

## 2-방정식 및 레이놀즈 응력 모형을 이용한 초음속 난류 기저유동의 수치적 계산

김민환\*<sup>1</sup>, 박승오\*<sup>2</sup>

### Computation of supersonic turbulent base flow using two-equation and Reynolds stress models

M. H. Kim and S. O. Park

The performance of several turbulence models in computing an axisymmetric supersonic base flow is investigated. A compressible Navier-Stokes code, which incorporates k-ε, k-ω model and Reynolds stress closure with three kinds of pressure-strain correlation model, has been developed using implicit LU-SGS algorithm with second-order upwind TVD scheme. Numerical computations have been carried out for Herrin and Dutton's base flow. It is observed that the two-equation models give large backward axial velocity approaching to the base and somewhat larger variation of base pressure distribution than the Reynolds stress model. It is also found that the Reynolds stress model with third order pressure-strain model in the anisotropy tensor predicts most accurate mean flow field.

**Key Words:** 난류(Turbulence), 2-방정식 모형(Two-Equation Model), 레이놀즈-응력 모형(Reynolds-Stress Model), 기저유동(Base Flow), 압력-변형률 모형(Pressure-Strain Model)

#### 1. 서론

초음속으로 비행하는 회전체의 기저(base) 영역에 작용하는 낮은 압력은 항력의 중요한 원인이 된다. 이러한 유동의 형태가 Fig. 1에 나타나 있다. 기저부의 압력 분포는 고전적으로 Champman-Korst 형태의 모형[1]등을 이용하여 예측되어 왔다. 전산유체역학의 발달과 함께 이러한 유동에 대한 수치적인 연구가 여러 연구자들에 의해 수행되어졌다[2]. 그들은 대수적인 난류 모형을 사용하였으며 기저압력과 평균 유동을 예측하였다. 최근 Herrin 과 Dutton[3]은 초음속 유동에서 원통형 후부 동체의 기저유동의 평균량 및 난류량에 대해 세밀한 측정을 수행하였다. Sahu[4]는 이 유동을 2개의 대수적 난류 모형과 Chien의 저-레이놀즈 수 k-ε 모형

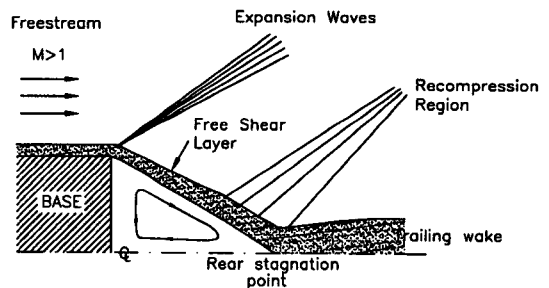


Fig. 1 Schematic diagram of axisymmetric supersonic base flow.

으로 전산해석을 하였으며 k-ε 모형이 평균속도와 기저압력을 대수적 모형보다 잘 예측한다고 발표했다. Herrin 과 Dutton의 유동에 대한 또 다른 수치적 연구가 Chuang 과 Chieng[5]에 의해 수행되었다. Chuang 과 Chieng은 Chien의 k-ε 모형, 그들의 대수응력/k-ε two-layer 모형과 Shima의 저-레이놀즈 수 레이놀즈 응력 모형을

\*1 학생회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

\*2 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

사용하였으며 레이놀즈-응력 모형이 유동장을 실험치에 가깝게 예측함을 보였다.

본 연구의 목적은 Herrin 과 Dutton 의 유동에 대해 2 방정식 및 레이놀즈 응력 모형의 성능을 평가하는데 있다. 도입된 난류모형은 k-ε[6], k-ω[7] 및 레이놀즈 응력 모형이다. 기저유동에 대한 k-ε 과 k-ω 모형의 비교는 이와 유사한 유동의 계산에서 난류모형의 선택에 유용할 것이다. 그리고, 레이놀즈 응력 모형은 아직까지 초음속 기저유동에 대하여 체계적으로 평가된 바가 없기 때문에 본 연구에서는 몇 개의 레이놀즈 응력 모형의 성능을 Herrin 과 Dutton 의 유동에 적용하여 성능을 평가하고자 하였다.

레이놀즈 응력 모형은 벽 근접 효과의 모형과 압력-변형률 모형으로 크게 구분된다. 기저유동에서는 벽근접 효과는 아주 작기 때문에 본 연구는 레이놀즈 응력 비등방성 텐서에 대해 각각 1차, 2차 및 3차의 정확도를 갖는 3가지의 압력-변형률 모형에 중점을 두었다. 따라서, 본 연구에 사용된 모든 모형은 벽함수 방법을 사용하여 벽근접 효과를 대신하였다.

