최소평균 사제곱(LMF) 및 최소평균 제곱과 사제곱을 혼합한 형태(LMSF)의 블라인드 등화 알고리즘에 관한 연구

A Study on Least Mean Fourth(LMF) and Least Mean Squares-Fourth(LMSF) Blind Equalization Algorithm

윤 태 성*, 변 윤 식**
(Tae-Sung Yoon*, Youn-Shik Byun**)

※본 논문은 한국과학재단 해외 post-doc 지원 연구 결과의 일부임.

요 약

본 연구에서는 Bussgang계열의 복소수형 LMF-Sato 및 LMSF-Sato 블라인드 등화 알고리즘을 유도한 후, 이들 알고리즘에 대한 수렴속도, 정상상태에서의 수렴특성 및 안정성을 기종의 LMS-Sato 블라인드 등화 알고리즘의 특성과 비교해 보았다. 16-QAM 데이터를 대상으로 한 모의실험에서, 일반적으로 LMF-Sato 및 LMSF-Sato 알고리즘이 LMS-Sato 알고리즘에 비해 더 나은 수렴 특성을 보여 주었다. 그러나 계수벡터의 초기 추정오차가 큰 경우 LMF-Sato 알고리즘은 안정성이 떨어지는 특성을 보여준 반면, LMSF-Sato 알고리즘은 좋은 수렴 특성과 견실성을 고루 갖추고 있음을 보여 주었다.

ABSTRACT

In this study, we derived LMF-Sato, LMSF-Sato complex blind equalization algorithms for complex data. And then, the convergence rates, the convergence characteristics at the steady state and the stability of the proposed LMF and LMSF blind equalization algorithms are compared with those of LMS-Sato blind equalization algorithm. In simulations with 16-QAM data, LMF-Sato and LMSF-Sato algorithms showed better performance comparing with LMS-Sato algorithm generally. When the initial estimation errors of the weights of the equalizer are large, LMF-Sato algorithm showed ill characteristic in stability. However, LMSF-Sato algorithm has good covergence characteristics and preserves robustness.

I. 서 론

블라인드 등화(blind equalization)는 송신측과 수신측 사이에 미리 약속된 훈련열(training sequence)이 없이, 송신 신호에 대한 통계적 정보만을 이용 채널에 의하여 왜곡된 수신신호로 부터 송신 신호를 복원해 내는 등화 기법이다. 블라인드 등화 알고리즘으로는 Bussgang 알고리즘과 샘플(over sampled)된 수신 신호의 cyclostationary 성질을 이용한 2차 통계에 의한 알고리즘, LS(Least Squares) 추정법과 Viterbi 알고리즘을 이용하여 채널의 특성과 송신 신호를 함께 찾아내는 알고리즘, 고차 통계(higher-order statistics)를 이용한 알고리즘등이 있다.[1]

*국립 창원 대학교 전기공학과
**시립 인천 대학교 전자공학과
접수일자 : 1996년 12월 30일

이중에서 Bussgang 방법은 알고리즘이 비교적 간단하고 계산량이 적어, 실용적인 측면에서 다른 방법에 비해 우수한 장점을 가지고 있으며, 대표적인 알고리즘으로는 Sato 알고리즘[2], Godard(또는 CMA) 알고리즘[3], stop-and-go 알고리즘[4] 등이 있다. 이러한 대표적인 Bussgang 알고리즘들은 기본적으로 적응 필터링 알고리즘 이다. 즉, 등화기의 출력과 이를 비선형 변환하여 만든 목표치와 비교하여 생긴 오차의 제곱을 비용함수로 하고, LMS(Least Mean Squares)형태의 알고리즘을 이용 등화기의 계수를 반복적으로 갱신하게 된다.

한편, 적응 필터링 분야의 알고리즘으로는 1984년 Walach와 Widrow[5]가 오차의 4제곱의 평균값을 비용함수로 하는 LMF(Least Mean Fourth)적응 필터링 알고리즘을 제안하였는데, 이 알고리즘은 시스템 식별(system identification)의 문제에 대해서 LMS 알고리즘에 비해 빠른 수렴속도와 정상상태에서의 나은 수렴 특성을 보여 주었다. 그러나 LMF 알고리즘은 오차의 4제곱을 비용함수로

하는 알고리즘의 특성상 목표치와의 오차가 큰 경우 수렴 특성이 불안정하게 되는 경우가 발생하게 된다. 이러한 큰 오차가 발생하는 경우는 대개 적응 과정의 초기 순간에 일어나므로 필터 계수의 초기값 선정이 중요하게 된다[6]. 반면, 1993년 Hassibi와 Kailath는 LMS 알고리즘이 H^{∞} 기준의 관점에서 최적임을 이론적으로 증명하였다. 즉, LMS 알고리즘은 불확실한 필터 계수의 초기값에 대하여 견실한(robust) 수렴 특성을 가지고 있음을 알 수 있다[7, 8]. 또한, Chambers등은 1994년 LMS와 LMF를 혼합한 형태의 실수형의 LMMN(Least Mean Mixed-Norm) 적응 필터링 알고리즘을 제안하고 그 수렴 특성을 시스템 식별 문제에 적용하여 살펴 보았다[9].

