

그레이 큐브의 고장 지름(Fault Diameter)과 고장 허용도(Fault Tolerance)

이 형 옥[†] · 주 낙 근^{††} · 임 형 석^{†††}

요 약

본 논문에서는 최근에 [12]에 제시된 그레이 큐브의 고장 지름(fault diameter)과 고장 허용도(fault tolerance)를 분석한다. 상호 연결망의 고장 지름은 연결망을 평가하기 위한 중요한 척도중 하나로서 노드들이 고장인 경우 노드들 사이의 최장 거리를 나타낸다. 2^n 개의 노드를 가지는 n -차원 그레이큐브의 고장 지름이 지름 + 2임을 보인다($n \geq 3$). 이는 노드들이 고장인 환경에서도 노드들 사이의 최장 거리가 단지 상수 요소밖에 증가하지 않음을 나타낸다. 이 결과를 널리 알려진 하이퍼큐브의 고장 지름과 비교하면 노드 고장인 환경에서도 메시지의 최장 전달 거리가 하이퍼큐브의 그것에 비해 약 절반 정도임을 보이고 있다.

Fault Diameter and Fault Tolerance of Gray Cube

Hyeongok Lee[†] · Nakkeun Joo^{††} · Hyeongseok Lim^{†††}

ABSTRACT

In this paper, we analyze the fault diameter and fault tolerance of Gray cube proposed recently in [12]. Fault diameter of an interconnection network is one of the important network measures concerning the distance between nodes when some nodes fail. It is showed that fault diameter of n -dimensional Gray cube having 2^n nodes is $\lceil (n + 1)/2 \rceil + 2$, ($n \geq 3$). It means the increment of the longest distance between nodes under node-failure is only constant factor. Comparing the result with the fault diameter of well-known hypercube, the longest routing distance of a message in a Gray cube under node-failure is about the half of that of hypercube

1. 서 론

최근 컴퓨터 제조 기술의 발전과 보다 높은 성능을 요구하는 응용분야의 증대로 고성능 컴퓨터에 관한 관심이 증대하고 있다. 이러한 고성능을 얻기 위해서 병렬처리에 대한 필요성이 크게 부각되고 있으며 병렬컴퓨터에 관한 연구가 많이 진행되고 있다. 병렬컴

퓨터는 공유 기억장치를 갖는 다중 프로세서(multi-processor) 시스템과 분산 기억장치를 갖는 다중 컴퓨터(multicomputer) 시스템으로 분류할 수 있다. 다중 컴퓨터 시스템은 각각의 프로세서들이 자신의 기억장치를 갖고 프로세서들을 상호 연결망에 의해 연결한 시스템이다.

상호연결망은 각 프로세서들을 노드로, 프로세서들 사이의 통신 채널을 에지로 나타내는 무방향 그래프로써 표현될 수 있다. 이러한 상호연결망을 평가하는 망척도는 분지수, 확장성, 지름 및 노드간 평균거리, 고장지름 및 연결망의 대칭성 등이 있다[2, 6]. 이러한

† 준 회 원: 순천대학교 컴퓨터교육과
†† 중 심 회 원: 동신대학교 전산통계학과
††† 정 회 원: 전남대학교 전산통계학과
논문접수: 1996년 9월 6일, 심사완료: 1997년 6월 24일

상호연결망으로는 메쉬[6], 하이퍼큐브[4, 7, 8], 스타 그래프[1, 2], 재귀원형군[10, 11] 등이 제안 되었다.

최근에 새로운 연결망으로 그레이코드를 이용한 그레이큐브가 [12]에서 제안되었다. n -차원 그레이큐브 GQ_n 은 하이퍼큐브 Q_n 과 노드와 에지의 갯수가 같지만 지름, 노드간의 평균거리 등에 있어서 하이퍼큐브 보다 작다는 것이 알려져 있다[12].

상호연결망을 평가하는 척도들중 메시지 전송과 관련된 척도로서 고장 지름(fault diameter)이 있다[2, 3, 5, 9, 10]. 상호연결망의 고장 지름이란 연결망의 노드 연결도 미만의 노드가 고장이 발생했을때 연결망의 지름(diameter)을 말한다. 상호연결망이 두개 이상의 그래프로 나누어지지 않을 만큼의 노드가 고장이면 노드 연결도 미만의 고장임을 의미한다. 이때 상호연결망의 고장 지름이 그 지름과 비슷하다는것은 상호연결망의 노드 몇개가 고장나더라도 통신 지연 시간이 크게 늘어나지 않음을 의미한다.

본 논문에서는 [12]에서 제안된 그레이큐브 GQ_n 이 복수개의 처리장치를 갖는 상호연결망으로 사용되었을 경우, 노드에 고장이 발생하였을 때의 고장 지름(fault diameter)과 고장 허용도(fault tolerance)를 분석한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 본 논문에서 다루고자하는 그레이큐브의 정의 및 특성과 이미 연구된 다른 연결망들의 고장 지름(fault diameter)에 대해 살펴본다. 3장에서는 그레이큐브(Gray Cube)에서 노드에 고장이 발생하였을 경우에 대한 고장 지름(fault diameter)과 고장 허용도(fault tolerance)를 분석하고 마지막으로 결론을 맺는다.

2. 관련 연구

2.1 그레이큐브

n -차원 그레이큐브를 GQ_n 이라 할때, GQ_n 은 2^n 개의 노드를 갖고 분지수가 n 인 무방향 그래프로서 다음과 같이 재귀적으로 정의 될 수 있다. 본 장에서 기술된 정의 및 성질은 [12]에서 제시된 내용이다.

정의 1 $GQ_{n+1} = \text{Inter}(GQ_n, GQ_n^*, \Pi^n), n \geq 1$.

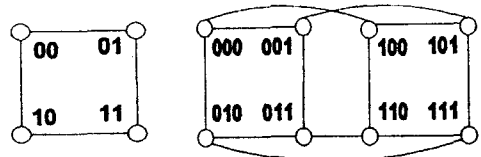
여기서 순열 Π^n 은 집합 $Z_n = \{0, 1, \dots, 2^{n-1}\}$ 에 관한 전단사 함수로서 n -비트 그레이코드에 해당한다. G_i

는 레이블을 0과 1을 갖는 완전 그래프 즉 K_2 그래프이다. GQ_n 과 GQ_n^* 은 동일한 n -차원의 그레이큐브이다. 함수 $\text{Inter}()$ 는 GQ_n 과 GQ_n^* 의 노드들 사이에 일대일 사상을 나타내며 다음 두 단계로 이루어진다.

(1) 노드 $v_i \in V(GQ_n)$ 를 하나의 에지에 의해 노드 $\Pi(v_i) \in V(GQ_n^*)$ 와 연결한다.

(2) GQ_n^* 의 노드들에 해당하는 GQ_{n+1} 의 노드들의 부분 집합을 각각의 기존의 레이블에 2^n 을 더함으로써 새로운 레이블을 부여한다.

