

非線形 生長函數를 利用한 林分生長 推定¹

孫英模² · 李慶學² · 鄭榮教²

Stand Growth Estimation Using Nonlinear Growth Equations¹

Yeong Mo Son², Kyeong Hak Lee² and Young Gyo Chung²

要 約

본 연구의 목적은 잣나무인공림과 신갈나무천연림에 있어 직경, 수고 및 재적생장을 설명할 수 있는 非線形生長式 추정과 이들 식의 논리적 타당성을 검증하기 위한 것이다. 이를 위해 전국에 분포한 지위지수 14인 임분에서 조사한 자료를 가지고 수확표 조제시 사용하였던 曲線式 $Y=at^b e^{-ct}$ 와 9가지 非線形生長式을 적용, 분석하였으며 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

먼저 수확표에서 사용된 곡선식은 자료범위내에서는 잘 적합시키고 있지만, 범위 이상에서는 직선적인 증가를 보이고 또 漸近線을 가지고 있지 않아 과대치를 줄 위험이 있다. 비선형식중 Logistic식과 Sloboda식은 어린 임분에 있어 과대추정치를 나타내고 있는데 이는 식의 구조상 원점을 지나지 않기 때문이다. 또 이들 식은 타 식에 비하여 조기에 점근선에 도달하는 것으로 나타났다. 그리고 Gompertz식과 Ueno-Ohzaki식도 원점을 지나지 않는 식의 구조를 가지고 있다. 또한 Hossfeld식은 전반적으로 자료범위 이상의 임령에서는 여타 비선형식보다 큰 추정치를 주는데 이는 도달할 수 있는 최대치를 나타내는 모수 a 값의 추정치가 크기 때문이다. 따라서 이 식은 범위 이상의 추정시 과대치를 주기 쉽다. 반면 Bertalanffy식은 임분의 幼齡期와 老齡期에서는 과소치, 그리고 그 사이에서는 과대추정치를 주고 있어, 식의 적용이 부적당한데, 이는 이 식이 동물의 성장추정을 위하여 개발된 것이기 때문이다. Korf식은 잣나무임분 성장추정시 노령기에 있어 과대추정치를 주는 경향이 있으며, 이는 신갈나무의 직경성장 추정시 확연하게 나타나고 있다. Ueno-Ohzaki식은 식의 구조상 모수 b 에 따라 자료범위 밖의 노령기에 있어 직선적 상승 또는 조기 점근에 도달하고 있어 과대 혹은 과소치를 주기 쉽다.

전반적으로 잣나무와 신갈나무임분의 성장추정식으로는 Gompertz식, Chapman-Richards식 및 Weibull식이 현 자료범위 뿐만 아니라 범위밖의 유령림이나 노령림에 있어서도 가장 바람직한 식이라고 판단된다. 그리고 임목의 생장이란 시간이 지남에 따라 sigmoid curve를 그리므로 추후 성장식 도출에 있어서는 기존의 직선 및 곡선식보다 비선형식에 의한 것이 타당할 것이며, 앞으로 비선형식의 모수 추정, 특히 최대값인 모수 a 의 정확한 추정을 위해서는 노령림에 대한 자료의 보완이 요구된다.

ABSTRACTS

This study aimed at evaluating one curvilinear equation and nine non-linear equations for estimating stand growth characteristics(mean dbh, mean height and volume per ha) for the plantations of *Pinus koraiensis* and the natural stands of *Quercus mongolica*. The data were collected from 92 plots in *Pinus koraiensis* stands and 83 plots in *Quercus mongolica* stands, and the site index of all the stands is 14. The curvilinear equation, $Y=at^b e^{-ct}$, used in preparing the yield tables was well fitted within the range of data, but was likely to give overestimates when extrapolating in old stage due to the

¹ 接受 1996年 10月 8日, Received on October 8, 1996.

² 林業研究院 Forestry Research Institute, Seoul, 130-012, Korea.

tendency of linear increase. Among the non-linear equations, logistic equation and Sloboda equation gave overestimates in young stands and reached the asymptotic status early which means underestimates in old stage. Extrapolating in old stage, Hossfeld equation generally gave larger values than others due to its large estimates of parameter a , the maximum value. On the other hand, Bertalanffy equation gave underestimates in young and old stands and overestimates in middle-aged stands. The estimates with Korf equation was relatively low for *Pinus koraiensis* stands, and this tendency was more obvious in dbh growth of *Quercus mongolica* stands. Ueno-Ohzaki equation was liable to give over or underestimates depending on the value of parameter b when extrapolating in old stands. Considering the accuracy of estimates and the biological base of the growth equations, Gompertz equation, Chapman-Richards equation and Weibull equation were generally applicable for estimating the stand growth characteristics of both species in the whole range of stand ages including extrapolated range. To get more accurate and precise parameter estimates, more data, especially in old stands, should be required in further study.

Key words : growth equation, non-linear equation, *Pinus koraiensis*, *Quercus mongolica*

緒 論

임목이란 생태계의 생물적시스템이므로 임령에 따라 생장은 sigmoid curve를 그리며, 이 곡선의 정확한 파악 즉, 生長函數의 도출이 임목의 성장과정 구명뿐만 아니라 산림 정책을 결정하는데 기본적인 요소가 된다.

