

문제 해결력 신장을 위한 메타 문제 유형 개발

현 종 익 (제주교대)

I. 서론

수학 교육에서 가장 강조하는 문제 해결력 신장 방안의 연구는 메타인지(Meta-cognition)의 대두로 새로운 방향으로 접어들었다.

기존의 연구나 교육은 수학 문제 해결의 현상을 대할 때 문제 해결자를 인지·심리적 기능의 복합 주체자로 인식하지 않고, 연구 편의상 탈심리적이고 기계적 논리 추구의 주체자로 보았다. 하지만 수학 문제해결 활동은 학습자의 밀집된 수학적 인지 활동이므로 연구에서는 학습자적 제반 요인을 충분히 반영시켜야 한다. 따라서 메타인지는 학습자의 인지 활동을 기초로 하고 내재적인 것에 관심을 갖기에 학습자 문제 해결 신장에 더 효과적이다.

그리고 메타인지에 대한 기존 연구를 통해 보면, 메타인지는 외부 환경에 대하여 가장 효과적으로 대응할 수 있는 인지전략(Cognitive Strategy)를 생성할 수 있으며, 환경에 대한 이해력과 통제를 할 수 있다고 본다. 이것은 곧 학습자가 스스로 학습목표에 따라 인지 과정을 조절할 수 있음을 의미하며 이런 과정을 통해서 학습자의 능동적 참여를 기대할 수 있다.

하지만 기존 메타인지의 육성을 위해 계획된, 구체적이며 실질적인 메타문제를 제시하면 문제풀이 과정 중에 학습자 스스로 자기 인식과 조절을 통하여 학습이 가능하며, 메타인지를 비단 수학에서뿐만 아니라 다른 교과까지 메타인지를 전이 시킬 수 있다. 따라서 전이가 높은 인지전략을 육성하는 더 많은 메타 문제 유형의 개발의 필요성을 느꼈다.

메타인지 이론은 1970년대 이래로 대중화 되었지만 이미 20세기초부터 인식되어 왔다(Dewey, 1910; Thorndike, 1917; Huey, 1968 등). 예를 들면 Dewey의 반성적 사고의 귀납체계는 본질적으로 메타인지적 훈련을 위한 주장인 것이며, 그 목적은 능동적인 점검과 비판적 평가를 유도하고 의미를 넘어선 어떤 것을 추구하도록 이끄는 것이다. 메타인지라는 용어 자체는 새로운 것이지만 메타인지가 함의하고 있는 지식의 타

입은 오래 전부터 인식되어 왔던 개념이다. 이와 같이 학습에 포함된 메타인지적 과정은 1970년대로부터 구체화하기 시작하면서 인지심리학 연구분야의 커다란 흐름을 이루며 1980년부터 교육자료정보센터(Educational Resources Information Center : ERIC)의 색인어가 되었다. 근래에 메타인지 연구에 관심이 증대되는데 이는 아동의 메타 인지적 지식과 기술이 학습능력에 결정적 역할을 하기 때문이다. 메타인지에 대한 연구는 세 부류의 상이한 접근으로 구분된다.

첫째로 Flavell[3]은 메타인지를 자신의 인지에 대한 의식의 문제 즉 인지에 대한 압으로 규정하며 취학전 아동과 입학초기의 아동을 대상으로 실험연구를 통해 Piaget의 단계 이론과 같이 특정의 내용이나 상황과는 연결되지 않는 일반적인 단계로 구성되어 있음을 밝혔다. 그의 연구는 교육적 시사점 없이 순전히 발달심리학에 초점을 두었으며 아동은 메타인지에 대한 준비가 되지 않았을 때는 어떤 것도 가를 칠 수 없다는 결론을 내렸다. 그래서 그가 정의한 메타인지의 특성을 살펴보면 다음과 같다.

1. 메타인지 지식은 자신의 인지과정에 관한 정보를 의미하는 것이며, 사실에 대한 지식은 바로 그 주제에 관한 자기 이론의 일부인 것으로 기대하기 때문에 비교적 안정적이다.
2. 인지과정은 반론할 수 있고 타인과 논의를 할 수 있기 때문에 진술 가능하다.
3. 인지과정은 잘못 인식한 것을 사실로 간주할 수도 있기 때문에 오류의 가능성도 존재한다.
4. 인지과정에 대한 사고와 반성을 할 것을 요구하기 때문에 비교적 후기에 발달한다.