위의 정의 1에 따라 구성된 2-차원과 3-차원 그레이큐브는 (그림 1)과 같다. 여기서 $\Pi^1 = (0, 1)$ 이고 $\Pi^2 = (0, 1, 3, 2)$ 이다.



(1) GQ_2 (2) GQ_3

(그림 1) 그레이큐브 GQ_2, GQ_3

(Fig. 1) Gray Cube GQ_2, GQ_3

여기서 나타내는 그레이코드는 Binary reflected Gray code를 의미한다. 그레이 코드는 연속된 2진수 사이에 오직 한 개의 비트만 변화하도록 하는 코딩 방식의 하나로 자기 보수성과 주기성을 갖는데 $(n+1)$ -비트 그레이코드 $g_n \dots g_1 g_0$ 는 임의의 $(n+1)$ -비트 이진수 $b_n \dots b_1 b_0$ 로부터 다음과 같이 유도 될 수 있다.

$$g_i = b_i \oplus b_{i+1}, 0 \leq i \leq n-1, g_n = b_n.$$

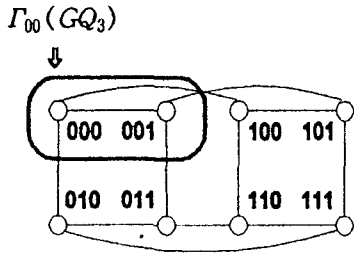
또 B_i 를 정수 $i(0 \leq i \leq 2^n - 1)$ 의 2진 표현이라 하고, B'_i 는 B_i 를 오른쪽으로 한 비트 쉬프트시켜 얻어지며 이때 왼쪽에는 0 이 삽입되는 2진수라 할 때 i 번째 그레이코드 G_i 는 다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$G_i = B_i \oplus B'_i.$$

여기서 \oplus 는 exclusive-or 연산이다. 예를들면 이진수 011010의 그레이코드는 010111이다.

그레이큐브의 고장 지름을 분석하기 위해서 그레이큐브의 유도부그래프(induced subgraph)를 나타내

기 위한 방법을 정의한다. $\Gamma_{\alpha, \beta}(GQ_n)$ 은 전위 비트스트링(prefix)이 α 와 β 인 모든 노드들의 집합으로만 구성된 GQ_n 의 유도부그래프로 나타낸다. 예를 들면 GQ_3 에서 $\Gamma_{00}(GQ_3)$ 는 (그림 2)와 같다.



(그림 2) GQ_3 의 유도부그래프 $\Gamma_{00}(GQ_3)$
(Fig. 2) Induced subgraph $\Gamma_{00}(GQ_3)$

성질 1 α 가 임의의 이진 비트스트링 즉 $\alpha \in \{0, 1\}^*$ 이라 할 때, $\Gamma_{\alpha}(GQ_n)$ 는 $GQ_{n-|\alpha|}$ 와 동형이다[12].

성질 2 $\Gamma_{00, 10}(GQ_n)$ 과 $\Gamma_{01, 11}(GQ_n)$ 는 GQ_{n-1} 과 동형이다[12].

성질 3 집합 $\{(000, 100), (001, 101), (010, 111), (011, 110)\}$ 내에 있는 모든 α 와 β 의 쌍에 대해서 $\Gamma_{\alpha, \beta}(GQ_n)$ 은 GQ_{n-2} 와 동형이다[12].

n -차원 그레이큐브 GQ_n 은 2^n 개의 노드와 $n2^{n-1}$ 개의 에지로 구성되고 분지수가 n 인 정규그래프이다. 그레이큐브 GQ_n 은 하이퍼큐브 Q_n 과 노드수와 에지수, 노드 및 에지 연결도, 분지수 등의 망척도면에서는 같으나 지름은 $\lceil (n+1)/2 \rceil$ 로 하이퍼큐브의 절반 정도 밖에 되지 않고 노드간의 평균거리 또한 다른 연결망에 비해 짧은 것으로 알려졌다. 그리고 간단한 최단거리 라우팅 알고리즘과 방송 알고리즘을 갖고 있으며, 하이퍼큐브와도 dilation 2로 임베딩됨이 보여졌다[12].

2.2 다른 상호연결망의 고장 지름

이 장에서는 이미 잘 알려진 하이퍼큐브[1, 4, 5, 7, 8]와 재귀원형군[10, 11], 스타그래프[1, 2, 9] 등의 몇 가지 특성들과 고장 지름을 살펴본다.

n -차원 하이퍼큐브 Q_n 는 2^n 개의 노드와 $n2^{n-1}$ 개의 에지로 구성된다. 각 노드의 주소는 n -비트 이진수로 표현될 수 있고, 임의의 두 노드의 주소가 정확히 1 비트만 다를때 그 두 노드 사이에 에지가 있다. 하이

퍼큐브는 연결망이 대칭적, 재귀적 구조를 가지고 있으므로 확장성이 매우 좋다. 그렇지만 연결망의 크기가 증가할수록 분지수가 늘어나고 노드간의 지름과 평균 거리가 짧지 않다는 단점을 갖고 있다[9]. 특히 하이퍼큐브의 고장 지름은 하이퍼큐브의 지름 +1, 즉 $n+1$ 임이 알려져 있다[3, 5].

재귀 원형군 $G(2^n, 4)$ 는 하이퍼큐브 Q_n 와 노드수와 에지수가 같으면서 지름, 노드간 평균거리, 노드 방문비, 최단거리 라우팅 알고리즘 등에 있어서 하이퍼큐브의 단점을 보완하고 망척도에 있어서 여러가지 장점을 갖는 연결망이다[11]. 재귀 원형군의 고장 지름은 재귀 원형군의 지름 +1 즉 $\lceil (3n-1)/4 \rceil + 1$ 임이 밝혀졌다($n \geq 5$) [10].

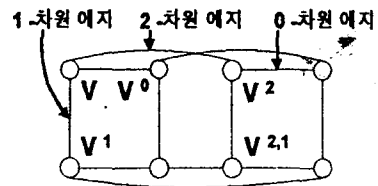
n -스타 그래프 S_n 은 $n!$ 개의 노드로 구성되고 각 노드의 레이블링은 n 개 심볼로 생성된 순열중 하나이며, 노드간의 연결은 노드 레이블링의 처음 위치와 나머지 $n-1$ 개 위치중 하나의 위치만 다를때 에지를 둔다. 따라서 각 노드는 $n-1$ 개의 에지를 가지므로 n -스타 그래프 S_n 은 분지수가 $n-1$ 인 정규 그래프이다 [1, 2]. n -스타 그래프 S_n 은 노드(에지) 대칭적이고, 라우팅 알고리즘이 간단하며 지름이 $\lfloor 3(n-1)/2 \rfloor$ 임이 알려졌다. 또한 n -스타 그래프의 고장 지름은 스타 그래프의 지름 +1이고, 최대 고장 허용도를 가짐이 증명 되었다($n \geq 7$) [9, 2].