본 연구에서는 LMF적응 알고리즘 형태 및 LMS와 LMF 적응 알고리즘을 결합한 형태의 Bussgang 계열의 LMF-Sato블라인드 등화 알고리즘과 LMSF(Least Mean Squares-Fourth)-Sato블라인드 등화 알고리즘을 제안하고 이들 알고리즘에 대한 수렴특성을 실험을 통하여 조사해 보기로 한다. 이를 위하여, 먼저 복소수 데이타 처리를 위한 복소수형 LMF-Sato, LMSF-Sato 블라인드 등화 알고리즘을 유도한 후, 16 QAM 데이타를 대상으로 하여 유도한 알고리즘의 수렴속도, 정상상태에서의 수렴특성 및 안정성을 기존의 LMS 형태의 블라인드 등화 알고리즘의 수렴특성과 비교해 보기로 한다.

Ⅱ. 복소수형 LMF 및 LMSF-Sato 블라인드 등화 알고리즘

Sato 알고리즘은 Bussgang 계열의 대표적인 적응 블라인드 등화 알고리즘으로서 식(1)과 같은 2제곱 오차를 비용함수로 하는 LMS 적응 필터링 알고리즘을 기본으로 하고 있다. 본 연구에서는 LMF적응 필터링 알고리즘의 보다 나은 수렴 특성을 이용하기 위해, 식(2)와 같이 4제곱 오차를 비용함수(cost function)로 하는 LMF-Sato블라인드 등화 알고리즘을 유도하였다. 또한, LMF적응 알고리즘의 안정성을 보완하기 위해, 식(3)과 같이 2제곱 오차의 비용함수와 4제곱 오차의 비용함수를 혼합한 LMSF-Sato블라인드 등화 알고리즘을 유도하였다.

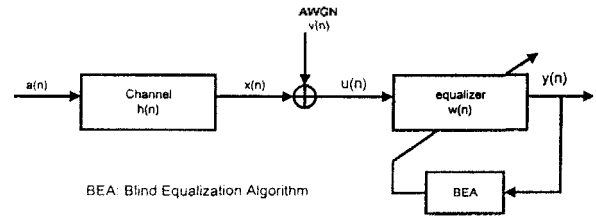
$$J(n)=E[|e(n)|^2] \tag{1}$$

$$J(n)=E[|e(n)|^4] \tag{2}$$

$$J(n)=l\cdot E[|e(n)|^2]+m\cdot E[|e(n)|^4] \tag{3}$$

여기서, $e(n)$은 등화기의 출력과 목표치 사이의 오차이고 $|\cdot|$는 절대값을 나타낸다. $E[\cdot]$는 기대치(expected value)를 나타내며 l과 m은 혼합 정도를 결정짓는 혼합 파라미터(mixing parameter)이다.

본 연구에서 사용되는 블라인드 등화 시스템의 구성도는 그림 1과 같으며, 여기서, 송신 신호 a(n)은 평균(mean)



$a(n)$: source(transmitted) data $x(n)$: channel output
$v(n)$: additive white Gaussian noise
$u(n)$: received data $y(n)$: equalizer output

그림 1. 블라인드 등화 시스템 구성도
Fig 1. A schematic of blind equalization

이 0이고 i.i.d(independent and identically distributed) 신호이며 통신 채널 h(n)은 선형 시불변(LTI) 시스템이라고 가정한다. 이후 이 그림에 사용된 기호를 이용하여 설명하기로 한다.

유도된 블라인드 등화 알고리즘은 복소수 데이타를 취급할 수 있는 알고리즘으로서 등화기(equalizer)의 계수 갱신식은 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)-\mu\cdot\hat{\nabla}_{\underline{w}(n)}J(n) \tag{4}$$

여기서, $\underline{w}$는 등화기의 계수벡터를 나타내고, μ는 step size 즉, 적응 파라미터이다. $\hat{\nabla}_{\underline{w}(n)}J(n)$은 비용함수 $J(n)$의 계수벡터 $\underline{w}(n)$에 대한 경사도(gradient)의 순시 추정치(instantaneous estimate)를 나타낸다.

기존의 LMS-Sato 블라인드 등화 알고리즘의 등화기 계수 갱신식은 식(5)와 같다.

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)-\mu\cdot 2e_s(n)\cdot\underline{u}^*(n) \tag{5}$$

또한, 본 연구에서 유도한 LMF-Sato 및 LMSF-Sato 블라인드 등화 알고리즘의 등화기 계수 갱신식은 각각 식(6) 및 (7)과 같이 주어진다.

