

투과율 및 반사율 측정을 위한 적분구에 관한 연구

김 상 연

대구보건전문대학 안경광학과

균일하지 않게 코팅된 적분구의 효율성에 대한 일반적인 방정식이 제시되었다. 제시한 가정은 적분구 내부는 완전한 구형이고 모든 구내벽은 입사된 광선에 대해 완전하게 확산적으로 반사한다는 것이다. 제시한 방정식을 절대반사율 측정과 반구 반사율 측정이 혼합된 적분구에 대해서 기본적인 응용성을 시험하였다.

A Study of The Integrating Sphere for Measurement of Reflectance and Transmittance

Sang Yeoun Kim

Department of Ophthalmic Optics Taegu Health Junior College

A General equation is developed for the efficiency of an integrating sphere with a nonuniform coating. The only assumptions are that the interior is a perfect sphere and that all areas reflect perfectly diffusely. The general equation are examined for the basic applications of integrating spheres as mixing mechanisms in hemispherical reflectance measurements and in absolute reflectance techniques.

I. 서 론

어떤 매질의 태양광에 대한 흡수, 반사, 투과율의 정밀한 측정은 통상 적분구를 사용해서 이루어진다(ASTM E903-82). 적분구는 또한 광원으로도 쓸 수 있는데 즉 예로서 Xe lamp, Halogen lamp와 함께 결합한 적분구는 자외선 영역에서 적외선 영역까지 넓은 범위에 걸쳐 좋은 광원으로 사용되어질 수 있다. 이러한 적분구를 사용해 측정할 때는 측정물의 형태나 입사 광속 등의 다양한 요인에 의해 적분구의 효율이 많이 달라질 수 있기 때문에 본 연구에

서는 먼저 적분구에 대한 일반적인 이론을 확립하고자 한다.

코팅면의 반사율이 균일하지 않은 구는 반사율이 변하는 많은 수의 미소면적으로 이루어진 구로 간주할 수 있으며, 이런 미소면적의 크기와 수는 비균일하게 코팅된 적분구 내벽의 특성에 따라서 임의로 정해질 수 있다. 만일 어떤 면적소 da 로 부터 반사된 광속의 강도가 J 라면 (단위 입체각당 광속), 구벽의 면적소 dA 상의 조사량 H 는 $H \equiv J \cos \alpha / r^2$ (Fig. 1)이고 여기서 J 는 어떤 주어진 방향의 광속의 강도이다.

적분구의 반경을 R 이라 두면, $r = 2R \cos \theta$ 이

고, $\theta = \alpha$ 이며, $H = J_0 \cos \theta / 4R^2 \cos^2 \theta$ 이 된다. 만약 da 가 완전한 확산면이라면, $J = J_0 \cos \theta$ 이고 여기서 J_0 는 수직방향의 강도이다.

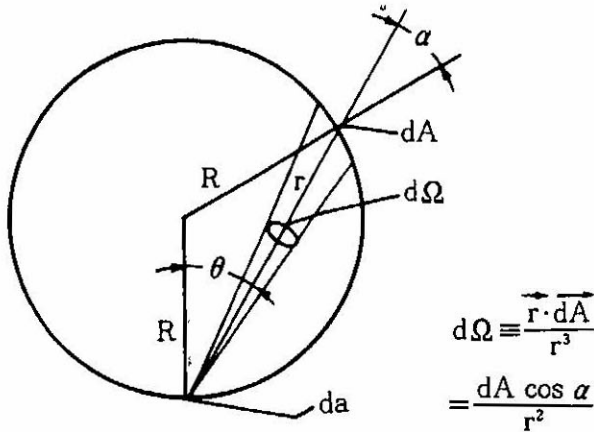


Fig. 1 미소면적 da 로부터 dA 로 조사량을 계산하기 위한 적분구의 기하학적 관계

$$d\Omega \equiv \frac{\vec{r} \cdot d\vec{A}}{r^3} = \frac{dA \cos \alpha}{r^2}$$

따라서 구벽의 어떤 면적소 내의 조사량은 $H = J_0 \cos^2 \theta / 4R^2 \cos^2 \theta = J_0 / 4R^2$ 이므로 일정하고 따라서 완전하게 확산하는 면적소 da 에 의해 반사된 총광속은 간단히 $P = 4\pi R^2 H = \pi J_0$ 가 된다. 또한 총반사된 광속의 분율은 구벽의 면적 a 를 총구벽의 면적 $4\pi R^2$ 으로 나눈 것과 같고 (1)식과 같다.

$$f = a / 4\pi R^2 \dots\dots\dots (1)$$

만약 a 가 반경 r 인 원형캡이면 $a = 2\pi R h$ 이다(Fig. 2). 여기서 $h = R - (R^2 - r^2)^{1/2}$ 이다.

