

## 수학 교실의 개혁을 위한 방책으로서의 포트폴리오 평가

(A Portfolio Assessment as a Policy for Innovating Mathematics Classroom)

김 수 환 (청주교육대학교)

### 차 례

- I. 서론
- II. 대학입시 위주의 수학교육 평가 체제
- III. 한국의 수학교육 평가의 개선을 위한 노력
- IV. 수학 교실에서의 포트폴리오 평가
  - 1. 포트폴리오 평가
  - 2. 포트폴리오 평가 기준
  - 3. 포트폴리오 평가의 적용 사례
- V. 결론
- 참고문헌

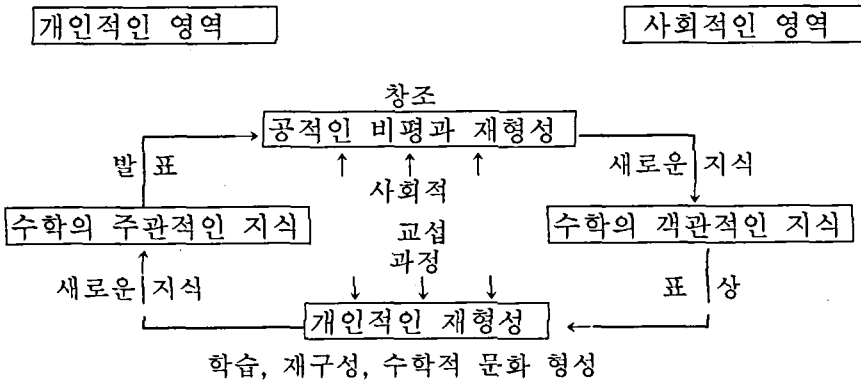
### I. 서론

제 3차 수학 및 과학에 관한 국제 비교연구(TIMSS) 결과를 보면, 싱가포르, 한국, 일본 등이 초·중학교 수학 성적에서 상위권을 형성하고 있다. 그렇다고 해서 한국의 수학교육과 평가에 문제점이 없는 것은 아니다. 그 동안의 한국의 수학교육과 평가의 문제점은 한마디로 “입시 위주의 수학교육과 평가”라고 해도 과언이 아닐 것이며, 이는 여러 가지 사회적인 문제를 야기해왔다. 또한 이를 개선하기 위한 노력도 끊임없이 진행되어 왔다.

흔히들 수학은 합리성과 객관성을 동시에 추구하는 교과라고 한다. 수학의 객관적인 지식은 인간의 사회적인 활동, 상호작용, 규칙들을 통하여 개인의 주관적인 지식(과언어와 사회생활)에 의해 지원을 받는데, 이들은 지속적인 재창출을 필요로 하는 것이라고 사회적 구성주의자들은 주장한다. 수학에 대한 사회적 구성주의자의 관점은 주관적인 지식과 객관적인 지식이 서로 돕고 의존하는 입장에 두는 것이다.

주관적인 지식은 사회적 상호작용과 수용을 통하여 수학적 지식을 창출해낸다. 즉,

주관적인 지식은 객관적인 지식을 유지시키고 재창출하며, 객관적 지식은 개인의 주관적 지식에 의해 영향을 받는다. 객관적 지식의 표상은 주관적 지식의 발생이자 재창조를 가능하게 하는 것이다. 이는 순환적인 창조로 설명할 수 있는데, 주관적인 지식이 객관적인 지식을 창출하고 다시 객관적인 지식은 주관적인 지식의 창조로 이어진다.



<그림 1> 수학의 객관적인 지식과 주관적인 지식의 관계

위의 <그림 1>은 주관적인 지식의 개인적인 영역과 객관적인 지식의 사회적 영역 사이의 연결을 보여주는 것으로 각각 서로의 창출을 지탱해주는 역할을 한다. 이를 위해서는 각각이 공개적으로 표현되어야 한다. 그런 다음에 상호작용적이고 사회적인 교섭 과정이 있어서 지식의 재형성과 함께 새로운 지식으로서 다른 영역에의 구현에 이른다(Ernest, 1991; 김수환, 1996).

사회적인 교섭의 장은 여러 가지가 있겠지만 그 대표적인 것은 바로 학교의 교실이라고 할 수 있다. 바꾸어 말하면 교실에서 수업을 하는 과정은 많은 학습자들 상호간에 그리고 학습자와 교사간의 사회적·문화적·인지적·정의적인 교섭의 장이어야 한다. 많은 학생들로 구성된 다인수 학급의 경우 수업 도중에 교사가 많은 학생들 각자에게 세심한 주의를 기울이기는 쉽지 않다. 하지만 학습자들 개인의 입장에서는 동료 학생들과 교사와의 상호작용적인 교섭을 필요로 한다. 따라서 이러한 상호작용적인 교섭과 의사소통의 활성화를 도모할 수 있는 방안을 모색할 필요가 있다.

초등학교에서 석차나 '수, 우, 미, 양, 가' 와 같이 상대평가에 의한 등급화 방식은 이마 사라졌다. 대신에 평가에 의해 학습자의 자아실현을 위한 발달의 잠재 가능성을 찾아서 키워주는 노력은 아끼지 말아야 한다. 이는 복잡하고 다변하는 교도의 정보화 사회인 현실과 미래사회에서 누구나 가치있는 삶을 영위하도록 하기 위한 창의적 문제

해결력을 신장시키는 중요한 방책이기 때문이다.

따라서 본 연구는 수학 교실의 개혁을 위한 방책을 모색하고자 한다. 이를 위해, 우선, 한국의 대학입시제도의 변천 과정과 그 문제점을 살펴본다. 둘째, 한국의 수학교육 평가의 개선을 위한 연구 결과들을 검토해본다. 셋째, 수학 교실의 개혁을 위한 방책으로서의 포오프폴리오 평가와 그 적용 사례를 분석해본다.

## II. 대학입시 위주의 수학교육 평가 체제

대학입시제도는 궁극적으로 그 기능과 원칙에 준하여 개선 방향이 결정되어야 한다(한국교육개발원, 1992). 대학입시제도는 중등교육의 본질 추구에 기여하는 동시에 대학교육을 받을 수 있는 적격자를 선발하는 기능을 수행하여야 하며, 선발의 과정을 통한 사회 정의를 구현하는 기능을 담당하여야 한다(한국교육개발원, 1992). 고등학교의 교육 본질 추구를 위하여 입시 제도의 선발 준거와 기준 그리고 방법과 절차에 있어서는 다양성의 원칙이, 대학교육 적격자 선발을 위하여 입시제도 운영에 있어서는 대학의 자율성의 원칙이, 그리고 사회 정의 구현을 위해서는 국가 차원에서의 공공성의 원칙이 강조되어야 한다. 어느 한 쪽이 다른 원칙에 비하여 지나치게 강조되면 대학 입시제도의 관리와 운영에 있어서 균형이 깨지게 되어 입시제도에 문제가 생기게 된다.