Flavell은 또한 메타인지 이용의 필요성을 “개인의 메타인지적 경험” 혹은 “정서적 반응”, 그리고 사람들이 자신의 사고를 조정하기 위하여 메타인지를 사용하는 방식과 각 개인이 자신의 대하여 민감하게 인식하는 것을 포함시켜 초인지의 개념을 정의하고 있다. 그러므로 Flavell에 의하면 메타인지 속에는 지식, 동기, 정서가 모두 포함된다고 할 수 있다.

둘째는 Brown([1],[2]) 등이 주축이 된 연구로서 메타인지를 자신의 인지에 대한 통제(Control)와 조절(Regulation)로 보는 것이다. 이러한 접근의 대다수의 실험적 연구들은 교육과 관련해서 수행되었으며 영리한 학생이 수행하는 활동 타입을 규명하여 그 전략을 학생들에게 가르치려고 시도 했으며 교재를 읽음으로써 무언가를 학습한다는 데 연구의 근거를 두었다. 따라서 연구 대상은 아동이며, 연구의 출발점은 정보처리이며, 해석의 틀은 문제를 풀 때 방향을 제시하고 지휘, 감독하는 뇌 기능의 중추계통

체계가 정보처리라는 생각에 기초해 있다. 이러한 접근은 내용이나 상황과는 관련되지 않아 아동에게 학습전략을 가르칠 수 없는 문제가 남는다. 이들 연구는 학습상황에서 아동이 무엇을 행하는가에 집중되어 있다.

셋째는 메타인지의 개념을 아동이 현상이나 사물을 이해하는 방법이라는 질적으로 다른 부류로 보는 입장이다(Merleay-Ponty, 1962). 해석의 틀은 주변세계에 대한 아동의 사고에서 무엇이 나타나는가에 관한 문제이다. 따라서 이 방법은 내용과 상황 모두에 의존해 있다. 메타커뮤니케이션 영역에서 아동의 진술을 해석하는 방법이 보편적이며, 또한 아동은 무언가 개념을 소통한다는 생각과 관련되어 있다. 메타인지적 견지에서 주변세계에 대한 개념의 표현으로 제 현상에 대한 아동의 진술을 주시하는 것이 과제이다.

다시 말하면, 세 부류의 상이한 메타인지적 접근은 인지하는 존재로서의 아동에 대한 상이한 가정에 기초해 있는데 이는 현상이 상이한 방법에 의해 연구됨을 뜻한다. 따라서 교육적 시사점 또한 다양하다. 아동의 지식을 강조하는 접근과 통제와 조절을 강조하는 접근들은 아동은 세상과는 분리된 인지적 기구(Apparatus)를 가졌다는 가정에 근거해 있어서 아동의 사고를 이중적 관점으로 본다. 셋째 접근, 즉 아동은 대상에 대한 개념을 가진 존재임을 강조하는 접근임을 강조하는 접근은 아동의 사고란 항상 무언가 어떤 대상을 향해 있는 것이므로 세상과 분리될 수 없다는 아동과의 관계에 기초해 있다. 이러한 가정은 현상학파의 기원인 것이다.

메타인지를 인지 또는 기술이라고 보는 경우에는 아동이 지식과 기술을 발달시켰는지 여부를 문제삼지만, 메타인지를 개념으로 보는 경우에는 한 개인은 다른 개인과는 질적으로 상이한 개념을 갖는다고 간주한다. 개념은 개인에 따라 다를 뿐만 아니라 동일한 개인 내에서도 개인이 숙고하는 내용에 따라 다르다.

메타인지 개념은 다소 모호하기 때문에 그 용어가 사용되는 방법이나 그 용어가 관계되는 현상을 볼 때 개념이 선명해진다. Flavell[4]은 다소 분리된 두 가지 현상을 지칭하는 용어로 인지에 대한 지식과 인지의 조절로 개념화했다. Baker와 Brown([1],[2])은 분리되어 있으면서 어느 정도 상호 의존해 있는 현상으로 인지에 대한 지식과 인지의 조절이라고 정의 했다. 이것을 크게는 메타인지를 구성하는 두 가지 요소로 보기도 한다. 이러한 이론을 바탕으로 메타인지 육성을 위한 메타문제 유형을 개발하여 교육 현장에서 메타인지의 육성에 활용하도록 하고 이를 통한 문제 해결력 신장을 꾀하고자 했다.

