수학적 모델링을 활용한 수학 탐구수업 효과의 고찰

-중학교 2학년 부등식, 일차함수, 확률을 중심으로-

홍 정 희 (방화중학교)
송 순 희 (이화여자대학교)

1. 서론

A. 연구의 필요성 및 목적

수학은 인류의 역사와 함께 시작되었으므로, 고대 수학에서 현대 수학에 이르기까지 수학의 내용이 매우 방대해지고, 다양해졌다. 또, 수학은 일상 생활 속에서 창조되었으므로, 학교에서 이루어지는 수학교육은 학생들이 수학적 사실만을 습득하도록 지도하는 것이 아니라, 학생들이 수학적인 상황을 이해하고 수학화할 수 있도록 이루어져야 한다.

우리나라 제 6차 수학과 교육과정에서도 "수학과는 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하게 하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하고 사고하는 능력을 기르게 하여, 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르게 하는 교과이다."라고 하였다.(교육부,1994)

이러한 수학 교육의 성격에 따라, 수학 교육의 목표를 달성하기 위해서 "수학 교육을 어디에 중점을 두고, 어떻게 가르쳐야 하는가?"에 관심을 가지게 되었다. 즉, 수학 교육은 학생들이 어떻게 특정한 과제를 사고했는지 파악하여, 그들 나름대로 독특한 수학적인 아이디어를 형성하게 하고 발전시키도록 도와주며, 또 실제 상황을 수학적으로 표현하고, 역으로 수학을 실제 상황에 적용, 해석하는 능력을 기르도록 도와주는 것이다. 그러므로 수학 교육은 전통적인 강의 중심 수업이 아니라. 학생들의 경험을 토대로 반성적 사고 과정을 통해 개념을 도입하고, 이를 활용할 수 있는 활동 중심의 학습인 탐구 수업으로 이루어져야 한다.

Richard Suchman은 "탐구 훈련은 학생들로 하여금 스스로 어떤 물리 현상을 설명하는 가설을 설정하고, 그 가설을 <체계적으로> 검증하고 그 결과를 해석하는 방법을 터득하는 것"이라 하였다.(김종석외,1992) 그러므로 본 연구는 탐구 훈련을 할 수 있는 한 방법으로 수학적 모델링을 수업에 도입하고자 한다.

수학적 모델링은 수학적 상황뿐 아니라 실세계의 상황, 사회적 상황, 과학적 상황을 모두 다루기 때문에 수학적 능력과 함께 좀 더 일반적인 능력과 비판적 사고 능력, 태도들도 개발할 수 있을 것이다. 1989년 NCTM에서 발간한 교육 과정 지침서에서도 수학적 모

델링을 강조하였다. 그 이후 많은 연구가 이루어졌으며, 우리 나라에서도 수학적 모델링을 교육과정에 도입하기 위한 이론적 연구가 있었다.(정은실 1991, 주미경 1991, & 김수미 1993) 따라서 본 연구는 교육 현장에서 탐구 훈련 교수 학습 모형으로 각 단원에 알맞는 수학적 모델링 문제를 개발하고, 이를 실제로 수업 현장에서 적용해 보려고 한다. 수학적 모델링을 활용한 탐구수업을 실제로 적용해 보는 것은, 학생들의 능동적인 수업 활동으로 그들의 사고 과정을 통해 수학 학습 내용을 직접 대결하게 하고 구성할 수 있으며, 또 실제 생활에서 적용할 수 있는 능력을 기를 수 있다는 점에서 매우 큰 의의가 있으리라 생각한다.

B. 연구 문제

본 연구를 위한 연구 문제는 다음과 같다.

1) 수학적 모델링을 도입한 탐구 수업과 전통적인 강의식 수업사이에 학업 성취도에서 유의적인 차이가 있는가?

2) 교과서식 수학 응용 문제와 생소한 수학적 모델링 문제 중에서, 통제 집단은 교과서식 수학 응용 문제를 잘 푸는가? 또, 실험 집단은 수학적 모델링 문제를 잘 푸는가?

3) 수학적 모델링을 도입한 탐구 학습과 전통적인 강의식 학습 사이에 수학에 대한 흥미, 태도, 유용성, 동기유발에서 유의적인 차이가 있는가?

C. 연구의 제한점

본 연구의 제한점은 다음과 같다

1) 본 연구의 대상을 서울시에 소재한 B중학교 2학년 남학생 2학급 만을 실시하였기에 일반화하기에 어려움이 있다.

2) 몇 개월간(5월~9월)의 탐구수업이 수학 능력과 흥미, 태도, 유용성, 동기유발에 얼마나 지속적인 효과를 줄 수 있는지에 대해 문제가 있을 수 있다.

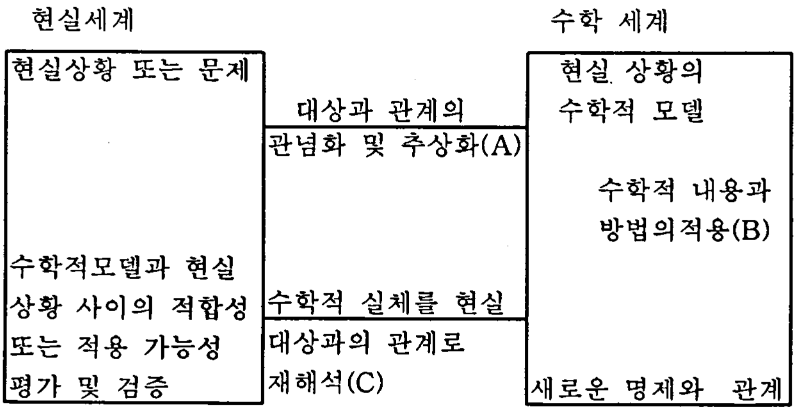
3) 교사 1명이 담당하기에 한 학급의 학생수가 많아서, 효과적인 탐구수업이 실시되었는지에 대해 의문이 제기될 수 있다.

II. 이론적 배경

A. 수학적 모델링

M. Niss는 수학적 모델을 현실의 문제 상황 S, 수학적 대상, 관계, 구조들의 모임 M, 그리고 S에서 M으로의 대응 f로 이루어진 순서쌍 (S, M, f)로 정의한다. 즉 고려하고 있는 분야에 속하는 어떤 대상, 그 대상 사이의 관계, 구조가 선택되고, 그것이 수학적 대상(집합, 도형, 함수 등), 관계, 구조로 바뀌었을 때 바뀐 대상이 수학적 모델이라는 것이다. (M. Niss, 1989) 수학적 모델이 설정되는 과정은 현실 상황을 현실 모델로 바꾸고, 이를 다시 수학적 모델로 바꾸는 단계를 거친다. 현실 상황이 너무 복잡하여 직접 수학적으로 다루기 힘들기 때문에, 먼저 현실 문제를 확인하고 그것을 단순화하여 합리적으로 정확하고 간결하게 기술한 것이 현실 모델이다. 현실 모델이 만들어진 후 그 모델의 단어와 개념은 수학적 기호와 표현으로 대치되는데, 그 결과로 만들어진 구조가 수학적 모델이며, (정은실, 1991) 주어진 상황을 수학적 모델로 구성하는 전 과정을 수학적 모델링이라 한다.