이러한 기능과 원칙에 걸맞는 대학입시제도를 마련하고자 하는 노력은 그 동안 지속적으로 있어왔다. 그럼에도 불구하고 언제나 '입시 위주의 교육과 평가'는 문제점으로 지적되어 왔다. 이러한 점으로 미루어 볼 때, 완벽한 제도란 기대하기 어려우며, 일반 국민들의 의식구조의 변화와 문제해결 의지의 결집이 우선되어야 할 것이다. 가장 중요한 것은 교육 현장에서의 교사들의 평가 관행의 개혁 실현이다. 1945년 이후 6차례의 교육과정 개편이 있었고 지금도 제 7차 교육과정 개편 작업이 진행중이지만, 교육 현장의 변화를 이루지 못하고서는 개혁을 기대할 수 없다.

그 동안 10여차례 개편되어온 한국의 대학입시제도의 취지와 문제점(김수환, 1993)을 분석해보면 다음과 같다. 첫째, 대학의 학생 선발 자율권을 극대화한 대학별 단독 시험기에는 언제나 대학간 입학시험 기준과 학력 격차가 심하고 이로 인한 교교교육의 비정상화가 가중되는 문제점이 지적되어 왔다. 즉, 자율성의 원칙은 강화되었지만, 다양성의 원칙과 공공성의 원칙이 지켜지지 못하였다. 둘째, 국가 주도의 학력고사와 함께 고등학교 내신 성적의 반영을 권장한 경우에는 대학의 학생 선발에 대한 자율권 제한의 문제점과 고등학교 내신 성적에 대한 불신의 문제도 아울러 제기되었다. 셋째,

국가 주도의 대입 학력고사와 대학별고사의 병행기에는 학생의 수험 부담의 가중과 입시 위주의 교육 성행으로 말미암은 교권 실추 및 재수생의 누적 등의 사회적 문제점이 제기되었다.

결론적으로, 대학입시제도의 개선을 통해 대학 적격자를 선발하고, 고등학교 교육의 본질을 추구하고, 사회정의의 구현하려면, 대학 당국이 신뢰할 수 있는 고등학교 내신 성적을 산출할 수 있어야 한다. 이를 위해서는 초·중·고등학교의 수학 교실의 변화가 요구된다.

수학교육 평가의 관점에서 볼 때, 대학별 고사에서의 주관식 평가가 괜찮은 방법일 수도 있지만, 이는 입시 위주의 교육이라고 하는 파행적인 수학교육의 전철을 밟을 수 있다. 그리고, 국가 주도의 대학수학능력시험 만으로는 학습자의 능력을 평가하는 데 부족한 점이 있으므로 이를 보완하는 차원에서의 내신성적이 요구된다. 내신 성적 산출은 지필에 의한 주·객관식의 총괄 평가에만 의존할 것이 아니라, 관찰과 면담 등을 포함한 포트폴리오 평가 등 여러 가지 평가 기법을 동원함으로써, 입시제도의 다양성의 원칙이 구현되도록 해야 한다.

### Ⅲ. 한국의 수학교육 평가의 개선을 위한 노력

그 동안 평가라고 하면 측정이라고 하는 좁은 의미로만 해석되어 왔으나, 최근에는 평가의 결과를 교수/학습에 반영하고자 할 뿐 아니라, 프로그램 평가 등 그 영역을 확대하여 광의의 평가 개념에 대한 인식이 높아지고 있다. 한국의 대표적인 교육 연구 기관인 한국교육개발원의 평가 연구 동향을 보면, 교육의 본질 추구를 위한 평가 체제 연구(1990-1992), 교육과정 상세화 및 평가 기준의 개발 연구(1995), 수학적 창의력 신장을 돕는 교수학습 방법 및 평가 기법 연구(1997) 등으로 요약할 수 있다.

교육의 본질 추구를 위한 수학교육 평가 체제 연구(I)(KEDI, 1990)에서는 전인교육이 추구하는 바람직한 인간상을 설정하고 이를 중심으로 하는 전인 교육 실현을 위한 수학과역의 역할, 교육 목표, 평가 방향 등을 제시하였다.

교육의 본질 추구를 위한 수학교육 평가 체제 연구(II)(KEDI, 1991)에서는 초·중·고등학교 수학과 평가 실태 분석과 수학과 평가 체제 및 예시 평가 도구를 개발하였다. 수행한 연구의 내용은 수학과 평가 모형에 대한 이론 연구 결과들을 분석하였으며, 그 결과를 전년도에 개발·제시한 학교 교육 평가 체제 모형을 근간으로하여 수학과 교육 평가 체제를 개발하였다. 그리고 이 평가 체제에 맞는 예시 평가 도구를 초등학교 4학년, 중학교 2학년, 고등학교 2학년 수준별로 한단원씩 개발하였다.

교육의 본질 추구를 위한 수학교육 평가 체제 연구(Ⅲ)(KEDI, 1992)에서는 1, 2차 년도의 연구 결과를 바탕으로 현행 평가의 문제점을 보완하기 위하여, 인지적 평가 도구로 진단 평가용 소프트웨어, 형성 평가용 소프트웨어, 총괄 평가용 지필 검사지 등을 개발하였고, 정의적 영역의 평가 도구로 수학적 성향 검사지, 수학적 성향 관찰지, 수학적 성향 체크리스트, 수학과 학습 태도 검사지 등을 개발하였다.

중학교 수학 교육과정 상세화 및 평가 기준 개발 연구(KEDI, 1995)의 결과를 요약하면, 중학교 수학 교육과정 상세화 모형 정립, 중학교 수학 교육과정 상세화, 중학교 수학의 평가 기준 및 예시 문항 개발 등 세 가지로 요약할 수 있다.