따라서 원형캡에 대한 분율 $f = 2\pi R [R - (R^2 - r^2)^{1/2}] / 4\pi R^2$ 이거나 (2)식과 같다.

$$f = (1/2) \{1 - [1 - (r/R)^2]^{1/2}\} \dots\dots\dots (2)$$

윗식은 Milburn^[1]등에 의해 평판상의 시료에 대한 태양광의 투과율 측정 결과와 비교할 때 잘 일치한다. f 에 대한 또다른 표현수식은 $f = 1/2(1 - \cos^2 \theta) = \sin^2 \theta$ 이다.

$r \ll R$ 인 경우, $D = 2R$ 로 두면 $f \approx r^2 / (r^2 + D^2) \approx r^2 / D^2$ 가 된다.

또한 근사식은 구각의 표면적 a 대신에 평판

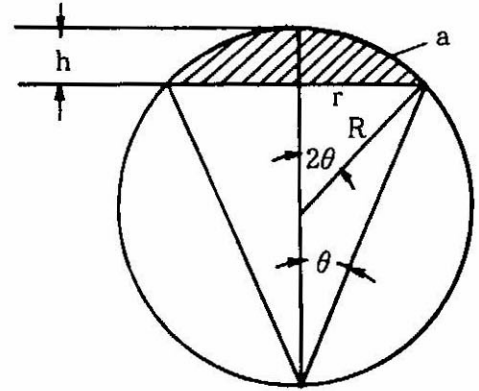


Fig. 2 적분구 캡의 면적을 계산하기 위한 기하학적 관계

디스크 면적 πr^2 을 사용해서 얻을 수 있는 잘 알려진 관계식이다. 이러한 근사식에 의한 오차는, $l = r^2/D^2$ 로 두면 l 에 대한 급수 전개식에 의해 짐작할 수 있다.

Table 1. $f = \frac{1}{2}(1 - [1 - (d/D)^2]^{1/2})$

d/D	f	d/D	f
0.03	0.0002	0.53	0.0744
0.05	0.0006	0.55	0.0824
0.08	0.0014	0.57	0.0909
0.1	0.0025	0.6	0.1
0.12	0.0039	0.62	0.1097
0.15	0.0057	0.65	0.12
0.18	0.0077	0.67	0.1311
0.2	0.0101	0.7	0.1429
0.23	0.0128	0.72	0.1556
0.25	0.0159	0.75	0.1693
0.28	0.0193	0.77	0.184
0.3	0.023	0.8	0.2
0.33	0.0271	0.82	0.2174
0.35	0.0316	0.85	0.2366
0.38	0.0365	0.87	0.2579
0.4	0.0417	0.9	0.2821
0.43	0.0474	0.92	0.31
0.45	0.0535	0.95	0.3439
0.48	0.06	0.97	0.3889
0.5	0.067	1	0.4995

$$\begin{aligned}
f &= 1/2[1 - (1-4l)^{1/2}] \\
&= 1/2\{1 - [1 - 1/2(4l) - 1/8(4l)^2 - 1/2 \cdot 1/8(4l)^3 \dots]\} \\
&= 1/2[2l + 2l^2 + 4l^3 + \dots] \\
&= l + l^2 + 2l^3 + \dots
\end{aligned}$$

만일 decimal error ϵ 범위 내에서 l 에 의해 f 를 근사시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
f-1 &= \epsilon l = l^2 + 2l^3 + \dots \\
\epsilon l &\approx l^2 \\
\epsilon &\approx l = r^2/D^2 \\
r^2 &\approx \epsilon D^2 \\
d^2 &\approx 2\epsilon D^2, \quad (d = \sqrt{2r})
\end{aligned}$$

즉 $d \approx \sqrt{2\epsilon} D$ 가 된다. 만약 a 의 직경이 적분구 직경의 20% 이상이 되면, f 에 대한 오차는 1% 이상이 되며, 0.1% 보다 적은 오차에 대한 d 의 최대값은 0.06D이다.

예로서 직경 20cm인 적분구의 경우에 대한 r^2/D^2 의 값을 계산해보면 $d=4.0$ cm인 경우 1%, $d=1.2$ cm인 경우 0.1% 오차를 보였다(Table 1.).