LMF-Sato:

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)-\mu\cdot 4\cdot|e_s(n)|^2\cdot e_s(n)\cdot\underline{u}^*(n) \tag{6}$$

LMSF-Sato:

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)-\mu\cdot 2\cdot e_s(n)\cdot l+2\cdot m|e_s(n)|^2)\cdot\underline{u}^*(n) \tag{7}$$

위의 식(5)-(7)에서 $\underline{u}(n)$은 등화기의 입력벡터 즉, 수신된 데이타로 이루어진 벡터이다. *는 복소수 공액(conjugate)를 나타낸다. 또한 $e_s(n)$은 Sato 오차로서 다음 식과 같이 주어진다.

$$e_s(n)=y(n)-\gamma c\,\mathrm{sgn}(y(n)) \tag{8}$$

여기서, $y(n)$은 등화기의 출력이고, $c\,\mathrm{sgn}(\cdot)$은 다음 식과

같이 정의되는 복소수 signum함수 이다.

$$c\,\mathrm{sgn}(y(n)) = \mathrm{sgn}(y_r(n)) + j\cdot\mathrm{sgn}(y_i(n))$$

$$\mathrm{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \tag{9}$$

$$y_r(n) = real(y(n)), \quad y_i(n) = imag(y(n))$$

식(8)에서 γ는 Sato 상수로서, 등화기 계수의 갱신식 $\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) + \Delta\underline{w}(n)$으로부터, 정상상태에서는 $E[\Delta\underline{w}(n)] = \underline{0}$이고, 수렴 상태에서는 $y(n) = a(n)$ (등화기의 출력 = 송신신호)이 된다는 조건을 이용하여 유도할 수 있다.

LMF-Sato의 경우를 예로 들어 유도 과정을 간략하게 설명하면 다음과 같다. 식(6)과 (8)로 부터 $\Delta\underline{w}(n)$은 다음 식(10)과 같으며,

$$\Delta\underline{w}(n) = |\gamma csgn(y(n)) - y(n)|^2\cdot(\gamma csgn(y(n)) - y(n))\cdot\underline{u}^*(n) \tag{10}$$

식(10)에 정상상태 및 수렴 상태에서의 위의 조건을 적용하면 식(11)과 같이 된다.

$$E[|\gamma csgn(a(n)) - a(n)|^2(\gamma csgn(a(n)) - a(n))\cdot\underline{u}^*(n)] = 0 \tag{11}$$

또한 통신 채널 h(n)은 LTI 시스템이므로

$$u(n) = a(n) * h(n) + v(n) = \sum_m h(m)\cdot a(n-m) + v(n) \tag{12}$$

이다. 지금 식(12)를 식(11)에 대입하고 송신 신호 a(n)이 i.i.d. 신호이고 평균값이 0이며, a(n)과 부가 잡음v(n)이 서로 독립(independent)이라는 조건을 이용하여 간략히 하면 아래 식(13)과 같이 유도된다. LMSF-Sato의 경우도 마찬가지로 유도할 수 있다.

위와 같이, 유도된 Sato 상수 γ를 구하는 식은 LMF-Sato인 경우는 식(13), LMSF-Sato인 경우는 식(14)와 같이 3차 방정식으로 주어지며, 이중 실근(real root)이 Sato 상수 γ의 값이 된다.

LMF-Sato:

$$\begin{aligned} &2\cdot E[|a_r(n)|]\cdot\gamma^3 - 2\cdot\{2\cdot E[|a_r(n)|^2] + (E[|a_r(n)|])^2\}\cdot\gamma^2 \\ &+3\cdot(E[|a_r(n)|^3] + E[|a_r(n)|^2]\cdot E[|a_r(n)|])\cdot\gamma \\ &-\{E[|a_r(n)|^4] + (E[|a_r(n)|^2])^2\} = 0 \end{aligned} \tag{13}$$

LMSF-Sato:

$$\begin{aligned} &4\cdot m\cdot E[|a_r(n)|]\cdot\gamma^3 - 4\cdot m\cdot\{2\cdot E[|a_r(n)|^2] + (E[|a_r(n)|])^2\}\cdot\gamma^2 \\ &+\{l\cdot E[|a_r(n)|] + 6\cdot m\cdot(E[|a_r(n)|^3] + E[|a_r(n)|^2]\cdot E[|a_r(n)|])\}\cdot\gamma \\ &-[l\cdot E[|a_r(n)|^2] + 2\cdot m\cdot\{E[|a_r(n)|^4] + (E[|a_r(n)|^2])^2\}] = 0 \end{aligned} \tag{14}$$

식(13), (14)에서 $a(n) = a_r(n) + ja_i(n)$은 송신 데이타를 나타내며, $a_r(n)$과 $a_i(n)$은 각각 송신 데이터 $a(n)$의 실수부와 허수부를 나타낸다.

한편, LMS-Sato 알고리즘의 γ값은 다음 식(15)에 의해서 구해진다[8].

$$\gamma = \frac{E[|a_r^2(n)|]}{E[|a_r(n)|]} = \frac{E[|a_i^2(n)|]}{E[|a_i(n)|]} \tag{15}$$

Ⅲ. 모의 실험 및 결과 고찰

유도된 블라인드 등화 알고리즘의 수렴 특성을 조사하기 위해 앞의 그림 1과 같이 실험 시스템을 구성하였다.