과거 임목의 성장과정을 구명하기 위하여 사용되어온 기존의 방법은 주로 선형적(linear)이었으나, 1822년 비선형적(non-linear) 임목성장곡선인 Hossfeld IV식이 발표되면서 점차 관심을 끌게 되었다. 그러나 그후 비선형적인 성장곡선에 관한 연구는 지속적으로 수행되지 못하였다. 물론 Gompertz식(1825), Logistic식(1838), Monomolecular(1891) 및 Bertalanffy (1898)식 등이 발표되었으나 이는 모두 생태 및 사회과학 등에 이용된 것이었고, 1세기가 지난후에야 임목생장에 이용되기에 이르렀다. 일본에서는 임령변화에 따른 임목의 생장을 吉田(1928)가 가장 먼저 구명하기 시작하여 그후 직경변화에 관하여 Mitscherlich식을 이용한 鈴木(1961), Logistic식으로서 밀도와 성장간을 구명한 吉良(1956) 및 단목과 임분생장 해석에 Richards식을 응용한 大隅(1977)와 木梨·西澤(1976), 高田(1961) 등이 활발한 연구를 수행한 바 있다. 결국 비선형적인 성장함수가 임목 생장을 파악하는데 중요한 몫을 차지하기 시작한 것은 1920년대가 지나면서이며, 이후 많은 식들이 발표되었다. 따라서 이전에 이용되던 직선회

귀식, Huxely식, Yoshida식 등은 식 자체의 직선성으로 인하여 시간의 증가에 따라 상부 점근 생장을 갖는 임목의 생장을 설명하는데는 많은 무리가 있으므로 점차 식의 적용빈도가 줄어들 것으로 보인다.

한편, 현재 성장과정에 관한 연구는 대부분이 곡선적합화방법(curve-fitting approach)에 주로 의존되고 있으나, 점차 동태적인 프로그램을 이용하여 산림자원에 대한 분석 및 경제분석을 이해하기 쉽고 융통성있게끔 컴퓨터 모델링 방법을 개발하고 있다.

우리나라에서 지금까지 수행되어진 성장과 수확예측에 관한 연구로는 1963~1977년까지 강원도소나무 외 8종에 관하여 임분수확표를 작성한 연구를 시발로 1987년까지 잣나무 외 2종에 대한 보완 및 갱신이 이루어졌으며, 동일시업방법에 의한 경시적 수확 및 생산량 구명을 위한 고정수확시험지 설치(1977년 이후) 및 주기적 조사가 수행되었고, 그리고 계획적인 간벌지침 마련과 이에 따른 수확예측을 위한 임분밀도관리도 조제(1985~1987년)에 관한 연구가 임업연구원에 의해 전국적으로 수행되어졌다. 그외 최근에 와서는 李慶學(1991)은 Weibull분포를 이용한 낙엽송 수확예측모델을 개발한 바 있고, 鄭榮教(1994)는 Richards함수를 이용하여 지위지수를 추정하였으며, 그외 Weibull분포와 임목직경분포와의 관계를 연구한 尹鍾和(1983), Mitscherlich의 2개 함수의 적합도와 예측을 검증한 徐玉河(1992) 등에 의하여 비선형적인 성장 및 수확모델이 일부 연구된

바 있다.

따라서 본 연구는 국내에서 아직 미흡한 비선형적인 임목성장과정에 대한 고찰의 일환으로써 잣나무와 신갈나무의 성장을 추정하는 다양한 비선형성장함수를 도출하고, 이들을 이론적·통계적으로 검증함으로써 최적의 성장식을 선정하고자 하였다.

材料 및 方法

1. 분석재료

분석에 사용되어진 자료는 전국을 대상으로 침엽수 인공림인 잣나무와 활엽수 천연림인 신갈나무임분에서, 수확표조제시 사용되었던 자료중 地位指數 14(기준임형 30년)인 것만을 이용하였다. 이렇게 임지의 생산력을 나타내는 지위를 고정시

킨 이유는 시간(임령)이외에 임분의 성장에 영향을 미치는 다른 환경인자를 고정시킴으로서 각 성장함수의 비교에 좀 더 정확성을 기하기 위함이다. 본 연구에서 분석된 성장인자는 흉고직경, 수고 및 ha당 재적이다(Table 1).

2. 연구방법

1) 분석도구 및 수단

본 연구의 비교분석 대상 성장식은 현재 많은 이용빈도를 보이고 있는 비선형식 9개와, 이들과의 비교를 위한 수확표 조제시 사용된 곡선식이며(Table 2), 각 성장식의 모수(parameter) 추정은 SAS를 이용하였다. 분석에 이용된 비선형식을 개괄적으로 언급하면, 이들 식중 Ueno-Ohzaki 식을 제외한 Hossfeld 등 8개식은 파라미터 a 가 점근값(asymptotic value)으로서 종속변수 즉, 여

Table 1. The general characteristics of *Pinus koraiensis* and *Quercus mongolica* stands examined.

Species	No. of plots	Age	Height (m)	DBH (cm)	Volume/ha (m ³ /ha)
<i>Pinus koraiensis</i>	97	31.7	22.0	13.2	169.6
		12-58	6.8-40.8	4.6-20.2	22.1-336.1
<i>Quercus mongolica</i>	83	38.6	13.5	20.9	121.6
		9-78	5.9-18.1	6.1-39.0	41.6-208.0

Table 2. Linear and nonlinear growth equations fitted in the study.

Type	Growth equations	Remarks	
Curvilinear	Yield table	$Y = at^b e^{-\frac{c}{t}}$	
	Hossfeld	$Y = \frac{t^c}{b + \frac{t^c}{a}}$	1822, accurate equation of stand growth variables
	Logistic	$Y = \frac{a}{1 + be^{-ct}}$	1838, increase of human populations
	Gompertz	$Y = ae^{-be^{-ct}}$	1825, age distribution in human populations
	Bertalanffy	$Y = a(1 - e^{-ct})^3$	1957, animal growth equation
Non-linear	Chapman-Richards	$Y = a(1 - e^{-bt})^c$	1959, a flexible growth curve for empirical use
	Korf	$Y = ae^{-bt^{-c}}$	1939, a diameter growth of fixed number of trees
	Weibull	$Y = a(1 - e^{-bt^c})$	1939, a good empirical model of tree growth
	Sloboda	$Y = ae^{-be^{-ct}}$	1971, modifications of the Gompertz equation
	Ueno-Ohzaki	$Y = ae^{bt} e^{-ce^{-dt}}$	1992, modifications of the Gompertz equation

기서는 각 생장량이 달할 수 있는 최대값을 나타내며, 이들 식은 전형적인 생장형태인 2개의 변곡선을 갖는 S자곡선(sigmoid curve)을 보여주고 있다. 반면, Ueno-Ohzaki식은 Gompertz식에 e^{bt} 항을 추가함으로써 점근선을 갖지 못하며, 파라미터 b 의 부호에 따라 곡선의 형태가 증감할 수가 있는 식이다.