## 2. 지배 방정식과 수치적 방법

압축성 난류 유동에 대한 질량 평균된 지배 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \hat{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} E) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_j H) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{u}_j \hat{\tau}_{ij} - \hat{q}_j + \overline{\tau'_{ij} u'_j} - \overline{\rho u'_j \frac{1}{2} u'_j u'_j} \right) \quad (3)$$

여기서  $E$ 와  $H$ 는 총 에너지와 총 엔탈피이며 총 전단 응력,  $\hat{\tau}_{ij}$ 와 총 열 유량,  $\hat{q}_j$ 는

$$\hat{\tau}_{ij} = \tau'_{ij} - \overline{\rho u'_i u'_j},$$

$$\hat{q}_j = q'_j - \overline{\rho u'_j h''} = q'_j + \frac{\mu_r C_p}{Pr_r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (4)$$

이다. 여기서  $\tau'_{ij}$ 와  $q'_j$ 은 층류 전단응력과 열 유량이다. 압력은 상태 방정식에 의해서 결정된다.

압축성 Navier-Stokes 방정식을 보존 형태로 일반화된 좌표계에서 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \hat{W}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \hat{H} = \frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta} + \hat{H}_v \quad (5)$$

여기서  $\hat{W}$ 는 보존량 벡터로서  $J^{-1}[\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^T$ 이다. 벡터  $\hat{E}$ 와  $\hat{F}$ 는 대류 유량을 나타내며  $\hat{E}_v$ 와  $\hat{F}_v$ 는 점성 유량 벡터이다.  $\hat{H}$ 와  $\hat{H}_v$ 는 대류 및 점성 유량의 축대칭 원천항이다. 난류 모형 방정식도 (5)식의 형태로 쓸 수 있다.

본 연구에서는 위의 지배 방정식을 Harten 과 Yee 의 2차 정확도를 갖는 풍향 TVD[8]와 함께 Yoon 과 Jameson[9]의 LU-SGS 알고리즘을 사용하여 적분하였다. LU-SGS 기법은 다음과 같이 요약할 수 있다.

$$(LD^{-1}U)\delta\hat{W} = -\hat{R} \quad (6)$$

여기서

$$L = (\hat{\rho}_A + \hat{\rho}_B)I - \hat{A}_{i-1,j}^* - \hat{B}_{i,j-1}^* + \hat{C}_{ij},$$

$$D = (\hat{\rho}_A + \hat{\rho}_B)I + \hat{C}_{ij},$$

$$U = (\hat{\rho}_A + \hat{\rho}_B)I + \hat{A}_{i+1,j}^- + \hat{B}_{i,j+1}^- + \hat{C}_{ij},$$

$\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ 와  $\hat{C}$ 는 벡터  $\hat{E}$ ,  $\hat{F}$ 와  $\hat{H}$ 의 선형화 과정에서 발생된 Jacobian 행렬들이다. 이 유량 Jacobian 행렬  $\hat{A}$ 와  $\hat{B}$ 는 diagonal dominance를 갖도록 근사적으로 분해된다.

$$A^* = \frac{\hat{A} \pm \hat{\rho}_A I}{2}, \quad \hat{\rho}_A \geq \max \left[ \left| \lambda(\hat{A}) \right| \right];$$

$$B^* = \frac{\hat{B} \pm \hat{\rho}_B I}{2}, \quad \hat{\rho}_B \geq \max \left[ \left| \lambda(\hat{B}) \right| \right] \quad (7)$$

여기서  $\lambda(\hat{A})$ 와  $\lambda(\hat{B})$ 는 Jacobian 행렬  $\hat{A}$ 와  $\hat{B}$ 의 고유치를 표시한다. 결국 (6)식은 다음과 같이 단계적으로 계산된다.

$$LD\hat{W}^* = -\hat{R} \quad (8)$$

$$D^{-1}U\delta\hat{W} = \delta\hat{W}^* \quad (9)$$

나머지 항,  $\hat{R}$ 의 차분에서 대류항은 2차의 풍향 TVD, 점성항은 중앙 차분 방법을 이용하였다.

## 3. 난류 모형

### 3.1 2 방정식 모형

표준 k-ε 모형과 k-ω 모형은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_r}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + S_k \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j\phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right] + S_\phi \quad (11)$$

여기서  $\phi$ 는 모형에 따라  $\varepsilon$  또는  $\omega$ 가 될 수 있으며  $\varepsilon = C_\mu \alpha k$ 의 관계를 갖는다.  $S_k$ 와  $S_\phi$ 는 아래와 같은 난류 원천항이다.

$$S_k = P_k - \bar{\rho}\varepsilon, \quad S_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k},$$

$$S_\omega = \alpha P_k \frac{\omega}{k} - \beta \bar{\rho} \omega^2 \quad (12)$$

또한,

$$P_k = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j},$$

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = 2\mu_T \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij},$$

$$\mu_T = C_\mu \frac{\bar{\rho} k^2}{\varepsilon} = \frac{\bar{\rho} k}{\omega} \quad (13)$$

모형 상수들은 참고문헌 [6]과 [7]에 나타나 있는 데로 각각 아래의 값들을 사용하였다.

모형	$C_\mu$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
k- $\varepsilon$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
모형	$C_\mu$	$\alpha$	$\beta$	$\sigma_k$	$\sigma_\omega$
k- $\omega$	0.09	5/9	3/40	2.0	2.0

### 3.2 레이놀즈 응력 모형(Reynolds stress transport model : RSTM)

레이놀즈 응력 텐서  $\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'}$ 는 아래의 전달 방정식으로부터 구해진다.