#### IV. 수학 교실에서의 포트폴리오 평가

학생 평가를 전제로 할 때, 평가의 유형을 정리해본다면, 결과 중심 평가, 과정 중심 평가, 과정과 결과의 통합평가 등으로 분류할 수 있으며, 그 동안 지나치게 결과 중심 평가에 의존해왔다고 볼 때, 과정 중심 평가와 과정과 결과의 통합 평가로의 그 새로운 방향의 전환이 요망된다. NCTM(1995)은 평가를 수학 수업에 관한 의사결정, 교실 분위기에 관한 의사 결정, 중요한 것의 의사소통, 등급화와 같은 네 가지 목적을 갖는 것으로 보고 이러한 목적들을 성취하는 데 유용한 여러 가지 평가 기법들로, 학생들의 관찰과 질문, 학생들에 의해 보고된 평가 자료들의 이용, 학생들의 수학 문제 풀이의 평가, 선다형 단답형 검사의 이용 등을 들고 있다.

한편, 한국교육개발원(1997)은 학교 현장의 변화를 이루기 위하여 수학적 창의력 신장을 돕는 평가 연구에서 주관식 지필검사, 포트폴리오 평가, 프로젝트 수업 평가, 관찰 및 면담 등의 평가 기법에 관한 연구를 수행하여 교육 현장에 보급시키려는 노력을 기울이고 있다. 그 중에서 포트폴리오 평가와 프로젝트 수업 평가의 사례를 들어 보기로 한다. 학생들이 직접 기록한 자료들의 수집을 위한 세 가지 기법으로는, 자율 보고서, 자율조사 기록, 개별 수학 포트폴리오 등이 있다. 앞의 두 가지는 학생들의 수학에 관한 신념의 평가에, 그리고 그들이 작업을 어떻게 조직화하고 모니터하는가에 관한 정보의 획득에 특히 적합하다. 그러한 자료들의 유용성은 물론, 학생들이 얼마나 정확하고, 완전하고, 솔직하게 그들의 행위와 정서, 신념, 의도 등을 보고하느냐에 달려 있다. 반면, 개별 포트폴리오는 한 학기 또는 한 학년에 걸쳐 어떤 학생의 수학에서의 진전에 대한 폭넓은 모습을 제공해준다.

##### 1. 포트폴리오 평가

Portfolio의 사전적 의미를 살펴보면, 옥스포드 영어 사전에는 '1. 정돈되지 않은 서

류 종이, 목사물, 그림, 지도, 음악 등을 보관하는 용기 또는 상자; 2. 개인 또는 투자 기관이 소유하는 유가 증권들의 수집물'로 되어 있고, 웹스터 사전에는 '1. 서류 또는 그림들이 들어있는 하나의 평면 운반용 상자; 2. 재정기관 또는 은행이 소유하는 상업적 서류 또는 재정가가 소유하는 유가증권들'로 나타나 있다.

이와 같은 사전적 의미 이외에도, 경영학의 재무관리 분야에서의 포트폴리오란 주식의 분산 투자를 의미하며 그것은 위험의 분산을 위한 것이다. 이를 교육 평가의 관점에서 도입하여 이용하고 있음은 주지의 사실인 바, 그 이유는 말할 나위 없이 지필 검사나 결과 중심 평가의 한계점을 극복하기 위한 대안적인 평가도구로서 과정과 결과의 통합 평가를 위한 것으로 볼 수 있다. 뿐만 아니라, 학생의 약점보다는 강점을 부각시켜 개성을 존중하고 학습자 개인의 특성을 신장시키고자 하는 것으로 볼 수 있다.

Lambdin과 Walker(1994)는 포트폴리오 평가의 목적을 다음 세 가지로 요약하고 있다. 첫째, 포트폴리오는 시험 점수에만 의존하기 보다는 평가의 다양한 원천을 토대로 아동을 총체적으로 평가하기 위한 방법으로 기존의 평가에 비해 진일보한 평가 방법이 될 수 있다. 둘째, 포트폴리오 평가는 학생들의 자기 평가 기능을 발전시켜 줌으로써 교사가 그들이 학습한 결과에 부과하는 학점을 맹신하지 않도록 해줄 수 있다. 셋째, 포트폴리오 평가는 교실에서 발생하는 다양한 수학 학습에 관하여 학생, 학부모, 교사간의 훌륭한 의사소통 수단이 될 수 있다.

포트폴리오 평가는 하나 이상의 주제나 문제에 대한 해결 과정을 모두 기록함과 아울러, 이들에 대한 반성적 자기 평가 결과들을 모아둔 것으로, 이를 통해 학생들은 자기 자신의 변화 과정을 알 수 있고 자신의 장점이거나 약점, 성실성 여부, 잠재 가능성 등을 스스로 인식할 수 있다. 그리고, 교사들은 학생들의 과거와 현재의 상태를 쉽게 파악할 수 있을 뿐 아니라 앞으로의 발전 방향에 대한 조언을 할 수 있다. 즉, 포트폴리오 평가에 의해, Vygotsky가 말하는 아동의 隣接 發達 領域(Mellin-Olsen, 1991; Vygotsky, 1978)을 확인함으로써 아동의 잠재적 발달 수준을 평가해주기 위한 것으로 요약할 수 있다.

## 2. 포트폴리오 평가 기준

포트폴리오 평가는 학생과 교사간의 상호작용과 의사소통의 장으로서의 역할과 기능을 훌륭하게 수행할 수 있는 도구이다. 즉, 포트폴리오 평가를 실시함으로써, 우리는 학습자들의 문제해결과 의사소통 기능의 향상을 기대할 수 있을 것이다. 포트폴리오는 학습자가 수학의 주관적인 지식을 발표하거나 객관적인 지식을 나름대로의 방식으로 표상하는 도구로서의 역할을 할 수 있기 때문이다. 포트폴리오의 작성 과

정에서는 수학적 기호의 사용을 지나치게 요구할 것이 아니라, 학생의 능력과 수준에 맞는 각각의 쓰기 유형들이 권장되어야 한다. 의사소통의 방법은 말하기, 듣기, 읽기, 쓰기 등이 있겠지만, 포오트폴리오 평가의 과정에서는 특히 쓰기 의사소통에 초점을 두는 것으로 볼 수 있다.

