

컴퓨터를 이용한 트랙터-로터리 전동 라인의 최적 설계 (I)

- 설계 조건과 설계 변수 분석 -

Computer Aided-Optimum Design of Tractor-Rotary Power Driveline (I)

- Analysis of Design Conditions and Variables -

류 일 훈*	김 경 옥*	김 대 철**
정회원	정회원	정회원
I. H. Ryu	K. U. Kim	D. C. Kim

ABSTRACT

A ratio of cosine values of two intersection angles in a tractor-rotary power driveline was established as a design criterion which must be satisfied in the range of vertical movement of the rotary with respect to the tractor. In addition tractor-rotary power driveline was analyzed and 25 design variables were proposed. The intersection angles were also derived using the design variables. Using the design condition and variables, a computer program was developed to evaluate the performance of the driveline and to simulate the vertical movement of rotary. Several methods for searching the optimum design were also suggested.

주요용어 (Key Words): PTO 전동라인(PTO Power Driveline), 코사인비(Cosine Ratio), 트랙터(Tractor), 로터리(Rotary), 최적 설계(Optimum Design)

1. 서 론

트랙터-로터리 전동 라인은 트랙터의 PTO축, 유니버설 조인트, 중간축, 로터리 입력축으로 구성되어 있으며, PTO축의 동력이 2점 유니버설 조인트 전동 라인을 통하여 로터리 구동축으로 전달된다. 로터리는 최하강 위치에서 필요한 최대 경심을 유지하여야 하며, 최상승 위치에서는 포장 진출입시 눈독에 걸리지 않도록 일정한 지상고를 확보하여야 한다. 또한 로터리는 최상승 위치에서 트랙터의 후방

구조물과 간섭을 일으키지 않아야 한다. 전동 라인은 PTO축과 중간축, 중간축과 로터리 입력축의 교차각이 로터리의 전 수직 이동 범위에서 허용 각을 넘지 않도록 설계하여야 한다. 허용 각을 넘는 경우에는 유니버설 조인트의 전동 특성으로 인하여 진동과 소음이 발생하고 원활한 전동이 이루어지지 않는다.

지금까지 트랙터-로터리 전동 라인은 이와 같은 설계 조건을 만족할 수 있도록 주로 간단한 프로그램을 이용한 시행 착오의 방법으로 설계되어 왔다.

* 서울대학교 농업생명과학대학 농업기계전공

** 동양물산(주) 중앙기술연구소

따라서, 많은 시간과 노력이 요구되고 있으며 최적 설계가 이루어지지 않고 있다.

본 연구는 트랙터-로터리 전동 라인의 전동 특성과 설계 조건을 분석하고, 이를 이용한 전동 라인의 최적 설계 방법을 제시하기 위하여 수행되었다. 본 연구의 제 1보에서는 전동 라인의 기본 설계 조건과 설계 변수를 구명하고, 전동 라인의 운동과 성능을 시뮬레이션 할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 개발하였으며, 제 2보에서는 구명된 설계 조건과 설계 변수를 이용한 최적 설계 방법과 예를 제시하였다. 본 연구에서 개발된 트랙터-로터리 전동 라인의 분석과 설계 프로그램은 기존 전동 라인의 성능을 분석하고 이를 개선하여 최적 설계를 수행하는 데 널리 활용될 수 있을 것이다.

2. 트랙터-로터리 전동 라인의 분석

가. 트랙터-로터리 전동 라인의 좌표계

3점 히치의 구조는 트랙터의 중심선을 지나는 연직면에 대하여 대칭이므로, 로터리가 장착된 트랙터-로터리 전동 라인은 그림 1에서와 같이 트랙터의 중심을 지나는 연직면에 투영하여 나타낼 수 있다. 리프팅 암의 각변위에 따라 상부 링크와 하부 링크의 위치, 경운날 끝의 수직 이동 범위, 2점 유니버설 조인트의 입력각과 출력각의 변화를 나타내기 위하여 후륜의 접지점을 원점으로 하고, 경운부쪽 지면을 x축, 연직 상향을 y축으로 하는 직교 좌표계를 설정하였다. 그림 1에서 ㉑는 경운날 끝의 y 변위로서 최대 경심과 최대 지상고 사이에서 변화된다. ㉒는 2점 유니버설 조인트 전동 라인의 중간축 길이로서 로터리가 상방 또는 하방으로 이동함에 따라 변화된다. 그러나, 중간축 길이의 변화 범위는 전동 라인에 따라 제한되어 있다. ㉓는 수평선을 기준으로 한 상부 링크의 각 변위로서 상부 링크가 트랙터 후방과 접촉하지 않도록 제한된다. ㉔는 수평선을 기준으로 한 로터리 체인 박스의 각 변위로서 로터리의 자세를 결정한다. 로터리 자세에 따라 리프팅 암에 작용하는 힘이 변화되므로 리프팅 암의 허용 유압