먼저 현실 세계와 수학 세계 사이의 관계를 그림으로 나타내어보자. (강옥기 외, 1989) <그림 1>에서 알 수 있듯이 수학적 활동은 추상화, 관념화, 형식화 등의 과정 A와 귀납적 추론, 연역적 추론 등의 과정 B, 수학적 모델과 구체적 상황 사이의 관련성에 대한 평가가 이루어지는 과정 C의 세 가지로 나눌 수 있다.



<그림 1> 현실 세계와 수학 세계와의 관계

이와 같이 수학적 모델링은 현실 상황에 대응하는 것으로 여겨지는 수학적 구조를 형식화하는 과정이다. 수학적 모델이 만들어진 후, 그 모델을 기초로 하여 수학적 추론을 하게 되며, 그 결과는 모델의 유용성을 결정하기 위하여 현실 문제와 비교되고 검증된다. 비교 결과 그 모델이 유용한 정보를 제공하고 있지 않다면, 최종 결과를 개선하기 위해 모델링 과정의 각 단계를 재고해 보아야 하며, (김수미,1993) 모델링 과정을 다시 재고함으로서 새로운 모델을 만들 수 있다.

이러한 수학적 모델링을 수업에 적용하기 위하여, 김수미는 모델링 과정을 다음과 같이 정리하였다. (김수미, 1993)

1) 문제 이해 단계 : 문제를 읽고, 구하고자 하는 것과 주어진 것들을 확인한다.

2) 문제의 이상화 단계 : 실세계의 상황에서 중요한 특성을 찾아서 현실모델을 만든다.

3) 수학적 모델 형성 단계 : 현실 모델을 수학적 모델로 바꾼다. 이를 수학적 형식화(수학화)라 불린다.

4) 수학적 추론 단계 : 수학적 방법을 이용하여 수학적 결과와 결론을 이끌어 낸다.

5) 재해석 단계 : 앞에서 추론된 결과를 원래 문제 상황과 연관시켜서, 그 상황의 결과와 결론으로 해석한다.

6) 실제와의 비교 : 앞 단계에서 만약, 수학적 결론이 상황에 적합하지 않다면, 모델 자체를 수정한다. 가능하면, 다른 모델과도 비교하고, 이미 확립되어 있는 이론과 연결 지어 봄으로써 모델을 평가한다.

위에서 살펴본 바와 같이 수학적 모델링은 과정이고 과정으로써 가르쳐져야 한다. 그러므로 교사들은 수학적 모델링의 전 과정들을 이해해야 하며, 그것을 효과적으로 문제해결에 적용하여, 학생들이 스스로 모델을 계획하고 개발하는 등 좀 더 활동적인 역할에 참여할 수 있도록 수업을 이끌어 가야 한다. 따라서 학생의 학습 수준에 맞추어, 그에 적합한 수학적 모델을 갖춘 수학적 모델링 문제를 연구 개발해야 한다. 본 연구에서는 김수미가 정리한 수학적 모델링 과정을 도입하여 수학 탐구 수업을 실시해 보고자 한다.

B. 수학적 모델링과 수학교육 과정

1950년에서 1960년 사이에 현대 수학 운동이 일어났으며, 많은 나라에서 수학 교육 과정의 근본적인 수정이 일어났다. 이런 개혁의 물결은 1960년대 영국에서 수학적 모델링 교수에 발전을 일으켜, "수학적 모델 구성을 가르치는 것"이 중요함을 강조하였다. Cockcroft 보고서에서도 모델 구성 접근 방법을 시사하는 학습 활동을 요구하고 있다. 그

학습 활동의 6가지 요소는 다음과 같다. (W. H. Cockcroft et al, 1982)

1) 교사에 의한 설명
2) 교사와 학생, 또는 학생들 사이의 토론
3) 실지로 응용하는 적당한 활동 (appropriate practical work)
4) 기본 기능과 기계적 절차 강화 및 연습
5) 일상 생활에서의 수학 응용을 포함하는 문제 해결
6) 조사 연구 활동

미국에서는 USMES (United Science and Mathematics in Elementary School)라 불리는 제도를 통해서 실제 문제 해결을 국만학교 수업에서 6주 동안의 프로젝트를 기초로 하여 모델링을 도입하였다. 수학 교육의 국제 협의회 ICME (International Congress on Mathematics Education)에서는 응용, 모델, 모델링, 응용 문제 해결 등이 점차적으로 중요한 주제가 되고 있다. (김수미, 1993, 재인용)

최근에는 응용과 수학적 모델링의 교수와 관련한 국제 회의가 2년마다 열리고 있다. 이와 같은 협의회를 통해서 모델링의 연구와 이를 통한 수학 교육의 개선 방향이 계속 이루어지리라 생각한다.

우리나라에서도 오래 전부터 생활 경험을 통한 수학교육이 이루어졌었다.(교육부,1994)

제 6차 교육 과정에서는 지도 방법 중에서

- 다른 교과 및 일상 생활에서 접할 수 있는 수학과 관련된 여러 가지 형태의 문제를 다루도록 하되, 학생들의 지적 수준에 맞게 구성하여 지도한다.

라고 하여서 수학의 실용적 측면을 강조하였다.

- 습득된 수학적 지식과 사고를 토대로 문제를 발견하고, 자주적으로 문제 해결을 위한 전략을 세워 이를 해결해 나갈 수 있도록 한다. 이로써 수학에 대한 흥미와 호기심을 가지게 하고, 성취감과 수학의 필요성을 느낄 수 있도록 한다.

라고 하였으며 이를 위해 교사는 활동 중심의 학습을 전개하도록 하였다.

활동 중심의 학습을 전개하기 위한 그 구체적인 방법으로 수학적 모델링을 통한 탐구수업 방법을 생각할 수 있다. 수학적 모델링을 학교 수학에 도입하는 것은 학생들이 수학적 개념과 원리를 이해하는 것을 도와주고, 수학적 지식이 어떤 분야에서 어떻게 이용되는가 경험하게 함으로, 수학 학습에 많은 도움이 될 것이다.

수학적 모델링을 교육과정에 도입해야 하는 이유는 다음과 같다. (김수미, 1993)

1) 수학적 모델링이 수학적 상황만을 다루지 않고 실세계 상황, 수학적 상황을 모두 다루기 때문에 수학적 능력보다 좀 더 일반적인 능력과 태도들을 개발시킬 수 있다는 형성적인 성격을 지니고 있다.

2) 수학적 모델링은 학생들로 하여금, 실제 사용되는 수학 예들과 사회적으로 중요

한 문제에 주어진 해(解)들을 스스로 판단하고, 인식하고, 이해하고, 분석하고, 평가하게 해줌으로 학생들의 비판적 능력을 키워주게 된다.