<표 1> 문제해결과 의사소통 기능 평가 기준

	1수준	2수준	3수준	4수준
문제이해하기 (PS 1)	문제의 이해 부족으로 착수하지 못함	문제의 부분적 이해, 부분해 도달	문제를 이해하였으나, 문제해결에 필요한 최소한의 정보를 알고 이용함	문제해결에 필요한 최소한의 정보를 초월한 특수한 요인들을 알고 이들을 지속적으로 옮겨 적용
문제해결방법 (PS 2)	해결 방법이 작동되지 않거나 분명하지 않음	해결 방법이 문제의 부분만을 해결하거나 부분해에 도달함.	해결 방법으로 그 문제를 해결함.	해결방법으로 그 문제를 해결하였을 뿐 아니라 그 방법이 효율적이며 세련됨
활동의 결과 (PS 3)	문제를 푼 것으로 그만이거나, 그 풀이와 무관하거나 부적절한 관찰을 함	문제를 풀고나서 그 풀이의 어떤 측면에 대하여 수학적으로 의미있는 논평이나 관찰을 함.	문제를 풀고나서 그 풀이와 다른 수학 또는 “실세계”와의 수학적 관련성을 지음	문제를 풀고나서 그 풀이의 일반화를 하거나 그 풀이를 보다 복잡한 상황으로 확장함
수학용어 (수학 문장이나 방정식) (C 1)	문제 진술 이외의 수학 용어를 사용하지 않거나, 그 해를 의사소통하는 데 부적절하거나 부정확한 수학 용어를 사용함	문제의 부분해에 도달할 만큼만 이해함	문제를 이해하였지만, 그 문제의 해결에 필요한 최소한의 정보만 확인하고 이용함	그 문제의 해결에 필요한 최소한의 정보를 초월하여 특수한 요인들을 확인하여, 이들을 일관되고 옮겨 적용함
수학적 표상 (도표, 그래프, 표, 다이어그램, 모델)(C 2)	부적절한 수학적 표상을 이용하거나, 풀이를 의사소통하기 위하여 어떠한 수학적 표상도 이용하지 못함	풀이를 의사소통하기 위하여 적절한 수학적 표상을 이용하려고 함	풀이를 의사소통하기 위하여 적절한 수학적 표상을 정확하게 이용함	풀이를 의사소통하기 위하여 세련된 수학적 표상을 이용하려고 함
설명 (과제의 조직화) (C 3)	풀이의 설명이 분명하지 못함	풀이의 설명에 어떤 분명한 부분들이 포함됨	풀이의 설명이 분명하지만, 독자가 그 풀이를 이해하기 위하여 어떤 요소들을 채워넣어야 함	풀이의 설명이 전체적으로 분명하고, 상세하게 잘 조직화됨

포오트폴리오 평가 방법으로는 3단계, 4단계, 5단계 등의 평정 척도가 많이 이용된다. 따라서, 여기에서도 4단계의 평정 척도를 갖는 수학에 대한 Vermont Portfolio Program(Petit, 1992; <http://plainfield.bypass.com/bypass/users/union/skills.html>, 1997)의 문제해결과 의사소통 기능의 평가 기준을 위의 <표 1>과 같이 한국의 실정에 맞게 수정하여 이용하기로 한다. 이 기준은 교사가 문제해결과 의사소통 기능 평가를 원활하게 수행하는 것을 돕기 위한 것이다. 이것은 꼭 이용해야 할 기준은 아니지만, 교사가 수업 활동에 대한 학생 자율 평가 기록이나 과제 수행 결과 기록 등을 할 때 이 기준을 참고로 논평할 수 있도록 하기 위한 것이다.

학습자가 주어진 문제 상황을 해결하는 과정을 문제 이해하기(PS 1), 문제해결 방법(PS 2), 문제해결 활동의 결과(PS 3) 등 세 가지로 나눈 다음 그 각각을 네 가지의 수준, 즉 1수준, 2수준, 3수준, 4수준의 4단계 평정 척도로 평가한다. 또한 의사소통 기능을 수학 문장이나 방정식 등의 수학 용어(C 1), 도표, 그래프, 표, 다이어그램, 모델 등의 수학적 표상(C 2), 과제의 조직화에 해당하는 설명(C 3) 등으로 나눈 다음 각각을 4단계의 평정 척도로 평가한다.

3. 포오트폴리오 평가의 적용 사례

가. 수업 활동에 대한 학생 자율 평가 기록

각 차시의 수업 내용 중에서 학습자 자신이 이해한 내용에 대하여 기술하거나, 처음에는 해결이 쉽지 않았던 문제를 해결한 경험 사례를 다음 <그림 2>의 기록지(1)에 기술하게 한다.

대단원명:	날짜: 1997년 월 일 교시
중단원명:	학교 학년 반 번
소단원명:	이름:
주제(문제):	
해설(풀이):	
반성 및 소감:	
자기 평가:	아주 못함( ) 못한 편임( ) 잘한 편임( ) 아주 잘함( )
교사 논평:	

<그림 2> 학생 자율 평가 기록지(1)

다음 <표 2>는 충북의 어떤 초등학교 6학년 1학급을 대상으로 1차시의 수업 내용에 대한 학생의 자율 평가를 결과를 정리한 것이다.



<표 2> 「학생 자율 평가 기록지(1)」에 의한 평가 결과(6학년)

부채꼴의 호의 길이	자기 평가 결과				합계 명(%)
	아주 못함 명(%)	못한 편임 명(%)	잘한 편임 명(%)	아주 잘함 명(%)	
학생수	0 (0)	2 (11.1)	13 (72.2)	3 (16.7)	18 (100)

위의 <표 2>에서 알 수 있듯이 학급당 학생수가 18명인데, 학생 자신이 잘 이해한 내용이나 문제의 記述에 대하여 89% 정도의 학생이 잘한 것으로 스스로 평가하고 있다. 물론 이 중에는 아주 잘하였다고 자신있게 자신을 평가한 학생이 3명(17%) 정도이고, 2명(11.1%)은 못한 편이라고 자신을 평가하고 있다.

다음 <표 3>은 서울의 어떤 남자중학교 3학년 1학급을 대상으로, 2차시의 수업 내용에 대한 학생의 자율 평가를 실시한 결과를 정리한 것이다.

<표 3> 「학생 자율 평가 기록지(1)」에 의한 평가 결과(9학년)

근호를 포함한 식의 덧셈 · 뺄셈	자기 평가 결과				합계
	아주 못함 명(%)	못한 편임 명(%)	잘한 편임 명(%)	아주 잘함 명(%)	
1 차시	1 (2.2)	7 (15.6)	30 (66.7)	7 (15.5)	45 명
2 차시	1 (2.1)	13 (27.7)	24 (51.1)	9 (19.1)	47 명
총 계	2	20	54	16	92 명
평균	1 (2.2)	10 (21.7)	27 (58.7)	8 (17.4)	46 명

학급당 학생수가 46명인 경우, 학생 자신이 잘 이해한 내용이나 문제의 記述에 대하여 76% 정도의 학생이 잘한 것으로 스스로 평가하고 있다. 물론 이 중에는 아주 잘하였다고 자신있게 자신을 평가한 학생이 8명(17%) 정도이고, 1명(2.2%)은 그나마도 아주 못한 것으로 자신을 평가하고 있다.