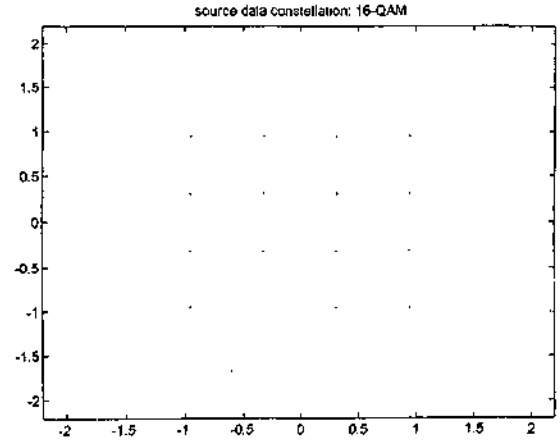
송신 데이타 $a(n)$은 16-QAM 복소 신호를 사용하였고, 그의 분산 σ_a^2은 1로 정규화 시켰다. 통신 채널은 G. Picci와 G. Prati의 논문[4]에서 사용한 채널을 사용하였다. 이 채널은 7개의 복소수 임펄스 계수를 갖는 선형 FIR채널로서 다음 식과 같이 주어지며, 비최소위상(nonminimum phase) 특성을 갖는다.

$$h = h_r + jh_i$$
$$\{h_r\} = \{-0.005, 0.009, -0.0024, 0.854, -0.218, 0049, -0.016\}$$
$$\{h_i\} = \{-0.004, 0.030, -0.104, 0.520, 0.273, -0.074, 0.020\} \tag{16}$$

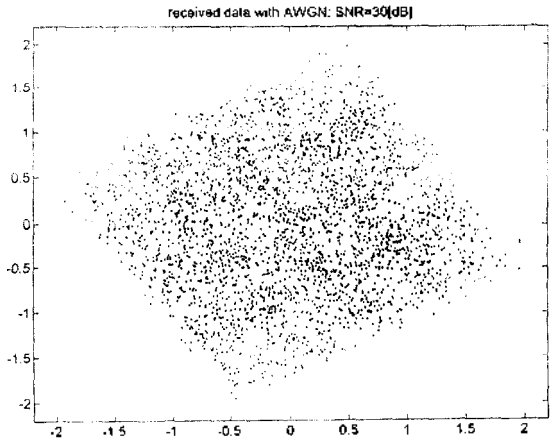
부가잡음 $v(n)$은 송신 데이타 $a(n)$과 독립이고 평균(mean)이 0인 백색 Gaussian잡음을 사용하였으며, $SNR = \sigma_x^2/\sigma_v^2$은 30[dB]로 하였다. 그림 2(a)는 16-QAM source 데이타 a(n)의 성상도(constellation)이고 그림 2(b)는 SNR = 30[dB]인 경우의 수신 데이타 $u(n)$의 분포도를 나타낸 것으로 3000개의 데이타를 나타낸 것이다.

블라인드 등화 알고리즘의 수렴 특성은 다음 식과 같이 정의되는[10] residual ISI(Inter-symbol Interference)를 사용하여 살펴 보았다.

$$ISI(\underline{s}) = \frac{\|\underline{s}\|_2^2 - \|\underline{s}\|_\infty^2}{\|\underline{s}\|_\infty^2} \tag{17}$$



(a)



(b)

그림 2. Source 데이타(a(n)) 및 수신 데이타(u(n))
(a) 16-QAM source 데이타 성상도
(b) 수신 데이타 분포도 (SNR = 30dB)
Fig 2. Source data(a(n)) and the received data(u(n))
(a) 16-QAM source constellation
(b) unequalized received data(SNR = 30dB)

여기서, s는 채널 계수 벡터 $\underline{h}$와 등화기 계수 벡터 $\underline{w}$을 컨볼루션(convolution)함으로써 얻어지는 벡터이고, $\|\cdot\|_2$는 l_2-norm, $\|\cdot\|_\infty$는 infinity-norm이다. 완전 등화의 경우 s는 임펄스 열($\delta(n)$)의 형태가 되며, 이때 $ISI(\underline{s})$의 값은 0이 된다. 따라서, ISI가 적을수록 등화특성이 좋음을 의미한다.

등화기 $w(n)$은 8개의 탭(tap)을 갖는 FIR필터를 사용하였다. 탭의 갯수 8은 실험적으로 결정하였다. 즉, 등화기 탭의 갯수를 변경시켜 가면서 식(17)의 ISI값을 구하여 그 값이 가장 적게 되는 탭의 수로 정하였다.

첫번째, 정상상태(steady-state)에서의 LMS, LMF, LMSF 블라인드 등화 알고리즘의 수렴 특성을 비교해 보았다.