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} = -c_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{k}{\rho\varepsilon} \tau_{kl} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_l} \right) + S_{ij} \quad (14)$$

$$\frac{D}{Dt}(\bar{\rho}\varepsilon) = c_\varepsilon \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{k}{\varepsilon} \tau_{ij} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + S_\varepsilon \quad (15)$$

여기서

$$S_{ij} = -P_{ij} - \Pi_{ij} - \bar{\rho}\varepsilon_{ij}, \quad S_\varepsilon = c_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - c_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\rho}\varepsilon^2}{k},$$

$$P_{ij} = \tau_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \tau_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}, \quad \Pi_{ij} = p' \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right) \quad (16)$$

압력-변형을 항  $\Pi_{ij}$ 는 여러가지 형태로 모형화되었다. 그 중에서 다음 3가지 모형을 본 연구에서는 채택하였다. Launder, Reece와 Rodi (LRR) 모형[10], Speziale, Sarkar와 Gatski (SSG) 모형[11]과 Fu, Launder와 Tselepidakis (FLT) 모형[12]이 그것이다. 이 모형들은 비등방성 텐서

$b_{ij} = -(\tau_{ij} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij}) / 2\bar{\rho} k$ 에 각각 1차(LRR), 2차(SSG) 및 3차(FLT)의 형태를 갖는다.

LRR model:

$$\Pi_{ij} = -2C_1 \bar{\rho} \varepsilon b_{ij} + \frac{4}{3} \bar{\rho} k S_{ij}$$

$$+ C_2 \bar{\rho} k (b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{kl} S_{kl} \delta_{ij})$$

$$+ C_3 \bar{\rho} k (b_{ik} W_{jk} + b_{jk} W_{ik}) + \Pi_{ij,w} \quad (17)$$

여기서

$$\Pi_{ij,w} = -[0.25 \bar{\rho} \varepsilon b_{ij} - 0.015 (P_{ij} - D_{ij})] \frac{k^{3/2}}{\varepsilon n},$$

$$D_{ij} = \tau_{ik} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_j} + \tau_{jk} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right),$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

모형상수는  $C_1 = 1.5$ ,  $C_2 = 1.75$ ,  $C_3 = 1.31$ 이다.

SSG model:

$$\Pi_{ij} = -(2C_1 \bar{\rho} \varepsilon + C_1^* P_k) b_{ij}$$

$$+ C_2 \bar{\rho} \varepsilon (b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{kl} b_{kl} \delta_{ij}) + (C_3 - C_3^* II_b^{1/2}) \bar{\rho} k S_{ij}$$

$$+ C_4 \bar{\rho} k (b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{kl} S_{kl} \delta_{ij})$$

$$+ C_5 \bar{\rho} k (b_{ik} W_{jk} + b_{jk} W_{ik}) \quad (18)$$

여기서  $C_1 = 1.7$ ,  $C_1^* = 1.8$ ,  $C_2 = 4.2$ ,  $C_3 = \frac{4}{3}$ ,  $C_3^* = 1.3$ ,  $C_4 = 1.25$ ,  $C_5 = 0.4$ ,  $II_b = b_{ij} b_{ij}$ 이다.

FLT model:

$$\Pi_{ij} = \beta_1 \bar{\rho} \varepsilon b_{ij} + \beta_2 \bar{\rho} \varepsilon (b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{kl} b_{kl} \delta_{ij})$$

$$+ \frac{4}{3} \bar{\rho} k S_{ij} + 1.2 \bar{\rho} k (b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{kl} S_{kl} \delta_{ij})$$

$$+ \frac{26}{15} \bar{\rho} k (b_{ik} W_{jk} + b_{jk} W_{ik})$$

$$+ \frac{4}{3} \bar{\rho} k (b_{ik} b_{kl} S_{jl} + b_{jk} b_{kl} S_{il} - 2b_{kl} S_{kl} b_{ij} - 3b_{kl} S_{kl} b_{ij})$$

$$+ \frac{4}{3} \bar{\rho} k (b_{ik} b_{kl} W_{jl} + b_{jk} b_{kl} W_{il})$$

$$+ \frac{14}{3} \bar{\rho} k [8II (b_{ik} W_{jk} + b_{jk} W_{ik})$$

$$+ 12(b_{ik} b_{kl} W_{lm} b_{mj} + b_{jk} b_{kl} W_{lm} b_{mi})] \quad (19)$$

여기서

$$\beta_1 = 120 III F^{1/2} + 2F^{1/2} - 2, \quad \beta_2 = 144 III F^{1/2},$$

$$F = 1 + 9II + 27III, \quad II = -\frac{1}{2} b_{ij} b_{ij},$$

$$III = \frac{1}{3} b_{ij} b_{jk} b_{ki}.$$

소산율 텐서  $\varepsilon_{ij}$ 는 Kolmogorov의 등방성 가정,

$\bar{\rho}\epsilon_y = 2/3\bar{\rho}\epsilon\delta_y$ , 이 적용되었으며 등방성 소산율 모형 (15)식에서 계수  $c_{\epsilon 1}$ ,  $c_{\epsilon 2}$  과  $c_\epsilon$  은 LRR의 경우 각각 1.44, 1.9, 0.15 이고 SSG의 경우 각각 1.44, 1.83, 0.16 이며 FLT의 경우는 1.45, 1.9, 0.19의 값을 갖는다. 그리고 식에서 계수  $c_s$  는 3 가지 모형에 대하여 모두 0.22의 값을 사용하였다.