3) 수학이 사회에서 실제적이고 과학적인 것에 유용하다는 실용적인 면을 지니고 있다.

4) 수학적 모델링의 답은 정확하거나 유일하지 않기 때문에 수학이 절대적 진리의 모임이고, 천재들에 의해 발견된 학문이라는 잘못된 관념을 없앰으로써 수학에 대한 인상을 새롭게 할 수 있다.

5) 현실 상황 속에서 수학적 모델링을 다루는 것은 수학에 매력을 느끼지 않고 있고, 수학이 자신의 현대, 미래의 삶에 가시적 관련성을 갖고 있지 않은 학생들에게 수학적 활동이 가치 있는 것임을 확신시키고 동기유발을 시킬 수 있다.

6) 수학적 아이디어, 개념, 방법, 이론을 획득하고 이해하는 것을 도와주고, 그것을 설명하고 해석하는 기회를 부여함으로 수학적 기능을 연마할 수 있다. 즉, 모델링은 수학 그 자체를 보다 잘 가르치기 위한 수단이 되기도 한다.

7) 수학이 사회에서 광범위하게 사용되고, 그 이용이 점점 빈번해지고 있다. 그러므로 미래 사회의 주역이 되는 학생들이 현재, 또는 미래에서 개인적으로 또는 한 시민으로서 응용과 모델링을 실행할 수 있도록 교육함으로, 민주 시민으로서의 자질을 향상시킬 수 있다.

이와 같은 여러 가지 이유로 모델링이 학교 수학 교육과정에 도입되어야 하는데, 주미경은 특히 학습자의 비판적 잠재력을 고무한다는 면에서 모델의 분석, 평가의 도입은 그 교육적 가치가 크다고 하였다.(주미경,1991)

모델링 도입 형태는 5차 ICME와 M. Niss(1989)에서 제시되었으며, 그 공통된 점을 김수미가 도입방법으로 제시하였다.(김수미, 1993)

1) 분리 시도 : 교육 과정 속에 수학이란 교과 이외에 수학적 모델링이란 교과를 신설하는 것이다.

2) 두요소 시도 : 수학 교과 과정을 두 부분으로 구성하여 첫 부분에서는 전통적인 순수수학 과정이 주어지고, 두번째 부분에서는 이와 연관된 응용과 모델링을 다룬다.

3) 여러 부분 시도 : 수학 교과 과정을 먼저 수학 내용에 따라 여러 단원으로 나누고, 그 부분마다 수학적 모델링을 삽입시키는 것이다.

4) 혼합 시도 : 각 단원을 세 부분으로 나누어 첫 부분은 수학적 모델링 단원을 설정하며, 중간 부분은 수학적 모델을 구성할 때 필요해진 개념들을 학생들에게 가르치며, 마지막 부분에서 다시 그 수학적 개념들을 수학적 모델로 하는 수학적 모델링의 예들로 구성한다.

5) 통합 수학 교과 시도 : 고정된 수학적 요목이 없고, 제시되는 수학적 모델링 상

황에 따라, 필요한 수학적 내용이 그때 그때 교사나 문헌의 도움으로 찾아지고 개발되어지는 것이다.

6) 타교과와의 통합 시도 : 수학적, 비수학적 활동들이 통합체계 내에서 완전히 통합된다는 것이다. 과학과 수학의 통합을 예로 들 수 있다.

각각의 시도는 각 나라의 특성과 교육 수준에 따라 알맞게 도입되어야 한다. 본 연구에서는 각 단원마다 수학적 개념, 이론 등을 이해하는 것을 도와 주고, 실제로 사용되는 수학 예들을 스스로 판단하고 분석, 평가함으로 비판적 능력을 키워주기 위해 혼합 시도 방법으로 실제 수업에 적용해 보려고 한다.

III. 연구 방법과 절차

A. 연구 방법의 개요

본 연구에서는 먼저 수학적 모델링 문항 개발과 수학적 모델링을 도입한 탐구 수업을 하기 위해 여러 문헌 및 자료를 대상으로 문헌 연구를 하였다. 그리고 각 단원에 알맞게 학생들에게 적용할 수 있는 수학적 모델링 문제를 개발하였으며, 이에 따라 평가 문항도 개발하였다.

그리고, 수학적 모델링을 도입한 탐구 수업을 하기 위해, 사전 검사를 통제집단과 실험집단 모두에게 실시하여 두 집단의 동질성을 확인하였다. 실험 방법은, 실험 집단에서는 각 단원에 알맞게 구성한 수학적 모델링 문제를 선정하여 혼합시도 방식을 도입하여 조별 탐구 수업을 실시하였고, 통제 집단에서는 전통적인 강의식 수업을 실시하였다. 이 때 실험 집단의 조 편성은 각 조마다 성적이 고르게 분포되어 이질적인 집단이 되도록 하였으며, 각 조마다 조장을 한 명씩 정하여 조별 탐구 수업을 이끌어 나가도록 하였다. 탐구 수업 이후에는 발표하는 시간을 갖기도 하였다. 각 대단원이 끝나면 통제 집단과 실험 집단에게 평가를 실시하였다. 평가 문항 구성은 각 단원에 알맞은 교과서식 수학 응용 문제와 수학적 모델링 문제를 섞어서 구성하였다. 또 사후에도 NLSMA(The National Longitudinal Study of Mathematical Ability)의 흥미, 태도, 유용성, 동기유발 검사를 실시하여 비교하여 보았다

B. 표본 설정 및 배경

본 연구를 위하여 본 연구자가 근무하는 서울특별시 강서구에 소재한 B중학교 2학년에서 실험 집단 1학급, 통제 집단 1학급을 선정하였다. 이 두 집단간의 동질성을 확인하기

위하여 대상 학생의 2학년 중간고사 수학 성적과 NLSMA에서 개발한 것을 이향란(1991)이 개작하여 사용한 흥미, 태도, 유용성, 동기유발 검사 문항으로 실시한 결과를 t-검증 하였다. 그 결과는 <표 1>과 같다.

평가 구분	연구 집단	N	M	S.D	|t|
사전중간고사	통제 집단	50	50.40	23.21	0.9715
	실험 집단	50	55.10	25.13	
사전흥미	통제 집단	50	9.68	3.20	1.9218
	실험 집단	50	10.90	3.14	
사전태도	통제 집단	50	62.68	11.51	0.6395
	실험 집단	50	64.14	11.32	
사전유용성	통제 집단	50	52.78	10.08	1.3080
	실험 집단	50	55.28	9.00	
사전동기유발	통제 집단	50	9.48	2.13	0.4971
	실험 집단	50	9.28	1.88	

<표 1> 연구 집단간의 사전 동일성 확인

<표 1>에서 나타난 바와 같이 중간고사와 흥미, 태도, 유용성, 동기유발에서 $|t|$가 각각 0.9715, 1.9218, 0.6395, 1.3080, 0.4971로서 모두 2.00 보다 작으므로 5% 수준에서 유의적인 차이가 없음을 알 수 있다.