II. 이 론

구의 총면적 $A_s = \pi D^2$ 인 구를 고려하면, 반사율이 ρ 인 $n+1$ 개의 면적소 a_i 가 있다. 또 열린 부분은 반사율 0인 면적소와 같다. $n+1$ 개 면적소에 포함되지 않는 구면적의 반사율은 ρ_w 이다. 구면적 A_s 에 대한 a_i 의 면적비는 f_i 라 부른다.

구벽의 평균 반사율은 $\bar{\rho}_w = \sum_0^n \rho_i f_i + \rho_w \left(1 - \sum_0^n f_i\right)$ 이 되고 모든 구 표면은 완전한 확산반사면으로 간주한다. 광속 P_0 는 최초에 면적소 a_0 에 입사한다. a_0 에 의해 반사된 $\rho_0 P_0$ 는 최초 반사 후 구내에서 흡수되지 않는 총광속량이다. 이 광속 중 일부인 $f_1 \rho_0 P_0$ 가 면적소 a_1 에 입사한다. 그래서 결국 $\left(1 - \sum_0^n f_i\right) \rho_0 P_0$ 인 광속이 면적소 $A_s - \sum_0^n a_i$ 에 입사한 셈이 된다.

a_i 에서 반사된 양은 $\rho_i f_i \rho_0 P_0$ 이고 $\sum_0^n a_i$ 에서 반사된 양은 $\sum_0^n \rho_i f_i \rho_0 P_0$ 가 된다.

그리고 $\rho_w \left(1 - \sum_0^n f_i\right) \rho_0 P_0$ 가 $A_s - \sum_0^n a_i$ 에서 반사된다. 따라서 두 번째 반사 후 구내의 총 흡수되지 않는 광속은 $\bar{\rho}_w \rho_0 P_0$ 이다. 여기서 $\bar{\rho}_w = \rho_w \left(1 - \sum_0^n f_i\right) + \sum_0^n f_i \rho_i$ 이고 구벽의 평균 반사율이다. $\sum_0^n f_i \bar{\rho}_w \rho_0 P_0$ 의 광속이 $\sum_0^n a_i$ 에 입사하고 $\left(1 - \sum_0^n f_i\right) \bar{\rho}_w \rho_0 P_0$ 의 광속이 $A_s - \sum_0^n a_i$ 에 입사한다. $\sum_0^n \rho_i f_i \bar{\rho}_w \rho_0 P_0$ 의 광속이 $\sum_0^n a_i$ 에서 반사하고 $\rho_w \left(1 - \sum_0^n f_i\right) \bar{\rho}_w \rho_0 P_0$ 의 광속이 $A_s - \sum_0^n a_i$ 에서 반사한다. 그래서 3번째 반사 후 구내부의 흡수되지 않는 총광속은 $\left[\rho_w \left(1 - \sum_0^n f_i\right) + \sum_0^n \rho_i f_i\right] \bar{\rho}_w \rho_0 P_0$ 이고 $\bar{\rho}_w^2 \rho_0 P_0$ 와 같다.

똑같이 4번째 반사 후 구내부의 흡수되지 않는 총광속은 $\bar{\rho}_w^3 \rho_0 P_0$ 이다.

면적소 a_i 에 입사한 총광속 P_i 는 무한번 반사한 것으로 간주될 수 있으며 Zerlaut⁽²⁾의 결과와 일치한다. 따라서 P_i 는 다음과 같이 전개될 수 있다.

$$\begin{aligned}
P_i &= f_i \rho_0 P_0 + f_i \bar{\rho}_w \rho_0 P_0 + f_i \bar{\rho}_w^2 \rho_0 P_0 \\
&\quad + f_i \bar{\rho}_w^3 \rho_0 P_0 + \dots \\
P_i &= f_i \rho_0 P_0 (1 + \bar{\rho}_w + \bar{\rho}_w^2 + \bar{\rho}_w^3 + \dots) \\
P_i &= \frac{f_i \rho_0 P_0}{1 + \bar{\rho}_w}
\end{aligned}$$

면적소 a_i 에 입사하는 최초 광속 P_0 에 대한 비율은 $F_i = P_i / P_0$ 이 되고, 이것을 적분구의 효율이라 부르며 $F_i = f_i \rho_0 / (1 - \bar{\rho}_w)$ 이므로 (3)식과 같다.

$$\begin{aligned}
\bar{\rho}_w &= \rho_w \left(1 - \sum_0^n f_i\right) + \sum_0^n f_i \rho_i \\
F_i &= f_i \rho_0 \left[1 - \rho_w \left(1 - \sum_0^n f_i\right) - \sum_0^n f_i \rho_i\right]^{-1} \dots (3)
\end{aligned}$$

Hisdal^(3, 4)과 Hanssen⁽⁵⁾ 등은 matrix 관계식을 사용해서 동일한 관계식을 유도했다. (3)식을 기본적으로 응용되는 3가지 경우에 대해 적

용해 보면 다음과 같다.