나. 과제 수행 결과 기록

다음 <그림 3>의 과제 수행 결과 기록지(2)에 의해, 어떤 과제의 내용 중에서 자신이 가장 잘하였다고 생각하는 사례를 제시하게 한다.

날짜: 1997년 월 일 교시	학교	학년	반	번호	이름:
과제 내용:					
해결 방안:					
반성 및 소감:					
자기 평가: 아주 못함( ) 못한 편임( ) 잘한 편임( ) 아주 잘함( )					
교사 논평:					

<그림 3> 과제 수행 결과 기록지(2)

과제는 학생 스스로 만든 것이면 더 좋을 수도 있겠지만, 포르트폴리오 평가의 초기 상황이라 교사가 숙제를 몇 문제 내어주고 그 중에서 자신있는 문제를 풀도록 하였다. 다음 <표 4>는 충북의 어떤 초등학교 6학년 1학급을 대상으로 교사가 제시한 몇 개의 과제 중에서, 학생이 하나를 선정하여 해결한 과제 수행 결과 기록 사례들을 분석하여 정리한 것이다.

<표 4> 학생이 채택하여 수행한 과제의 자기 평가 결과(6학년)

학생이 채택한 과제	자기 평가 결과				합 계 명(%)
	아주 못함 명(%)	못한 편임 명(%)	잘한 편임 명(%)	아주 잘함 명(%)	
학생수	0 (0)	4 (22.2)	13 (72.2)	1 (5.6)	18 (100)

어떤 과제를 채택하였는가 하는 것과는 관계없이 전체적으로 볼 때, 자기가 채택한 과제의 수행 결과에 대하여 잘하였다고 자기 평가한 학생이 78% 정도 되는 것으로 나타났다. 보통의 경우의 수학 교과목의 평가 결과와 비교해 볼 때, 상당수의 학생들이 수학에 대한 자신감을 가질 수 있는 계기가 될 것으로 생각해볼 수 있다.

서울의 어떤 남자중학교 3학년 1학급을 대상으로 어떤 과제의 내용 중에서 자신이 가장 잘하였다고 생각하는 사례를 <그림 3>의 과제 수행 결과 기록지(2)에 의해 제시하게 하였다. 교사가 제시한 과제 5문항은 다음과 같다.

- (1)  $a=\sqrt{13}$ ,  $b=\sqrt{11}$ ,  $c=\sqrt{5}$ 이다.  $\sqrt{3575}$ 를  $a, b, c$ 를 써서 나타내어라.
- (2)  $\sqrt{0.005}=k\sqrt{2}$ 일 때,  $k$ 의 값은?
- (3)  $\sqrt{12x}$ 가 자연수가 되는 한자리의 자연수  $x$ 는?
- (4)  $a=2\sqrt{2}-1$ ,  $b=3\sqrt{3}+1$ 일 때, 다음 식의 값은?  
 ①  $3a-2b$       ②  $2\sqrt{2}a-\sqrt{3}b$
- (5)  $\sqrt{n}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라 하고,  $5 < a < 7$ ,  $0.4 < b < 0.8$ 일 때, 이것을 만족하는 자연수  $n$ 의 개수는?

다음 <표 5>는 교사가 제시한 5개의 과제 중에서, 학생이 하나를 선정하여 해결한 과제 수행 결과 기록 사례들을 분석하여 정리한 것이다.

&lt;표 5&gt; 학생이 채택하여 수행한 과제의 자기 평가 결과(9학년)

학생이 채택 한 문항 번호	자 기 평 가 결 과				합 계 명(%)
	아주 못함	못한 편임	잘한 편임	아주 잘함	
1	0	1	4	0	5 (11.1)
2	0	2	4	1	7 (15.6)
3	1	6	6	4	17 (37.8)
4	1	2	9	0	12 (26.7)
5	0	1	1	2	4 (8.9)
총계, 명(%)	2 (4.4)	12 (26.7)	24 (53.3)	7 (15.6)	45 (100)

학생이 채택한 문항은 3, 4, 2, 1, 5번 순으로 많은 것으로 나타났으며, 이는 5번 문항이 가장 까다로운 과제임을 말해준다. 게다가 5번 문항을 채택한 학생은 모두 4명이지만, 그 중에서 2명이 아주 잘한 것으로 자기평가한 것을 볼 때, 이 학생 2명은 상당한 수학 실력을 갖춘 학생일 것으로 생각할 수 있다. 또한, 문항의 채택과는 관계없이 전체적으로 볼 때, 자기가 채택한 과제에 대하여 잘하였다고 자기 평가한 학생이 69% 정도 되는 것으로 나타났다. 보통의 경우의 수학 교과목의 평가 결과와 비교해 볼 때, 상당수의 학생들이 수학에 대한 자신감을 가질 수 있는 계기가 될 것으로 생각해볼 수 있다.

#### 다. 프로젝트 수업과 평가

프로젝트의 사전적 의미는 '실행 계획서, 계획'이지만, 수학 교육에서의 프로젝트의 의미는 보다 넓은 의미로 무엇을 할 것인가 뿐 아니라 그것을 실제로 수행하여 자료를 제시하고 그 결과를 평가하는 것을 포함한다(Krulik & Rudnick, 1995). 프로젝트는 교사가 독단적으로 정하기보다는 교사는 안내자로서의 역할을 수행하고 학생의 노력에 의존하는 것이 바람직하다. 프로젝트는 협동학습의 기회를 제공한다. 협동학습은 학생들이 자기 집단의 다른 구성원들과 이야기할 뿐 아니라 그들의 결과를 학급 전체에 말하기와 쓰기의 형태로 의사소통하므로 그들의 의사소통 능력을 길러준다. 또한 협동적인 프로젝트를 함께 작업함으로써 학생들의 생활에 필요한 협동심을 길러준다. 프로젝트는 집단 토의와 사고 뿐 아니라 개인적으로는 창의적인 사고의 기회를 제공해 준다(Krulik & Rudnick, 1995).