2) 분석과정

본 연구에서는 먼저 자료를 이용하여 생장식을 도출하였는데, 도출된 식의 해석이나 적용에 있어서 수확표 조제시 사용하였던 곡선식은 별다른 문제가 없으나, 비선형식의 경우 모수추정에 있어 적절한 초기값 설정과 충분한 收斂基準(convergence criterion)을 거쳐 解가 얻어졌는 지의 여부를 검정하였다. 그리고 수렴과정을 거쳐 얻은 解일지라도 그것이 유일한 逆行列인 지를 판단하는 것이 중요하므로, 충분히 검정하여 最適解를 얻을 때까지 재계산하였다. 또 비선형식에 있어 決定係數라는 개념은 별다른 의미가 없으므로 도출된 식의 적합성을 검정하기 위해서는 실측치와 식에 의한 추정치간의 결정계수를 구하고 이를 graph화하여 분석한 결과를 가지고 식의 논리적인 적합성을 검정하였다.

이러한 과정을 통하여 잣나무와 신갈나무임분 생장인자들의 생장식을 구하고, 또한 이들 식의 數學的인 論理性 뿐만 아니라 임목 연령증가에 따른 생리적 생장(biological growth)과정의 표현 적합성 등을 복합적으로 검정하므로써 최적의 생장식을 도출하고자 하였다.

結果 및 考察

1. 잣나무임분의 생장식

1) 평균흉고직경

잣나무 임분의 평균흉고직경 생장식을 수확표 조제시 사용하였던 곡선식과 비선형식으로 나누어 산출하고, 實測値와 推定値간의 결정계수를 구한 결과는 Table 3과 같다. 그리고 실제값과 추정된 식에 의한 값을 그래프로 나타낸 후(Fig. 1), 이들 식들이 실제값을 얼마나 정확하게 설명하고 있으며, 또 수학적, 임목생리학적으로 타당한 논리를 갖는 지를 파악하여, 잣나무임분에 있어 최적의 평균직경생장식을 선정하였다.

Table 3에서, 실측치와 추정치간의 관계를 나타낸 결정계수(R^2)가 기존 수확표 조제시 사용하였던 곡선식과 대부분 비슷한 계수값을 가지나, 일부 식인 Bertalanffy식과 Sloboda식이 다른 비선형식들에 비하여 실제값을 설명할 수 있는 精度가 낮다고 볼 수 있다.

이같은 결과를 Fig. 1에서 보면, 곡선형태인 수확표조제시 이용되었던 식은 결정계수가 현재까지의 실측치를 설명함에 있어서 자료의 범위내에서는 좋은 설명력을 가지나, Fig. 1(a)에서도 일부 예상이 되고, 또 식 자체의 구조상 시간이 지남에 따라 완만하나 계속적인 상승 곡선형태를 가질 것으로 예측되어, 일반적으로 노령화될수록 생장이 둔화되어야 하는 생장형태와는 맞지 않고 과대추정치를 주기 쉽다. 따라서 이를 생장 추정

Table 3. Parameter estimates for growth equations fitted to *Pinus koraiensis* stands dbh.

Type	Equations	Parameter estimates				R^2
		a	b	c	d	
Curvilinear	Yield table	7.946	0.432	13.697		0.9170
	Hossfeld	59.172	4.267	1.468		0.9161
	Logistic	37.413	8.578	0.082		0.9114
	Gompertz	41.129	2.961	0.051		0.9144
	Bertalanffy	35.543	0.066			0.8999
Nonlinear	Chapman-Richards	47.466	0.031	1.528		0.9160
	Korf	119.558	10.320	0.530		0.9167
	Weibull	43.951	0.007	1.351		0.9158
	Sloboda	36.737	1.769	0.004	1.687	0.9090
	Ueno-Ohzaki	27.658	0.006	2.817	0.065	0.9153

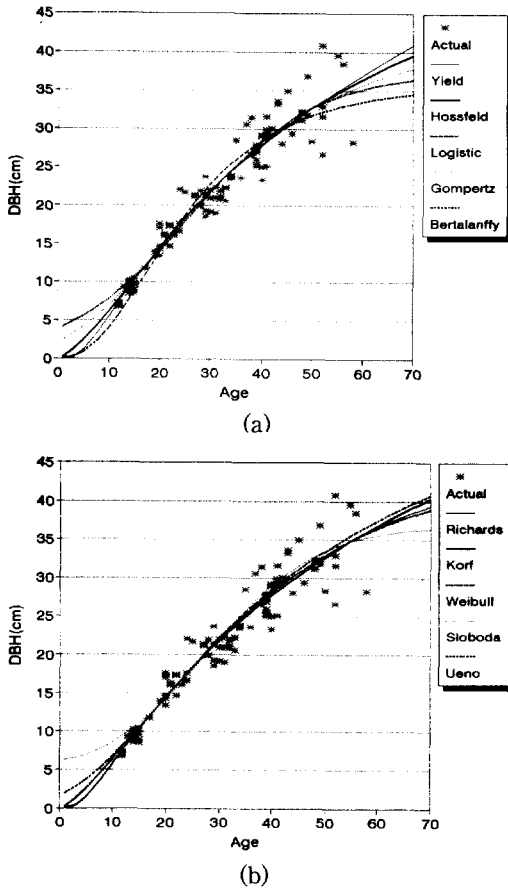


Fig. 1. Comparison of growth equations fitted to *Pinus koraiensis* stands dbh.

식으로 적용함은 곤란할 것으로 판단된다.