II. 메타인지와 문제 해결력 간의 상관관계

1. 문제 해결에서의 메타인지 이론

Schoenfeld를 비롯하여 일부 수학교육자들은 문제 해결력의 수행 과정에서 메타인지가 중추적인 역할을 담당한다고 주장하며, 그 동안의 문제 해결력 교육에서 보여주는 적지 않은 실패의 원인은 수학교육에서 메타인지 활동의 지도 부족에 어느 정도 기인한다고 주장한다(Schoenfeld[8], Garofalo와 Lester[6]).

Schoenfeld[9]은 수학 문제 해결과정에서의 메타인지의 여러 가지 활동을 다음의 세 가지로 정리하고 있다.

1) 자기 자신의 사고과정에 대한 지식

아동들은 어떻게 하면 잘 기억할 수 있는가에 대한 생각들을 거의 갖지 않으며 나아가 들어감에 따라 기억에 대한 기능을 더욱 강화시킨다. 그러나 학생들은 그들의 기억된 지식이 사고에 어떻게 영향을 끼치고 또, 그 영향들이 얼마나 중요한가를 아는 것이 매우 중요하다. 그 이유는 문제풀이는 자신이 기억하여 아는 것은 효능적으로 사용하는 데서 가능한 것이며, 자신이 아는 것에 대한 좋은 감각(sence)을 갖지 않는다면 능력있는 문제풀이자가 되기 어려울 것이기 때문이다.

2) 조절 또는 자기 통제

Schoenfeld[9]는 그의 문제해결의 연구에서 '문제해결자가 주어진 복잡한 문제나 과제를 해결하는 가운데 자신의 시간과 노력을 얼마나 잘 운영하는가'하는 조절 또는 자기 통제적 인지활동을 '경영(Management)'이라는 말로 표현하고 있다. 문제 해결 활동의 경영적인 측면은 첫째, 문제해결자가 문제 해결 활동을 성급히 실행하기 전에 주어진 문제가 갖는 의미가 무엇인가를 스스로 이해하였는지를 확인하게 하고 둘째, 문제 해결 계획을 수립하게 하며 셋째, 문제 해결 과정에서 제반사항들이 얼마나 잘 이루어지고 있는가를 지속적으로 감찰하고 조절하며 넷째, 문제 해결 과정에서 어떠한 인지적 재료를 사용하며 어떠한 인지 활동을 얼마나 시도할 것인가를 결정하는 일들을 포함한다고 한다.

3) 확신체계와 직관

수학 문제 해결의 연구에서 확신체계나 정의적인 요소가 작용하는 역할은 다른 메타인지적 요소에 비하여 상대적으로 경시되어 왔으나, Schoenfeld[9], Silver[10]는 확신체계에 대한 분석은 제외될 수 없다는 주장을 하고 있다. 즉 문제 해결자에게 가장

방해가 되는 용인은 오인된 개념과 잘못 형성된 확신이라고 할 수 있으며, 그것이 수학 문제해결시 실패하는 원인이 되기도 한다고 말하고, 그 근거로 다음을 들고 있다.

미국의 3차 NAEP(The National Assessment of Educational Process)의 수학 부분의 보고서(1983)에 의하면, 수학의 일반적 학습에서 첫째, 어떤 수학 문제든 올바른 풀이 방법은 유일하며 둘째, 어떤 수학 문제든 그 문제를 풀어 가는데 따라야 할 규칙은 반드시 존재하고, 셋째, 수학은 전반적으로 암기에 의존하는 학습이라는 잘못된 확신 체계를 갖고 있다고 한다.

2. 메타인지적 문제 해결의 부분적 능력

- 1) 문제의 해결과 관련하여 문제 해결자 자신의 문제 해결력을 종합적으로 예측, 평가하는 능력.
- 2) 주어진 문제의 해결을 위하여 필요한 정보 중 자신이 소유하고 있는 정보의 양과 질을 판단, 평가하는 능력.
- 3) 문제해결의 과정을 의식적으로 유도하는 능력.
- 4) 문제해결의 과정에 유연한 사고의 변화를 가할 수 있는 능력.
- 5) 진행중인 문제해결의 과정을 수시로 모니터 하는 능력.
- 6) 문제해결의 과정에 대한 모니터를 통해 내포된 문제점을 색출, 검토하는 능력.
- 7) 자신의 문제해결 과정에 대한 평가를 할 수 있는 능력.