범위에서 로터리의 위치를 결정하여야 한다. ㉕는 PTO축과 중간축의 교차각이고 ㉖는 중간축과 로터리 입력축의 교차각이다. 이 교차각이 일정한 한계각을 초과하면 진동이 발생하고 전동 성능이 떨어진다. 따라서, 로터리의 전 수직 이동 범위에서 교차각이 일정한 한계각을 넘지 않도록 하여야 한다.

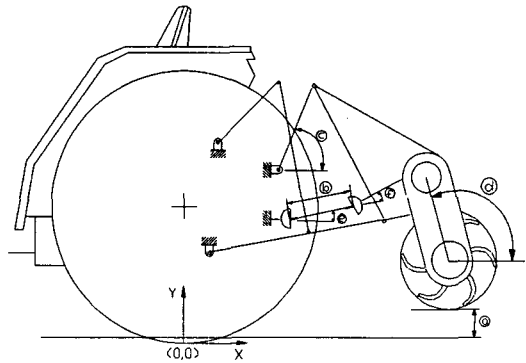


Fig. 1 Structure of tractor-rotary power drive-line.

나. 설계 변수

트랙터-로터리 전동 라인을 설계하는 데 필요한 설계 변수에는 3점 히치의 리프트 암, 리프트 로드, 상부 링크 및 하부 링크와 관련된 14개 변수와, 로터리 상하부의 취부점과 동력 입력축의 위치를 나타내는 6개의 변수가 있다. 그리고 2점 유니버설 조인트의 변수 및 트랙터의 후륜과 경운날의 반경 등을 나타내기 위한 5개의 변수가 있다. 본 연구에서 사용된 설계 변수의 기호와 각 기호에 대한 설명은 다음과 같다.

(1) 3점 히치의 취부점과 PTO 위치 변수

그림 2에서와 같이 타이어가 변형되지 않았을 때를 기준으로 하여 원점으로부터 리프트 암, 하부 링크 및 상부 링크의 취부점, PTO축 끝단의 위치를 나타내는 설계 변수이다.

- (A_X, A_Y) = 리프트 암 취부점의 좌표
- (B_X, B_Y) = 하부 링크 취부점의 좌표
- (C_X, C_Y) = 상부 링크 취부점의 좌표
- (P_X, P_Y) = 트랙터 PTO 끝단의 좌표

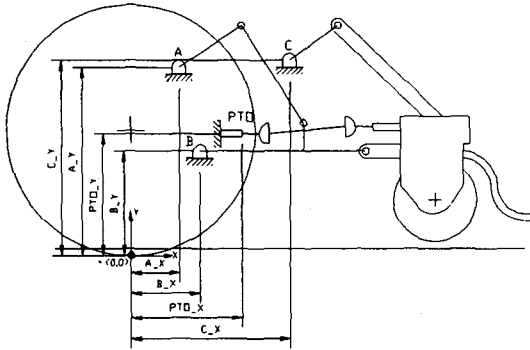


Fig. 2 Design parameters related to link positions.

(2) 링크의 길이 변수

- L1_h = 하부 링크 리프트 로드 연결부의 수평 길이
- L1_v = 하부 링크 리프트 로드 연결부의 수직 길이
- L2 = 리프트 로드의 길이
- L3 = 리프트 암의 길이
- L4 = 하부 링크의 길이
- L5 = 상부 링크의 길이
- R = 트랙터 후륜의 반경

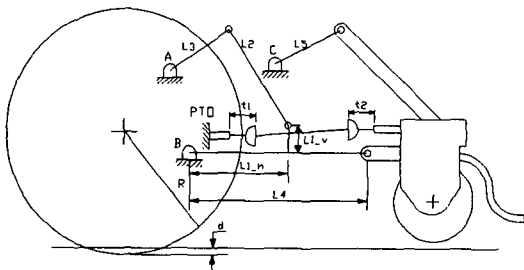


Fig. 3 Design parameters related to link lengths.

- d = 트랙터 후륜의 침하량
- t1 = PTO축 로크핀과 십자핀 사이의 거리
- t2 = 로터리 입력축 로크핀과 십자핀 사이의 거리

(3) 로터리 변수

로터리 변수는 그림 4에서와 같이 경운축의 중심을 원점으로 하고, 동력 입력축과 평행한 방향을 X축으로 하여 다음과 같이 설정하였다.