이러한 프로젝트 교수법의 장점은 다음과 같다. 첫째, 프로젝트는 어떤 특수한 상황에서 개인이 원하는 바의 깊이 있는 탐구를 할 수 있게 하므로, 보통의 수학 교육 과정에서 결여된 부분을 개별화하여 개성에 맞게 가르칠 수 있다. 둘째, 실체를 해석하고 설명하는 데 있어서 수학적 접근 방법의 중요성에 관한 생각을 불러 일으키는

다양한 자료를 이용할 수 있게 한다. 즉, 많은 서적, 영화, 비디오 자료들을 이용함으로써 수학적 생각과 가치들이 학교 교육과정의 다른 측면들과 연결될 수 있게 해준다. 셋째, 프로젝트에 관여함으로써 반영적 수준에서의 활동을 하게 된다. 사회적 상황을 연구·조사하고 수학적 생각과 특수한 상황과의 관계를 분석하도록 교사가 권장함으로써, 만약 수학이 사회에 제공하는 가치들이 그저 당연한 것으로 받아들여지는 것이 아니라고 한다면, 학습자는 꼭 필요한 비판적 분석의 과정을 시작할 수 있다.

프로젝트 교수법은 중요한 방법임이 이미 알려져 있으며, 어떤 의미로는 1920년대 미국에서의 듀이의 생각과 결부되어 있다는 점에서 전혀 새로운 것은 아니다. 그러나, 오늘날의 수학 교육에서는 이 방법이 널리 이용되지 못하고 있다. 그것은 순수한 수학 교육에서 제공할 것이 너무 많다는 이유로 프로젝트 교수법을 소홀히 하고 있는 것이라 보여진다.

사회에서 수학의 가치를 중요한 것으로 인식시키기 위하여, 과거, 현재, 미래 사회를 통한 수학의 이용을 깊이 생각할 수 있게 해야 한다. 이를 위해서는 중요한 개념적 요소를 '취급'하는 정도로는 부족하고, 지식 발달의 역사와 미래에 관한 전형적인 예제를 '구현'하는 프로젝트가 필요하다. 그것은 학생 개인이나 소집단 활동에 의해 1-2 주일에 걸쳐 실시해도 무방하나, 학습자의 관심과 능력에 따라 그 강조점은 다를 수 있으며 교사의 지도하에 수행하도록 할 수 있다.

#### 1) 걸리버 여행기를 읽고 나서

##### <문제 상황>

가령, 걸리버 여행기에 나오는 소인국의 중학교 1학년 학생의 평균 키는 18 cm이고 거인국의 1학년 학생의 평균키는 540 cm이라고 하자. 이 때, 걸리버 여행기를 읽은 1학년 학생들이 소인국이나 대인국의 교실을 어떻게 설명할 수 있을까? 학생들은 소인국과 거인국 학생들의 교실, 학생용 책상, 교사용 탁자, 교과서, 공책, 연필 등의 크기를 어떻게 설명할 수 있을까?

(도움말) 학생들이 제일 먼저 해야 할 일은 1학년 학생의 평균키에 대한 소인국과 거인국 학생들의 평균키의 비를 정하는 일이다. 이를 위한 세 가지의 방법이 있다. 하나는, 전체 학급의 평균키를 구하는 것이다. 다른 하나는 그 학급의 남학생의 평균키와 여학생의 평균키를 각각 구하여 그들의 평균을 구한다. 마지막으로, 각 소집단의 평균키를 구하고 이를 1학년 전체의 평균키로 보고 이용한다. 이러한 시도들의 결과를 비교하고 토론하게 한다. (두 번째의 방법은 남학생과 여학생의 숫자가 같을 때만 옳음을 주목해야 한다.) 통계청 자료에 의하면, 1학년 학생의 평균키는 150 cm

이라 한다.

<발전적인 문제 제기의 가능성> 현재의 우리 나라 학생들이 이용하고 있는 교실의 책걸상이 학생들의 신체 지수에 비하여 터무니없이 부적합한 경우가 있을 경우 학생들 스스로 문제를 제기하여 이를 해결하도록 하는 요구를 할 수도 있을 것이다.

2) 프로젝트 수업과 포오트폴리오 평가 사례

「걸리버 여행기를 읽고 나서」는 답습비의 개념을 이용하여 문제를 해결하는 간단한 프로젝트이다. 프로젝트 수업이라 하면 그 실행 기간이 길고 보고서가 여러 장 쓰여져야 하는 것도 있지만 한 시간내에 가능한 것도 있음을 보이기 위하여 일부러 간단한 것을 해보게 하였다. 이는 일상의 환경에서 다양한 기하학적 대상들을 수학적 언어로 표현할 수 있는 재미있는 과제라고 생각되어 충북의 어떤 초등학교 6학년 1개 학급 학생 18명을 대상으로 4-5명씩 4개의 소집단을 구성하여 프로젝트 수업을 실시하였다. 각 집단별 활동의 결과를 앞의 <그림 2>의 학생 자율 평가 기록지(1)에 의한 보고서로 작성하여 제출하도록 한 결과 각 조의 반성 및 소감과 자기 평가 및 교사 논평은 다음과 같았다.

<표 6> 「걸리버 여행기를 읽고 나서」 프로젝트 수업 평가 결과(6학년)

평가 조	반성 및 소감	자기 평가	교사 논평
1	개인끼리 혼자서 하면 잘 풀리지 않지만 조끼리 협동하면서 풀으니 더 쉽고 이해가 잘된다.	잘한 편임	조원들간의 활발한 의사 교환과 협동으로 자세하게 문제를 해결하였음
2	이 문제를 풀 때 잘 몰라서 조금 해맸는데, 다음부터 더 공부를 열심히 해서 아무리 어려운 문제도 막힘없이 풀 수 있도록 최선을 다하겠다.	아주 잘함	우선 초동학생들이 이 문제를 해결하는 데 많은 어려움을 겪는 것으로 보였다. (문제 해결을 위해) 정확한 셈을 위해 비례식을 세워 해결하는 등 풀이 과정이 명확하다
3	이 문제에 대해서 자세히 못알아 보았는데 더 자세히 알아보아야겠다. 풀이 과정과 문제를 더 자세히 알아 보아야겠다.	잘한 편임	문제의 부분적 이해로 다양한 측정 활동이나 조원들간의 의사소통이 활발하지 못했다. 또 해결 과정의 내용이 빠져 있고 결과만을 서술하였다.
4	조금은 이해가 가지 않았지만 조 아이들과 상의해서 하니 원리를 알 수 있었다.	잘한 편임	조원의 의사 교환이 충분치 못하였고, 다양한 측정 활동이나 풀이 과정도 나타나있지 않다.