C. 수학적 모델링 지도 방법 및 절차

1. 지도 단원 선정과 계획

본 연구에서 사용된 수학적 모델링 문제는 중학교 2학년 수학 교과서를 중심으로 각 단원에 알맞은 실제 상황 문제를 선정하였다. 이는 수학의 기초적인 개념과 원리를 스스로 이해하고 발견해 나갈 수 있도록 구체적인 조작을 할 수 있는 실제 상황 문제와, 또 학습된 수학적 지식이나 사고를 토대로 문제를 발견하고 해결해 나갈 수 있도록 하는, 일상생활에서 접할 수 있는 수학과 관련된 여러 가지 문제를 학생들의 지적 수준에 맞게 구성하였다.

본 연구를 위해 각 단원별로 도입한 수학적 모델링 문제는 <표 2>와 같다.

대 단 원	수학적 모델링 문제
Ⅱ.방정식과부등식	우편 배달부 헬리콥터의 화물 수송
Ⅲ. 일차 함수	섭씨(℃)와 화씨(°F)의관계 미시시피강의 미래 후크의 법칙 버스 정류소 위치 선정
Ⅳ. 확률	달력 만들기 주사위 놀이 복권의 기대값 피자 나누기

<표 2> 수학적 모델링 문제

2. 교과 내용에 알맞은 수학적 모델링 문제

현재 수학적 모델링의 예가 많이 제시되어 있으나, 수학적 모델링 문제를 수업에 도입하기 위해서는 그 중에서 중학교 교육 과정에 알맞는 문제를 찾고, 또 새로 개발하는 것이 매우 중요하다. 본 연구에서는 모델링 문제를 만들기 위해 구광조(1993), 김수미(1993), 김용운, 김용국(1994), 김응태, 박한식, 우정호(1992),나숙자(1992), 박배훈, 정창현(1994), 박한식(1994), 성일제(1988), 신현성(1992), 신창중학교(1986), 육인선(1994), 조미영 편역(1991), 주미경(1991),정은실(1991),B. Binns, H. Burkhardt, J. Gillespie ans M. Swan(1989), F. Swetz, J. S. Hartzler(1991) 등을 참고로 하여, 중학교 2학년 교과 과정에 맞추어 부등식, 일차 함수, 확률의 단원에서 사용할 수 있는 문제들을 제시하였다. 이 예들은 수학적 모델링의 모든 과정을 나타내 주지는 않지만 수업 현장에서 사용할 수 있도록 우리나라 중등학교 실정에 맞추어 재구성하고 수학적 모델링 과정에 맞추어 제시하였다.

< 버스 정류소 위치 선정>

단원 : 일차 함수

(문제 상황)

ABF 트럭 회사가 새로운 지역에 가장 큰 터미널을 세우려고 하자, 많은 논쟁이 일어났다. 그 지역 주민들은 공기가 오염되고, 소음이 생길 것을 우려하여 새로운 터미널이 그 지역에 생기는 것을 반대하였다. 이것은 많은 점포들이 새로운 지역에 세워질 때 부딪히는 문제 중의 하나이다.

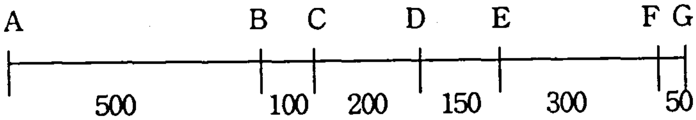
회사가 새로운 점포나 공장을 열 때 고려해야 할 점은 많다. 고려해야 할 가장 중요한 것 중의 하나가, 공급자와 고객들의 이동거리나 생산품이 최소의 경비로 수송될 수 있는 위치를 결정한다는 것이다. 오늘날 수송비가 너무 비싸기 때문에 위치를 잘 정함으로, 회사는 일년에 수천만 달러를 절약할 수 있다.

이러한 예로, 어떤 도로를 따라 거주하는 일곱 명의 학생을 위한 통학 버스 정류소의 위치를 어떻게 정하면 좋을지 생각해보자.

(문제의 이상화)

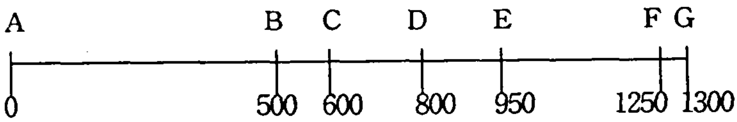
한 집에 한 학생이 산다고 가정하고, 통학 버스 정류소는 학생들이 버스를 기다리는 동안 같이 이용하기로 한다. 학생들의 집간의 거리는 아래와 같다.

일곱 명의 학생이 정류소까지 걸어야 할 총 거리가 최소가 되도록 정류소의 위치를 선정해야 한다.



(수학적 모델)

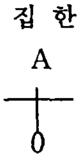
정류소가 세워져야 할 위치를 대략 정해보자. 가장 좋은 위치를 선정하기 위해서, 수직선 위에서 좌표로 각 집의 위치를 정해보자.



문제를 단순화하여 한 집만 있을 경우에 생각해 보고, 세 집이 있을 경우, 다섯 집이 있을 경우, 그리고 일곱 집이 있을 경우를 생각해 보는 문제이다. 각각의 경우에 대하여 걸어야 할 총 거리가 최소가 되는 지점이 어느 곳인지 찾아야 한다.

(수학적 추론)

☒ 만약에 A라는 집 한 채만 있다면, 정류소를 어디에 세워야 할까?

그때의 수직선은 

이 되고, 걸어야 할 총 거리는 다음 표와 같다.

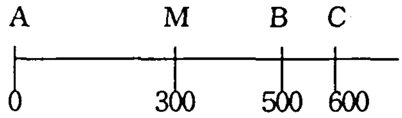
학생의 수	정류소 위치	걸어야 할 총거리
1	A	0

<표 3> 걸어야 할 총 거리1

그러므로, 정류소의 위치는 A의 집에 위치함을 알 수 있다.

☒ 만약에 A, B, C라는 세 집이 있다면, 정류소는 어디에 세워야 할까?

세 집 A, B, C와 좋은 위치가 될 것 같은 A ~ C 의 중간 점인 M을 생각해보자

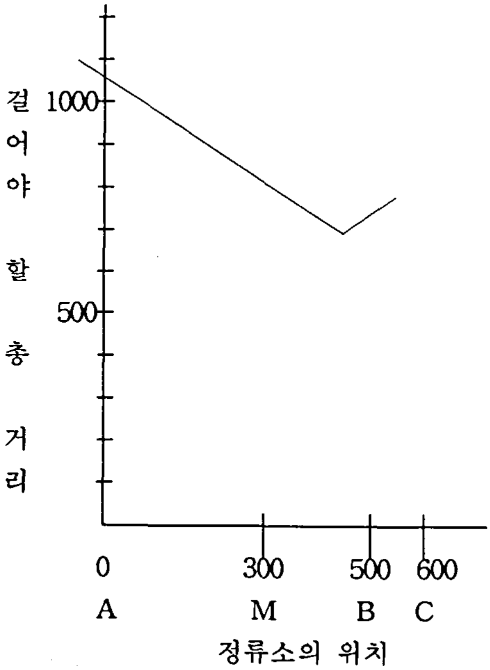


걸어야 할 총 거리는 다음 표와 같다.