3. 그레이큐브의 고장 지름 및 고장 허용도

3.1 그레이큐브의 고장 지름(fault diameter)

본장에서는 그레이큐브의 고장 지름을 분석한다.

GQ_{n+1} 에 대하여 GQ_n 의 노드와 GQ_n^* 의 노드를 연결하는 에지를 n -차원 에지로 정의 한다. 예를 들면 (그림 3)과 같다.



(그림 3) 그레이큐브 GQ_3 의 차원 에지
(Fig. 3) Dimension edge of gray cube GQ_3

GQ_{n+1} 의 임의의 노드 $v^{i_0 i_1 \dots i_k}$ ($0 \leq k, i_k \leq n$)는 $v^{i_0 i_1 \dots i_{k-1}}$ 과 i_k -차원 에지에 의해 연결된 노드로 정의한다. 단 노드 v^i ($0 \leq i \leq n$)는 노드 v 와 i -차원 에지에 연결된 노드이다(그림 3).

정의 2 그래프 $G(V, E)$ 의 고장 지름 $fd(G)$ 는 V 의 부분집합 V' 을 그래프 G 에서 제거했을 때의 그래프 G 의 지름 $d(G)$ 중 가장 큰 값이다. 이 때, $|V'| <$ (그래프 G 의 노드 연결도) 이다.

정리 1 GQ_n 에 있는 임의의 두 노드 s 와 d 사이에는 경로 길이가 $d(GQ_n) + 2$ 이하인 노드 중복 없는 경로 (node disjoint path)가 n 개 존재한다($n \geq 3$).

증명 증명은 수학적 귀납법을 사용한다. 먼저 3, 4-차원 그레이큐브에 대하여 위 정리가 성립함을 보이고 n -차원 그레이큐브에서는 $(n-1)$, $(n-2)$ -차원 그레이큐브에 대한 귀납가정을 통해 증명하도록 한다. 각 경우에서 그레이 큐브의 성질1 또는 성질2에 의해 동형을 구성하는 경우 유사한 방법이 적용됨으로 한 경우만 보이도록 한다.

노드 s 와 d 의 비트 스트림을 각각 $s_{n-1}s_{n-2}, \dots, s_0$ 와 $d_{n-1}d_{n-2}, \dots, d_0$ 이라고하고, 노드 s 와 d 의 비트스트림에서 전위 두 비트스트림 $s_{n-1}s_{n-2}$ 와 $d_{n-1}d_{n-2}$ 를 각각 α, β 라 하자. 각 차원에서 노드 s 와 d 의 비트스트림 관계에 따라서 3가지 경우로 나누어 증명한다.

i) $n=3$ 인 경우

경우 1 $\alpha = \beta \in \{00, 01, 10, 11\}$ 인 경우

$\alpha = \beta$ 인 경우는 모두 동일한 방법이 적용됨으로 00인 경우에 대하여 보인다.

노드 s 와 d 의 전위 두 비트가 같은 경우, 첫 번째 경로는 노드 s 와 d 는 0-차원 에지에 의해 연결된 경로이다. 두 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^1, d^1 을 경유

하여 d 로 가는 경로를 찾을 수 있다. 세 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^2, d^2 를 경유하여 d 로 가는 경로를 찾을 수 있다. 따라서 노드 s 와 d 사이에 존재하는 3개 경로상의 노드들은 노드 중복하지 않고 경로 길이는 $d(GQ_3) + 2$ 이하임을 알 수 있다(그림 4).

경우 2 $(\alpha, \beta) \in \{(00, 01), (10, 11), (00, 10), (01, 11)\}$ 경우 각 경우는 그레이큐브 성질에 의해 GQ_2 에 동형으로 $\alpha=00, \beta=01$ 인 경우만 증명하도록 한다.

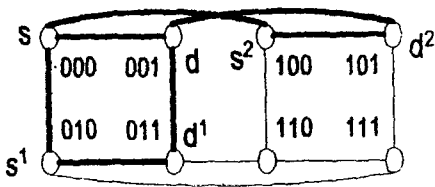
첫 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^0 를 경유하여 d 로 가는 경로이다. 두 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^1 을 경유하여 d 로 가는 경로이다. 위의 두개 경로상의 노드들은 $\Gamma_s(GQ_3)$ 의 노드들이므로 GQ_2 에 동형이고 경로 길이는 $d(GQ_2) + 1$ 이하이다. 세 번째 경로는 노드 s 와 d 에서 2-차원 에지에 연결된 노드 s^2 와 d^2 를 경유하는 경로이다. 노드 s^2 와 d^2 는 $\Gamma_{ss}(GQ_3)$ 의 노드이므로 성질1에 의해 GQ_2 에 동형이다. 따라서 노드 s 에서 s^2 와 d^2 를 경유하여 d 로 가는 경로의 길이는 $d(GQ_2) + 2$ 이하이다.

경우 3 $(\alpha, \beta) \in \{(00, 11), (01, 10), (11, 00), (10, 01)\}$ 경우 위의 경우에서 α 와 β 가 $(00, 11)$ 인 경우만 보인다.

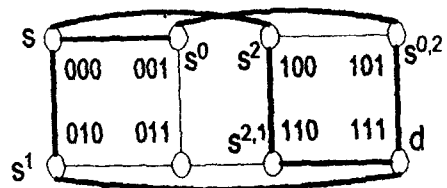
노드 s 의 비트스트림은 2가지 000과 001이 있지만, s 가 001인 경우 s 가 000인 경우와 유사하게 적용할 수 있으므로 본 논문에서는 s 가 000일 때 노드 d 의 경우에 따라서 2가지로 나누었다.

① $s=000, d=111$ 인 경우

첫 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^2, s^2, s^1 을 경유하여 d 로 가는 경로이다. 두 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^0, s^0, s^2 를 경유하여 d 로 가는 경로이다. 세 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^1 을 경유하여 d 로 가는 경로이다. 따라서 위의 세가지 경로 길이는 $d(GQ_3) + 2$ 이하이다(그림 5).



(그림 4) GQ_3 에서 α 와 β 가 00인 경우
(Fig. 4) $\alpha = \beta = 00$ in GQ_3



(그림 5) $s=000, d=111$ 의 경우
(Fig. 5) $s=000, d=111$ in GQ_3

② $s=000, d=110$ 인 경우

첫 번째 경로는 노드 s 에서 노드 $s^1, s^{1,2}$ 를 경유하여 d 로 가는 경로이다. 두 번째 경로는 노드 s 에서 노드 $s^0, s^{0,1}$ 을 경유하여 d 로 가는 경로이다. 세 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^2 를 경유하여 d 로 가는 경로이다. 따라서 위의 세가지 경로길이는 $d(GQ_1) + 2$ 이하이고, 노드 중복하지 않음을 알 수 있다.