- r = 경운날의 반경
- (LH_X, LH_Y) = 로터리 하부 취부점의 좌표
- (UH_X, UH_Y) = 로터리 상부 취부점의 좌표
- (PI_X, PI_Y) = 동력 입력축의 좌표

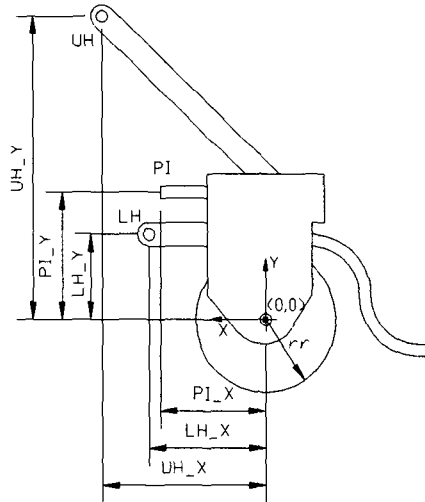


Fig. 4 Design parameters related to rotary.

다. 전동 라인의 설계 조건

유니버설 조인트의 전동 특성은 다음 식으로 표현된다 (Martine, 1982).

$$\tan \theta_2 = \cos \psi \cdot \tan \theta_1 \dots\dots\dots (1)$$

- 여기서, θ_1 = 구동축의 각변위
- θ_2 = 종동축의 각변위
- ψ = 구동축과 종동축의 교차각

이 관계식을 그림 5의 2점 유니버설 조인트 전동 라인에 적용하면

$$\cos \psi_1 \tan \theta_1 = \tan \theta_3 = \cos \psi_2 \tan \theta_2$$

$$\text{또는 } \tan \theta_2 = \frac{\cos \psi_1}{\cos \psi_2} \cdot \tan \theta_1 \dots\dots\dots (2)$$

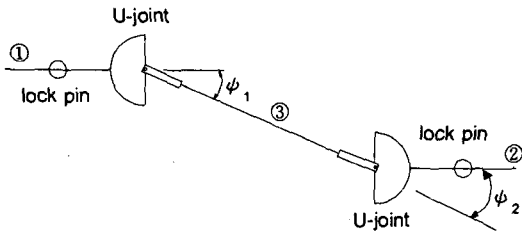


Fig. 5 Two-point universal joint driveline.

여기서, θ_1 = PTO축의 각변위
 θ_2 = 로터리 입력축의 각변위
 θ_3 = 중간축의 각변위
 ψ_1 = PTO축과 중간축의 교차각
 ψ_2 = 중간축과 로터리 입력축의 교차각
 가 된다. 식 (2)를 이용하여 로터리 입력축의 각변위 θ_2 , 각속도 ω_2 , 각가속도 α_2 는 각각 PTO축의 각변위 θ_1 , 각속도 ω_1 , 각가속도 α_1 의 함수로써 다음과 같이 표현된다. $\frac{\cos \psi_1}{\cos \psi_2} = \gamma$ 라고 하면

$$\theta_2 = \tan^{-1}(\gamma \cdot \tan \theta_1) \dots\dots\dots (3)$$

$$\omega_2 = \frac{\gamma}{[1 - (1 - \gamma^2) \cdot \sin^2 \theta_1]} \cdot \omega_1 \dots\dots\dots (4)$$

$$\alpha_2 = \frac{\gamma(1 - \gamma^2) \cdot \sin 2\theta_1}{[1 - (1 - \gamma^2) \cdot \sin^2 \theta_1]^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{\gamma}{[1 - (1 - \gamma^2) \cdot \sin^2 \theta_1]} \cdot \alpha_1 \dots\dots\dots (5)$$

가 된다. 식 (5)에서 보는 바와 같이 PTO축이 등속으로 회전할 때에도, 즉 $\alpha_1=0$ 일 때에도, 로터리의 입력축에는 각가속도가 발생된다. 이는 동력 손실을 초래하며 전동 라인에서 발생하는 진동과 소음의 원인이 된다. 따라서, 원활한 전동과 전동 효율을

높이기 위해서는 로터리축의 각가속도를 최소화하여야 한다. 식 (5)를 이용하여 등속 전동에서 로터리축의 각가속도를 0으로 하는 이상적인 조건을 구하면 식 (6)에서와 같다.

$$\left| \frac{\cos \psi_1}{\cos \psi_2} \right| = |\gamma| = 1.0 \dots\dots\dots (6)$$