1) 입사광속이 조사되는 구벽에 n개 구멍이 있는 단순한 적분구인 경우

이 때는 $\rho_0 = \rho_w$ 이고, $\rho_j = 0$, ($0 < j \leq n$)이므로 i 번째 hole로 부터 나오는 입사 광속의 분율은 (4)식과 같다.

$$F_i = f_i \rho_w \left[1 - \rho_w \left(1 - \sum_0^n f_j \right) \right] \quad (4)$$

여기서 $\sum_1^n f_j$ 를 1보다 아주 적은 것으로 간주하고 $\rho_w \neq 1.0$ 이면, (4)식을 간단히 하면,

$$F_i \approx \rho_w f_i / \alpha_w \dots\dots\dots (5)$$

이고 α_w 는 코팅 구벽의 흡수율이며 $1 - \rho_w$ 이다. 이러한 근사식의 형태로 쓰여진 F_i 는 흡수율 α_w 에 대해 큰 종속성을 나타낸다. ρ_w 가 큰 경우에 ρ_w 의 미소한 값의 변화는 α_w 에 대해 큰 변화값을 갖는다. 좀더 정확한 F_i 내의 변화는 $1 - \rho_w = \alpha_w$ 이므로, (5)식으로부터 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\frac{\Delta F_i}{F_i} \approx \frac{\Delta \rho_w}{\rho_w} + \frac{\Delta f_i}{f_i} - \frac{\Delta \rho_w}{\alpha_w} \approx \frac{1}{\alpha_w} \times \frac{\Delta \rho_w}{\rho_w} + \frac{\Delta f_i}{f_i} \quad (6)$$

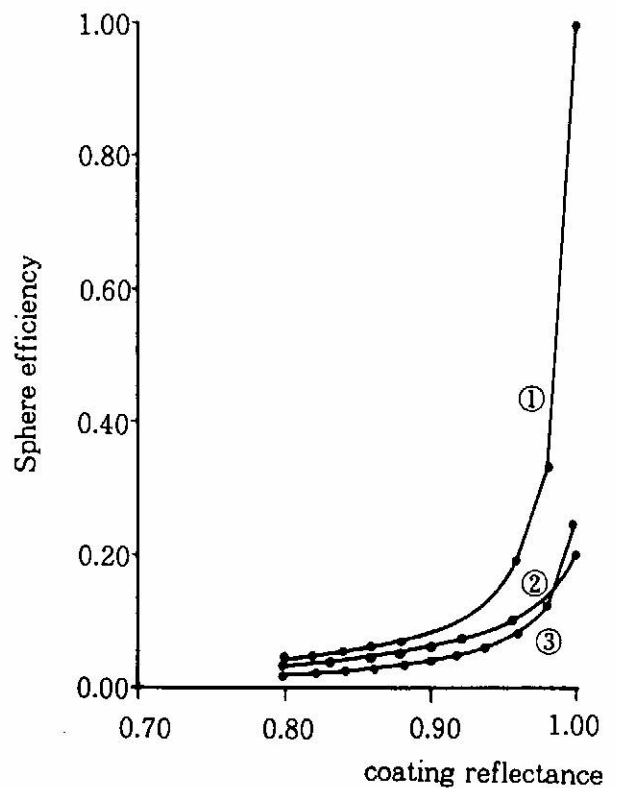
근사적으로 이식은 90% 반사율은 갖는 적분구의 경우, 구벽 반사율의 0.5% 정도의 변화가 적분구 효율의 5% 정도의 변화를 일으킨다는 것을 의미한다. Fig. 3에서와 같이 코팅 구벽의 조그마한 반사성은 적분구 효율에 커다란 선택성을 유발시킬 수 있는 것을 보여주고 있다.