따라서 $n=3$ 에서 경우 1, 2, 3에 의하여 임의의 두 노드 s 와 d 사이에 노드 중복하지 않는 경로가 3개 있고, 각 경로 길이는 $d(GQ_3) + 2$ 이하임을 알 수 있다.

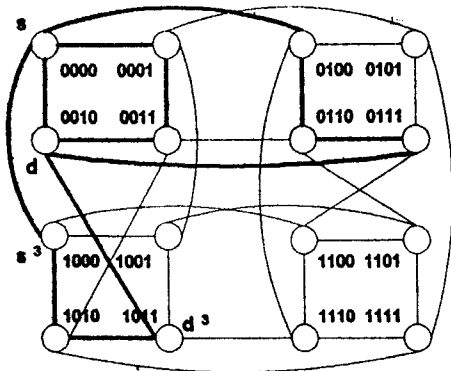
ii) $n=4$ 인 경우

노드 s 와 d 의 비트스트링은 $s = s_3s_2s_1s_0, d = d_3d_2d_1d_0$ 으로 나타낼 수 있다.

경우 1 $\alpha = \beta \in \{00, 01, 10, 11\}$ 인 경우

위 경우에서 $\alpha = \beta$ 가 00인 경우에 대하여 보인다.

$n=3$ 의 경우 1, 2에 의해 3개 경로가 존재함을 보였다. 나머지 1개 경로는 노드 s 에서 노드 s^3, d^3 를 경유하여 d 로 가는 경로를 찾을 수 있다. 노드 s^3 에서 d^3 까지 노드는 $\Gamma_{s^3s_3}(GQ_4)$ 의 노드이므로 성질1에 의해 GQ_2 에 동형을 구성할 수 있다. 따라서 노드 s 에서 s^3, d^3 를 경유하여 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_2) + 2$ 이하이다(그림 6).



(그림 6) GQ_4 에서 $\alpha = \beta$ 가 00인 경우
(Fig. 6) $\alpha = \beta = 00$ in GQ_4

경우 2 $(\alpha, \beta) \in \{(00, 01), (10, 11), (00, 10), (01, 11)\}$ 경우
각 경우는 그레이큐브 성질에 의해 GQ_3 에 동형으로 $\alpha=00, \beta=01$ 인 경우만 증명하도록 한다. 3개 경로는 $n=3$ 의 경우 2, 3에 의해 존재함을 알 수 있다. 나머지 1개 경로는 노드 s 에서 s^3, d^3 를 경유하여 d 로 가는 경로를 찾을 수 있다. 노드 s^3 에서 d^3 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s^3}(GQ_4)$ 의 노드이므로 성질1에 의해 GQ_3 의 동형이고, 노드 s 에서 노드 s^3, d^3 를 경유하여 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_3) + 2$ 이하이다.

경우 3 $(\alpha, \beta) \in \{(00, 11), (01, 10), (11, 00), (10, 01)\}$ 경우
각 경우들이 유사하게 적용됨으로 $\alpha=00, \beta=11$ 인 경우만 증명하도록 한다. 노드 s 는 $\Gamma_{000}(GQ_4)$ 과 $\Gamma_{001}(GQ_4)$ 중의 하나이고, 두가지가 유사하게 적용할 수 있으므로 본 논문에서는 노드 s 가 $\Gamma_{000}(GQ_4)$ 의 노드일 때, 노드 d 의 경우에 따라서 2가지로 나눈다.

노드 s 와 연결된 노드 s^0, s^1, s^2, s^3 중에서 노드 d 를 포함하면서 GQ_2 를 구성하는 노드를 s' 라 하자. 노드 s 와 s' 는 인접하므로 노드 s 와 s' 를 포함하는 GQ_2 를 구성할 수 있고, 또한 노드 s' 와 d 를 포함하는 GQ_2 를 구성할 수 있다.

첫 번째 경로는 노드 s 에서 s' 를 경유하여 d 로 가는 경로이다. 노드 s 와 s' 는 인접하고, 노드 s' 에서 d 까지는 $d(GQ_2)$ 의 길이 이하이므로, 노드 s 에서 s' 를 경유하여 d 로 가는 경로길이는 $d(GQ_2) + 1$ 이하이다.

두 번째 경로는 노드 s 에서 s^0, s^0 를 경유하여 d 로 가는 경로를 찾을 수 있다. 노드 s, s', s^0, s^0 는 GQ_2 의 노드들이므로 노드 s^0 와 s^0 는 인접한다. 그리고 노드 s^0 에서 d 까지는 $d(GQ_2)$ 이하이므로, 노드 s 에서 s^0, s^0 를 경유하여 d 로 가는 경로길이는 $d(GQ_2) + 2$ 이하이다.

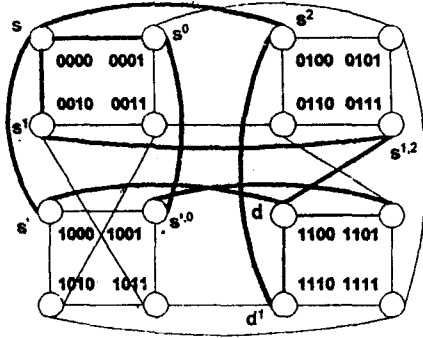
나머지 경로는 노드 d 의 경우에 따라서 두 경우로 세 번째와 네 번째 경로를 보인다.

① 노드 d 가 $\Gamma_{110}(GQ_4)$ 의 노드 경우

세 번째 경로는 노드 s 에서 $s^1, s^{1,2}$ 를 경유하여 d 로 가는 경로이다. 노드 $s^{1,2}$ 에서 d 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s^1s^2, d_3d_2d_1}(GQ_4)$ 의 노드이므로 성질3에 의해 GQ_2 의 동형이고, 노드 $s^{1,2}$ 에서 d 까지 경로길이는 $d(GQ_2)$ 이다. 따라서 노드 s 에서 노드 $s^1, s^{1,2}$ 를 경유하여 d 로 가는 경로길이는 $d(GQ_2) + 2$ 이하이다.

네 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^2, d^1 을 경유하여

d 로 가는 경로이다. 노드 s^2 에서 d^1 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s_3\bar{s}_3s_1, d_3\bar{d}_3d_1}(GQ_4)$ 의 노드이므로 그레이큐브 성질 3에 의해 GQ_2 에 동형이고, 노드 s^2 에서 d^1 까지 경로 길이는 $d(GQ_2)$ 이다. 따라서 노드 s 에서 노드 s^2, d^1 을 경유하여 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_2) + 2$ 이하이다 (그림 7).