### 4. 결과 및 토의

본 연구의 대상 문제는 Herrin 과 Dutton 의 축대칭 기저유동으로 기저부의 박리영역으로 접근하는 자유류의 마하수는 2.46 이고 기저영역으로 접근하는 경계층의 두께는 3.2mm 이다. 후부동체의 직경은 63.5mm 이며 단위 레이놀즈수는  $52 \times 10^6/m$  이다.

#### 4.1 경계조건

입구 경계조건은 평균속도, 난류 전단응력, 축방향 난류강도는 실험값으로부터 결정되었으며 온도분포는 단열벽면 가정으로부터 아래식에 의하여 결정되었다.

$$T(y)/T_\infty = 1 + (\gamma - 1)\mathfrak{R}[M_\infty^2 - M(y)^2]/2 \quad (20)$$

여기서  $\mathfrak{R}$  은 0.9의 값을 사용하였다. 난류 전단응력  $\tau_r$  과  $\tau_{\theta\theta}$  는  $0.5\tau_{xx}$ 로 주었다. 따라서 난류에너지 분포는  $-\tau_{xx}/\rho$ 의 분포를 갖는다. 소산율  $\epsilon$  은 다음 식으로 결정되었다.

$$\epsilon = k^{1.5} / (C_\mu^{3/4} \ell) \quad (21)$$

여기서  $\ell = \min(C_\mu \delta, \kappa y)$ .

자유류의 난류강도는 실험에서 주어진  $\sqrt{k}/U_\infty = 0.01$ 로 하였다. 출구 조건은 1 차의 외삽법을 사용하였고 뒷면 경계조건은 특성치에 따른 외삽조건을 이용하였다. 대칭축은 축대칭 경계조건을 주었다. 벽면에서는 아래와 같이 표시되는 Van Driest 의 압축성 벽법칙이 사용되었다.

$$u_r = \begin{cases} U_c/y^+ & \text{if } y^+ \leq 10 \\ U_c / (\frac{1}{\kappa} \log y^+ + B) & \text{if } 10 \leq y^+ \leq 100 \end{cases} \quad (22)$$

$$U_c = \int_0^y \left( \frac{\rho}{\rho_w} \right)^{1/2} dU \quad (23)$$

$$k = \frac{u_r^2}{\sqrt{C_\mu}} \frac{\rho_w}{\rho}, \quad \epsilon = \frac{u_r^3}{\kappa y} \left( \frac{\rho_w}{\rho} \right)^{3/2}, \quad -\overline{u''v''} = u_r^2 \frac{\rho_w}{\rho},$$

$$\overline{u''u''} = 5.1 u_r^2 \frac{\rho_w}{\rho}, \quad \overline{v''v''} = 0.8 u_r^2 \frac{\rho_w}{\rho} \quad (24)$$

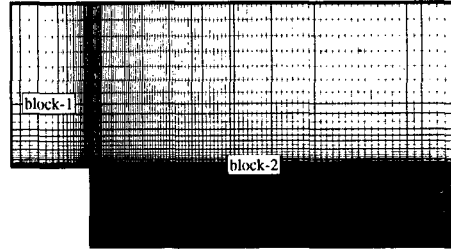


Fig. 2 Grid system used in present computation.

$\omega$  값은  $\epsilon = C_\mu \omega k$  로부터 결정하였다.

#### 4.2 계산결과

계산영역은  $x/R$  이 -1 부터 12 까지이고  $r/R$  이 0 부터 3 까지이며 Fig. 2 에 나타난 것처럼 두개의 블록으로 나누어 졌다. 이 격자는 블록-1 이  $21 \times 30$ , 블록-2 가  $150 \times 130$  의 크기를 가지며 격자 테스트를 통하여 결정된 것이다.

Fig. 3 은 중심선을 따른 축방향 평균속도의 변화를 보이고 있다. 실험치의 재부착점은  $x/R = 2.65$  에 위치한다. k- $\epsilon$  모형, k- $\omega$  모형, RSTM (LRR), RSTM(SSG), RSTM(FLT)에 의해 예측된 위치는 각각 2.53, 3.08, 2.43, 2.96, 2.7 이다. 비록 2-방정식 모형중에서 k- $\epsilon$  모형이 재부착점을 잘 예측하지만 재순환 영역에서의 속도를 상당히 크게 예측한다. k- $\omega$  모형은 재부착점과 기저부로 접근하는 재순환 속도를 모두 크게 예측하고 있다. 2-방정식 모형이 기저부 중심으로 접근하는 속도를 과대하게 예측하는 반면, RSTM

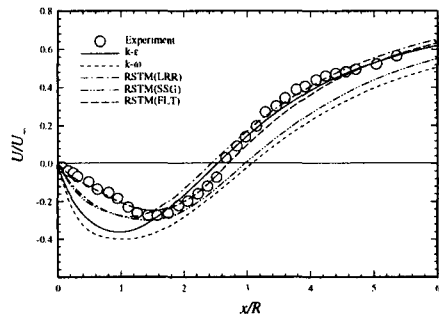


Fig. 3 Mean axial velocity along the centerline of the base.