학생의 수	정류소 위치	걸어야 할 총 거리
3	A	BA+CA= 1100
	M	AM+BM+CM=800
	B	AB+CB=600
	C	AC+BC=700

<표 4> 걸어야 할 총거리2

또, 이 표를 보고 정류소의 위치와 걸어야 할 총 거리의 관계를, 그래프를 그려서 알아보자.

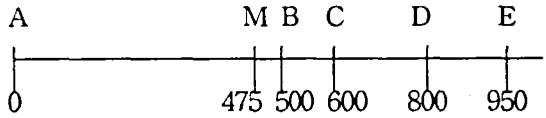


<그림2> 정류소의 위치와 걸어야 할 총 거리 그래프

위의 그래프에서 알 수 있는 바와 같이, 가장 알맞은 정류소의 위치는 첫째 집과 마지막 집의 가운데 지점 M이 아니라, 걸어야 할 총 거리가 최소가 되는 B의 집이 됨을 알 수 있다. B의 집은 첫째 집과 마지막 집의 가운데 집이다. 또, 위의 그래프에서 걸어야 할 총 거리가 줄어들 수 있는 다른 정류소의 위치가 없음을 확인할 수 있다.

☒ 만약에 A, B, C, D, E라는 다섯 집이 있다면, 정류소를 어디에 세워야 할까?

이에 알맞은 수직선과 걸어야 할 총 거리를 나타낸 표는 다음과 같다.



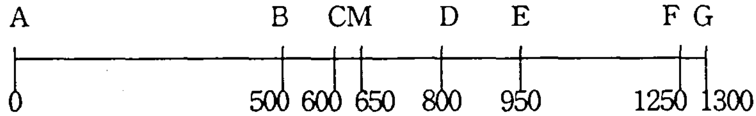
학생의 수	정류소위치	걸어야 할 총 거리
5	A	BA+CA+DA+EA=2850
	M	AM+BM+CM+DM+EM=1425
	B	AB+CB+DB+EB=1350
	C	AC+BC+DC+EC=1250
	D	AD+BD+CD+ED=1450
	E	AE+BE+CE+DE=1900

<표 5> 걸어야 할 총거리3

또, 정류소의 위치와 걸어야 할 총 거리의 관계를, 그래프를 그려서 확인할 수 있다. 그래프에서 알 수 있는 바와 같이 버스 정류소의 가장 좋은 위치는 걸어야 할 총 거리가 최소가 되는 지점은 C집이 됨을 알 수 있다. 가장 좋은 위치를 선정하는데 어떤 규칙을 찾을 수 있을까?

☒ A, B, C, D, E, F, G 일곱 집 모두와 A ~ G 의 중간 점인 M을 생각해 보자. 어떤 위치가 가장 알맞은 정류소가 될지 추측해 보자.

이에 알맞은 수직선과 걸어야 할 총 거리를 나타낸 표는 다음과 같다.



학생의 수	정류소 위치	걸어야 할 총 거리
7	A	BA+CA+DA+EA+FA+GA=5400
	B	AB+CB+DB+EB+FB+GB=2900
	C	AC+BC+DC+EC+FC+GC=2600
	M	AM+BM+CM+DM+EM+FM+GM=2550
	D	AD+BD+CD+ED+FD+GD=2400
	E	AE+BE+CE+DE+FE+GE=2500
	F	AF+BF+CF+DF+EF+GF=3450
	G	AG+BG+CG+DG+EG+FG=3700

<표 6> 걸어야 할 총거리4

위의 표를 그래프를 그려서 걸어야 할 총 거리가 최소인 곳이 어느 지점인지 알아보자.

위의 그래프에서 알 수 있는 가장 알맞은 정류소의 위치는 어느 곳인가?

학생들은 위의 그래프에서 걸어야 할 총 거리가 최소가 되는 지점이 D임을 알 수 있다. 학생들이 예측한 것과 그래프에서 찾은 지점이 같은 결과인지 확인해보자.

(재해석)

실제 상황에서 해석해보면 어떤 도로를 따라 거주하는 일곱 명의 학생이 한 집에 한 학생이 산다고 가정하고 버스 정류소를 같이 사용한다고 할 때, 걸어야 할 총 거리가 최소가 되는 지점은 위의 그래프에서 알 수 있는 바와 같이 D임은 확인할 수 있다. 즉, 가장 좋은 버스 정류소의 위치는 D의 집이 된다.

(실제와의 비교)

이제 실제와 비교해보자. 우리는 홀수개의 집에 대해서만 적용하여 일반적인 규칙을 찾아서, 첫째 집과 마지막 집의 가운데 집이 버스 정류소가 됨을 알 수 있었다. 만일, 여섯 개의 집이 가까이 모여있고 일곱 번째의 집이 멀리 떨어져 있을 때에도 이와 똑같이 적용할 수 있는가? 또, 짝수개의 집이 있는 경우에는 버스 정류소의 위치를 어떻게 정해야 하는가? 여섯 개의 집이 있다고 가정해보고, 단순화하여 2, 4, 6개의 집에 대하여 위와 같은 절차를 차례로 추론하여 버스 정류소의 위치를 선정할 수 있다.

3. 실험 절차

본 연구의 실험으로 1994년 5월 10일~9월 12일까지 총 15시간을 실시하였다. 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구 수업은 <표 7>과 같은 절차에 의해 진행되었다.