(그림 7) $s \in \Gamma_{000}(GQ_4), d \in \Gamma_{110}(GQ_4)$ 경우
(Fig. 7) $s \in \Gamma_{000}(GQ_4), d \in \Gamma_{110}(GQ_4)$ in GQ_4

② 노드 d 가 $\Gamma_{111}(GQ_4)$ 의 노드인 경우

세 번째 경로는 노드 s 에서 s^3, d^1 을 경유하여 d 로 가는 경로이다. 노드 s^3 에서 d^1 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{d_3}(GQ_4)$ 에서 $\Gamma_{s_3s_1, d_3\bar{d}_3d_1}(GQ_4)$ 의 노드이므로 성질3에 의해 GQ_2 의 동형이다. 따라서 노드 s 에서 노드 s^3, d^1 을 경유하여 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_2) + 2$ 이하이다.

네 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^1, d^2 를 경유하여 d 로 가는 경로이다. 노드 s^1 에서 d^2 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s_3\bar{s}_3s_1, d_3\bar{d}_3d_1}(GQ_4)$ 의 노드이므로 그레이큐브 성질3에 의해 GQ_2 에 동형이다. 따라서 노드 s 에서 노드 s^1, d^2 를 경유하여 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_2) + 2$ 이하이다.

그러므로 경우 1, 2, 3에 의해 $n=4$ 에서 임의의 두 노드 s 와 d 사이에 경로 길이가 $d(GQ_4) + 2$ 이하이고 노드 중복하지 않는 경로를 4개 구성할 수 있다.

iii) $k=n$ 인 경우

이제 $k=n$ 에 대하여 노드 s 와 d 사이에 경로 길이가 $d(GQ_n) + 2$ 이하이고, 노드 중복하지 않는 경로가 n 개 존재함을 보인다.

경우 1 $\alpha = \beta \{00, 01, 10, 11\}$ 인 경우

$\alpha = \beta$ 인 경우는 그레이큐브의 성질1에 의해 GQ_{n-1} 에 동형으로 $\alpha = \beta$ 가 00인 경우에 대하여 보인다.

$k=n-2$ 차원에 대하여, 경로 길이가 $d(GQ_{n-2}) + 2$ 이하이고, 노드 중복하지 않는 $n-2$ 개의 경로가 존재한다고 가정하자.

노드 s 와 d 는 $\Gamma_{s_{n-1}, s_{n-1}}(GQ_n)$ 의 노드이므로 성질1에 의해 GQ_{n-2} 에 동형이고, 귀납 가정에 의해 노드 중복하지 않는 $n-2$ 개의 경로가 존재한다.

하나의 경로는 노드 s 와 d 에서 각각 $(n-2)$ -차원 에지에 의해 연결된 노드 s^{n-2}, d^{n-2} 를 경유하는 경로를 찾을 수 있다. 노드 s^{n-2} 에서 d^{n-2} 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s_{n-1}, s_{n-1}}(GQ_n)$ 의 노드이므로 성질1에 의해 GQ_{n-2} 에 동형이고, 노드 s^{n-2} 에서 d^{n-2} 까지 경로 길이는 $d(GQ_{n-2})$ 이하이므로 노드 s 에서 노드 s^{n-2}, d^{n-2} 를 경유하여 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_{n-2}) + 2$ 이하이다.

다른 경로는 노드 s 와 d 에서 각각 $(n-1)$ -차원 에지에 연결된 노드 s^{n-1}, d^{n-1} 을 경유하는 경로이다. 노드 s^{n-2} 에서 d^{n-1} 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s_{n-1}, s_{n-1}}(GQ_n)$ 의 노드이므로, 노드 s 에서 s^{n-1}, d^{n-1} 을 경유하여 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_{n-2}) + 2$ 이하를 갖는다.

따라서 n 개 경로상의 노드들이 중복하지 않음을 알 수 있고 경로 길이는 $d(GQ_n) + 2$ 이하이다.

경우 2 $(\alpha, \beta) \in \{(00, 01), (10, 11), (00, 10), (01, 11)\}$ 경우

위의 각 경우는 그레이큐브 성질에 의해 GQ_{n-1} 에 동형을 구성할 수 있어 유사한 방법을 적용하면 됨으로 $\alpha=00, \beta=01$ 인 경우만 증명하도록 한다.

$k=n-1$ 차원에 대하여, 경로 길이가 $d(GQ_{n-1}) + 2$ 이하이고 노드 중복하지 않는 $n-1$ 개의 경로가 존재한다고 가정하자.

노드 s 와 d 는 그레이큐브 성질1 또는 성질2에 의해 GQ_{n-1} 에 동형을 구성함으로써 귀납가정에 의해 $n-1$ 개의 노드 중복하지 않는 경로가 존재한다.

나머지 경로는 노드 s 와 d 에서 각각 $(n-1)$ -차원 에지에 의해 연결된 노드 s^{n-1}, d^{n-1} 을 경유하는 경로를 찾을 수 있다. 노드 s^{n-1} 에서 d^{n-1} 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s_{n-1}}(GQ_n)$ 의 노드이므로 성질1에 의해 GQ_{n-1} 의 동형이다. 따라서 노드 s 에서 s^{n-1}, d^{n-1} 을 경유하여 d 로 가는 경로는 $d(GQ_{n-1}) + 2$ 이하이고, 다른 $n-1$ 개 경로상의 노드들과 노드 중복하지 않음을 알 수 있다.

경우 3 $(\alpha, \beta) \in \{(00, 11), (01, 10), (11, 00), (10, 01)\}$ 경우 $k=n$ 에서 $(n-3)$ -차원 즉 GQ_{n-3} 을 하나의 슈퍼노드(super node)로 하는 GQ_3 에 동형을 구성하였을 때, 노드 s 가 $\Gamma_{000}(GQ_n)$ 의 노드일 때 노드 d 의 위치에 따라서 두 가지로 나누어 증명한다. 나머지 경우도 유사하게 적용할 수 있으므로 본 논문에서는 생략한다.

$k=n-2$ 차원에 대하여, $u \in \{0, 1\}^*$, $|u|=1$, $\Gamma_u(GQ_{n-2})$ 의 노드중 $\Gamma_{uu}(GQ_{n-2})$ 의 임의의 $n-3$ 개 노드 v_1, v_2, \dots, v_{n-3} 와 $\Gamma_{uu}(GQ_{n-2})$ 의 임의의 1개 노드 v_{n-2} 또는 $\Gamma_{uu}(GQ_{n-2})$ 의 임의의 $n-3$ 개 노드 v_1, v_2, \dots, v_{n-3} 와 $\Gamma_{uu}(GQ_{n-2})$ 의 임의의 1개 노드 v_{n-2} 에서 $\Gamma_{\bar{u}}(GQ_{n-2})$ 의 임의의 노드 w 로 경로 길이는 $d(GQ_{n-2}) + 1$ 이하이고, 노드 중복하지 않는 $n-2$ 개의 경로가 존재한다고 가정하자.