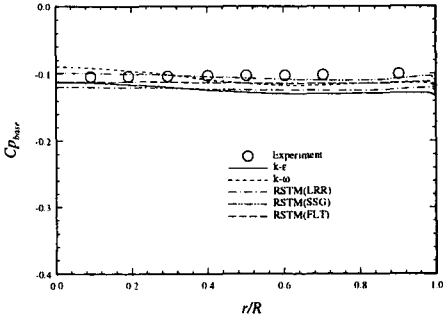


Fig. 4 Base pressure distribution on the base

모형들은 실험값에 상당히 근접한 결과를 예측하고 있다. RSTM 모형 중에서 FLT 모형이 축방향 속도분포를 가장 잘 예측하고 있다. SSG 모형은 다른 모형에 비교하여 다소 느린 축방향 속도의 회복을 보이고 있다.

Fig. 4는  $Cp_{base} = 2[(\bar{p}_{base}/\bar{p}_{\infty}) - 1]/\gamma M_{\infty}^2$ 으로 정의된 기저부의 압력계수를 나타낸 것이다. 실험치는 거의 일정한 분포를 갖으며 평균 압력계수는 0.102이다. k-ε과 k-ω 모형은 기저부로 접근하는 속도가 크기 때문에 중심에서는 다소 높고 모서리에서 다소 낮은 균일하지 않은 분포를 보이고 있다. RSTM은 기저부를 따라서 압력의 변화가 크지 않음을 볼 수 있다. SSG 모형이 압력-변형을 모형 중에서 좋은 결과를 보이고 있다. LRR과 FLT 모형은 재부착점의 예측은 SSG 모형보다 나은 반면에 다소 낮은 값을 보인다. 축대칭 기저 유동의 경험적인 곡선 및 실험값[13]에서 마하수 2.5 근처에서 Herrin과 Dutton의 결과와 약간 차이를 보이는 -0.115의 압력계수 값을 나타내고 있다. 따라서, 현재의 계산 결과는 실험의 오차를 고려할 때 적절한 결과를 보인다고 할 수 있다.

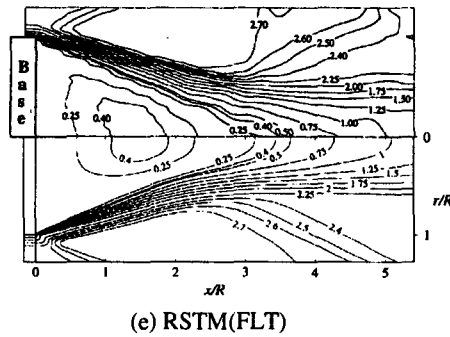
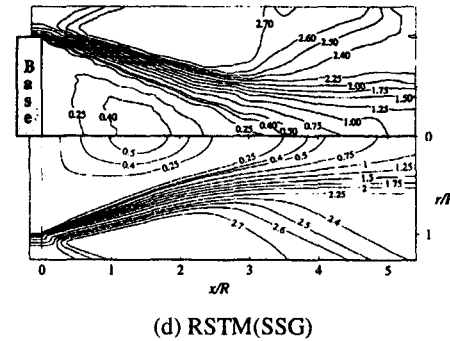
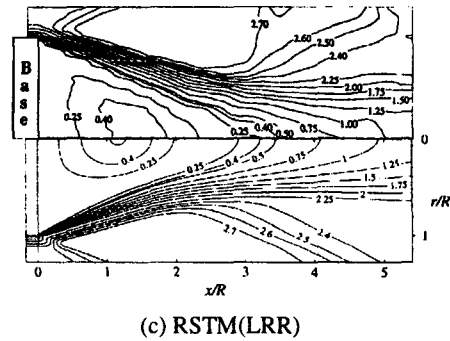
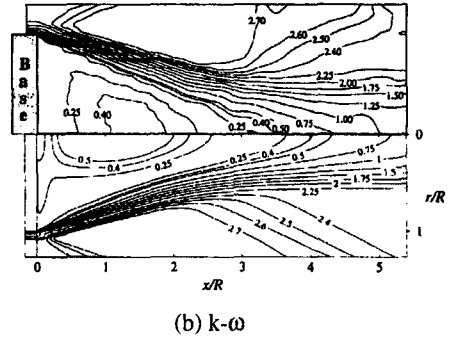
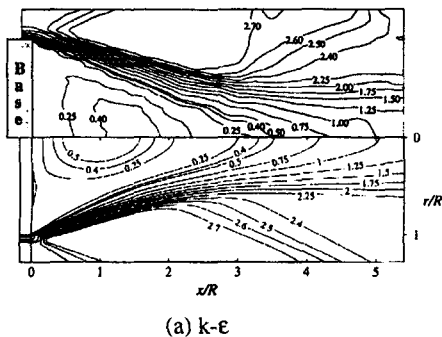


Fig. 5 Comparison of mean Mach number between experimental(above) and computed(below) results.

