

수중 초음파 음장해석에 있어서 각스펙트럼법의 유효성검토

Efficiency of Angular Spectrum Method for
Analysis of Acoustic Fields in Water김 정 순*, 김 무 준**, 하 강 열**
(Jung-Soon Kim*, Moo-Joon Kim**, Kang-Lyeol Ha**)

요 약

수온이 다른 물이 층상구조를 이루고 있는 수중에서의 초음파 음장해석에 각스펙트럼법을 도입하기 위하여, 그 도입에 따른 유효성과 오차의 정도를 가상의 경계를 고려한 등수온의 수층을 이용하여 분석하였다. 그 결과, 각스펙트럼법은 단 시간내에 비교적 정확한 음장산출이 가능하나 해석시 필요한 기준음장의 공간적 영역의 제한 및 푸리에변환시의 데이터 수의 제한으로 인하여 다소 오차를 발생시킴을 확인하였다. 그 오차를 감소시키기 위한 한 방안으로 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법을 복합하는 새로운 방법을 제안하였는데, 그 방법은 산출된 음장의 오차를 감소시키는데 유효하였다.

ABSTRACT

Before application of the angular spectrum method to calculate acoustic fields in stratified water, its efficiencies and errors were analyzed by using a virtual boundary in homogeneous water. As the results, it was confirmed that the angular spectrum method was able to calculate an acoustic field rapidly though some errors due to the limitation of reference field size and number of data in FFT were included. A modified method combined the angular spectrum with Lömmel's approximation, which was newly proposed in this paper, was useful to reduce the errors.

I. 서 론

초음파 트랜스듀서가 임의의 매질 중에 형성하는 음압의 분포, 즉 초음파음장을 해석하는 것은 그 트랜스듀서의 효율적인 사용을 위해서는 필수적인 것이다. 수중 초음파 트랜스듀서의 특성을 고찰함에 있어 수중에서의 음장해석은 기본적으로 수행되어야 할 사항 중의 하나이며, 그 해석을 통하여 얻어지는 음압의 분포나 트랜스듀서의 지향특성은 그 트랜스듀서를 이용한 각종 계측장비의 제작이나 수중 음파전달손실의 산출 등에 있어서 필수적인 기초자료로 이용되어진다.

균질한 매질내에 형성되는 초음파음장의 해석에는 종래 Rayleigh 적분식에 근거한 Lömmel 근사법^(1, 2)이 주로 이용되어져 왔다. 그러나, 비균질매질 내에서의 초음파음장 해석에는 일정한 파수의 함수인 종래의 Lömmel 근사법을 그대로 적용시킬 수 없으며 새로운 방법의 도입이 요구된다.

각스펙트럼법(Angular Spectrum Method)은 음향압피던스가 다른 매질이 평면의 경계를 갖는 다층구조를 이루고 있을 때, 그 층내의 임의의 단면에서의 음장해석에 유용한 것으로 알려져 있다⁽³⁻⁶⁾. 저자 등은 온도가 다른 물이 경계를 이루고 있는 수중에서의 초음파음장 해석방법을 확립하기 위한 연구를 수행하고 있는 바, 그 수단으로 각스펙트럼법을 도입하고 있다⁽⁷⁾. 본 논문에서는 각스펙트럼법을 수온 불균일 수중에서의 음장해석에 직접 적용하기에 앞서 그 도입에 따른 유효성과 오차의 정도를 가상의 경계를 고려한 등수온의 수층을 이용하여 분석한 결과를 보고하고, 오차를 감소시키는 한 방안으로 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법을 복합한 새로운 방법을 제안, 그 유효성을 검토하였다.

II. Lömmel 근사법과 균질 수중에서의 초음파 음장

매질이 경계가 없는 균질의 물일 경우, 그림 1의 좌표계에서 나타낸 바와같이 반경 a 인 원형의 트랜스듀서로부터 중심축상에서 $z=z_1$ 거리에 있는 xy 단면 D_1 의 음장 $u_1(x_1, y_1, z_1)$ 은 음원평면상의 한 점의 좌표를 $P_0(x_0, y_0, 0)$, 관측점의 좌표를 $P_1(x_1, y_1, z_1)$, 두점간의 거리를 r_{01} 이