비선형식중 Bertalanffy식은 유령림에서는 과소치를 주고, 노령림에서는 조기에 점근에 도달하며, 장령림에서는 과대치를 주고 있는데, 이것은 이 식이 동물의 성장을 위해 개발된 성장식인 관계로 인하여, 동물보다는 시간에 따른 성장범위가 넓은 임목생장을 설명하는데 생리적으로 무리가 있을 것으로 보인다. 반면, Logistic식과 Sloboda식은 유령림에서는 과대치를 주고, 자료범위 이상에서는 갑자기 점근선을 갖는 곡선형을 보여 주어 식의 적용이 곤란할 것으로 보인다. Logistic식은 1838년 벨기에의 Verhulst가 개발한 이후 Pearl, Reed 및 Robertson 등에 의하여 재발견되어 생태학분야에서 가장 유명한 식이 되었는데, 이 식은 변곡점이 최대값의 1/2지점에서 생긴다는 불합리한 가정으로 임목생장의 추정식

으로는 부적당할 것으로 판단된다. 또 Sloboda식은 Kiviste(1988)에 의하면 파라메타 4개를 갖는 성장식중 가장 정확한 식 2번째 안에 드는 식이라 언급한 것에 비해 잣나무임분에 적용함은 다소 부적절함을 알 수 있었다.

Hossfeld식, Korf식 및 Ueno-Ohzaki식은 노령기에 들면서도 상대적으로 상승곡선을 유지하는 것으로 나타났다. 이들 식중 Hossfeld식은 1822년에 발표된 이래 그 정확성을 여러 학자들이 입증한 바 있다. Korf식(1939)은 Czechoslovakia의 산림학자인 Korf에 의해 제안되어 한정된 임목의 직경생장을 기술할 때 정확한 것으로 알려져 있으며, 특히 Zeide 등(1989, 1993)은 Chapman-Richards식, Weibull식, Gompertz식 등보다 추정의 표준오차가 더 적다고 하여 이 식의 정확성을 보고한 바 있다. 그러나 이 식 역시 잣나무임분의 직경생장 추정식으로는 부적당할 것으로 판단된다. 또, 1992년 개발된 Ueno-Ohzaki식은 식의 수학적인 구조 즉, Gompertz식에 e^{bx} 라는 막연한 변수를 삽입한데 불과하여 임목의 성장을 설명하는데 정확성이 다소 떨어지고 있는 듯하다.

상기외의 비선형식들은 모두 잣나무임분의 흉고직경생장 추정식으로 적절하다고 판단된다. 한편 직경생장의 최대값이라 볼 수 있는 모수 a 값을 토대로 지위지수 14인 잣나무임분의 평균직경이 도달할 수 있는 최대 추정치는 약 40~50cm 정도로 판단된다.

그러나 잠시 언급한 바 있지만 본 분석에 이용된 잣나무임분의 임령범위는 12~58년밖에 되지 않아 추정식의 extrapolation에 대한 정확성을 말하기에는 다소 어려운 점이 있으므로 이의 보완을 위한 노령림의 자료수집 및 적용이 필요할 것이다.

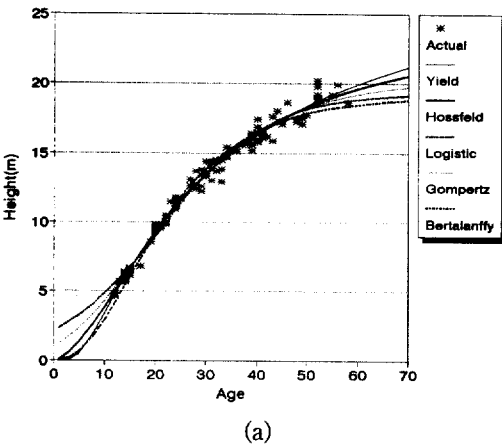
2) 평균수고

잣나무 임분의 평균수고 성장식 도출과 실측치와 추정치간을 비교한 결과 Table 4 및 Fig. 2와 같다.

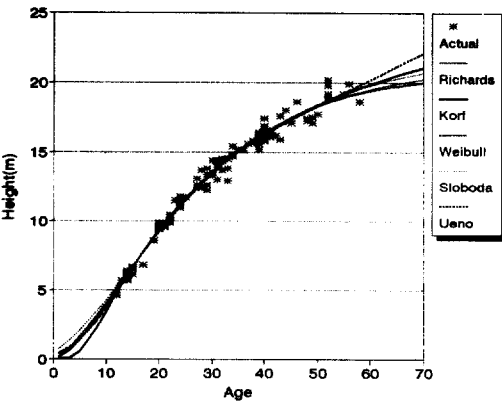
잣나무 수확표 조제시 이용하였던 수고생장식과 다른 비선형식들 모두 실측치와 추정치에 의한 결정계수에 커다란 차이는 없었다. 그러나 수고생장이란 원래 생리학적으로 sigmoid curve의 전형적인 패턴을 가지므로 흉고직경생장의 결정계수보다 약간 높은 값을 보여 주었다.

Table 4. Parameter estimates for growth equations fitted to *Pinus koraiensis* stands height.

Type	Equations	Parameter estimates				R ²
		a	b	c	d	
Curvilinear	Yield table	17.924	0.104	19.084		0.9835
	Hossfeld	24.471	11.624	1.722		0.9830
	Logistic	19.295	7.916	0.097		0.9771
	Gompertz	20.311	3.033	0.067		0.9811
	Bertalanffy	19.043	0.077			0.9748
Nonlinear	Chapman-Richards	21.452	0.050	1.810		0.9826
	Korf	31.706	16.528	0.871		0.9834
	Weibull	20.617	0.008	1.425		0.9820
	Sloboda	22.493	4.046	0.158	0.754	0.9815
	Ueno-Ohzaki	12.019	0.009	3.755	0.109	0.9835



(a)



(b)

Fig. 2. Comparison of growth equations fitted to *Pinus koraiensis* stands height.

Fig. 2는 생장식들의 실측치에 대한 설명력의 검정인데, 수고생장 추정식 역시 흉고직경생장 추정식에서와 마찬가지로 수확표 조제시 사용하

였던 곡선식은 임령 증가에 따라 계속적인 증가 추세에 있어 식의 적용이 타당하지 않음을 알 수 있으며, 비선형식에 있어서는 역시 Logistic식과 Sloboda식이 초기 추정치는 과대값을 주고, 노령기에 들면서 초기에 점근하고 있어 잣나무 임분의 수고생장 추정식으로는 부적당한 것으로 판단되었다.