날짜	내용	대상	학습 목표	준비물
5.10	흥미, 태도, 유용성 동기유발 검사	통제 실험	·사전 동질화 검사	설문지 필기도구
5.11	우편 배달부	실험	·부등식을 사용하여 두 식의 대소를 비교할 수 있다. ·수학적 해를 실제 상황에 맞추어 재해석 할 수 있다.	탐구 학습지 필기 도구 자
5.19	헬리콥터의 화물수송	실험	·"시간=거리/속도"를 이용하여 부등식을 만들 수 있다. ·현실 상황의 문제를 수학적으로 사고하여 풀 수 있다.	탐구 학습지 필기 도구
5.25	1차 평가	통제 실험	·학업 성취도 검사	평가 검사지 필기 도구
5.26	섭씨(℃),화씨(°F)의 관계	실험	·현실상황에서 일차함수 y=ax+b (a≠0)의 관계식을 만들 수 있다. ·일차함수의 필요성을 느낄수있다.	탐구 학습지 섭씨, 화씨온도계 얼음, 성냥, 비이커
6.21	미시시피강의 미래	실험	·일차 함수를 활용하여 지형의 변화를 예고할 수 있다. ·일차 함수의 유용성을 느낄수있다.	탐구 학습지, 그래프 용지, 필기 도구
6.22	후크의 법칙	실험	·일차 함수를 활용하여 후크의 법칙을 이해할 수 있다. ·수학과 타교과의 연계성을 알 수 있다.	탐구 학습지, 필기 도구
6.23	버스 정류소 위치 선정	실험	·일상생활의 소재에서 일차함수를 활용할 수 있도록 창의적인 사고력을 가진다. ·두점 사이의 가장 짧은 거리는 선분임을 안다.	탐구 학습지, 그래프 용지, 자, 계산기, 필기 도구
6.24	2차 평가	통제 실험	·학업 성취도 검사	평가 검사지
7.1	달력 만들기	실험	·달력 만들기를 함으로써, 경우의 수를 이해할 수 있다. ·실제 생활에서 확률을 적용하며, 흥미를 가질 수 있다.	탐구 학습지 도화지, 자, 풀, 가위, 매직 펜
8.26	주사위, 구슬 놀이	실험	·구체적인 활동을 통하여 현실상황을 수학 모델로 만들어 확률의 성질을 이해할 수 있다.	탐구 학습지, 주사위 구슬, 필기 도구
9.1	복권의 기대값 구하기	실험	·우리나라에서 발행되는 복권의 기대값을 구함으로, 실생활에서 수학의 중요성을 알 수 있다.	탐구 학습지, 복권, 필기 도구
9.7	피자 나누기	실험	·게임에서 기대값을 구할 수 있다. ·생활 주변에서 일어나는 여러현상을 수학적으로 사고하는 습관을 기른다.	탐구 학습지 필기 도구
9.8	3차 평가	통제 실험	·학업 성취도 검사	평가 검사지
9.12	흥미, 태도, 유용성, 동기유발 검사	통제 실험	·사후 흥미, 태도, 유용성, 동기 유발에 유의적인 차이가 있는가?	설문지, 필기도구

<표 7> 실험 절차

IV. 연구 결과 분석 및 논의

본 장에서는 연구 결과를 학업 성취, 그리고 수학에 대한 흥미, 태도, 유용성, 동기유발을 구분하여 그 효과를 분석하며, 실제 적용시에 어떠한 문제점이 있었는지 논의하고자 한다.

A. 학업 성취도

(연구문제 1) 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구 수업과 전통적인 강의식 수업 사이에 학업성취도에서 유의적인 차이가 있는가?

각 대단원이 끝날 때마다 실시한 3회의 검사를 t-검증으로 비교하여 보았다. 교과서식 응용 문제의 학업 성취도는 <표 8>에서 알 수 있는 바와 같이 평가1, 평가3에서는 |t|가 각각 0.2041, 0.3173으로서 2.00보다 작으므로 5%수준에서 유의적인 차이가 없으나, 평가2에서는 |t|가 2.6647로 2.00보다 크므로 5% 수준에서 통계적으로 유의적인 차이를 보이고 있다.

<table>
<tr><td rowspan="2">평가 구분</td><td>연구 집단</td><td>N</td><td>M</td><td>S.D</td><td rowspan="2">|t|</td></tr>
<tr><td>통제 집단</td><td>50</td><td>0.60</td><td>0.49</td></tr>
<tr><td>1차 평가</td><td>실험 집단</td><td>50</td><td>0.62</td><td>0.49</td><td>0.2041</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2차 평가</td><td>통계 집단</td><td>50</td><td>1.58</td><td>1.22</td><td rowspan="3">2.6647</td></tr>
<tr><td>실험 집단</td><td>50</td><td>2.30</td><td>1.47</td></tr>
<tr><td>통계 집단</td><td>50</td><td>1.40</td><td>1.28</td></tr>
<tr><td>3차 평가</td><td>실험 집단</td><td>50</td><td>1.32</td><td>1.24</td><td>0.3173</td></tr>
</table>

<표 8> 두 집단간 사후 학업 성취 평가 결과
(교과서식 수학 응용 문제)

수학적 모델링 문제의 학업 성취도는 <표 9>에서 알 수 있는 바와 같이 평가1, 평가2, 평가3에서는 |t|가 각각 7.5472, 2.8354, 2.4345로서 2.00보다 크므로 5%수준에서 통계적으로 유의적인 차이를 보이고 있다. 그러므로 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구 수업을 실시함으로 학생들이 다양한 경험을 하도록 해야함을보여주고 있다.

평가 구분	연구 집단	N	M	S.D	$\lvert t \rvert$
1차 평가	통제 집단	50	0	0	7.5472
	실험 집단	50	0.08	0.07	
2차 평가	통제 집단	50	2.04	1.48	2.8354
	실험 집단	50	3.12	2.25	
3차 평가	통제 집단	50	0.94	0.93	2.4345
	실험 집단	50	1.46	1.19	

<표 9> 두 집단간 사후 학업 성취 평가 결과
(수학적 모델링 문제)

(연구 문제 2) 교과서식 수학 응용 문제와 수학적 모델링 문제에 대해 통제 집단은 교과서식 수학 응용문제를 잘 푸는가? 또, 실험 집단은 수학적 모델링 문제를 잘 푸는가?

1차~3차에 걸친 평가 문항 중에서 교과서식 수학 응용 문제 1문항(P1), 수학적 모델링 문제 3문항(P2, P3, P4)를 문항별로 분석해 보았다. 그 결과는 <표 10>과 같다.

평가 구분	연구 집단	N	M	S.D	$\lvert t \rvert$
P1	통제 집단	50	0.60	0.49	0.2030
	실험 집단	50	0.62	0.49	
P2	통제 집단	50	1.36	1.19	2.5949
	실험 집단	50	2.02	1.34	
P3	통제 집단	50	0.40	0.49	1.2005
	실험 집단	50	0.52	0.50	
P4	통제 집단	50	0.06	0.24	4.6009
	실험 집단	50	0.42	0.50	

<표 10> 두 집단간의 사후 평가 문항 분석
(P1 : 교과서식 수학 응용 문제,
P2,P3,P4 : 수학적 모델링 문제)

P1 (1차 평가,1번)
5%의 소금물과 9%의 소금물을 섞어서 6%의 소금물 200g을 만들려면 각각 몇 g씩 섞으면 되는가?

P1은 교과서식 수학 응용 문제로 수학 수업시간에 많이 다루었다. <표 10>에 나타난 바와 같이 통제집단의 평균이 0.60, 실험집단의 평균이 0.62 이었으며, $\lvert t \rvert$가 0.2030으로

2.00보다 작으므로 통계적으로 5%수준에서 유의적인 차이가 없다.