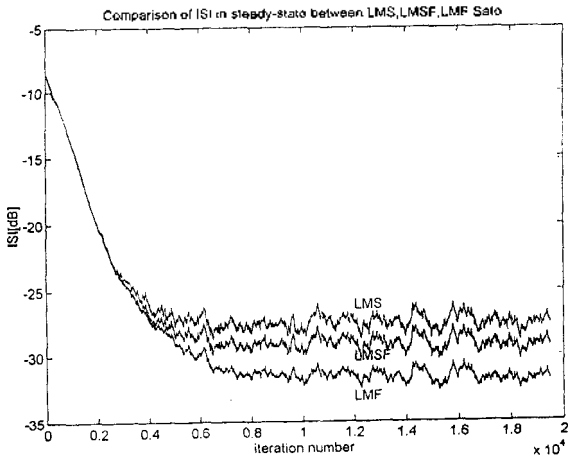


그림 3. 정상상태에서의 수렴 특성(LMS, LMF, LMSF-Sato)
Fig 3. Convergence characteristics at steady state(LMS, LMF, LMSF-Sato)

그림 3에서 적응 파라미터 μ값에 관계없이 각 블라인드 등화 알고리즘의 정상상태에서의 수렴특성을 비교하기 위해서, 먼저 동일한 수렴속도 또는 기울기를 갖게끔 각 알고리즘의 μ값을 구하고 정상상태에서의 ISI값을 살펴 보았다. 그림 3은 식(5)-(8)의 블라인드 등화 Sato알고리즘들에 대한 결과를 나타낸 것으로 LMF, LMSF블라인드 등화 알고리즘이 LMS블라인드 등화 알고리즘에 비해 정상상태에서 더 적은 ISI를 가짐을 알 수 있다. 이 때 μ값은 LMS경우는 0.00078, LMF경우는 0.00085, LMSF경우는 0.0008이고, 등화기 계수 벡터 $\underline{w}=[w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7, w_8]^T$의 초기치는 $\|\underline{w}\|_2=1$, $w_4=(1+j1)/\sqrt{2}$로 하였다. 여기서, $\|\underline{w}\|_2$는 등화기의 계수 벡터 즉, 등화기의 임펄스 응답 $\underline{w}$의 l_2-norm을 나타낸 것이다. $\underline{w}$의 초기치는 $\|\underline{w}\|_2=1$로 유지하는 한 수렴 결과는 거의 유사한 특성을 보여 주었다. 그리고 반복횟수(iteration number)는 19500번으로 하였다. 그림 3은 10번 독립 실험을 하여 얻은 결과들을 앙상블 평균(ensemble average)을 취하여 나타낸 것이다. 그림 3에서는 LMSF블라인드 등화 알고리즘의 경우, LMS와 LMF알고리즘의 중간적인 특성을 가지고 있음을 알 수 있다. LMSF 블라인드 등화 알고리즘에서, LMS부분과 LMF부분은 여러가지 형태로 혼합할 수 있는데, 그림 3에서는 식(3)에서 $l=0.5$, $m=0.5$로 하여 모의 실험을 수행하였다.

두번째, LMS, LMF, LMSF 블라인드 등화 알고리즘의 수렴속도(convergence rate)를 비교해 보기 위해서, 정상상태에서 비슷한 residual ISI값을 갖도록 각 알고리즘의 μ값을 구하고 정상상태에 도달하는 반복 횟수(샘플의 수)를 살펴 보았다.

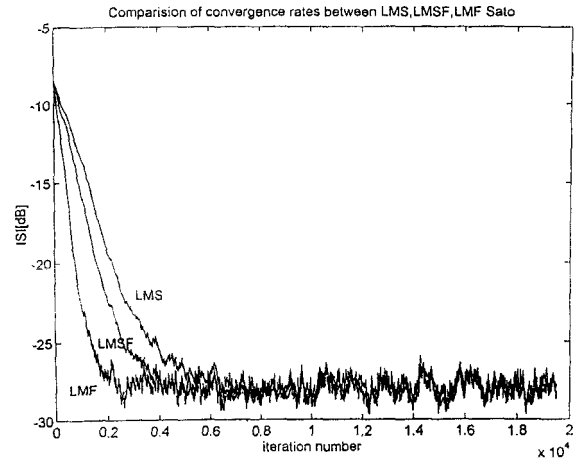


그림 4. 수렴속도의 비교(LMS, LMF, LMSF-Sato)
Fig 4. Comparison of convergence rates(LMS, LMF, LMSF-Sato)

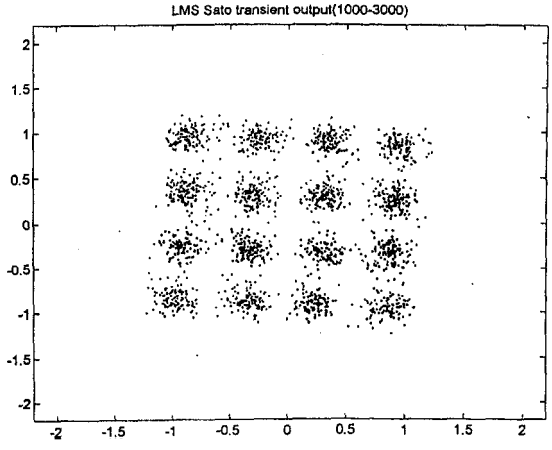
그림 4는 이 경우의 결과를 나타낸 것으로 LMF, LMSF 블라인드 등화 알고리즘이 LMS블라인드 등화 알고리즘보다 수렴속도가 빠름을 알 수 있다. 이때 μ값은 LMS경우는 0.0007, LMF의 경우는 0.0025, LMSF의 경우는 0.001