*부경대학교 대학원 음향진동공학협동과정
**부경대학교 자연과학대학 물리학과

접수일자: 1997년 5월 9일

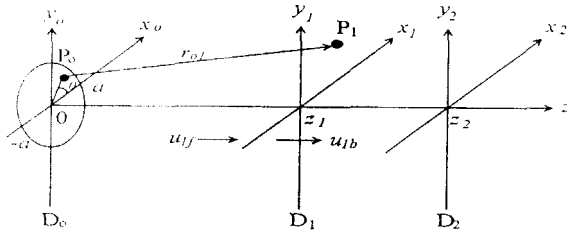


그림 1. 음장계산을 위한 좌표계

라고 하면 Rayleigh-Sommerfeld 회절공식⁽⁸⁾에 의해

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{j\lambda_w} \iint_s u_0(x_0, y_0, 0) \times \frac{e^{jk_w r_{01}}}{r_{01}} ds \quad (1)$$

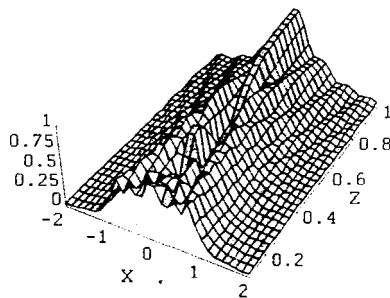
로 나타내어진다. 여기서, $j = \sqrt{-1}$, λ_w 와 k_w 는 각각 수중에서의 파장 및 파수, $u_0(x_0, y_0, 0)$ 는 트랜스듀서면상의 음장이며, ds 는 그 면상의 미소면적으로, 원주좌표계 (ρ, θ, r)를 이용하면 $\rho = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}$ 및 $\theta = \tan^{-1}(y_0/x_0)$ 에 의해 $ds = \rho d\rho d\theta$ 로 둘 수 있다. 트랜스듀서를 피스톤음원으로 가정하여 $u_0(x_0, y_0, 0) = 1$ 로 두면,

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{j\lambda_w} \iint_s \frac{e^{jk_w r_{01}}}{r_{01}} \rho d\rho d\theta \quad (2)$$

가 된다. z_1 이 x, y 좌표 및 ρ 에 비해 충분히 크면 (2)식은

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{2\pi}{j\lambda_w z_1} e^{jk_w |z_1 + \frac{1}{2z_1}(x_1^2 + y_1^2)|} \times \int_0^a e^{jk_w \frac{\rho^2}{2z_1}} J_0(-k_w \rho x_1 \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{z_1}) \rho d\rho \quad (3)$$

가 된다. 여기서, $J_0(\)$ 는 Bessel 함수이다. 이 식은 부분적분과 Bessel 함수의 회귀공식에 의해, $\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \leq a$ 일 때,



(a) 음장분포

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = e^{jk_w z_1} \left| 1 - e^{jk_w \frac{x_1^2 + y_1^2 + a^2}{2z_1}} \right| \times \sum_{n=0}^{\infty} (-j)^n \left(\frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{a} \right)^n J_n \left(\frac{k_w a \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{z_1} \right) \quad (4.1)$$

$\sqrt{x_1^2 + y_1^2} > a$ 일 때,

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = e^{jk_w z_1} e^{jk_w \frac{x_1^2 + y_1^2 + a^2}{2z_1}} \sum_{n=0}^{\infty} (-j)^n \times \left(\frac{a}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \right)^n J_n \left(\frac{k_w a \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{z_1} \right) \quad (4.2)$$

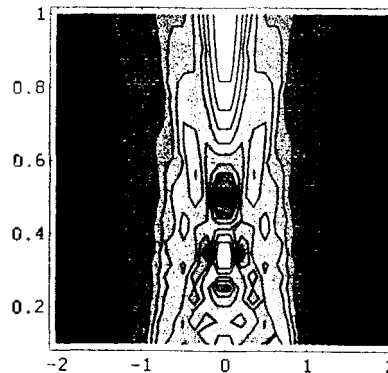
의 급수형태로 표시되는데, 이 식은 2차원 Lommel 근사법에 해당한다. (4.1), (4.2)식에서 Bessel 함수의 차수 n 의 값을 적절히 선택하면 임의 평면의 음장을 정도 높게 산출할 수 있다.