위의 교사 논평은 주어진 평가 기준을 참고로하여 학습자 집단의 문제해결과 의사소통 결과에 대한 총체론적인 논평을 한 결과이다. 경우에 따라서는 분석적인 평가를 시도할 수도 있을 것이다. 분석적인 평가의 경우, PS1, PS2, PS3, C1, C2, C3 등 각 과정별 4개의 수준을 0, 1, 2, 3으로 점수화한다. 그 결과를 합산하여 나타낼 수도 있고, 특히 뛰어난 부분만 지적하여(가령, 설명력이 뛰어나) 자신감을 북돋우어 줄 수도 있을 것이다. 이처럼 평가의 목적에 따라 평가의 기법은 다양하게 이용할 수 있다.

서울의 어떤 남자중학교 3학년 1개 학급 학생 45명을 대상으로 7-8명씩 소집단을 구성하여 「걸리버 여행기를 읽고 나서」라는 프로젝트 수업을 실시하였다. 각 집단별 활동의 결과 보고서에 나타난 학생들의 반성 및 소감과 자기평가 결과는 다음과 같다.

<표 7> 「걸리버 여행기를 읽고 나서」 프로젝트 수업 평가 결과(9학년)

평가 조	반성 및 소감	자기 평가	교사 논평
1	실제로 소(대)인국에 있는 물건의 크기를 대략 측정해보니까 정말로 크기를 실감할 수 있었다. 또 답음비를 이용해서 측정함으로써 비율에 대한 감각도 생겨서 매우 유용한 문제였다.	아주 잘함	문제해결에 필요한 충분한 수학적 지식을 갖고 있으며 답음비를 활용하여 어렵셈으로 문제해결함. 조원들간의 충분한 의사교환과 협동으로 분명하고 자세하고 확실하게 문제를 해결하였음.
2	답음비를 이용해서 많은 것을 구할 수 있다는 것이 신기했다. 2학년 때 내용을 다시 생각하려고 어려웠다. 조원들의 협동으로 인해 무사히 끝낼 수 있었던 것 같다.	잘한 편임	문제를 충분히 이해하여 다양한 물건의 측정을 통해 문제해결을 피함. 풀이의 설명이 좀 더 일목요연하였으면 함.
3	나름대로 우리끼리 힘을 모아 치수를 구하고, 계산을 하는 것이 바쁘지만 재미있었다. 협동심을 길러주는 1시간인 것 같다.	잘한 편임	문제를 충분히 이해하고 답음비를 이용하여 문제를 해결하였으며 도표를 그려서 좀 더 상세하고 세련되게 풀이 과정을 나타냈으며 자세하고 정확한 셈이 돋보임.
4	위 문제를 풀려고 할려면 비율을 잘 알아야겠다. 처음에는 무엇을 하는 줄 몰랐는데 친구들과 같이 하니 쉬웠다.	잘한 편임	문제해결을 위해 조원들간의 수학적 지식의 교환이 잘 이루어졌으며 다양한 측정 활동을 통해 구체적이고 정확한 결론을 끌어낼 수 있었으며 해설이 잘 표현되어 있음.
5	아주 특별하고 재미있었다. 마치 과학실험 하는 듯한 기분이 들었다. 앞으로도 자주 했으면 좋겠다.	잘한 편임	문제해결에 필요한 답음에 관한 충분한 수학적 지식을 갖추고 있으며 협동을 통하여 문제해결에 힘썼으며 풀이 과정의 설명이 다양하고 상세하게 서술됨.
6	거인국과 소인국에서 사용하는 물건의 크기는 비율에 따라 엄청난 차이가 난다는 것을 알았다.	잘한 편임	문제를 이해하고 문제해결에 필요한 정보는 잘 알고 있으나, 해결 과정의 내용이 빠져 있으며 결과의 서술에만 급급한 인상이 있음. 그러나 다양한 활동이 돋보임.

## V. 결 론

한국 교육의 큰 문제점으로 지적되어온 ‘입시위주의 교육’에서 벗어나 ‘전인교육의 실현’이라고 하는 교육의 본질을 추구하고자 하는 노력이 끊임없이 진행되고 있다. 입시제도에 따라서 약간의 차이는 있었지만, 수학은 입시에서의 훌륭한 도구로 이용되어 옴으로써 수학교육의 본질적인 의미 때문이 아니라 입시에 필요한 도구로 인식한 많은 학생들이 공부하는 과목쯤으로 인식되어 왔다. 가령, 대입본고사에서 수학 교과가 중요하게 인식될 때에는 많은 수학 교사들이 수학교육학회 모임 등에 참여를 하고 그렇지 못할 경우에는 저조한 참석률을 보여왔다. 이는 수학교육계에 종사하는 많은 사람들의 배전의 노력이 필요함을 단적으로 보여주는 현상이다. 수학교육도 이제 공급자 중심에서 수요자 중심으로의 발상의 전환이 요청된다.

이미 초·중·고등학교의 진학률은 90%를 넘어 양적인 측면만으로 본다면 공교육의 대국민 서비스가 많이 개선되었다고 볼 수 있다. 이제 그 질적인 측면을 고려하지 않을 수 없다. 이러한 노력의 일환으로 학습자의 개인차와 능력을 고려한 수준별 교육과정의 마련을 위한 노력이 진행되고 있을 뿐 아니라, 현재의 상황하에서라도 열린교육의 실천이 중요하다는 주장들이 대두되고 있다. 그러나 수학 교과와 경우 그 위계성이 문제가 되어 열린 교육은 어떻게 수행하여야 할 지에 대한 방향을 제대로 제시해주지 못한 것도 사실이다. 또한 프로젝트 수업 등의 열린 교육을 수행하였다 할 지라도 그 평가 방법에 대한 구체적인 방향을 제시한 사례가 많지 않다.

결론적으로, 입시도구로서의 수학교육이 아니라 가치있는 대상으로서의 수학교육의 본질을 추구하는 수학 교실을 만들어야 한다. 수학의 가치는 Bishop(1988)에 의하면, 이념적인 차원에서의 합리성과 객관성, 정서적인 차원에서의 통제와 진보, 사회학적인 차원에서의 개방성과 신비성 등이 있으며, 이들은 조화를 이루는 방향으로 추구되어야 한다. 이를 실현하기 위해서는 다음과 같은 사항들에 초점을 둔 변화의 노력을 기울여야 한다.

우선, 대학입시에서의 내신 성적에 대한 신뢰도를 높여 대학 당국이 이를 적극 활용할 수 있도록 해야 한다. 신뢰할 수 있는 내신 성적을 산출하려면 무엇보다도 평가의 다양한 원천을 활용하는 일이 선행되어야 한다. 또한, 학습자들의 등급화에 이용될 자료들 뿐 아니라 학습자의 장점을 찾아내어 발달잠재력을 키워줄 수 있는 평가 자료들의 수집이 필요하다. 이러한 작업의 일환으로 다음과 같은 사항들이 검토되어야 한다.