이다. 등화기 계수 벡터 의 초기치는 그림 3의 실험과 같이 하였고, 역시 그림 3과 마찬가지로 10번 독립 실험을 수행하여 그 결과를 앙상블 평균하여 나타낸 것이다. 그림 4의 수렴속도의 비교에서도 LMSF알고리즘이 LMS와 LMF의 중간특성을 나타내고 있음을 알 수 있다. 이 때 $l=0.5$, $m=0.5$로 하여 실험을 하였다. 그림 5는 그림 4 실험의 과도상태 및 정상 상태에서의 등화된 출력 데이타의 분포를 나타낸 것이다. 그림 5(a), (b), (c)는 각각 LMS, LMF, LMSF 알고리즘의 과도상태에서(반복횟수 1000-3000 사이)의 등화기의 출력 데이타를 표시한 것이다. 그림 5 (d)는 LMS알고리즘의 정상상태(반복횟수 17000-19000사이)에서의 등화기의 출력 데이타를 표시한 것으로 eye 패턴이 완전히 열려 있음을 알 수 있다. LMF와 LMSF알고리즘의 경우도 동일한 패턴을 나타내었다. 그림 6은 그림 4 실험의 수렴된 상태에서의 $\underline{s}=\underline{h}*\underline{w}$의 절대값을 나타낸 것으로 그림 5(d)의 결과를 뒷받침 해준다.

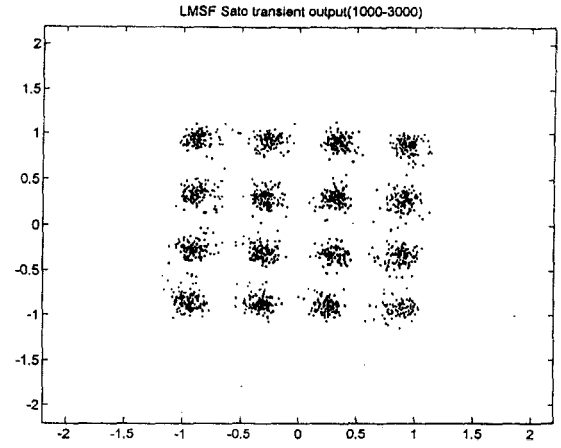
세번째는 LMS, LMF, LMSF 블라인드 등화 알고리즘의 안정성에 대한 실험의 하나로서, 등화기 계수의 초기값을 변화시켜 각 알고리즘의 수렴특성을 살펴 보았다.

그림 7은 그림 3의 실험에서 다른 실험 조건은 동일하게 하고, 등화기 계수 벡터 만 그 초기치를 6.5배 하여 수렴 특성을 살펴본 것으로 1회 실험을 한 결과를 나타낸 것이다.

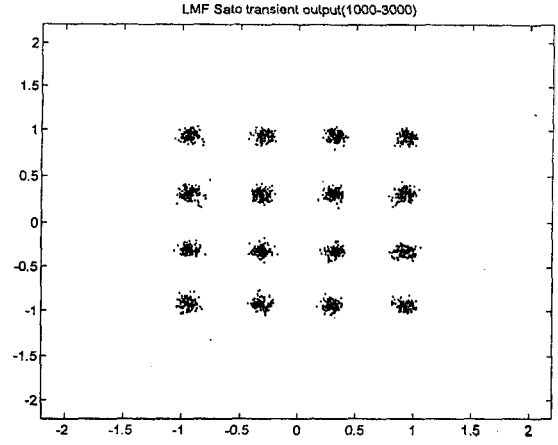
그림을 살펴보면 LMF알고리즘이 수렴속도 면에서 다른 두 알고리즘에 비해 느린 특성을 보여주고 있고 LMSF 알고리즘이 제일 빠른 특성을 보여주고 있음을 알 수 있다. $\underline{w}$의 초기치를 더 증가 시킨 결과 LMF알고리즘은 발산 하였고 다른 두 알고리즘은 그림 7과 같은 특성을 보여 주었다. 3-4회 독립 실험을 행한 결과도 유사한 결과를 보여 주었다.