Fig. 5는 실험과 계산 결과의 등 마하선 분포를 비교한 것이다.  $k-\epsilon$  모형, RSTM(LRR)과 RSTM (FLT)가 실험의 음속선을 잘 묘사하고 있는 반면에  $k-\omega$  모형과 RSTM(SSG)는 실험치보다 뒷쪽에 위치시키고 있다. 등 마하선 분포를 자세히 보면 재순환 영역의 바깥 부분은 비점성 영역이기 때문에 기저부 가장자리 뒤에 존재하는 팽창파의 형태가 모형에 따라 거의 바뀌지 않음을 볼 수 있다. 하지만, 모형에 따른 차이는 재순환 영역에서 확실히 나타나고 있다. 언급한 바와 같이  $k-\omega$  모형과 SSG 모형은 실험치와 비교해서 음속선을 상당히 뒤쳐지게 하고 있다. 이것은 이들 모형이 재부착 길이를 크게 예측하는 것과 유사하다. 이것이 기저부의 가장자리에서 바깥의 비점성 유동의 파소 팽창에 의한 것으로 생각할 수 있으나 다음 결과는 이 예상이 옳지 않음을 보인다. 실험치는  $x/R = 1.0$  이고  $r/R = 1.0$  인 곳에 2.83의 값을 갖는 최대 마하수가 존재함을 보인다. 계산된 결과는 거의 비슷한 위치에 최대 마하수 2.92 ( $k-\epsilon$ ), 2.87 ( $k-\omega$ ), 2.9 (LRR), 2.82 (SSG), 2.85 (FLT)을 예측하였다. 이 값들은 계산이 팽창파를 잘 묘사하고 있다는 것을 보여주고 있다. 등 마하선 분포에서는 RSTM (FLT)가 가장 실험치에 근접한 분포를 보여준다.

Fig. 6은 축방향의 평균속도를 실험치와 비교한 것이다. 등마하선 분포에서 좋은 예측성을 보여준 모형이 재부착점 근처에서 실험치의 속도분포를 잘 따르고 있지만 재부착 이후의

후류영역에서 실험치의 속도회복을 따르지 못하고 있다.  $x/R=2.52$ 인 속도분포를 보면  $r/R=0.6$  근처에서 실험치의 급격한 속도구배를 모든 모형들이 잘 예측하지 못하고 있다. Fig. 7은 레이놀즈 전단응력을 속도분포와 같은 위치에서 나타낸 것이다. 속도분포로부터 예상했던 바와 같이 모든 모형이  $x/R=2.52$ 인 곳에서 최대 전단응력의 크기와 그 위치를 예측하는데 실패하였다. 하지만  $k-\epsilon$  모형, RSTM(LRR)과 RSTM (FLT)는 비슷한 크기의 최대 전단응력을 예측하고 있다. 이것은 이들 모형이 실험치와 근사적으로 비슷한 양의 난류 확산을 예측하고 있으며 따라서 다른 모형보다 정확하게 재순환 영역의 크기를 예측하게 만든다. 비록 본 논문에 나타나 있지 않지만  $k-\omega$  모형은  $k-\epsilon$  모형보다 상당히 낮은 와점성 계수를 계산결과에서 보여주었다. 전단층의 재부착 이후의 급속한 전단응력의 완화를 모든 모형이 예측하지 못하지만 RSTM 모형은 이 효과를 2방정식 모형보다는 잘 예측하고 있다.

Fig. 8과 9는 축방향 및 반경방향의 난류강도를 비교한 것이다.  $x/R=2.52$ 인 곳에서 축방향의 난류강도를 전단응력과 마찬가지로 낮게 예측하고 있으며 3가지 압력-변형률 항의 모형은 유사한 난류강도 형상을 보인다. 그러나, 반경방향에는 난류강도의 급격한 상승이 존재하지 않고 있다. 모든 모형이 전 영역에서 반경방향의 난류강도를 크게 예측하고 있으며 이것은 재부착 이전 영역에서 나타나는 난류의 강한