그러나 이러한 조건을 만족할 수 있도록 트랙터-로터리의 전동 라인을 설계하기는 구조상 불가능하다. 따라서, 가능한 한 이 값을 최소화하는 것이 가장 합리적인 설계 방법이다. Takao(1986)는 로터리의 전 수직 이동 범위에서 진동과 소음을 최소화 할 수 있는 가장 실용적인 조건은

$$0.95 \sim 0.96 < \gamma < 1.04 \sim 1.05 \dots\dots\dots (7)$$

또는

$$| |\gamma| - 1.0 | < 0.04 \sim 0.05 \dots\dots\dots (8)$$

라고 제시하였다. 즉, $|\gamma| - 1.0$ 를 코사인비라고 하면, 코사인비가 $\pm 0.04 \sim 0.05$ 의 범위를 넘지 않도록 설계하여야 한다. 따라서 식 (8)을 트랙터-로터리 전동 라인의 기본 설계 조건으로 설정하였다.

라. 3점 히치 기구의 해석

그림 6에서와 같이 3점 히치의 상하부 링크와 로터리 마스트는 4절 기구를 형성한다. 리프트 로드 에 의하여 구동되는 하부 링크가 크랭크 역할을 하며 상부 링크가 로커의 역할을 수행한다.

로터리와 전동 라인의 위치는 하부 링크가 리프트 로드 에 의하여 반시계 방향으로 회전함에 따라 변화된다. 하부 링크의 각 변위에 따라 로터리와 전동 라인의 위치를 결정하기 위하여, 상하부 링크의 히치점 좌표인 P2, P3 및 마스트와 상부 링크의 각 변위 A2, A3를 각각 다음과 같이 표현하였다.

$$P2_X = B_X + L4 \times \cos A1 \dots\dots\dots (9)$$

$$P2_Y = B_Y + L4 \times \sin A1 \dots\dots\dots (10)$$

$$P3_X = P2_X + L5 \times \cos A2 \dots\dots\dots (11)$$

$$P3_Y = P2_Y + L5 \times \sin A2 \dots\dots\dots (12)$$

$$A2 = \alpha - \beta$$

$$A3 = \tan^{-1} \left(\frac{C_Y - P3_Y}{C_X - P3_X} \right)$$

여기서 $\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{C_Y - P2_Y}{C_X - P2_X} \right)$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{L5^2 + S^2 - L6^2}{2 \cdot L5 \cdot S} \right)$$

$$S = \sqrt{(C_X - P2_X)^2 + (C_Y - P2_Y)^2}$$

A1은 하부 링크의 각 변위이며 리프트 암의 각 변위에 의하여 결정된다.

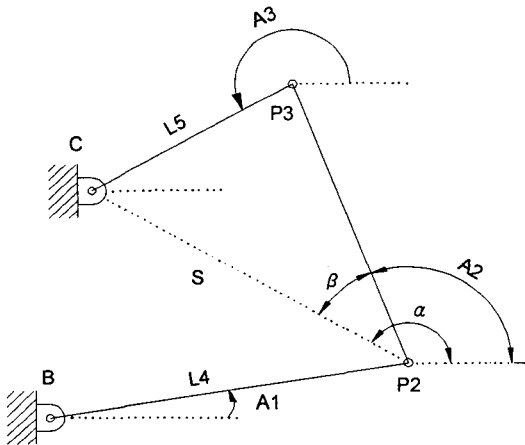


Fig. 6 Lifting mechanism of 3 point hitch.

마. 코사인비 계산

코사인비를 구하기 위해서는 먼저 유니버설 조인트의 입력 교차각과 출력 교차각을 구하여야 한다. 교차각을 구하기 위해서는 로터리의 설계 변수를 그림 4에서와 같이 경운축의 중심을 원점으로 하는 X-Y 좌표계에서 후륜의 접지점을 원점으로 하는 좌표계에 대한 값으로 변환하여야 한다.

로터리 부착시 LH점은 하부 링크 L4의 끝단인 P2 점에 연결되고, 로터리의 UH점은 상부 링크 L5의

끝단인 P3에 연결된다. 이 때 로터리의 회전각, A_R은 벡터의 내적 공식을 이용하면 식 (13)에서와 같이 표현된다.

$$A_R = \cos^{-1} \left[\frac{(\overrightarrow{P2 P3}) \cdot (\overrightarrow{LH UH})}{|\overrightarrow{P2 P3}| \times |\overrightarrow{LH UH}|} \right] \dots (13)$$

여기서, $\overrightarrow{P2 P3} = (P3_X - P2_X, P3_Y - P2_Y)$
 $\overrightarrow{LH UH} = (UH_X - LH_X, UH_Y - LH_Y)$