3. 메타인지와 문제 해결력

메타인지의 역할을 연구하는 연구가들에 따르면 메타인지는 문제해결을 위한 실행적 역할을 한다는 것이다. Flavell[5]은 메타인지를 시연이나 심상과 같은 보편적인 인지 전략에 관한 지시 그 자신의 인지 과정들에 대한 지각과 그것들을 점검하고 평가하며 조정하는 일, 그리고 인지 활동들에 영향을 미치는 신념을 포함한다고 언급한다. Lester[7]가 개발한 메타인지 모델에서 문제 해결에서의 메타인지의 역할을 밝혔다. 이 모델은 문제해결과정을 오리엔테이션, 조직, 실행, 검증의 단계로 구분하고 있으며, 각각 단계에서 학습자의 메타인지적 결정의 예를 잘 나타내주고 있다.

<표-1> 문제 해결 과정에서의 메타인지의 역할

문제해결의 범주화	메타인지적 결정의 예
<p>오리엔테이션 ; 문제를 이해하고 평가하는 활동 학습전략의 이해 관련정보의 분석 문제의 난이도 수준평가</p>	<p>나는 핵심어를 찾아볼 것이다; 핵심어는 내가 무엇을 해야 하는가를 가르쳐 준다. 이 문제는 내가 좋아하는 형식이다. 이 문제는 너무 큰 수가 나와 있으며, 전에 풀 어본 문장이 아니기 때문에 나는 이 문제를 해결할 수 없다.</p>
<p>조직 ; 학습활동을 계획하고 문제 해결력을 위한 전략을 선택한다. • 목표의 확인 • 문제해결을 위한 전체적인 세부 적인 계획을 세운다</p>	<p>문제의 결과를 생각해 본다. 나는 이 문제를 해결할 수 없다. 우선 수부터 계산해 본다. 이런 유형의 문제를 계산하는 방법을 생각해 본다. 나는 이 문제를 계산하는 방법을 모르겠다. 이와 다른 유형의 문제를 푸는 방식으로 이 문제를 풀어본다.</p>
<p>실행 ; 계획들을 구체화하는 활동을 조정한다. • 세부계획을 수행한다. • 세부계획을 일관성 있게 진행되 는가를 모니터 한다. • 문제해결방법을 변경한다.</p>	<p>나는 문제를 건성으로 해결했다. 천천히 문제를 해결하는 것이 좋겠다. 내가 푼 방법으로는 문제를 해결할 수 없다. 다른 방법을 이용해야 될 것 같다.</p>
<p>검증 ; 계획을 실행한 결과에 대하여 평가해 본다. • 조직의 평가 → 문제의 적절한 표상 → 결정의 적절한 조직 → 전체 계획과 세부 계획의 일 관성 → 문제해결을 위한 전체적인 계 획과 목표와의 일관성 • 실행의 평가 → 세부계획 결과의 검토 → 문제 상황과 최종 결과간의 일관성</p>	<p>나는 이 문제를 주의 깊게 해결하지 못했다. 문제를 단계별로 검토해 보는 것이 좋을 듯 하 다. 나는 이 문제를 해결하기 위한 계획들이 문제 에 적합했는가를 확신할 수 없다. 다시 한 번 문제를 해결해 봐야겠다. 나는 문제를 잘 이해했는가를 확신할 수 없다. 문제를 다시 한 번 읽어본다. 계산과정을 검토해본다</p>

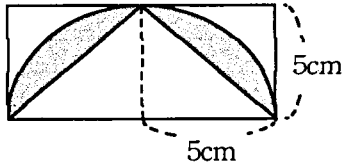
반원의 넓이 $(5 \times 5 \times 3.14) \div 2$

나머지 부분 $5 \times 5 \times 3.14 \times \frac{90}{360} - 5 \times 5 \div 2$

#5. 이 방법을 계속하면 답에 도달하는가?