그림 2(a)는 20℃의 물에서 주파수 $f = 5\text{MHz}$, $a = 1.2\text{cm}$ 인 원형 초음파 트랜스듀서가 만드는 음장을 나타낸 것이며, 그림 2(b)는 xz 면상의 단면도이다. 그림에서는 $X = x/a$, $Y = y/a$, $Z = \lambda z/a^2$ 를 사용하여 좌표축을 규준화 하였는데, $Z = 1$ 이 트랜스듀서로부터 48.6cm의 거리로서 근거리 영역의 한계에 해당된다. 그림 3은 그림 2에서 $Z = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ 일 때의 xy 단면의 음장을 각각 나타낸다. 이들 그림에서 음장은 최대치를 1로 규격화하여 표시하였다.

III. 경계가 있는 수중에서의 각스펙트럼법을 이용한 음장해석

그림 1에서 $z = z_1$ 이 불연속적인 경계면이라고 가정하였을 때, 그 경계면을 통과한 $z = z_2$ 인 평면의 음장 $u_2(x_2, y_2, z_2)$ 는 각스펙트럼법을 적용하면 다음과 같이 구해진다^(8, 9) 먼저, 트랜스듀서면상의 각스펙트럼 $U_0(k_x, k_y; 0)$ 은,

$$U_0(k_x, k_y; 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_0(x_0, y_0, 0) e^{-j(k_x x_0 + k_y y_0)} dx dy \quad (5)$$



(b) 단면도

그림 2. 균질 수중에서의 Lommel 근사법에 의해 산출된 음장

즉, 트랜스듀서면상의 음장 $u_0(x_0, y_0, 0)$ 의 이차원 푸리에 변환으로 주어지는데, 여기서, k_x 및 k_y 은 각각 매질 I에서의 x 및 y 방향에 대한 파수이다. 이로부터 $z = z_1$ 인 단면 D_1 에의 위사음장 $u_1(x_1, y_1, z_1)$ 의 각스펙트럼 $U_1(k_x, k_y; z_1)$ 는,

$$U_1(k_x, k_y; z_1) = U_0(k_x, k_y; 0)H(k_x, k_y; z_1) \quad (6)$$

이 된다. 여기서, $H(k_x, k_y; z_1)$ 는 음원평면의 중심점에 존재하는 침음원에 의하여 $z = z_1$ 인 거리에 있는 평면에 만들어지는 음장 $h(x_1, y_1, z_1)$ 의 이차원 푸리에 변환이다. 즉,

$$H(k_x, k_y; z_1) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x_1, y_1, z_1) e^{-i(k_x x_1 + k_y y_1)} dx_1 dy_1 \quad (7)$$

단,

$$h(x_1, y_1, z_1) = -\frac{1}{2\pi} \frac{z_1}{(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)^{3/2}} \left[jk_{w1} - \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} \right] e^{jk_{w1} \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} \quad (8)$$

로 주어진다⁽⁴⁾.

단면 D_1 을 통과한 부과음장의 각스펙트럼을 $U_{1b}(k_x, k_y; z_1)$ 라고 하면,

$$U_{1b}(k_x, k_y; z_1) = U_{1f}(k_x, k_y; z_1)T(k_x, k_y; z_1) \quad (9)$$

이다. 여기서, $T(k_x, k_y; z_1)$ 는 D_1 단면에서의 부과계수로서 입사각의 함수이고, 일반적으로 위치에 따라 입사각이 다르므로 위치의 함수가 된다. $U_{1b}(k_x, k_y; z_1)$ 로부터 $z = z_2$ 인 단면 D_2 의 각스펙트럼은,

$$U_2(k_x', k_y'; z_2) = U_{1b}(k_x, k_y; z_1)H(k_x', k_y'; z_2) \quad (10)$$

으로 주어진다. 이 식에서 k_x' 및 k_y' 은 각각 매질 II에서의 음파의 파수 k_{w2} 의 x 및 y 방향의 성분을 나타내며, $H(k_x', k_y'; z_2)$ 는 D_1 평면상의 중심점에 존재하는 침음원에 의하여 $z = z_2$ 인 거리에 있는 평면에 만들어지는 음장의 이차원 푸리에 변환이다.

따라서, D_2 평면의 음장 $u_2(x_2, y_2, z_2)$ 는 $U_2(k_x', k_y'; z_2)$ 의 이차원 푸리에 역변환, 즉,

$$u_2(x_2, y_2, z_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_2(k_x', k_y'; z_2) e^{i(k_x' x_2 + k_y' y_2)} dk_x' dk_y' \quad (11)$$

에 의해 구해진다. 매질이 여러 경계층을 갖는 다층구조인 경우에는 위의 과정을 반복적용하면 임의의 지점에서의 음장산출이 가능하게 된다.