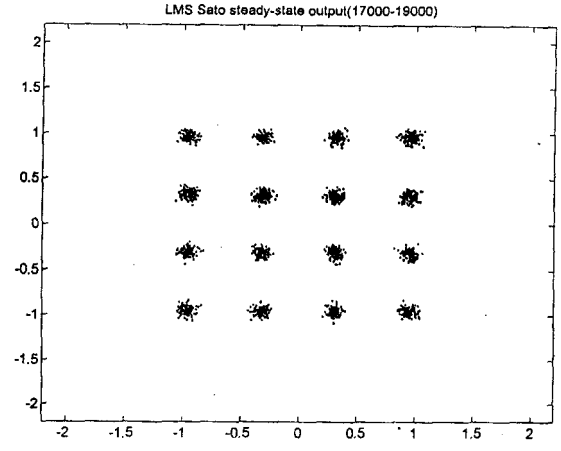
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 5. 과도상태 및 정상상태에서의 등화기의 출력데이타 분포도(그림 4 실험)
(a) LMS-Sato (반복횟수 1000-3000 사이)
(b) LMF-Sato (〃)
(c) LMSF-Sato (〃)
(d) LMS-Sato (반복횟수 17000-19000사이)

Fig 5. Equalized eye patterns at transient and steady state(Fig. 4 case)
(a) LMS-Sato (iterations 1000-3000)
(b) LMF-Sato (iterations 1000-3000)
(c) LMSF-Sato (iterations 1000-3000)
(d) LMS-Sato (iterations 17000-19000)

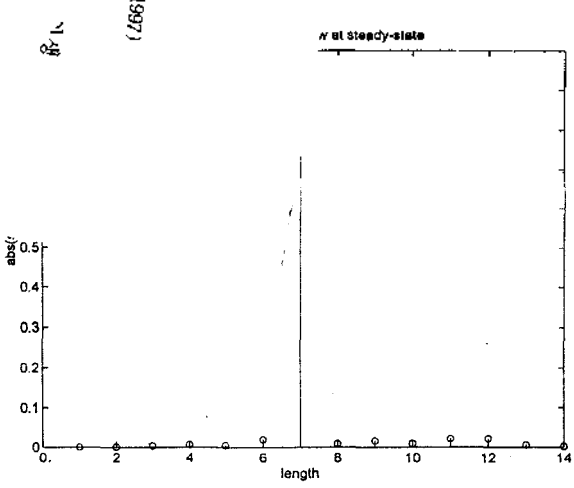


그림 6. 수렴상태에서의 $\underline{s}=\underline{h}*\underline{w}$의 절대값(그림 4 실험)

Fig 6. The absolute value of $\underline{s}=\underline{h}*\underline{w}$ at convergence stage(Fig. 4 case)

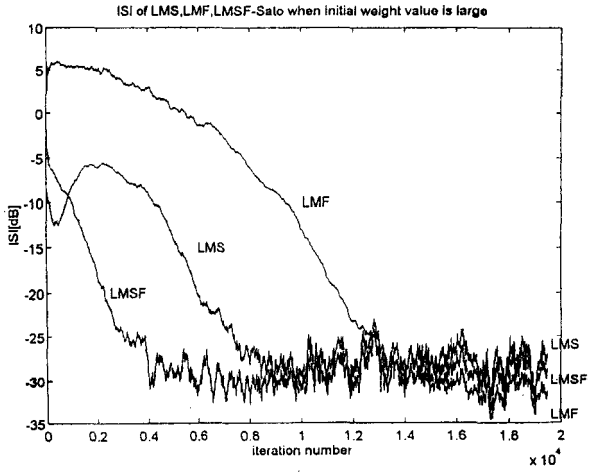


그림 7. 그림 3의 실험에서 $\underline{w}$의 초기치를 변화 시켰을 때의 수렴특성

Fig 7. Convergence characteristics when the initial values of $\underline{w}$ are changed (Fig. 3 case)

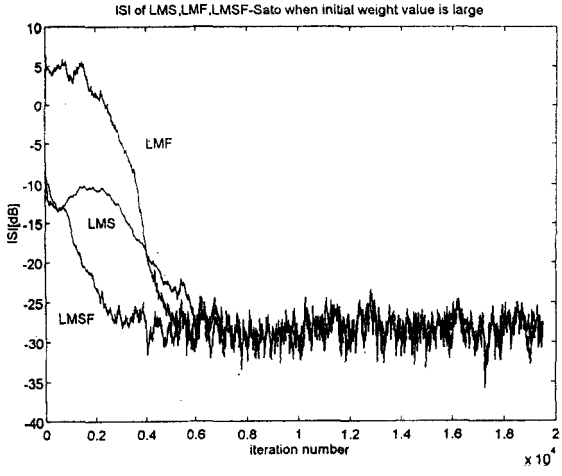


그림 8. 그림 4의 실험에서 $\underline{w}$의 초기치를 변화시켰을 때의 수렴특성

Fig 8. Convergence characteristics when the initial values of $\underline{w}$ are changed (Fig. 4 case)

그림 8은 그림 4의 실험에서 다른 실험조건은 동일하게 하고, 등화기 계수 벡터 의 초기치를 4.42배 하여 수렴특성을 살펴본 것으로 1회 실험을 한 결과를 나타낸 것이다. 그림 7의 결과와 마찬가지로 LMF알고리즘이 제일 느린 수렴특성을, LMSF알고리즘이 제일 빠른 수렴특성을 보여 주었다. $\underline{w}$의 초기치를 더 증가시킨 결과 LMF알고리즘은 발산하였고 다른 두 알고리즘은 수렴하였는데 LMSF알고리즘이 LMS알고리즘에 비해 더 나은 수렴 특성을 보여 주었다. 3-4회 독립 실험을 행한 결과도 유사한 결과를 보여 주었다. 그림 7과 그림 8의 결과는 LMSF블라인드 등화 알고리즘이 LMF알고리즘의 좋은 수렴 특성과 LMS알고리즘의 견실성을 결합한 특성을 가지고 있음을 실험적으로 보여주고 있다.

