있다(Thompson, 1992).

따라서 어떤 수학 교수 모델을 성공적으로 실행하기 위해서는 본질적으로 상당한 양의 지식이 필요함을 잊어서는 안된다(Ball, 1988, 1990; Dewey, 1964; Hawkins, 1973; Shulman, 1986; Steinberg, Haymore, & Marks, 1985). 그래서 교사의 관념과 실제 수업 사이의 몇 가지 불일치성은 교사가 그것을 실행하기 위해서 필요한 기능과 지식을 가지고 있지 않기 때문에 실현될 수 없는 교수의 한 현상이 될 수 있다. 예를 들어, Kuhs와 Ball(1986)에 의해서 연구된 교수에 대한 학습자 중심 모델은 수학적 아이디어와 절차를 조사하고 적용하기 위하여 수학 교실에서 자연적으로 일어나는 기회를 인식하고 포착하기 위하여 교사는 수학에 대한 폭넓은 지식을 가져야 함을 강조한다. 앞으로의 논의에서 분명하여야 할 것은 교수에 대한 교사의 관념과 그들의 교수 사이의 관계가 간단한 것이 아니라는 것이다. 그러나 이러한 관계에 대하여 대부분의 연구에서 가정하고 있는 것은 선형적인 인과율 - 신념이 먼저이고 실행은 나중에 해당된다. 그러나 이들 사이의 관계는 서로간에 주고받는 복잡한 것이다. 이런 측면에서, Cobb와 Wood와 Yackel(1990)은 교사의 수학 교수에 대한 관념과 실제 교수사이의 관계를 재개념화할 필요성을 주장한다.

Thompson(1992)에 의하면, 교사의 수학에 대한 관념은 교실상황에 영향을 준다. 즉,

교사의 관념은 학생들과의 상호작용을 통해서 나타나고 이러한 상호작용의 결과로 행동의 반성을 통하여 관념이 재조직된다(Thompson, 1992). 이것은 교사의 관념이 교수에서 나타나고 교수의 결과에 의하여 교사의 관념이 변화됨을 의미한다. 즉, 교사의 관념이 학생에게 영향을 주고 또한 학생들의 반응에 의해서 교사의 관념이 변화된다.

따라서 교사가 새로운 아이디어를 어떻게 내면화하고 새로운 수업 방법을 어떻게 개발시키는가에 대한 통찰력 있는 분석과 자세한 설명은 교사의 수학에 대한 관념과 실제 수업을 변화시키는데 포함된 인지 과정을 이해하는데 기여하게 된다.

IV. 결론 및 의의

교사의 수학에 대한 관념과 실제 수업 사이의 관계에 대한 연구는 우리들에게 두 가지 가정의 적절성에 대한 의문을 제기한다. 그 중의 하나는 교사의 수학에 대한 관념체계는 정적인 실체라는 것이다. 두 번째는 교사의 수학에 대한 관념과 실제 교수 사이의 관계가 선형적인 관계라는 것이다. 그런데 이들 사이의 관계에 대한 분석이 제안하는 것은 이러한 관념체계는 정적인 것이 아니라 동적이며, 침투성 있는 정신 구조이고, 또한 경험의 변화에 민감하다는 것이다. 따라서 교사의 수학에 대한 관념과 실제 교수 사이의 관계는 단순한 원인과 결과의 관계가 아니라 변증법적인 관계라는 것이다. 그래서 교사의 수학에 대한 관념과 교수 방향의 변화를 위하여 앞으로의 연구는 수학에 대한 관념의 변화가 교수 방향의 변화에 어떤 영향을 주는가에서 더 전진하여 교사의 수학에 대한 관념과 교수 방법 사이의 변증법적인 관계를 밝힐 필요가 있다.

먼저 교사의 관념이 그들의 경험과 어떤 관계가 있는지를 알아볼 필요가 있다. 따라서 단순히 교사의 수학에 대한 신념보다는 교사의 수학에 대한 관념 체계 - 의미, 개념, 원리, 규칙, 정신 상과 같은 신념과 교사의 지식적인 측면을 포함하는 정신 구조 - 에 대한 재개념화가 필요하다. 그리고 지금까지 교사의 수학에 대한 관념체계의 연구에서 실제로 관심을 끌지 못한 부분은 교실 활동과정에서 교사의 수학에 대한 관념과 학생의 수학에 대한 관념이 어떠한 상호작용을 하는가 이다. 따라서 교실 상황에서 교사의 수학에 대한 관념과 학생의 수학에 대한 관념이 그들의 의사소통에 어떤 영향을 미치는지에 대하여 밝힐 필요가 있다. 즉, 교사의 관념과 학생의 관념의 상호작용에 대한 변증법적인 분석이 필요하다. 그리고 이러한 연구는 교사 교육적인 측면과 수학 교수·학습의 측면에서 그 의의를 찾을 수 있다.

참 고 문 헌

- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A.(1988). Teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 385-401.
- Cobb, P., Wood, T., & Yackel, E.(1990). Classroom as learning environments for teachers and researcher. In R. Davis, C. Maher, & N. Noddings,(Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics. Journal for Research in Mathematics Education Monograph*(pp. 125-146). Reston, VA:NCTM.
- Cooney, T. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 324-336.
- Dossey, J.A. (1992). The nature of mathematics: Its role and its influence. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*(pp. 39-48). New York: Macmillan.
- Fisher, C. (1990). The Research Agenda Project as prologue. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 81-89.
- NCTM(1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA:NCTM.
- Thompson, A.(1988). Learning to teach mathematical problem solving: Changes in teachers' conceptions and beliefs. In R. I. Charles & E. Silver(Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*(pp. 232-243). Reston, VA: NCTM.
- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions : A synthesis of the research. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*(pp. 127-146). New York: Macmillan.
- Thompson, P. W.(1985). Experience, problem solving, and learning mathematics: Considerations in developing mathematics curricula. In E. A. Silver(Ed), *Teaching and learning mathematical problem solving : Multiple research perspectives*(pp. 189-236). Hillsdale, NJ:Lawrence Erlbaum.