IV. 각스펙트럼법의 유효성 검토

시론에서 언급한 바와같이 각스펙트럼법이 불균질 매질내의 음장해석에 유효한 것으로 알려져 있지만 그 방법의 적용에 따른 오차에 대해서는 충분히 검토되어져 있지 않다. 여기서는 경계가 없는 등수온의 물에 대하여 Lommel 근사법에 의해 산출한 음장과 각스펙트럼법에 의하여 산출한 음장을 비교함으로써 그 유효성 및 오차의 정도를 검토하였다. 등수온의 물에 대해 가상의 경계를 설정하므로 각스펙트럼법의 계산에 있어서는 $T(x_1, y_1; z_1) = 1$ 로 두었다.

그림 4는 각스펙트럼법에 의해 산출한 $Z=0.75$ 및

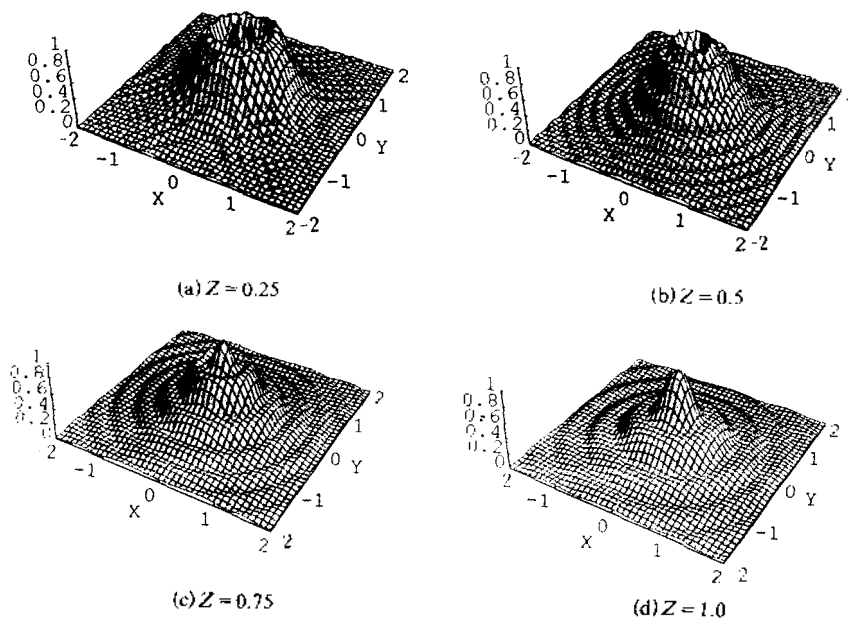


그림 3. 균질 수중에서의 Lommel 근사법에 의해 산출된 xy단면의 음장분포

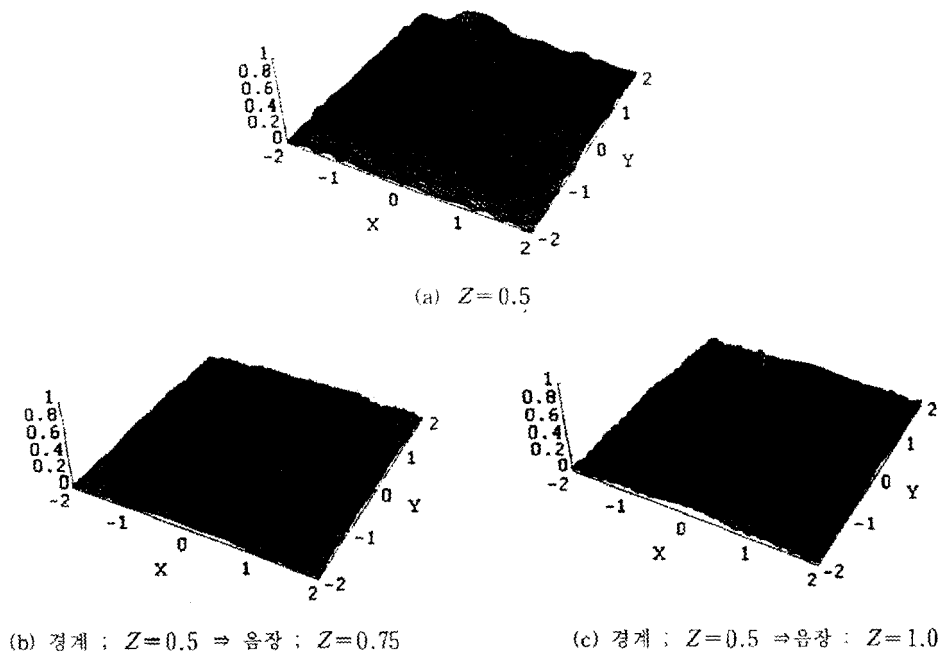


그림 4. 균질 수중에서 각스펙트럼법에 의해 산출된 음장

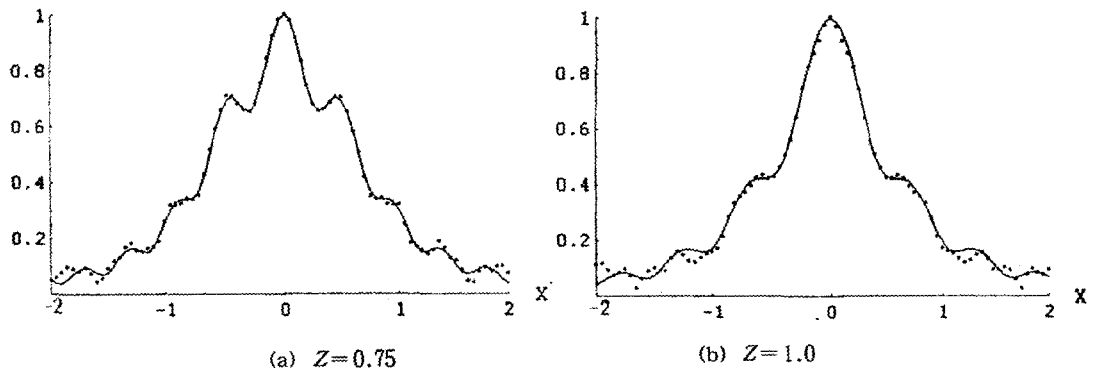


그림 5. Lömmel 근사법에 의한 음장과 각스펙트럼법에 의한 음장의 x축상의 음장비교

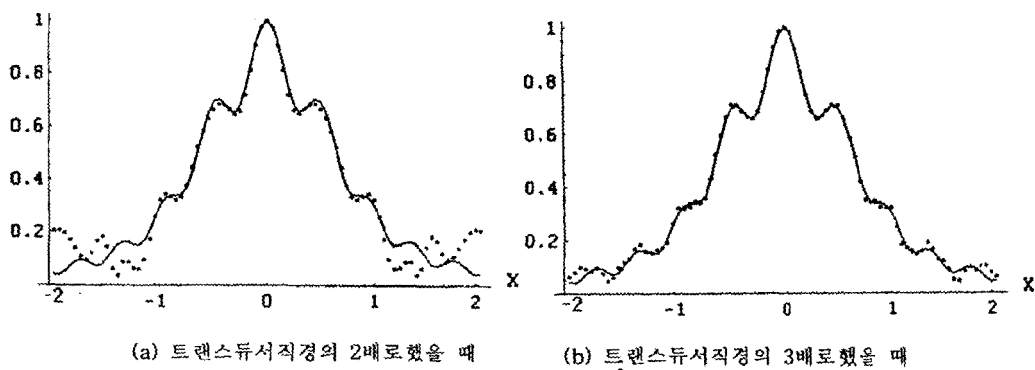


그림 6. 기준음장영역 변화에 따른 음장계산 결과의 비교

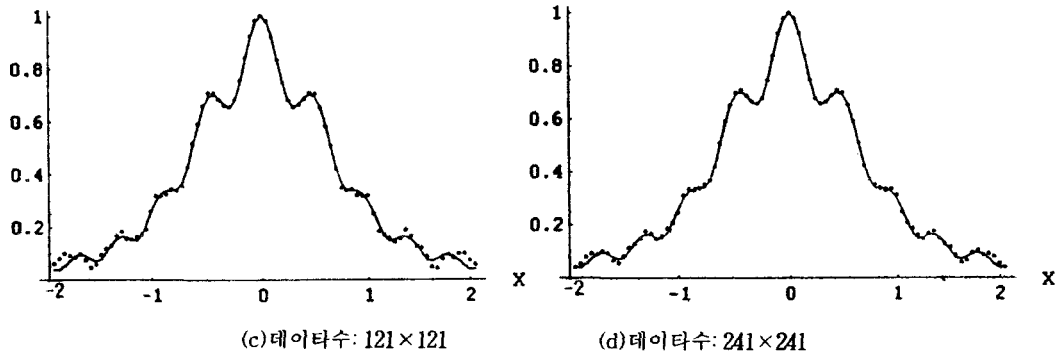


그림 7. 푸리에변환 데이터의 수의 변화에 따른 음장계산 결과의 비교