$k=n$ 에서 $(n-3)$ -차원 즉 GQ_{n-3} 을 하나의 슈퍼노드(super node)로 하는 GQ_3 에 동형을 구성할 수 있다. GQ_{n-3} 차원을 하나의 슈퍼노드로 하는 GQ_3 의 동형에서 노드 s 에 인접한 n 개 노드 s^0, s^1, \dots, s^{n-1} 을 포함하는 GQ_{n-3} 차원 슈퍼노드는 4개 있다. 노드 $s^{n-1}, s^{n-2}, s^{n-3}$, 그리고 s^0, s^1, \dots, s^{n-4} 를 각각 포함하는 슈퍼노드이다. 이러한 슈퍼노드중 노드 s 와 연결되어 있고 노드 d 를 포함하는 슈퍼노드와 함께 GQ_{n-2} 를 구성하는 슈퍼노드의 노드를 s' 라 하자. 이러한 s' 는 [12]의 라우팅 알고리즘에 의해 항상 쉽게 찾을 수 있다. 노드 s 와 s' 그리고 노드 s' 와 d 를 포함하는 각각의 GQ_{n-3} 차원 슈퍼노드는 서로 연결되어 있으므로, GQ_{n-2} 를 구성하는 두 개의 GQ_{n-3} 차원 슈퍼노드내의 모든 노드들도 일대일로 연결되어 있다. n -차원 그레이큐브 GQ_n 에서 노드 s' 와 d 를 포함하는 슈퍼노드들을 통해 GQ_{n-2} 를 구성할 수 있으며, 노드 s 와 s' 를 각각 포함하는 GQ_{n-3} 차원은 그레이큐브의 정의에 의해 두 개의 $(n-4)$ -차원 즉, GQ_{n-4}, GQ_{n-4} 차원으로 구성된다. 이제 노드 s 와 s' 는 연결되어 있으므로, s 와 s' 노드를 포함하는 GQ_{n-4} 를 통하여 GQ_{n-3} 을 구성할 수 있다. 노드 s 를 포함하는 GQ_{n-3} 에서, 노드 s 와 연결된 s^0, \dots, s^{n-4} 에서 어느 한 노드는 그레이큐브의 정의에 의해 GQ_{n-4} 의 노드이고, 나머지 노드들은 GQ_{n-4} 의 노드이다. 노드 s' 를 포함하는 GQ_{n-3} 차원은 두 개의 GQ_{n-4} 차원으로 구성되고, GQ_{n-4} 에 있는 $n-3$ 개 노드와 GQ_{n-4} 에 있는 한 개의 노드에서 노드 d 로 가는 $n-2$ 개 경로는 귀납 가정에 의해 존재한다. 이제 노

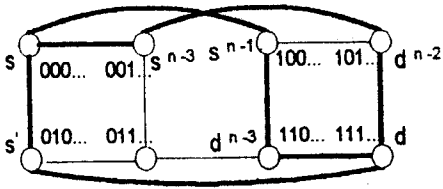
드 s 에 인접한 $n-2$ 개의 노드들이 귀납가정에 있는 $n-2$ 개 노드들과 연결됨을 보인다. 노드 s 와 s' 를 각각 포함하는 GQ_{n-3} 차원의 슈퍼노드들은 일대일로 연결되어 있으므로 두 개의 GQ_{n-3} 차원 슈퍼노드내의 모든 노드들도 일대일로 연결되어 있다. 노드 s 와 s' 노드를 포함하는 GQ_{n-4} 를 통하여 GQ_{n-3} 을 구성하는 노드들을 통해 $n-3$ 개의 노드들이 연결되고, 노드 s 와 연결된 GQ_{n-4} 에 있는 슈퍼노드내의 한 노드는 노드 s' 를 포함하는 GQ_{n-3} 의 두 개 $(n-4)$ -차원 중의 어느 한 GQ_{n-4} 의 한 노드 즉, 귀납가정에 의한 한 노드와 연결된다. 노드 s 와 s' 는 직접 연결되어 있으며, 노드 s 에 인접한 $n-3$ 개 노드들은 노드 s' 를 포함하는 GQ_{n-3} 차원 슈퍼노드내의 노드들과 두 번만에 연결됨으로, $n-2$ 개 경로의 길이는 귀납가정에 의한 경로 길이 + 2 이하 즉, $d(GQ_{n-2}) + 3$ 이하임을 알 수 있다. 따라서 그레이큐브의 지름(diameter) 성질에 의해 $d(GQ_{n-2}) + 3$ 은 $d(GQ_n) + 2$ 로 나타낼 수 있으므로 경로 길이는 $d(GQ_n) + 2$ 이하임을 알 수 있다.

나머지 2개 경로는 노드 d 의 경우에 따라서 다음의 두 가지로 나눈다.

① $s \in \Gamma_{000}(GQ_n), d \in \Gamma_{111}(GQ_n)$ 경우

첫 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^{n-1} 과 d^{n-3} 을 경유하여 노드 d 로 가는 경로이다. 노드 s^{n-1} 에서 노드 d^{n-3} 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{\bar{s}_{n-1} \bar{s}_{n-2} \bar{s}_{n-3}, d_{n-1} d_{n-2} d_{n-3}}(GQ_n)$ 의 노드이므로 그레이큐브 성질1과 성질2에 의해 GQ_{n-2} 의 동형이고, 노드 s^{n-1} 에서 d^{n-3} 까지 경로 길이는 $d(GQ_{n-2})$ 이므로 노드 s 에서 s^{n-1} 과 d^{n-3} 을 경유하여 노드 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_{n-2}) + 2$ 이하이다. 두 번째 경로는 노드 s 에서 s^{n-3} 과 d^{n-2} 를 경유하여 d 로 가는 경로이다. 노드 s^{n-3} 에서 d^{n-2} 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s_{n-3} s_{n-2} s_{n-1}, d_{n-1} d_{n-2} d_{n-3}}(GQ_n)$ 의 노드이므로 그레이큐브 성질2에 의해 GQ_{n-2} 에 동형이고, 노드 s^{n-3} 에서 d^{n-2} 까지 경로 길이는 $d(GQ_{n-2})$ 이므로 노드 s 에서 노드 s^{n-3}, d^{n-2} 를 경유하여 노드 d 로 가는 경로 길이는 $d(GQ_{n-2}) + 2$ 이하이다. 위의 두 개 경로상의 노드는 전위 3비트에 의해 노드 s' 를 포함하는 $(n-3)$ -차원 슈퍼노드내의 $n-2$ 개 경로상의 노드들과 중복하지 않음을 알 수 있고, 경로 길이는 $d(GQ_n) + 1$ 이하이다(그림 8).