Ⅳ. 결 론

본 연구에서는 LMF및 LMSF의 적응 필터링 방법을 Bussgang계열의 Sato 블라이드 등화 알고리즘에 적용하여, 복소수 데이타를 취급할 수 있는 복소수형 LMF 및 LMSF-Sato블라인드 등화 알고리즘을 유도해내고, 그 수렴 특성을 기존의 LMS-Sato블라인드 등화 알고리즘의 수렴특성과 비교해 보았다. 등화기 계수 벡터의 초기치가 적절한 경우 LMF블라인드 등화 알고리즘이 LMS와 LMSF알고리즘에 비해 수렴속도 및 정상상태에서의 수렴특성에서 더 나은 결과를 보여주었다. 이 경우 LMSF 알고리즘은 LMF와 LMS의 중간적인 수렴특성을 보여 주었다. 등화기 계수 벡터의 초기치를 크게한 경우는 수렴 초기에 오차가 커지게 되어, LMF알고리즘의 수렴속도가 다른 두 알고리즘에 비해 느려짐을 알 수 있었다. 이때 LMSF알고리즘은 LMF와 LMS알고리즘에 비해 빠른 수렴특성을 보여 주었다. 또한 LMF알고리즘은 초기 오차가 큰 경우 발산하게 되어 다른 두 알고리즘에 비해 안정성이 떨어지는 특성을 보여 주었다.

결론적으로 LMSF 블라인드 등화 알고리즘이 LMF 알고리즘의 좋은 수렴 특성과 LMS알고리즘의 안정성과 견실성을 고루 갖추고 있음을 알 수 있었다. 향후 LMSF 블라인드 등화 알고리즘에서 LMS부분과 LMF부분의 다양한 결합형태 및 이의 수렴 특성에 대한 연구와, 또한 LMSF알고리즘의 수렴특성을 정량적으로 다룰 수 있도록 이에 대한 해석적인 연구가 필요하다고 생각된다.

참 고 문 헌

1. S. Haykin, Blind Deconvolution, Prentice-Hall, 1994, pp. 1-7.
2. Y. Sato, "A Method for Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude-Modulation Systems," IEEE Trans. on Communications, vol. 23, pp. 679-872, 1975.
3. D. N. Godard, "Self Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communications Sys-

tems," IEEE Trans. on Communications, Vol. 28, pp. 1867-1875, 1980.

4. G. Picchi and G. Prati, "Blind Equalization and Carrier Recovery Using a Stop-and-Go Decision-Directed Algorithm," IEEE Trans. on Communications, Vol. 35(9), pp 877-887, 1987.
5. E. Walach and B. Widrow, "The Least Mean Fourth(LMF) Adaptive Algorithm and its Family," IEEE Trans. on Information Theory, Vol. 30, pp. 275-283, 1984.
6. 조성호, 김형중, 이종원, "최소평균사승 적응 알고리즘의 수렴 특성 분석," 한국 음향 학회지, 14권, 제1E호, pp. 56-64, 1995.
7. B. Hassibi, A. H. Sayed and T. Kailath, "LMS is H∞ Optimal," In Proc. IEEE Conference on Decision and Control, pp. 74-79, Dec., 1993.
8. S. Haykin, Adaptive Filter Theory, 3rd ed., Prentice-Hall, 1996, pp. 427-431
9. J. A. Chambers, O. Tanrikulu and A. G. Constantinides, "Least Mean Mixed-norm Adaptive Filtering," Electronics Letters, Vol. 30(19), pp. 1574-1575, 1994.
10. J. G. Proakis, Digital Communications, New York, McGraw-Hill, 2nd ed., 1989.

▲윤 태 성(Tae-Sung Yoon) 1956년 6월 22일

1978년 : 연세대 공대 전기공학과 졸업
1980년 : 동 대학원 졸업(공학석사)
1980년 : 해군 제2사관학교 전기공학 교관
1988년 : 동 대학원 전기공학과(공학박사)
1994년 : 미국 Vanderbilt대학 전기공학과 방문교수
현재 : 창원대학교 전기공학과 부교수
※주관심분야 : 신호처리 및 지능제어

▲변 윤 식(Youn-Shik Byun) 1955년 12월 16일생

1978년 : 연세대 공대 전기공학과 졸업
1981년 : 동 대학원 졸업(공학석사)
1985년 : 동 대학원 졸업(공학박사)
1990년 : 미국 Stanford대학 전자공학과 객원연구원
현재 : 시립 인천대학교 전자공학과 부교수
※주관심분야 : 신호처리 및 그 응용, 디지탈 통신