$Z=1.0$ 인 단면 D_2 의 음장을 나타낸다. 계산방법으로는 $Z=0.5$ 인 단면 D_1 에 가상의 경계면이 존재한다고 가정, 먼저 D_1 단면의 음장을 각스펙트럼법에 의해 구해 그것을 기준음장으로 하고, 그 기준음장을 제차 각스펙트럼법에 적용시켰다.

그림 3과 그림 4를 비교해보면 각스펙트럼법으로 산출한 음장은 외곽부분을 제외하고는 Lömmel 근사법에 의한 음장과 매우 유사한 형태로 나타난다. 따라서 각스펙트럼법은 종래의 Lömmel 근사법에 의한 방법과 더불어 일반적인 음장의 해석에 유효하게 사용될 수 있다. 이 해석에 있어서 트랜스듀서 직경의 2배영역에 대해, $Z=1.0$ 에 대해 121×121 의 데이터를 가지고 계산시간을 비교해보면(IBM PC를 사용: 펜티엄 166MHz, RAM 64MB), Lömmel 근사법에 의한 방법은 13164초인 반면, 각스펙트럼법은 209초였다. 이로부터 각스펙트럼법은 Lömmel 근사법에 의한 방법보다 계산시간을 상당히 단축시킬 수 있는 잇점을 가짐을 알 수 있다.

원형의 트랜스듀서에 의한 입의 단면의 음장은 축대칭이므로 그림 5에서는 x 축에 대하여 그림 3에 나타난 Lömmel 근사법에 의한 음장과 그림 4의 각스펙트럼법에 의한 음장을 비교하였다. 그림 5에서 알 수 있는 바와 같이 트랜스듀서 직경의 두배 영역이내에서 두 방법에 의한 계산 결과의 차이를 보면 트랜스듀서 영역내(± 1 이내)에서는 최대차가 $\pm 0.5\text{dB}$ 이내로 거의 일치하나, 그 바깥쪽 영역($\pm 1 \sim \pm 2$ 사이)에서는 $\pm 9\text{dB}$ 의 차이를 나타낸다. 