Bertalanffy식은 직경생장에서와 마찬가지로 유령기의 과소치, 장령기의 과대치, 그리고 노령기에 초기 점근선을 가져 임목생장의 추정식에는 부적당한 식임을 다시 한번 확인할 수 있었다.

반면 Ueno-Ohzaki식은 자료범위밖에서 과대 추정치를 가져, 이 식이 임목의 생장을 추정하는데 있어 수학적으로 문제를 안고 있음을 알 수 있었다. 따라서 비선형식중에서는 Gompertz식, Chapman-Richards식 및 Weibull식 등이 생장추정에 적합한 식임을 알 수 있었다. 그리고 임령에 따른 최대 수고생장치를 보여주는 점근값 b 는 대체적으로 20~22로 산출되어 지위지수 14인 잣나무임분의 추후 예상되는 최대 수고값이 이 범위 내에 있게 될 것임을 유추할 수 있었다. 부연하자면 Gompertz식은 1825년 영국의 Gompertz에 의해 고안되어, Nokoe(1978), Causton & Venus (1981) 및 Zullinger 등(1984)이 특히 생물학적 연구에 적합하다고 입증한 바 있다. Chapman-Richards식(1959)은 Gompertz식과 Logistic식 및 Mitscherlich식을 모두 포함하는 광범위한 식으로서 모수 c 가 Bertalanffy식이 3으로 제한하고 있는데 반하여, 이 식은 그 제한을 두지 않았다는데 의미가 있다. Weibull식(1939)은 공학에서 생명의 분포에 사용한 指數分布를 일반화한 것으로서 Bailey & Dell(1973)이 임업에 처음 적

용한 이래 임목의 직경분포를 나타내는데 많은 이용이 이루어 지고 있으며, 또 이 식은 모수 c 에 의해 임목의 직경분포가 매우 민감하게 작용한다는 보고가 있다(윤종화, 1983).

3) 재적

잣나무 임분의 ha당 재적 성장식 도출과 실측치와 추정치간을 비교한 결과는 Table 5 및 Fig. 3과 같다.

잣나무임분의 재적성장 추정식들은 실측치와 추정치간의 결정계수가 대부분 0.85~0.87로 산출되어, 직경과 수고성장 추정식보다는 약간 떨어짐을 알 수 있다. 이는 직경과 수고는 1차원적인 크기임이 비하여 재적은 3차원적인 크기이기 때문에 성장인자에 영향하는 요인들의 차원적인 차이가 있고, 또 본 분석에서 수고와 직경생장은 임분내 우세목의 평균성장량을 이용하였으나 재적은 "ha당 재적"을 이용한 관계로 이러한 결과가 나온 것이라 생각된다. 그리고 재적생장을 추정할 선형 및 비선형식간은 모두 별다른 결정계수 값의 차이를 보이지 않았다.

이들 식들에 의해 설명되는 生長論理를 임목생리학적으로 타당한 지 알아보기 위하여 그래프화하여 살펴보면 Fig. 3과 같다.

Fig. 3에서 곡선식은 앞서 언급한 바와 같이 식의 구조상 재적성장 추정에 있어 시간이 지남에 따라 다소 과대치를 갖는 문제가 발생할 것이 확실하다.

비선형식들은 몇 개 식을 제외하고 대체적으로 재적생장을 잘 설명해 주고 있는데, 이들 중 Logistic식은 앞서 설명한 흉고직경 및 수고성장 추정식에서와 마찬가지로 초기의 과대치와 조기 접근선에 도달하는 경향이 있는데, 성장 초기의

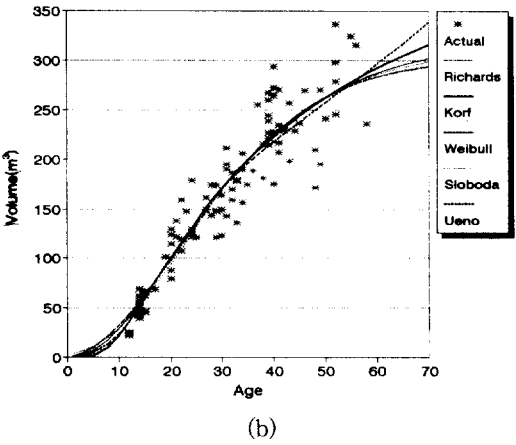
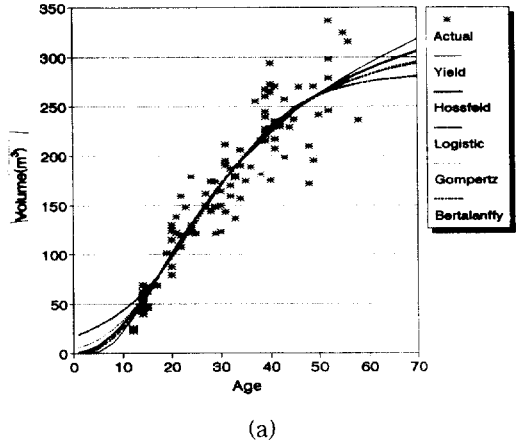


Fig. 3. Comparison of growth equations fitted to *Pinus koraiensis* stands volume.

과대치에 대한 경향은 이 식이 식의 구조상 원점을 통과하지 못하는 데서 오는 결과라고 생각된다. 한편 조사된 임령범위내의 재적의 최고값을

Table 5. Parameter estimates for growth equations fitted to *Pinus koraiensis* stands volume.

Type	Equations	Parameter estimates				R ²
		a	b	c	d	
Curvilinear	Yield table	372.543	0.063	29.826		0.8652
	Hossfeld	364.776	3.961	2.100		0.8636
	Logistic	283.289	15.870	0.105		0.8570
	Gompertz	306.051	4.302	0.066		0.8619
	Bertalanffy	312.087	0.057			0.8632
Nonlinear	Chapman-Richards	326.376	0.051	2.643		0.8639
	Korf	516.454	28.819	0.959		0.8652
	Weibull	300.622	0.002	1.802		0.8627
	Sloboda	314.154	5.016	0.087	0.934	0.8618
	Ueno-Ohzaki	136.632	0.013	6.270	0.120	0.8642

알 수 있는 점근값 a 는 300~330 범위내에 있어, 지위수 14인 잣나무임분의 재적생장 최대값은 이들의 범위를 벗어나지 않을 것으로 보인다.