첫째, 절대수준의 평가 기준이 마련되어야 한다. 즉, 교육과정의 상세화 및 평가 기준과 그 기준에 해당하는 예시적인 평가 문항을 만들어 보급함으로써 전국의 교사들이 참고할 수 있도록 해야 한다. 완벽한 수준의 절대적 평가 기준을 만드는 것은 기대하기 어렵지만, 한국교육개발원(1995)이 중학교 수학(7-9학년)에 대하여 개발한 것과 같은 평가 기준과 예시 문항들이 초·중등학교 전체의 수학에 대하여 마련되어야 한다. 그래야만, 내신 성적에 대한 신뢰도를 높일 수 있다.

둘째, 평가의 다양한 원천으로서의 포오트폴리오 평가의 활용 방안이 모색되어야 한다. 그 동안의 전통적인 평가 방법이었던 중간고사와 기말고사는 결과중심의 총괄평가의 대표적인 유형으로 학습자들의 등급화가 주된 목적이었을 뿐이지 평가 결과를 학습 지도에 반영하는 데는 부족한 점이 많았다. 물론, 많은 교사들이 진단평가와 형성평가를 이용하여 학습자들의 학습 상태를 파악하여 학습지도를 해온 것은 사실이다. 뿐만 아니라 교사에 따라서는 나름대로의 쪽지 시험이나 숙제 검사, 공책 검사 등의 방법을 이용하여 학습자의 학습 상태를 파악하고자 하는 노력을 기울여 왔다. 그러나, 이들은 교사에 따라 제한적으로 이용되었을 뿐 아니라, 종합적이고 체계적인 방법으로 평가에 반영되지는 못하였다. 따라서, 문제해결과 의사소통의 중요한 도구일 뿐 아니라 학습자들의 약점과 강점 등을 잘 파악할 수 있는 장점을 가진 포오트폴리오 평가를 도입할 필요가 있다.

셋째, 학습자의 발달 잠재력을 확인하여 자신감을 갖게 해줌으로써 학습자의 수학에 대한 긍정적인 태도를 함양시킬 수 있는 도구로서의 포오트폴리오 평가의 활용 방안이 모색되어야 한다. 이는 학습자의 문제해결 수준을 Vygotsky가 말하는 “발달의 인접 영역”까지를 포함시키고자 하는 노력의 일환으로 볼 수 있다. 수학은 위계성이 분명한 교과이므로, 학습자가 어떤 문제를 혼자 힘으로 해결하기는 어렵다 할 지라도 교사 또는 동료의 도움을 받아 협동적으로 해결할 수는 있다. 따라서, 전통적인 설명식 수업만 고집할 것이 아니라 경우에 따라서는 협동학습이나 프로젝트 수업 등의 방법을 이용하려는 노력이 필요하다. 실제로 학교를 졸업한 뒤 사회의 구성원으로서 일을 해나가는 과정에서는 협동적인 문제해결의 필요성이 더욱 크게 부각되기도 한다. 뿐만 아니라 수학 교실 역시 학습자들 상호간의 주관적인 지식의 교류의 장이 되도록 해야 한다는 사회적 구성주의자들의 견해를 수용하는 것이다.

넷째, 포오트폴리오 평가는 학습자들이 수학의 가치를 알고 수학적인 활동에 흥미를 가질 수 있는 수업 운영 방법의 탐색 도구로서의 기능을 가진다. 가령, 「걸리버 여행

기를 읽고 나서」 라는 프로젝트 수업 결과 보고서에 나타난 학습자들의 다음과 같은 반응이 좋은 예이다.

### 참 고 문 헌

- 강옥기, 박교식, 강문봉. (1990). 교육의 본질 추구를 위한 수학교육 평가 체제 연구 (I) - 수학과 교육의 역할 및 평가 방향 탐색. 서울: 한국교육개발원 연구보고 RR 90-21-3.
- \_\_\_\_\_. (1991). 교육의 본질 추구를 위한 수학교육 평가 체제 연구 (II) - 수학과 평가 모형 및 예시 도구 개발. 서울: 한국교육개발원 연구보고 RR 91-19-5.
- 김수환. (1993). 대학입시제도의 변천 과정과 개선 방안에 관한 고찰, 대한수학회 수학교육논총 11집, 121-134. 서울: 대한수학회.
- \_\_\_\_\_. (1996). 초·중등학생들의 수학적 문화 형성을 위한 교수/학습 모형 개발 연구. 충북: 한국교원대학교 박사학위논문.
- 김수환, 박경미. (1995). 중학교 수학 교육과정 상세화 및 평가 기준 개발 연구. 서울: 한국교육개발원 연구보고 RR 95-23.
- 김수환, 박경미, 황혜정. (1997). 창의력 신장을 돕는 중학교 수학과 학습 평가 방법 연구. 서울: 한국교육개발원
- 신성균, 황혜정, 김수진, 성금순. (1992). 교육의 본질 추구를 위한 수학교육 평가 체제 연구 (II) - 수학과 평가 도구 개발. 서울: 한국교육개발원 연구보고 RM 92-5-2.
- 한국교육개발원(1992). 입시위주 교육의 실상과 대책(III). 서울: 한국교육개발원. 연구보고 RR 92-40.
- Bishop, A. J. (1988). Mathematical enculturation-a cultural perspective on mathematics education-. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ernest, P. (1991). The philosophy of mathematics education. Hampshire: The Falmer Press.
- IEA. (1988). Third international mathematics and science study (TIMSS): mathematics curriculum framework

- Krulik, S., and Rudnick, J. (1995). Projects in the middle school mathematics curriculum. In P. A. House, A. F. Coxford(Eds.), Connecting mathematics across the curriculum, 1995 Yearbook, (pp.34-43). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Lambdin, D. V. & Walker, V. L. (1994). Planning for classroom portfolio assessment. Arithmetic teacher, Feb, 1994, 318-324.
- Mellin-Olsen, S. (1991). The Double bind as a didactical trap. In A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen and J. van Dormolen(Eds.), Mathematical knowledge: its growth through teaching (pp.39-59). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). Assessment standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Petit, M. (1992). "Getting started: Vermont mathematics portfolio-learning how to your best!" Vermont Portfolio Program (<http://plainfield.bypass.com/bypass/users/union/skills.html>, 1997)
- Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.