P2 (2차 평가, 3번)

1787년, 프랑스 물리학자 샤를은 모든 기체는 냉각시키면 수축한다는 사실을 알아냈다. 온도 변화에 따른 기체의 부피 변화를 구하여라. 온도에 따른 어떤 기체의 부피 변화는 아래 표와 같다

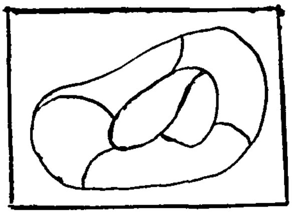
온도 (℃)t	50	- 30	- 110	- 135	- 220
기체의 부피 v	120	90	60	50	20

1) 좌표 평면에 위의 표에 나타난 다섯개의 점의 그래프를 그리시오.
2) v를 t에 관한 식으로 나타내시오.
3) -60 ℃일 때 기체의 부피는 얼마라고 예측할 수 있는가?
4) 기체의 부피가 0 이 될 때, 온도는 얼마라고 예측할 수 있는가

P2는 수학적 모델링 문제로, 샤를의 법칙을 탐구하는 내용이다. <표 10>에 나타난 바와 같이 통계집단의 평균이 1.36, 실험 집단의 평균이 2.02로 실험집단이 높으며, $|t|$가 2.5949이므로 2.00보다 크므로, 통계적으로 5%수준에서 유의적인 차이를 보이고 있다. 이는 일직선에 나열되지 않는 여러 개의 점들로 이루어진 실험그래프에서 실험식을 찾고, 일반화하는 것을 탐구하는 것으로, 실험 집단이 전통적인 강의식 수업으로 진행한 통제집단보다 우수한 성적을 보이고 있음을 나타내준다.

P3 (3차 평가, 3번)

지도에 색을 칠할 때, 우리는 흔히 경계를 가진 두 나라는 다른 색을 칠한다. 이때 아무리 복잡하게 얽히어 위치하고 있다 하더라도, 적어도 x가지 색이면 나라를 구분하여 칠할 수 있다. 아래 그림을 참고하여, x를 구하여라.



P3는 수학적 모델링 문제이며, <표 10>에 나타난 바와 같이 통제집단 평균이 0.40, 실험집단 평균이 0.52로 실험집단이 높으나, |t|가 1.2005이므로 2.00보다 작으므로 통계적으로 5%수준에서 유의적인 차이가 없음을 보여준다. 이 문제는 매우 간단하면서도 재미있는 문제이다. 학생들은 실지로 색을 칠해가면서 필요한 색의 가지수를 찾아내어서 쉽게 답을 구할 수 있었다.

P4 (3차 평가, 6번)
A, B 두 사람이 각각 3200원씩을 걸고 탁구 시합을 하였다. 세번 먼저 이기는 사람이 돈 6400원을 모두 가지기로 하였다. 지금 A가 두번 이기고, B가 한번 이긴 상태에서 한 사람이 배탈이 나서 부득이 시합을 중단하게 되었다면, 6400원을 어떻게 분배하는 것이 좋을까?

P4는 수학적 모델링 문제이며, <표 10>에 나타난 바와 같이 통제집단 평균이 0.06, 실험집단 평균이 0.42로 실험집단이 평균도 높고, |t|가 4.6009이므로 2.00보다 커서 통계적으로 5% 수준에서 유의적인 차이가 있다.

학생들은 간단한 것 같으면서도 각각의 경우를 따져나가는데 어려움을 느꼈다. 그러나 이 수학적 모델링 탐구 수업을 통해서 놀이를 그만 둔 경우에도 상금을 공정하게 나눌 수 있음을 알고 매우 흥미있어함을 볼 수 있었다.

위의 문항 분석에서 알 수 있는 바와 같이, 일반적으로 교과서식 수학 응용문제는 두 집단간의 차이가 없으나 수학적 모델링 문제는 실험집단이 더 잘 푼다고 할 수 있다. 또, 수학적 모델링 문제는 다루어보지 않으면 스스로 탐구하여 알기에 어려움이 있음을 보여주고 있다. 그러므로 수학적 모델링을 활용한 탐구수업을 함으로써 학생들이 실생활 속에서 탐구하는 활동과 함께 문제 풀이 능력의 향상과 효과적인 수학 수업이 이루어질 것이라고 생각된다.

B. 흥미, 태도, 유용성, 동기유발

(연구문제 3) 수학적 모델링을 활용한 탐구 학습과 전통적인 강의식 학습사이에 수학에 대한 흥미, 태도, 유용성, 동기유발에 유의적인 차이가 있는가?

이 연구문제는 NLSMA에서 개발한 흥미, 태도 검사를 설문지를 사용하여 사전, 사후로 실시하여 보았다. 사전에는 동질성이 이루어졌음을 밝혔다. 사후 결과는 <표11>과 같다.

평가 구분	연구 집단	N	M	S.D	|t|
사후 흥미	통제 집단	50	10.16	2.82	1.7668
	실험 집단	50	11.16	2.74	
사후 태도	통제 집단	50	63.36	9.68	0.6500
	실험 집단	50	64.66	10.60	
사후 유용성	통제 집단	50	53.64	9.96	0.7282
	실험 집단	50	55.10	10.09	
사후 동기 유발	통제 집단	50	8.64	1.62	1.4790
	실험 집단	50	9.18	2.01	

<표 11> 사후 흥미, 태도, 유용성, 동기유발 결과

<표 11>에 나타난 바와 같이 흥미, 태도, 유용성, 동기유발이 각각 |t|가 1.7668, 0.6500, 0.7282, 1.4790으로서 2.00보다 작으므로 5%수준에서 두 집단간의 유의적인 차이가 없다.

학생들이 수학적 모델링을 활용한 탐구 수업을 할 때 흥미있어 하면서도 막상 수학적인 요소를 찾아내기에는 어려워하는 모습을 보였다. 그러므로 학교 수학에서 수학적 모델링을 도입하기 위해서는 좀 더 쉽고, 학생의 수준에 맞는 문제를 제시하여야 하며, 이러한 수업을 꾸준히 하면 수학에 대한 흥미, 태도, 유용성, 동기유발에 좋은 효과가 나타나리라 생각한다.

C. 실제 적용시 어려운점

수학적 모델링을 활용한 수학 탐구 수업을 실제로 적용하였을 때 어떠한 어려운 점이 있는가?

첫째, 교사가 교과 과정에 알맞은 수학적 모델링 문제를 개발하고 수업하기 위해서 충분히 연구할 시간과 지침서가 부족하였으며, 항상 새로운 수업을 준비하고, 모든 학생들이 적극적으로 참여하도록 이끌어야 하는 정신적인 부담이 있었다. 또, 교사 한명이 많은 학생들의 탐구 수업에 충실한 보조역할을 하기가 어려웠다.