예() 아니오()

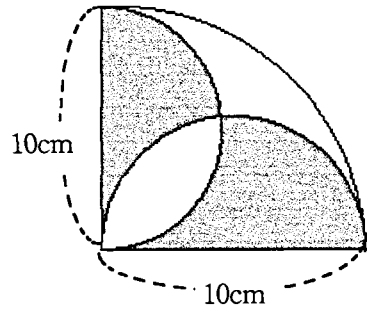
#6. 위 문제를 다음과 같이 바꿨을 때 위의 문제 해결 방법으로 풀 수 있는가?



#7. 본 문제를 자신의 생각하는 방법으로 과정까지 적으면서 풀어라

▣ 다음 문제를 읽고 풀 준비를 하여라.

문제 II] 다음 도형에서 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.

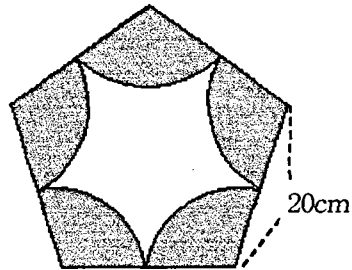


#7. 맞는 답에 도달하지 못한다고 생각하면 바르게 고쳐라.

#8. 위의 방법 말고 다른 방법으로 해결할 수 있다면 자신이 선택한 방법으로 과정까지 적으면서 풀어라.

▣ 다음 문제를 잘 읽고 풀 준비를 하여라

[문제 III] 다음 도형에서 색칠된 부분의 둘레를 구하여라.



#1. 위의 문제를 읽고 어느 정도까지 해결할 수 있다고 생각하는가?

- ① 불가능 ② 약간 ③ 거의 모두 ④ 완전히

#2. 문제를 읽고 나서 문제 해결에 필요한 수학의 내용은 어떤 것이 있는가?

()

#3. 위 문제는 여러분이 그 동안 배웠던 내용과는 전혀 상관없는 새로운 문제인가?

예() 아니오()

#4. 위 문제를 풀기 위해 필요한 생각들을 다음과 같이 해보았다. 반드시 필요한 생각들만 골라내 순서를 정해 보아라.

- ① 정오각형의 둘레를 구한다.
- ② 정오각형의 한 내각의 크기를 구한다.

- ③ 원의 반지름을 구한다.
- ④ 부채꼴의 호의 길이를 구한다.

#5. 위의 순서 중 일부를 수정하면 더 쉽게 문제를 해결할 수 있는 경우가 있다. 그 생각의 번호를 고르고, 고쳐 보아라.

#6. 자신이 정한 순서에 따라 실제로 문제를 풀어 보아라.

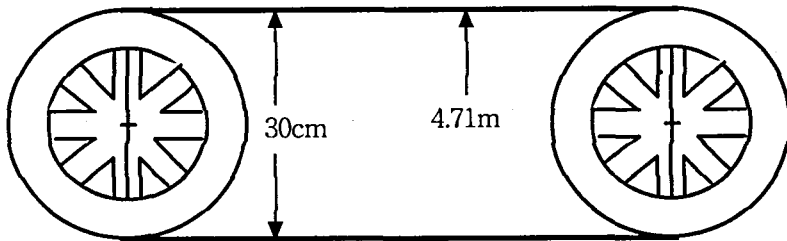
#7. 위 풀이 과정이 맞았다고 자신할 수 있는가?
예() 아니오()

#8. 문제를 정십각형 안의 원으로 고쳤을 때 같은 방법으로 해결이 가능한가?
예() 아니오()

#9. 문제를 직접 고치고 풀어 보아라.

▣ 다음 문제를 읽고 풀 준비를 하여라.

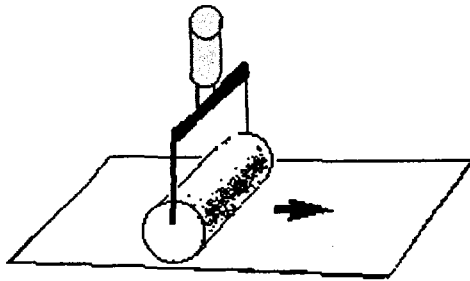
[문제 IV] 지름이 30cm인 바퀴와 전체 길이가 4.71m 인 벨트가 그림과 같이 연결되어 돌고 있다. 바퀴가 50번 돌면 몇 바퀴 돌겠는가?