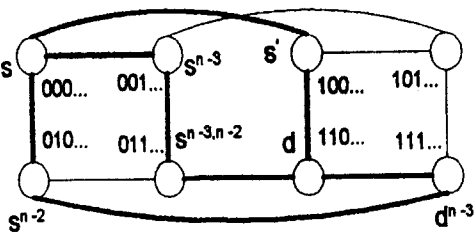
② $s \in \Gamma_{000}(GQ_n), d \in \Gamma_{110}(GQ_n)$ 인 경우



(그림 8) $s \in \Gamma_{000}(GQ_n), d \in \Gamma_{111}(GQ_n)$ 경우
(Fig. 8) $s \in \Gamma_{000}(GQ_n), d \in \Gamma_{111}(GQ_n)$ in GQ_n

첫 번째 경로는 노드 s 에서 노드 s^{n-3} 과 $s^{n-3, n-2}$ 를 경유하여 노드 d 로 가는 경로이다. 노드 $s^{n-3, n-2}$ 에서 노드 d 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s^{n-3, n-2}, d_{n-1}, d_{n-2}, d_{n-3}}(GQ_n)$ 의 노드이므로 그레이큐브 성질3에 의해 GQ_{n-2} 의 동형이다.

노드 $s^{n-3, n-2}$ 에서 d 까지 경로상의 길이는 $d(GQ_{n-2})$ 이므로 노드 s 에서 s^{n-3} 과 $s^{n-3, n-2}$ 를 경유하여 노드 d 로 가는 경로길이는 $d(GQ_{n-2}) + 2$ 이하이다. 두 번째 경로는 노드 s 에서 s^{n-2} 과 d^{n-3} 을 경유하여 d 로 가는 경로이다. 노드 s^{n-2} 에서 d^{n-3} 까지 경로상의 노드는 $\Gamma_{s^{n-2}, d_{n-1}, d_{n-2}, d_{n-3}}(GQ_n)$ 의 노드이므로 그레이큐브 성질3에 의해 GQ_{n-2} 에 동형이다. 노드 s^{n-2} 에서 d^{n-3} 까지 경로길이는 $d(GQ_{n-2})$ 이므로 노드 s 에서 노드 s^{n-2}, d^{n-3} 을 경유하여 노드 d 로 가는 경로길이는 $d(GQ_{n-2}) + 2$ 이하이다. 위의 두 개 경로상의 노드는 전위 3비트에 의해 노드 s' 를 포함하는 $(n-3)$ -차원 슈퍼노드 내의 $n-2$ 개 경로상의 노드들과 중복하지 않음을 알 수 있고, 경로길이는 $d(GQ_n) + 1$ 이하이다(그림 9).



(그림 9) $s \in \Gamma_{000}(GQ_n), d \in \Gamma_{110}(GQ_n)$ 경우
(Fig. 9) $s \in \Gamma_{000}(GQ_n), d \in \Gamma_{110}(GQ_n)$ in GQ_n

따라서 위의 경우 1, 2, 3들로부터, 그레이큐브 GQ_n ($n \geq 3$)에서 임의의 노드 s 에서 다른 임의의 노드 d 로

서로 다른 n 개 경로상의 노드들이 노드 중복하지 않고, 경로의 길이가 $d(GQ_n) + 2$ 이하가 되도록 구성할 수 있음을 알 수 있고, n 이 3 이상일 경우 위 정리가 항상 성립함을 알 수 있다. □

따름정리 2 n -차원 그레이큐브 GQ_n 의 고장 지름(fault diameter)은 $d(GQ_n) + 2$ 이다.

증명 고장 지름은 연결망 G 에서 노드 연결도 미만의 노드가 고장 발생시의 연결망 G 의 지름이다. n -차원 그레이큐브에서 노드 연결도가 n 이므로 $n-1$ 개 이하의 노드가 고장 났을 때 지름이 고장 지름이 된다.

정리 1에서 n -차원 그레이큐브 GQ_n 의 임의의 노드 s 와 d 사이에 노드 중복하지 않고 경로의 길이가 $d(GQ_n) + 2$ 이하인 n 개의 경로가 존재함을 보였다. 이것은 n -차원 그레이큐브 GQ_n 에서 $n-1$ 개 이하의 노드가 고장이 발생하여도 적어도 1개의 경로가 존재하고, 그 경로 길이는 $d(GQ_n) + 2$ 이하임을 의미한다. 따라서 정리 1에 의해 n -차원 그레이큐브의 고장 지름이 $d(GQ_n) + 2$ 이하임을 알 수 있다($n \geq 3$). □

3.2 그레이큐브의 고장 허용도(fault tolerance)

상호 연결망에서 t 개의 노드를 제거했을 때 연결망이 2개 이상으로 나누어지지 않으면 그 상호 연결망은 t -고장 허용도(t -fault tolerant)를 갖는다. 즉, 상호 연결망에서 연결망을 2개 이상으로 분할(partition)하지 않으면서 제거할 수 있는 최대 노드 개수가 t 일 때 그 연결망은 t -고장 허용도를 갖는다고 한다. 상호 연결망의 노드 연결도(node connectivity)가 n 이라 할 때 고장을 허용할 수 있는 노드의 개수는 많아야 $n-1$ 개이다. 만약 연결망의 노드 연결도 만큼의 노드가 고장이 발생하면 그 연결망은 2개 이상으로 나누어지기 때문에 고장 허용 가능한 최대 노드 개수는 노드 연결도-1개 이고, 연결망의 고장 허용도가 노드 연결도-1일 때 그 연결망은 최대 고장 허용도(maximally fault tolerance)를 갖는다고 한다.

정리 3 n -차원 그레이 큐브 GQ_n 은 최대 고장 허용도(maximally fault tolerance)를 갖는다.

증명 증명은 수학적 귀납법을 사용한다. 먼저 3-차원 그레이 큐브 GQ_3 에 대하여 위 정리가 성립함을 보이고 n -차원 그레이 큐브에서는 $(n-1)$ -차원 그레이 큐

브 GQ_{n-1} 에 대한 귀납가정을 통해 증명하도록한다.

n -차원 그레이 큐브의 노드 연결도는 n 이므로 $n-1$ 개의 노드가 고장이 발생해도 연결망이 분할되지 않음을 보인다. 3-차원 그레이 큐브 GQ_3 는 2-고장 허용도임을 쉽게 알 수 있다. $(n-1)$ -차원 그레이 큐브 GQ_{n-1} 는 $(n-2)$ -고장 허용도를 갖는다고 가정하자. n -차원 그레이 큐브 GQ_n 의 고장 허용도가 $n-1$ 임을 보이면 된다. $n-1$ 개의 노드가 고장이 발생한 경우를 두 가지 경우로 나누어 살펴본다.

첫째, $n-1$ 개의 고장 노드가 두 개의 $(n-1)$ -차원 GQ_{n-1} 과 GQ_{n-1} 의 어느 한곳에서만 발생한 경우이다. 둘째, $n-1$ 개의 고장 노드가 두 개의 $(n-1)$ -차원 GQ_{n-1} 과 GQ_{n-1} 에 분산되어 발생한 경우이다.