Bertalanffy식은 현 자료의 범위내에서는 실측치에 대한 추정이 잘 되고 있으나, 식이 동물 성장변화 추정을 주목적으로 하므로 노령기에 들수록 다른 비선형식보다 빠른 점근선을 가질 것으로 보인다.

Ueno-Ohzaki식은 역시 파라메타 b 로 인한 식 자체의 문제로 세 번의 變曲點을 가져, 임령 60년 이후는 직선식과 같이 상승곡선을 그려 잣나무 재적생장을 추정하는데 문제가 있을 것으로 판단된다.

2. 신갈나무임분의 성장식

1) 평균흉고직경

잣나무 인공림과는 달리 전국적으로 천연림으로 분포·생육하는 신갈나무 임분의 평균흉고직경 성장식의 도출과 실측치와 추정치간의 비교한 결과 Table 6 및 Fig. 4와 같다.

신갈나무 천연림에 대한 직경생장 추정식을 도출한 결과, 앞의 잣나무 인공림과는 다른 양상을 볼 수 있다. 우선 실측치와 추정치간의 결정계수가 신갈나무수확표 조제시 사용하였던 식보다 Bertalanffy식을 제외한 모든 비선형식이 높다는 점이다. 물론 係數의 크기 차이를 논한다는 것은 무의미할 수도 있으나, 이러한 미미한 계수값의 차이는 현 자료범위를 넘어서 추정할 추정치의 정확성이 직선 및 일부 곡선형태의 식보다는 높게 되리라는 것을 간접적으로 시사해 주는 것이라 할 수 있다.

Fig. 4에 있어, 수확표조제시 사용하였던 곡선식은 임령이 70년이 지나면서 점차 흉고직경이 감소하는 경향이 있음에도 불구하고 선형식의 특

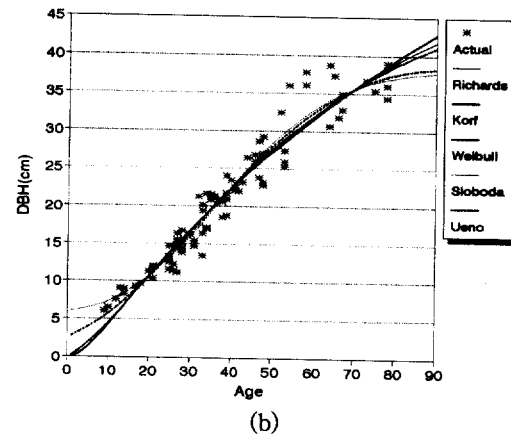
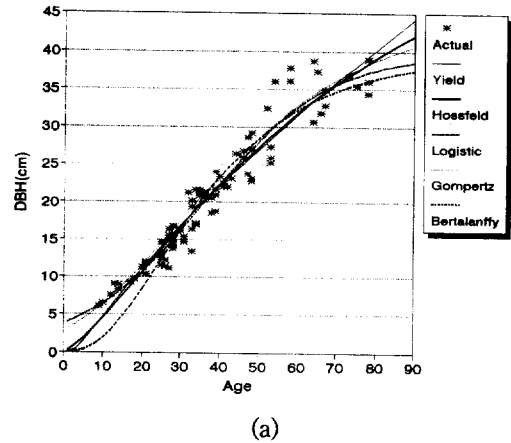


Fig. 4. Comparison of growth equations fitted to *Quercus mongolica* stands dbh.

Table 6. Parameter estimates for growth equations fitted to *Quercus mongolica* stands dbh.

Type	Equations	Parameter estimates				R ²
		a	b	c	d	
Curvilinear	Yield table	1.741	0.736	6.958		0.9211
	Hoesfeld	75.707	4.438	1.353		0.9261
	Logistic	39.953	9.589	0.063		0.9360
	Gompertz	45.495	2.794	0.036		0.9314
	Bertalanffy	39.365	0.047			0.9145
Nonlinear	Chapman-Richards	57.087	0.018	1.397		0.9264
	Korf	613.213	9.269	0.278		0.9230
	Weibull	49.239	0.004	1.338		0.9274
	Sloboda	38.155	1.834	0.002	1.747	0.9366
	Ueno-Ohzaki	106.053	0.008	3.742	0.028	0.9344

정인 직선적인 樣態를 보이고 있어, 추정식으로는 부적당할 것으로 판단된다.

비선형식에 있어서는 Hossfeld식과 Korf식이 접근선이 높게 나타나 실제 흉고직경생장보다 노령기에 과대치를 줄 것으로 예상되어 추정식으로는 부적당할 것으로 생각된다.

Bertalanffy식은 어린 임령에서는 실측치보다 과소값을 보여주고, 임령이 70년을 지나면서 급격히 떨어져 역시 초기에 접근선에 도달하는 경향이 있다.

이와는 반대로 Sloboda식과 Ueno-Ohzaki식은 임령이 70년이 지나면서 급격한 성장곡선의 둔화로 자료범위밖에서 과소치를 줄 것으로 보여 추정식으로는 부적당할 것으로 판단된다. 한편 모수 a 에 의한 신갈나무임분의 흉고직경생장의 접근값들은 대체적으로 45~57의 범위를 가질 것으로 판단된다.

이들 문제가 제기된 식을 제외한 비선형성장식은 식 자체의 구조적 형태 뿐만 아니라 임목생리를 설명하는데에도 문제가 없어 신갈나무 천연림에 있어 흉고직경생장을 추정하는데 양호한 식으로 생각된다.

2) 평균수고

신갈나무 천연임분의 평균수고 성장식 도출과 이들 식에 의한 실측치와 추정치간을 비교한 결과 Table 7 및 Fig. 5와 같다.