#1. 위 문제를 읽고 바로 자신의 능력으로 할 수 있다는 생각이 드는가?
 예() 아니오()

#2. 이 문제 해결을 위한 해결 방법이 계획되었다면 적어 보아라.

#3. 이 문제를 다음과 같이 바꾸면 위의 방법으로 해결이 가능한가?



지름이 30cm인 로울러에 페인트를 묻혀 종이에 대고 한 바퀴만 돌아가도록 색칠을 하면 색칠된 부분의 넓이는 몇 cm^2 인가?

#4. 처음의 문제와 #3의 문제는 어떤 점이 같은가? 또 어떤 점은 다른지 말해 보아라.
 ()

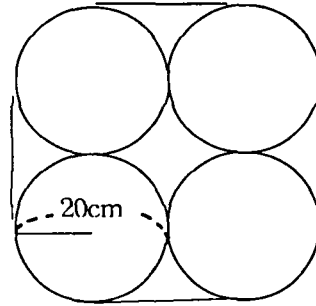
#5. 자신이 정해 놓은 순서에 따라 실제로 처음의 문제를 풀어 보아라.

#6. 풀이 과정에서 틀리기 쉬운 부분으로 생각되는 부분을 위의 풀이 과정에 표시하고 그 이유를 말하여라.

#7. 위 풀이 과정이 맞았다고 자신할 수 있는가? 예() 아니오()
 자신할 수 없는 이유는 무엇인가?
 ()

▣ 다음 문제를 잘 읽고 풀 준비를 하여라.

[문제 V-1] 지름이 20cm이고 크기가 같은 4개의 둥근 원을 끈으로 묶을 때 필요한 끈의 길이는 얼마인가?



#1. 위 문제는 여러분이 그 동안 배웠던 내용과 전혀 상관없는 새로운 문제인가?
예() 아니오()

#2. 위 문제가 전에 배운 내용과 관계가 있다면 어떤 단원과 관계가 있는지 그 단원의 이름을 쓰거나 내용을 간략히 써라.
()

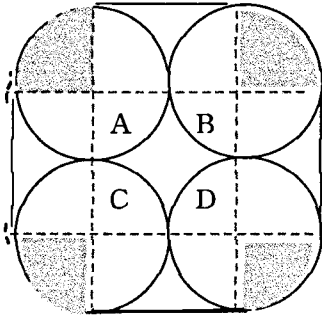
#3. 이 문제를 계속 풀어 나간다면 ...

- ① 복잡한 식이 많이 나온다. ()
- ② 계산이 많은 풀이가 될 것이다. ()
- ③ 계산은 암산 정도의 계산으로 충분할 것이다. ()
- ④ 예측을 전혀 할 수 없다. ()

#4. 위 문제에서 4개의 둥근 통을 각각 묶을 때와 함께 묶을 때 끈의 길이는 어떻게 달라지는가?

- ① 각각 묶을 때가 함께 묶을 때보다 길다.
- ② 각각 묶을 때가 함께 묶을 때보다 짧다.
- ③ 각각 묶을 때와 함께 묶을 때의 길이가 같다.

#5. 다음은 위의 문제를 어떤 학생이 풀어 놓은 것이다.



① 먼저 원에 색칠된 부분의 호의 길이를 구한다.

② 정사각형 ABCD의 둘레를 구한다.

(1) 위 계획대로 문제를 해결하면 맞는 답에 도달할 것인가?

예() 아니오()

(2) 다른 해결 방법이 있겠는가?

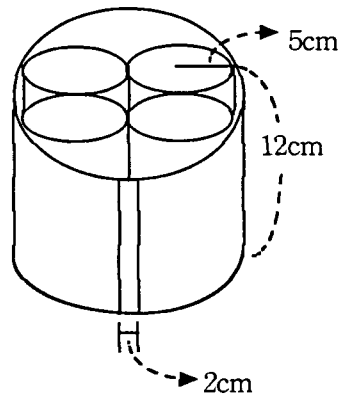
()

#6. 실제로 자신이 생각한 문제 풀이 방법으로 과정까지 적으면서 풀어라.

#7. 문제를 다음과 같이 바꾼다면 같은 방법으로 해결할 수 있는가?

예() 아니오()

[문제 V-2] 크기가 같은 원기둥의
통조림통 4개가 있다.
그림과 같이 앞면을 포장
지로 둘러싸려면 필요한
포장지는 몇 cm^2 인가?