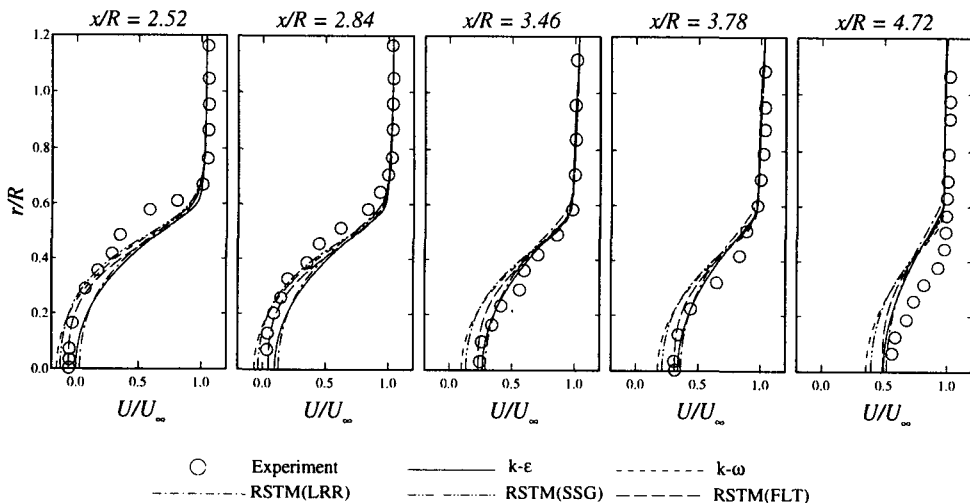


Fig. 6 Comparison of streamwise mean velocity profiles

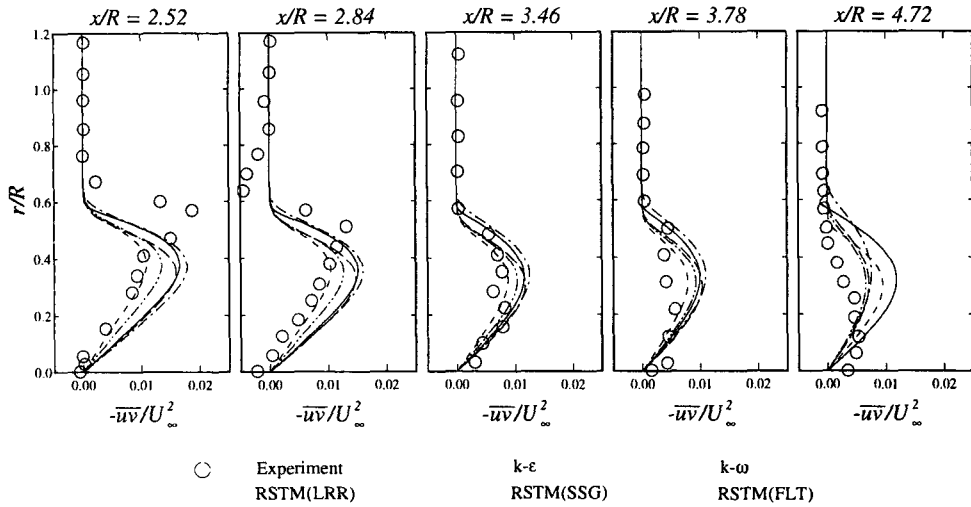


Fig. 7 Comparison of turbulent shear stress profiles.

비등방성을 잘 예측하지 못하고 있다고 볼 수 있다.

### 5. 결론

초음속 축대칭 기저유동에 대하여 k-ε 모형, k-ω 모형 및 레이놀즈 응력 모형에서 3 가지 형태의 압력-변형률 항에 대한 모형(LRR, SSG, FLT)을 이용하여 난류모형들의 성능을 평가하였다.

평균 유동장의 비교에서 k-ω 모형은 k-ε 모형보다 좋지않은 예측 성능을 보여주었다. k-ω 모형은 k-ε 모형보다 낮은 와점성 계수값을 예측함으로써 실험보다 큰 재순환 영역과 작은 레이놀즈 응력 분포를 가져다 주었다. 또한 2-방정식 모형은 기저부로 접근하는 속도를 크게 예측하였으며 이로 인하여 기저영역의 압력변화를 크게 하였다.

레이놀즈 응력 모델의 압력-변형률 모형의 비교에서는 FLT 모형이 평균 유동장에서 볼 때 실험치에 가장 근접한 결과를 예측하였다. 그러나 모든 모형이 재부착 이전의 전단층의 바깥 부분에서 레이놀즈 응력의 강한 비등방성을 정확히 예측하지 못하여 난류 전단응력의 최대값과 그 위치를 다소 작고 낮게 예측하였다. 난류 전단응력의 과소 예측에도 불구하고 전단

층의 재부착 이후에 나타나는 난류의 평형상태로의 급속한 완화를 압력-변형률 모형들은 정확히 예측하지 못하고 있다. 따라서, 기저유동과 같은 유동을 보다 잘 예측하기 위해서는 강한 비등방성과 급속한 평형상태로의 난류 완화의 효과를 반영할 수 있도록 모형의 개선이 요구된다고 할 수 있다.

### 후 기

본 연구는 과학기술처의 과제인 “신기술을 적용한 비행체의 설계/해석 기법 개발” 과제의 재정적 지원을 받았으며 이에 심심한 감사를 표합니다.