신갈나무임분의 수고성장 추정식들중 수확표 조제시 사용되었던 식은 실측치와 추정치간의 결정계수가 일부 비선형식(Bertalanffy식)보다 높아 조사된 자료범위내에서는 식의 적합성이 아주 높음을 알 수 있다. 그리고 식들간의 결정계수에

대한 차이를 없는 것으로 나타났다.

이들 식에 의한 추정치와 실측치간을 graph화한 것은 Fig. 5와 같다.

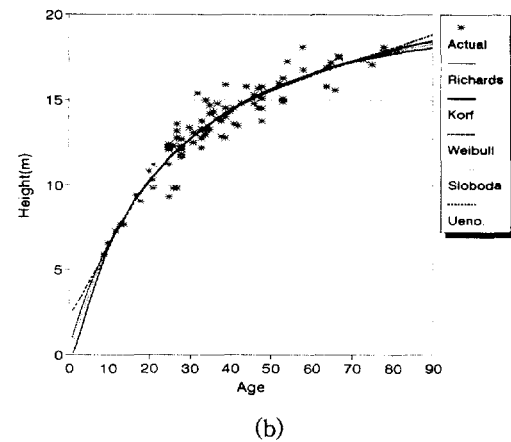
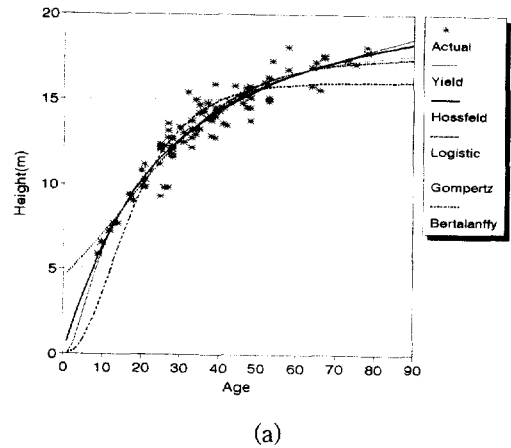


Fig. 5. Comparison of growth equations fitted to *Quercus mongolica* stands height.

Table 7. Parameter estimates for growth equations fitted to *Quercus mongolica* stands height.

Type	Equations	Parameter estimates				R ²
		a	b	c	d	
Curvilinear	Yield table	8.707	0.188	7.913		0.9063
	Hossfeld	22.600	1.400	1.087		0.9071
	Logistic	17.501	2.855	0.066		0.8982
	Gompertz	17.905	1.603	0.051		0.9029
	Bertalanffy	16.063	0.093			0.8295
Nonlinear	Chapman-Richards	18.947	0.032	0.825		0.9064
	Korf	27.907	5.482	0.589		0.9069
	Weibull	19.240	0.054	0.880		0.9066
	Sloboda	21.432	9.551	0.997	0.314	0.9071
	Ueno-Ohzaki	12.959	0.004	1.739	0.083	0.9079

Fig. 5에서 수확표 조제시 이용되었던 곡선식은 현 자료범위내에서는 아주 양호한 fitting상태를 보여주고 있어, 신갈나무임분의 임령 80년까지의 수고를 추정하는데 있어서는 문제가 없을 것으로 보인다. 그러나 앞서 여러번 언급한 바 있듯이 식의 구조가 계속 상승 곡선을 나타내는 관계로 현 자료 이상의 수고생장 추정은 정확도에 있어 다소 곤란할 것으로 보인다.

그의 비선형식에 있어서는 Logistic식은 어린 임분에서는 과대값을, Bertalanffy식은 역시 유령기의 과소치와 장령기의 과대치, 그리고 노령기 초기 점근으로 과소치가 예상되므로 신갈나무 임분의 수고생장 추정식으로는 생리상 맞지 않음을 알 수 있었다. 또 Ueno-Ohzaki식은 임령이 80년을 지나면서 직선적인 상승을 하여 실제값에 대한 추정치의 과대값이 예상된다. 따라서 비선형식중 이들 식이 신갈나무임분의 수고생장 추정에 문제가 있음을 알 수 있다. 점근값의 범위는 극단적인 값을 갖는 Korf식과 Ueno-Ohzaki식과 수학적으로 모순을 보이는 식을 제외하고는 18~21의 값을 가져 지위지수 14인 신갈나무임분의 최대 수고치는 이들 범위내에 있을 것이라 추측된다.

3) 재적

신갈나무 천연임분에 대해 도출된 ha당 재적생장식의 설명력 검정과 이들 식에 의한 추정치와 실측치간을 비교한 결과는 Table 8 및 Fig. 6과 같다.

신갈나무 재적생장 추정식에서의 결정계수를 보면, 앞서 분석된 잣나무인공림과는 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. 즉 잣나무임분에서는

실측치와 추정치간의 결정계수가 0.85이상이었으나, 신갈나무임분에서는 0.49정도로 나타나 이 임분에 대한 자료의 分散정도를 예측할 수 있었

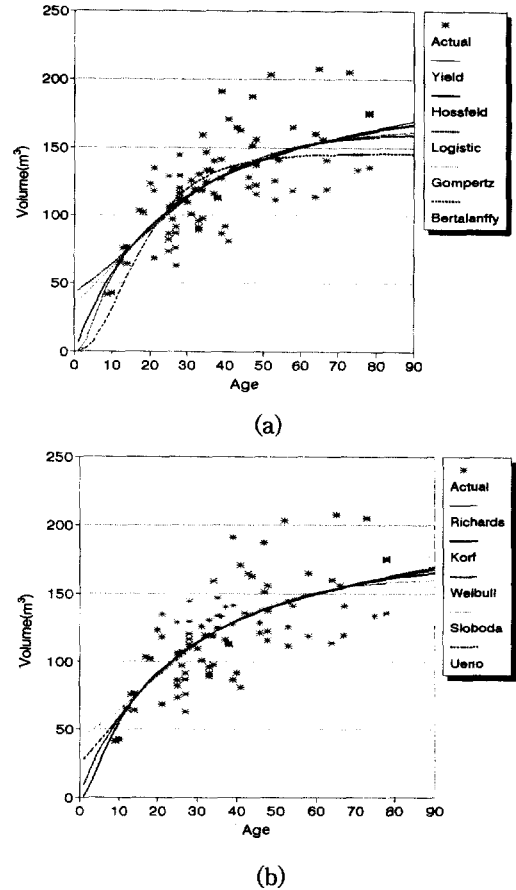


Fig. 6. Comparison of growth equations fitted to *Quercus mongolica* stands volume.