#8. [문제 V-1]을 풀 수 있다면 [문제 V-2]도 풀 수 있다고 생각하는가?

예() 아니오()

#9. [문제 V-1]과 [문제 V-2] 중 어떤 문제가 더 어렵다고 생각하는가?

[문제 V-1] () [문제 V-2] ()

그 이유는 무엇인가?

()

#10. 이 문제를 풀기 위해 필요한 내용은 다 배웠다고 생각하는가?

예() 아니오()

IV. 결 론

Schoenfeld는 그의 논문에서 문제 해결과정의 수학과 학생의 정신 과정을 비교, 분석하여 왜 수학자는 문제 해결에 성공하며, 학생은 실패하는지 원인을 밝혔다. 그에 따르면 문제 해결 성공의 중요한 결정자는 학생이 소유한 지식의 양이 아니라 이미 획득한 지식을 적절히 이용할 수 있는 능력이라는 것이다. 이것이 바로 메타인지적 작용이며 문제 해결과정에 일반적으로 요구되는 문제 풀이자 자신이 소유하고 있는 사 용 가능한 인지적 재원을 효과적으로 관리, 수행할 수 있게 해주는 정신적 작용이다.

문제 해결자로서 문제 해결 활동 중 적시적소에 보다 적절하다고 생각되는 전략이 나 필요한 단편적인 수학 지식, 정보 등의 제시와 함께 유연성, 다양성을 가지고 문제 해결의 단위 활동을 연결하고 추진하는 메타인지 활동은 성공적 문제 해결에 가히 필수적이다. 그리고 자신의 문제 해결 활동을 의식적으로 지켜봄과 동시에 순발력을 가지고 직관적으로 감찰하는 인지활동도 항상 깨어있는 성공적 문제 해결자로 갖추어야 할 Meta수준의 인지 기능임에 틀림없다.

따라서 이런 메타인지의 과정을 문제화한 메타인지는 의도적으로 메타인지를 육성 할 수 있고 미숙련된 학생에게 계획대로 메타인지를 수행하도록 도울 수 있다. 그리고 이런 메타문제를 구성함에 있어 교과서 상에서 제작하여 교육 현장에서도 이런 방법으로 도입하기 쉽고 구체적이다.

이런 식의 메타문제로 메타인지에 대해 숙련이 되면, 학생의 문제 해결력은 메타 문

제로 제시하지 않아도 스스로 메타인지적 활동을 통해 문제 해결을 피할 것이고 더욱 세련된 문제해결을 보일 것이다.

참 고 문 헌

- [1] A. L. Brown and J. Bransford(1983) Learning, remembering, and understanding. In P.A. Mussen (Ed.), *Handbook of Child Psychology* Vol. 3, New York: John Wiley & Sons.
- [2] A. L. Brown and J. D. Day(1983) Macrorules for summarizing text: the development of expertise. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 22, 1-14.
- [3] J. H. Flavell(1976) Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence*. Hillsdale, N. J. Lawrence Erlbaum.
- [4] J. H. Flavell(1978) Metacognitive Development. In J. M. Scandur & C. J. Brainerd(Eds.). *Structural process theories of complex human behavior*(pp. 213-245). Ayphen & rijin, The netherlands : Sihtoff & Noordhoff.
- [5] J. H. Flavell(1979) Metacognitive and cognitive monitoring: A new area of psychological inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- [6] J. Garafalo and F. Lester(1985) Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education* 16, 163-176.
- [7] F. K. Lester(1985) Methodological considerations in research on mathematical problem solving instruction. In E. A. Silver(Ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale, NJ: LEA.
- [8] A. H. Schoenfeld(1983) Episodes and executive decision in mathematical problem solving. In R. Lesh, & M, Landau(Eds.), *Aquisition of Mathematical Concepts and Processes*. New

York: Academic Press, Inc.

- [9] A. H. Schoenfeld(1987) What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld(Ed.), Cognitive Science and Mathematics Education. Hilladale, NJ: LEA.
- [10] E. A. Silver(1987) Foundations of cognitive theory and research for math problem-solving instruction. In A. H. Schoenfeld(Ed.), Cognitive Sciencd and Mathematics Education. Hillsdale, NJ: LEA.