이러한 차이는 기준음장의 영역을 크게하거나 푸리에변환시의 데이터수를 늘이면 다소 감소하는데, 그림 6은 기준음장의 영역을 트랜스듀서 크기의 2배 및 3배(2배 영역만 표시)로 하였을 경우의 계산결과를 비교한 것이며, 그림 7은 푸리에변환 데이터의 수를 변화시켰을 경우에 대한 계산결과를 Lömmel 근사법에 의한 계산결과와 비교하여 나타내었다. 이 결과로부터 각스펙트럼법은 계산시간을 단축시키는데는 매우 유효하나 기준음장의 영역의 크기 및 푸리에변환시의 데이터수의 제한에 따라 다소 오차가 발생함을 알 수 있다.

V. Lömmel 근사법과 각스펙트럼법의 복합

앞에서 각스펙트럼법은 단시간내에 음장산출이 가능하나 해석시 필요한 기준음장의 공간적 영역의 제한 및 푸리에변환시의 데이터 수의 제한으로 인하여 다소 오차가 발생함을 보았다. 여기서는 계산시간을 가능한 한 짧게하면서 그 오차를 감소시키기 위한 한 방안으로 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법을 복합하는 새로운 방법을 제안하고 그 유효성을 검토하였다. 이 방법은 해석하고자 하는 공간내에 존재하는 첫번째 경계면의 음장을 Lömmel 근사법으로 구해 그것을 기준음장으로 간주하여 각스펙트럼법에 적용시켜 단면 D_2 의 음장을 산출하는 방법이다.