그레이 큐브의 정의에서 n -차원 그레이 큐브는 두 개의 $(n-1)$ -차원 GQ_{n-1} 과 GQ_{n-1} 를 연결하여 생성하였다. 즉 n -차원 그레이 큐브는 두 개의 $(n-1)$ -차원으로 분할(partition) 할 수 있다. 첫 번째 경우는 $(n-1)$ -차원 그레이 큐브 GQ_{n-1} 에서 임의의 노드 v 에 인접한 $n-1$ 개의 노드가 모두 고장이 발생한 경우이다. 이 경우 $(n-1)$ -차원 그레이 큐브 GQ_{n-1} 는 노드 v 와 나머지 $2^{n-1}-1$ 개의 노드들로 이분할됨을 알 수 있다. 왜냐하면 귀납가정에서 $(n-1)$ -차원 그레이 큐브는 $(n-2)$ -고장 허용도를 갖는다고 하였기 때문이다. 그렇지만 그레이 큐브의 정의에 의해 n -차원 그레이 큐브는 두 개의 $(n-1)$ -차원 그레이 큐브의 모든 노드들을 각각 일대일로 연결하여 생성하므로, GQ_{n-1} 의 임의의 노드 v 는 $(n-1)$ -차원 에지에 의해 GQ_{n-1} 의 한 노드 v^{n-1} 와 연결되어 있다. 따라서 n -차원 그레이 큐브에서 $n-1$ 개의 노드 고장이 하나의 $(n-1)$ -차원 그레이 큐브에서 발생한 경우는 $(n-1)$ -고장 허용도를 가짐을 알 수 있다.

두 번째 경우는 $n-1$ 개의 노드 고장이 두 개의 $(n-1)$ -차원 GQ_{n-1} 과 GQ_{n-1} 에서 분산되어 발생한 경우이다. n -차원 그레이 큐브에서 GQ_{n-1} 과 GQ_{n-1} 의 모든 노드들의 에지 연결도는 $n-1$ 이고, GQ_{n-1} 과 GQ_{n-1} 의 모든 노드들은 $(n-1)$ -차원 에지에 의해 연결되어 있으므로, $n-1$ 개의 노드 고장이 GQ_{n-1} 과 GQ_{n-1} 에서 분산되어 발생한 경우는 귀납가정에 의해 $(n-1)$ -고장 허용도를 가짐을 쉽게 알 수 있다. 따라서 위의 두 경우에 의해서 n -차원 그레이 큐브 GQ_n 은 $(n-1)$ -고장 허용도를 가지므로 최대 고장 허용도(maximally

fault tolerance)를 갖는다. □

4. 결 론

본 논문에서는 그레이큐브 GQ_n 에서 노드에 고장이 발생하였을때의 고장 지름(fault diameter)과 고장 허용도(fault tolerance)를 분석하였다.

그레이큐브 GQ_n 의 고장 지름은 $\lceil (n+1)/2 \rceil + 2$ 이고, $(n-1)$ -고장 허용도를 가지므로 최대 고장 허용도(maximally fault tolerance)를 가짐을 보였다($n \geq 3$).

그레이큐브의 지름(diameter) d 가 $\lceil (n+1)/2 \rceil$ 이므로, 고장 지름이 $d+2$ 이하가 됨을 알 수 있다. 이는 같은 갯수의 노드와 에지를 갖는 하이퍼큐브 Q_n 의 고장 지름 $n+1$ 의 대략 1/2 정도의 월등한 값이고, 그레이큐브가 복수개의 처리장치를 갖는 병렬 컴퓨터의 상호연결망으로 사용시, 고장 발생시에도 기존의 다른 연결망과 비교하여 볼 때, 더 효과적으로 동작할 수 있음을 보여준다.

앞으로는 그레이큐브에 대한 고장 발생시의 라우팅 알고리즘 및 다른 위상들과의 임베딩 등을 비롯한 여러가지 망척도들에 대한 분석이 필요하리라 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] S. B. Akers and B. Krishnamurthy, "A Group-theoretic Model for Symmetric Interconnection Network," IEEE Trans. Computers, Vol. 38, pp. 555-565, 1989.
- [2] S. B. Akers, D. Harel, and B. Krishnamurthy, "The Star Graph: an Attractive Alternative to the n -cube," Proc. of the Int. Conf. Parallel Processing, pp. 393-400, 1987.
- [3] Shahram, "Combinatorial Analysis of the Fault-Diameter of the n -cubes," IEEE Trans. Computers, Vol. 42, NO. 1, pp. 27-33, 1993.
- [4] K. Hwang and F. A. Briggs, 'Computer Architecture and Parallel Processing', 4th printing, McGraw-Hill International Editions, New York, 1988.
- [5] M. S. Krishnamoorthy and B. Krishnamurthy, "Fault Diameter of Interconnection Networks,"

Computers and Math. Applic. 13, pp. 577-582, 1987.

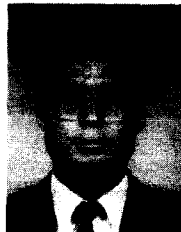
- [6] F. T. Leighton, 'Parallel Algorithms and Architectures', Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1992.
- [7] S. Ranka, Y. Won and S. Sahni, "Programming a hypercube Multicomputer," IEEE Soft., Vol. 5, pp. 69-77, 1988.
- [8] Kemal Efe, "Embedding mesh of trees in the hypercube," journal of parallel and distributed computing, Vol. 11, pp. 222-230, 1991.
- [9] Shahram Latifi, "On the fault-diameter of the star graph," Information processing letters, Vol. 46, pp. 143-150, 1993.
- [10] 김희철, 김상범, 좌경룡, "재귀 원형군의 고장 지름," 한국정보과학회 가을 학술발표논문집 B, 제 21권 2호, pp. 663-665, 1994.
- [11] 박정흠, 좌경룡, "Recursive Circulant: 새로운 다중컴퓨터의 위상," 한국정보과학회 봄학술발표회 논문집, 제19권 1호, pp. 587-590, 1992.
- [12] 주낙근, 임형석, "그래프 연산과 그레이 코드를 이용한 상호연결망의 설계," 정보과학회논문지, 제23권 3호, pp. 317-327, 1996.



이 형 옥

1994년 순천대학교 전자계산학과 졸업(학사)
 1996년 전남대학교 대학원 전산통계학과(석사)
 1996년~현재 전남대학교 전산통계학과 박사과정 재학중

1996년~현재 순천대학교 컴퓨터교육과 조교
 관심분야: 병렬 및 분산처리, 상호연결망, 그래프이론



주 낙 근

1985년 전남대학교 전산통계학과 졸업(학사)
 1987년 전남대학교 대학원 전산통계학과(석사)
 1995년 전남대학교 대학원 전산통계학과(박사)
 현재 동신대학교 컴퓨터학과

조교수
 관심분야: 그래프이론, 병렬 및 분산 처리, 정보 보호



임 형 석

1983년 서울대학교 컴퓨터공학과 졸업(학사)
 1985년 한국과학기술원 전산학과 졸업(석사)
 1993년 한국과학기술원 전산학과 졸업(박사)
 현재 전남대학교 전산학과 부

교수
 관심분야: 그래프이론, 병렬 및 분산 처리, 암호 이론