둘째, 학생들의 적극적인 활동이 부족하였다. 즉, 너무 생소한 문제는 두려워하고 생각조차 하지 않으려 하며, 흥미 있는 문제를 다룰 때에도 각자들의 생각을 서로 나누고 비평하며 아이디어를 내고 결정하는 토론학습에 어려움이 있었다. 또 입시 위주의 공부에 습관이 들어서 시험 공부와 직접 관계가 없는, 생활 속의 문제를 생각하고 결정해 내는 이 수학적 모델링을 활용한 탐구수업을 소홀히 하려는 점이 보였다.

셋째, 정해진 교과 과정을 다하면서 수학적 모델링을 활용한 탐구 수업을 하기에 교과 내용이 너무 많고, 이에 반해 시간이 부족하여서, 45분에 수학적 모델링 문제를 충분히 토

의하기에 어려움이 있었다.

넷째, 학생수가 많은 반면에 교실은 좁고, 실험하고 토론함으로 인한 약간의 소란과, 또 자칫 잘못하여 흥미로 끝나거나, 옆반 교실에 피해를 줄까봐 언제나 조심스러웠다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 수학에 대한 학업 성취도에서 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구 수업은 전통적인 강의식 수업과 비교해서 교과서식 응용 문제에서는 1차, 3차 평가에서는 유의적인 차이가 없었지만 2차 평가에서는 유의적인 차이가 있었다. 수학적 모델링 문제에서는 1차, 2차, 3차 평가에서 모두 두 집단간의 유의적인 차이가 있었다. 그러므로 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구 수업을 실시함으로 학생들이 다양한 경험을 통하여 문제 해결 능력을 기르도록 해야한다.

둘째, 수학 교과서식 응용문제인 P1은 두 집단 간에 차이가 없었지만, 수학적 모델링 문제인 P2, P4에서는 수학적 모델링을 활용한 탐구 수업이 전통적인 강의식 수업과 비교해서 유의적인 차이가 있었다.

셋째, 사후에 실시한 수학에 대한 흥미, 태도, 유용성, 동기유발 검사에서는 유의적인 차이를 보이지 않았다.

연구를 마감하면서 몇가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 수학적 모델링 문제를 많이 개발하여, 이를 수학 일반 연수 때에 교사에게 재교육되어야 한다. 또 사범대학에서도 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구 수업이 교과 과정으로 이루어져야 하며, 보조 교사도 육성되어야 한다.

둘째, 이와 같은 탐구 수업이 입시위주의 현 시점에서는 학생들에게 많은 부담이 있으므로 큰 호응을 얻지 못하였다. 그러므로 평가방법에 대해서도 많은 연구가 있어야 하며, 사지 선다형의 문제가 아니라, 조별 토론 학습 평가와 구두 시험 방법으로도 평가가 이루어져야 한다.

셋째, 수학 수업 시간 외에 특별활동 시간을 이용해 과목을 개설하여, 지속적인 탐구 훈련으로 학생 탐구 발표도 할 수 있도록 해야한다.

넷째, 본 연구는 동질화된 두 집단을 비교하였는데, 상, 중, 하위 집단의 수학적 모델링 활동과 그 결과에 대해서도 연구가 이루어지길 바란다.

다섯째, 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구학습이 국민학교 저학년에서, 쉬운 것부터 차례로 실시되면, 수학에 대한 인식이 새로워지고, 수학에 대해 흥미를 가지게 되어, 실제 상황에서 수학적으로 관찰하고 사고하는 능력을 가지게 될 것이다.

참 고 문 헌

강옥기 외(1989).「수학적 사고력 신장 프로그램 개발을 위한 방안 탐색」국민학교 산수과를 중심으로 - . 한국 교육 개발원.

교육부(1994).「중학교 수학과 교육과정 해설」.

구광조(1993).「중학교 수학 2」. 지학사.

김수미(1993). "중등학교에서의 수학적 모델링에 관한 고찰". 서울대학교 대학원 교육학 석사학위 논문.

김용운, 김용국(1994).「만화로 배우는 교실 밖의 수학 (2)」. 동아출판사.

김응태, 박한식, 우정호(1992).「수학 교육학 개론」. 서울대학교 출판사.

김종석, 김언주, 백구현 편역(1992).「교수 학습의 이론과 실제」. 도서출판 성원사.

나숙자(1992). "수학사와 수학의 응용을 이용해서 정의적 목표를 강조한 수업으로 인한 수학 학습효과의 고찰". 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.

박배훈, 정창현(1994).「중학교 수학2」. (주)교학사(미간행).

박한식(1994).「중학교 수학2」. 서울:(주)지학사.

성일제 외(1988).「사고력 신장을 위한 프로그램개발 연구(II)」. 한국교육개발원.

신현성(1992).「수학 교육론」. 경문사.

신창중학교(1986).「중학교 과학의 수학적 처리 기능강화를 위한 지도·평가자료개발」 -과학 교과서에 사용된 수학의 유형과 그 응용범위 조사-.

육인선(1994).「만화로 배우는 교실 밖의 수학 (3)-(4)」. 동아출판사.

이향란(1991). "남녀간의 수학적 능력차에 관한 연구".서울대학교 대학원 교육학 석사학위논문.

조미영 편역 (1991).「중학생을 위한 수학의 세계」. 현대 과학사

주미경(1991). "학교 수학에서의 응용과 모델링 지도에 관한 고찰". 서울대학교 대학원 교육학 석사 학위 논문.

정은실(1991). "응용과 모델 구성을 중시하는 수학과 교육과정 개발 방안 탐색" 한국수학 교육학회지「수학 교육」제 30권 제 1호. pp1~ 17.

한국 교육 개발원 (1986). 「제 5차 초중학교 수학과 교육과정 시안 연구 개발」. 서울:한국 교육 개발원

Berry, J. S., Berry, M. D. J. (1988). "ICTMA3-A Report on the Workshop of Mathematical Modeling in the Tertiary Sector" *Teaching Mathematics and its Application* Vol.7 NO.4.

Berry, J. S., Savage, M. D., Williams, J. S.(1989). "Case Studies in Modeling in

Mechanics:Part1" *Teaching Mathematics and its Application* Vol. 8 No. 3. pp 128~134.

Binns, B., Burkhardt, H., Gillespie, J., Swan, M.(1989). "Mathematical Modeling in the School Classroom : Developing Effective Support for Representive Teachers" in W. Blum et al (eds) *Application and Modeling in Learning and Mathematics*. pp136 ~143.

Blum, W. et al (eds) (1989). *Application and modeling in learning and teaching mathematics*. Ellis Horwood Limited.

Cockcroft, W. H. et al (1982). Mathematics Counts London HMSO. pp71.

Meyer,W.J.(1984). "Concepts of Mathematical Modeling".

NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation standards for School Mathematics.* (Restom, VA:NCTM). pp139.

Niss, M. (1989). "Aims and Scope of Applications and Teaching Mathematics Curricula" in Blum et al.(eds) *Applications and Modeling in Learning and Teaching*. pp 21 ~ 31.

Swetz, F., Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the Secondary School Curriculum*. NCTM.