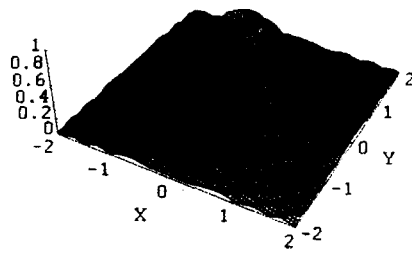
그림 8은 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법의 복합법에 의해 산출한 $Z=0.75$ 및 $Z=1.0$ 인 단면 D_2 의 음장을 나타낸다. 이 계산에서도 $Z=0.5$ 에 가상의 경계가 있다고 가정하였다.

그림 9는 x 축에 대하여 $Z=0.75$ 및 $Z=1.0$ 일때의 음장을 Lömmel 근사법으로 직접 구한 것과 각스펙트럼법에 의해 산출한 것, 그리고 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법의 복합에 의해 산출한 것을 비교하여 나타낸 것이다.

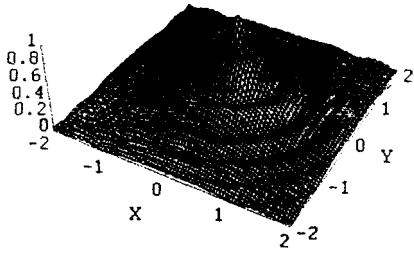
그림 9에서 Lömmel 근사법에 의해 직접 구한 음장은 실제의 물리적 현상과 일치하는 연속적인 변화를 나타내고 있으나, 각스펙트럼법 또는 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법을 복합한 방법에 의한 결과는 그것과는 다소 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 그림 10은 $Z=1.0$ 의 x 축상의 음장을 각스펙트럼법만에 의한 계산결과와 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법을 복합한 방법에 의한 계산결과를 비교한 것이다. 그림 10으로부터 여기서 제안한 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법을 복합한 방법이 각스펙트럼법만에 의한 것보다는 오차가 적게 생겨, 보다 정확한 음장의 산출이 가능함을 알 수 있다.

VI. 결 론

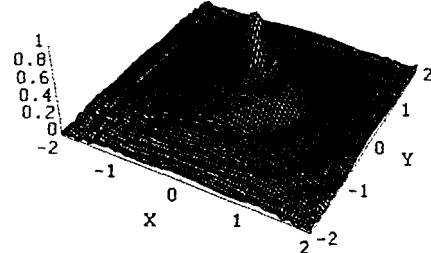
수는 경계층이 존재하는 수중에서의 초음파음장 해석



(a) $Z=0.5$

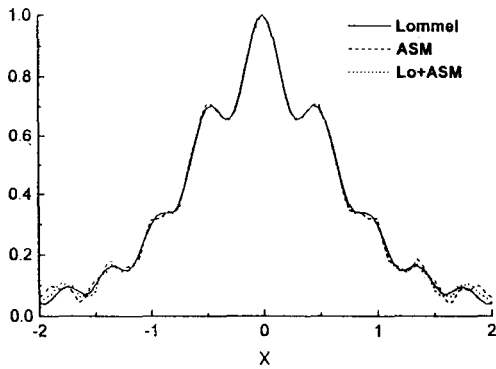


(b) 경계 : $Z=0.5 \Rightarrow$ 음장 : $Z=0.75$

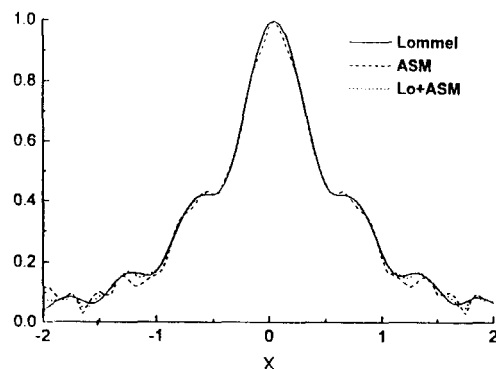


(c) 경계 : $Z=0.5 \Rightarrow$ 음장 : $Z=1.0$

그림 8. Lömmel 근사법과 각스펙트럼법의 복합으로 산출한 음장



(a) $Z=0.75$



(b) $Z=1.0$

그림 9. Lömmel 근사법, 각스펙트럼법 및 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법의 복합법에 의해 산출한 x축상의 음장비교