### 참고문헌

- [1] Mueller, T. J., “Determination of the Turbulent Base Pressure in Supersonic Axisymmetric Flow,” *J. of Spacecraft Rockets*, 5-1 (1986), p.101.
- [2] Sahu, J., and Nietubicz, C. J., “Navier-Stokes Computation of Projectile Base Flow with and without Mass Injection,” *AIAA J.*, 23-9 (1985), p.1348
- [3] Herrin, J. L. and Dutton, J. C., “An Experimental Investigation of the Supersonic Axisymmetric

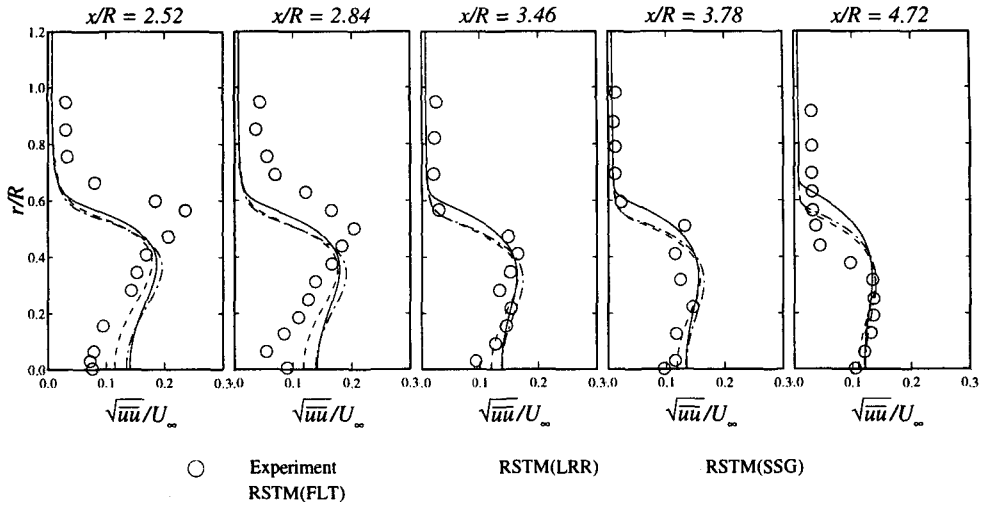


Fig. 8 Comparison of axial turbulence intensity profiles.

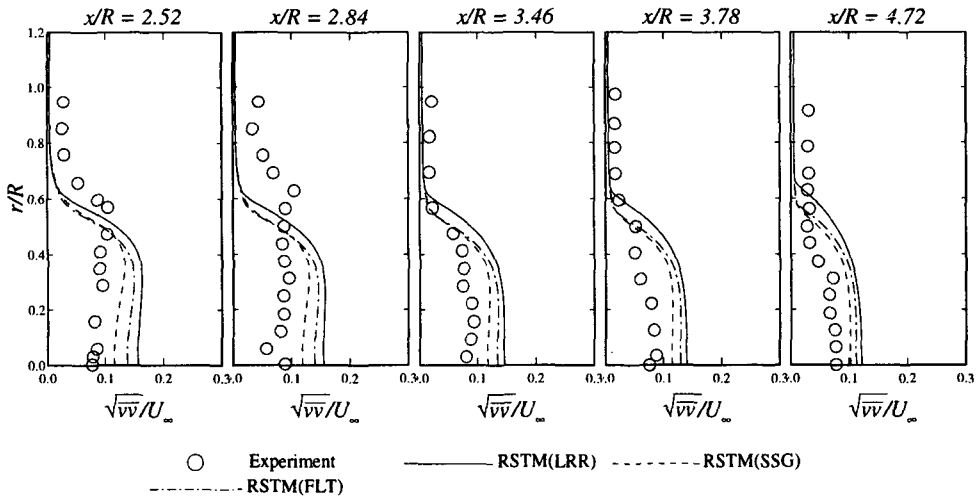


Fig. 9 Comparison of radial turbulence intensity profiles.

Base Flow Behind a Cylindrical Afterbody, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, *UIIU 91-4004*, Urbana, IL, (1991).

[4] Sahu, J., "Numerical Computations of Supersonic Base Flow with Special Emphasis on Turbulence Modeling," *AIAA J.*, 32-7 (1994), p.1547.

[5] Chuang, C. and Chieng, C., "Supersonic Base

Flow Computation Using Higher Order Closure Turbulence Models," *AIAA Paper 96-0566*, (1996).

[6] Johns, W. P. and Launder, B. E., "The prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence," *Int J. of Heat Mass Transfer*, Vol. 15(1972), p.301.



- [7] Wilcox, D. C., "Reassessment of the Scale Determining Equation for Advanced Turbulence Models," *AIAA J.*, 26-11 (1988), p.1299.
- [8] Yee, H. C., "Construction of Explicit and Implicit Symmetric TVD schemes and Their Applications," *J. of Comp. Phys.*, Vol. 68 (1987), p.1025.
- [9] Yoon, S. and Jamesno, A., "Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations," *AIAA J.*, 26-9 (1988), p.1025.
- [10] Launder, B. E., Reece, G. J., and Rodi, W., "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 68 (1975), p.537.
- [11] Speziale, C. G., Sarkar, S., and Gatski, T. B., "Modelling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: An Invariant Dynamical Systems Approach," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 227 (1991), p.245.
- [12] Fu, S., Launder, B. E., and Tselepidakis, D. P., "Accommodating the Effects of High Strain Rates in Modeling the Pressure-Strain Correlation," *UMIST TR TFD/87/5* (1987).
- [13] Tanner, M., "Steady Base Flows," *Prog. Aerospace Sci.*, Vol. 21 (1984), p.81.