Table 8. Parameter estimates for growth equations fitted to *Quercus mongolica* stands volume.

Type	Equations	Parameter estimates				R ²
		a	b	c	d	
Curvilinear	Yield table	74.221	0.203	7.774		0.4928
	Hossfeld	213.423	1.046	0.145		0.4919
	Logistic	161.069	2.818	0.063		0.4867
	Gompertz	164.861	1.591	0.048		0.4887
	Bertalanffy	145.694	0.092			0.4427
Nonlinear	Chapman-Richards	171.310	0.029	0.803		0.4915
	Korf	262.330	5.739	0.571		0.4925
	Weibull	178.880	0.054	0.861		0.4916
	Sloboda	161.341	1.277	0.019	1.233	0.4866
	Ueno-Ohzaki	122.948	0.004	1.585	0.072	0.4897

다. 이러한 결과는 앞서 잣나무임분에서 언급한 바와 같은 연유에서 발생한 것이며, 특히 신갈나무임분은 잣나무인공림과는 달리 撫育이 전혀 이루어지지 않는 천연림인 관계로 재적식의 推定精度가 더 떨어졌다고 생각된다.

한편 신갈나무임분에서의 성장식간 결정계수의 차이는 거의 없는 것으로 나타났다.

추정된 성장식에 의한 추정치와 실측치를 비교하여 식의 논리적 타당성을 살펴 본 결과는 Fig. 6과 같은데, 상기에서 언급한 결과로서 실측치가 잣나무인공림에 비해 많은 分散을 보이고 있음을 알 수 있다. 그리고 현재의 자료범위내에서는 수확표조제시 이용하였던 식이 정확한 fitting을 하고 있으나 식의 수학적인 구조상 계속적인 상승 곡선을 이루기 때문에 적용이 곤란할 것이다.

비선형식중 Logistic식은 재적성장 추정에 있어 유효기일 때 과소치를 보이고 있으며, Bertalanffy 식은 역시 유효기의 과소치와 장령기의 과대치, 그리고 노령기의 과대치를 갖는 이 식의 전형적인 패턴을 보여 주었다. 또 Sloboda식은 유효기의 과대치, 노령기의 과소치를 보여 이들 비선형식을 이용한 신갈나무임분의 재적성장 추정은 임목 생리학적으로 맞지 않아 추정식으로는 적당치 않음을 알 수 있었다. 그리고 모수 a 에 의한 접근값은 대체로 160~180으로 나타나 지위지수 14인 신갈나무임분의 최고 ha당 재적생장은 이 범위내에 있을 것으로 보인다.

이상 잣나무 인공림과 신갈나무 천연림을 대상으로 성장식을 추정해 본 결과, 기존 성장식의 기본이었던 직선식 및 곡선식, 특히 수확표제시 이용하였던 곡선식보다는 시간(임령)이 지남에 따라 접근선을 갖는 비선형식을 적용시키는 것이 임목생리학적으로 타당할 것이라 판단되며, 이에 대한 확실한 근거를 제시하기 위하여 앞으로 노령림에 대한 자료 수집이 시급하다 하겠다. 그리고 성장식의 적용에 있어 기존 유명 성장식이라 하더라도 각 성장인자, 즉 수고, 직경 및 재적생장을 설명하거나 예측함에 있어 모두가 정확 타당한 식이라고는 볼 수가 없었는데, 이는 일부 식이 임목의 생리에 맞지 않으므로 현재 조사된 자료에서는 정확한 fitting을 한다고 할지라도 추후 예측에는 전혀 다른 결과를 가져올 수 있을

것이므로 실측치와 추정치간의 graph화에 의한 검증 및 최고값이라 볼 수 있는 모수 a 값을 예의 주시할 필요가 있을 것이다.

결론적으로 임목에 대한 성장추정식은 비선형적인 성장식을 이용하되, 성장인자의 생리적 특성에 알맞는 식의 적용과 식 자체의 수학적 논리성을 잘 파악하여 적용하는 방법을 모색하여야 할 것이며, 또한 도출되어진 식의 파라미터들이 가지고 있는 정보를 보다 정확하게 解析할 수 있는 분석기술을 가져야 한다는 것이다.

參考文獻

1. 서옥하. 1992. 직접탐색법을 이용한 이론적 성장함수의 적용. 강원대 산림과학연보 8 : 35-49.
2. 이경학. 1991. 낙엽송의 임분구조 및 수확예측모델. 서울대 박사학위논문. 87pp.
3. 윤종화. 1983. Weibull분포를 응용한 임학연구(I)-직경분포의 추정-. 한국임학회지 59 : 46-50.
4. 정영교. 1994. 중부지방 잣나무임분의 지위지수 추정에 관한 연구. 건국대 박사학위논문. 85pp.
5. 南雲秀次郎·箕輪光博. 1991. 測樹學. 地球社. 日本.
6. 吉田成章. 1979. 生長曲線の檢討. 日林誌 61(9) : 321-329.
7. 上野洋二郎·大崎智文. 1992. 新しい成長關數とそれに基づく平均量の成長式. J. Jpn. For. Soc. 74(2) : 74-82.
8. Gertner, G. 1990. Curvilinear and nonlinear functions : A potential and often unrealized source of bias in forest survey estimates. IUFRO symposium 82-93.
9. Payandeh, B. 1983. Some applications of nonlinear regression models in forestry research. Foresy chronicle 59 : 244-248.
10. Philip, M.S. 1994. Measuring trees and forests. CAB International. UK.
11. Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations. Forest science, Vol. 39(3) : 594-618.