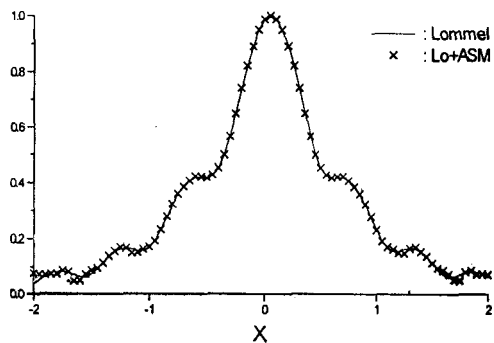
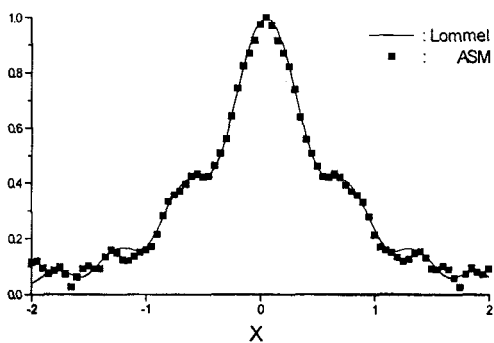


그림 10. 각스펙트럼법 및 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법의 복합법에 의한 x축상의 음장비교

에 각스펙트럼법을 도입하기에 앞서, 수중음장해석에 있어서의 그 유효성과 오차를 가상의 경계를 고려한 등수준의 수중을 이용하여 분석하였으며, 오차를 감소시키는 한 방법으로 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법을 복합한 새로운 방법을 제안하였다. 각스펙트럼법은 단시간내에 비교적 정확한 음장산출이 가능하나 해석시 필요한 기준음장의 공간적 영역이 제한 및 푸리에변환시의 데이터수의 제한으로 인하여 다소 오차를 발생시키는데, 여기서 제안한 Lömmel 근사법과 각스펙트럼법을 복합한 방법은 그 오차를 감소 시키는데 유효함을 알았다. 금후, 다층의 복잡한 경계를 갖는 매질내에서의 음장해석, 근거리음장을 이용한 원거리음장의 산출방법 등에 여기서 제안한 방법이 유용하게 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. 鳥飼安生, "超音波音場とLömmel關係," 東京大學生産技術研究所報告, UDC534. 231-141, pp. 106-121, 1975.
2. M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics," Pergamon Press, 5th, pp. 435-449, 1975.
3. P.R. Stepanishen and K.C. Benjamin, "Forward and Backward Projection of Acoustic Fields Using FFT Methods," J. Acoust. Soc. Am. 71, pp. 803-812, 1982.
4. R.C. Waag, J.A. Campell, J. Ridder, and P. R. Mesdag, "Cross-Sectional Measurements and Extrapolations of Ultrasonic Fields," IEEE, Trans. Son. Ultrason., Vol. SU-32, pp. 26-35, 1985.
5. M.E. Schafer and P.A. Lewin, "Transducer Characterization Using the Angular Spectrum Method," J. Acoust. Soc. Am. 85(5), pp. 2202-2214, 1989.
6. E.G. Williams and J.D. Maynard, "Numerical Evaluation of the Rayleigh Integral for Planar Radiators Using the FFT," J. Acoust. Soc. Am. 72(6), pp. 2020-2030, 1982.
7. 김정순, 김동현, 김무준, 하강열, "각스펙트럼법을 이용한 초음파 음장형성에 미치는 수온 경계 층의 영향 해석", 한국음향학회 학술발표회 논문집, pp. 401-405, 1996.
8. J.W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics," McGraw-Hill Co., pp. 42-54, 1968.
9. P. Wu, R. Kazys, and T. Stepinski, "Analysis of the Numerically Implemented Angular Spectrum Approach Based on the Evaluation of Two-Dimensional Acoustic Fields. Part I. Errors Due to the Discrete Fourier Transform and Discretization," J. Acoust. Soc. Am. 99(3), pp. 1339-1348, 1996.

▲김 정 순(Jung-Soon Kim)



1996년 2월: 부경대학교 물리학과(이학사)

1996년 3월~현재: 부경대학교 대학원 음향진동공학과(석사과정)

※주관분야: 초음파 음장해석

▲김 무 준(Moo-Joon Kim)

한국음향학회지 제14권 제4호 참조

▲하 강 열(Kang-Lyeol Ha)

한국음향학회지 제14권 제6호 참조