2) 적분구벽의 포트 부분에 위치한 두 개의 시료 중 한 쪽시료에 입사 광속이 조사되는 reflectometer인 경우

$$\rho_0 \neq \rho_w, \rho_1 \neq \rho_w \text{이고, } \rho_j = 0, (j \neq 0, 1)$$

$$F_i = f_i \rho_0 \left[1 - \rho_w \left(1 - \sum_0^n f_j \right) - \rho_0 f_0 - \rho_1 f_1 \right]^{-1} \quad (7)$$

적분구 reflectometer가 이중빔모드나 비교모드에서 작동될 때, 두 시료는 구벽의 port에 위치 시키고, 처음 한쪽 다음 다른 한쪽에 직접 조사 시키면서 구효율의 변화를 측정 하였을 때, 적분구의 평균 반사율이 불변이기 때문에 두 적분구의 효율비는 직접적으로 시료의 반사율 비와 동등하다. 단일 빔이나 대치모드에서 적분구효율의 변화는, 구벽내에서 시료가 다른 것으로 대체할 때 측정되어진다. 적분구벽의 평균반사율은 시료가 바뀌었을 때 변화하고 적분구 효율의 비는 시료의 반사율비와 정확히 같지 않다. 적분구벽의 평균 반사율의 변화가 평균 반사율의 크기에 크게 의존할 수 있기 때문에 적분구 효율의 크기는 바뀌어진다 (Fig. 3).



- ① $f_1 = 0.01, \sum f_i = 0.01$
- ② $f_1 = 0.01, \sum f_i = 0.05$
- ③ $f_1 = 0.005, \sum f_i = 0.02$

Fig. 3 적분구의 효율과 반사율과의 관계

3) 적분구벽에 직접광이 조사 되었을 때, 반사율이 변하는 면적의 경우

이 경우에는 광속이 확산적으로 조사되는 것으로 간주하면, $\rho_0 = \rho_w$ 이므로

$$F = f_m \rho_w \left[1 - \rho_w \left(1 - \sum_i f_i \right) - \sum_i f_i \rho_i \right]^{-1} \dots \dots \dots (8)$$

(8)식의 중요한 응용은 절대 반사율을 측정할 수 있는 캡 제거 방법이다. 구는 입사 포트, 측정 포트, 구벽의 나머지 부분과 같은 반사율을 갖고 있는 제거할 수 있는 캡으로 구성 되어진다. 구벽은 직접 입사 광속에 의해 조사 되어진다. 처음 측정 포트를 떠나는 입사 광속의 분율은 캡을 닫아 두고 측정 되어진다. 그래서

$$F = \frac{f_m \rho_w}{\{1 - \rho_w(1 - f_e - f_m)\}}$$

캡이 제거되었을 때 측정되는 입사 광속의 분율은

$$F = \frac{f_m \rho_w}{\{1 - \rho_w(1 - f_e - f_m - f_c)\}}$$

f_e 는 입사 포트에 대해 위에서 정의한 면적비이고, f_m 은 측정 포트에 대해 위에서 정의한 면적비이며, f_c 는 제거할 수 있는 캡에 대해 위에서 정의한 면적비이다.

이러한 두 측정에 의해 다음 방정식으로부터 구벽 코팅에 대해 절대 반사율을 얻을 수 있다.

$$\rho_w = Q - Q' \left[(Q - Q')(1 - f_e - f_m) + Q' f_c \right]^{-1} \\ = \left(1 - f_e - f_m + \frac{f_c Q'}{Q - Q'} \right)^{-1}$$

여기서 $Q = KF$ 이고 캡을 닫아두고 측정된 값이고, $Q' = KF'$ 은 캡을 열어두고 측정된 값이다.

III. 결 론

Table 1과 Fig. 3과 함께 위에서 유도된 방정식을 사용하여 적절한 효율을 갖는 적분구를 구성할 수 있다. 혹은 특별한 과학적 연구 목적을 위해 구성된 적분구의 경우 효율을 결정할 수 있다. 적분구내 입사한 광속은 구벽에서 몇 번 반사 후에는 조사량이 균일하게 되기 때문에 위의 방정식은 비록 적분구 내벽의 반사율이 높거나(0.9 이상), 혹은 작은 specular 반사가 있거나, 구벽코팅이 완전확산적이 아니더라도 적분구의 효율에 대해 좋은 근사치를 보여준다고 할 수 있다.

참 고 문 헌

[1] D. I. Milburn, Solar Energy, 52, 6, p497, (1994).
 [2] G. A. Zerlaut, Appl. Opt. 20, 21(1981).
 [3] B. J. Hisdal, J. Opt. Soc. Am. 55, 1122 (1965).
 [4] B. J. Hisdal, J. Opt. Soc. Am. 55, 1255 (1965).
 [5] L. M. Hanssen, Appl. Opt. 28, 11(1989).