어떤 한 점의 위치를 로터리의 경운축을 원점으로 한 좌표계에서 (X |_R, Y |_R)라 하고 트랙터 후륜의 접지점을 원점으로 한 좌표계에서 (X |_T, Y |_T)라고 하면, 이들 사이에는 식 (14), (15)에서와 같은 관계가 성립된다.

$$X |_T = P2_X - (X |_R - LH_X) \times \cos(A_R) \dots\dots\dots (14)$$

$$- (Y |_R - LH_Y) \times \sin(A_R)$$

$$Y |_T = P2_Y - (X |_R - LH_X) \times \sin(A |_R) \dots\dots (15)$$

$$- (Y |_R - LH_Y) \times \cos(A |_R)$$

식 (13), (14), (15)를 이용하여, 로터리의 설계 변수를 후륜의 접지점을 원점으로 하는 좌표계의 값으로 변형시킬 수 있다.

유니버설 조인트에서 십자편의 중심점이 꺾임점이 된다. PTO축과 중간축을 연결하는 십자편의 중심점을 M1, 중간축과 로터리 입력축을 연결하는 십자편의 중심점을 M2라 하면 트랙터 후륜의 접지점을 기준으로 한 M1의 위치는 다음과 같이 주어진다.

$$M1_X |_T = PTO_X + t1 \dots\dots\dots (16)$$

$$M1_Y |_T = PTO_Y \dots\dots\dots (17)$$

로터리 경운축을 기준으로 한 M2의 위치는 다음과 같이 표현된다.

$$M2_X |_R = P1_X + t2$$

$$M2_Y |_R = PI_Y$$

식 (13), (14), (15)를 이용하여 M2의 좌표를 트랙터의 후륜 접지점을 기준으로 한 좌표로 변환하면

$$M2_X |_T = P2_X - (PI_X + t2 - LH_X) \cos(A |_R) - (PI_Y - LH_Y) \sin(A |_R) \dots \dots \dots (18)$$

$$M2_Y |_T = P2_X - (PI_X + t2 - LH_X) \sin(A |_R) - (PI_Y - LH_Y) \cos(A |_R) \dots \dots \dots (19)$$

가 된다.

PTO축과 중간축의 교차각, ϕ_1 과 중간축과 로터리 입력축의 교차각, ϕ_2 는 PTO, M1, M2, PI 네 점의 좌표와 벡터의 내적 공식을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_1 = \cos^{-1} \left[\frac{\overrightarrow{PTO M1} \cdot \overrightarrow{M1 M2}}{|\overrightarrow{PTO M1}| \times |\overrightarrow{M1 M2}|} \right] \dots (20)$$

$$\phi_2 = \cos^{-1} \left[\frac{\overrightarrow{M1 M2} \cdot \overrightarrow{M2 PI}}{|\overrightarrow{M1 M2}| \times |\overrightarrow{M2 PI}|} \right] \dots (21)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PTO M1} &= (M1_X - PTO_X, M1_Y - PTO_Y) \\ \overrightarrow{M1 M2} &= (M2_X - M1_X, M2_Y - M1_Y) \\ \overrightarrow{M2 PI} &= (PI_X - M2_X, PI_Y - M2_Y) \end{aligned}$$

식 (20), (21)로써 구한 교차각 ϕ_1 과 ϕ_2 를 이용한 코사인비, CR은 다음과 같이 표현된다.

$$CR(h) = \left| \frac{\phi_1(h)}{\phi_2(h)} \right| - 1.0 \dots \dots \dots (22)$$

여기서, h = 로터리 날의 지상고

3. 전동 라인의 코사인비 분석

가. 코사인비의 변화

로터리 위치에 따른 전동 라인의 특성을 구명하기 위하여 국내 D사의 트랙터-로터리 시스템의 전동 라인을 분석하였다.

분석 대상으로 한 트랙터-로터리 전동 라인에 대한 설계 변수의 값은 표 1에서와 같다. 로터리의 수직 위치를 -200mm에서 500mm까지 변화시켰을 때 전동 라인의 입력 교차각과 출력 교차각 및 코사인비의 변화는 그림 7에서와 같다.

Table 1 Design parameters of driveline used for the analysis

(unit : mm)

Variable	Value	Variable	Value	Variable	Value
A_X	30	L1_v	0	rr	242
A_Y	798	L2	440	LH_X	202
B_X	90	L3	300	LH_Y	314
B_Y	464	L4	670	UH_X	289
C_X	445	L5	239	UH_Y	701
C_Y	719	R	550	PI_X	203
PTO_X	212	d	40	PI_Y	355
PTO_Y	552	t1	94		
L1_h	420	t2	128		

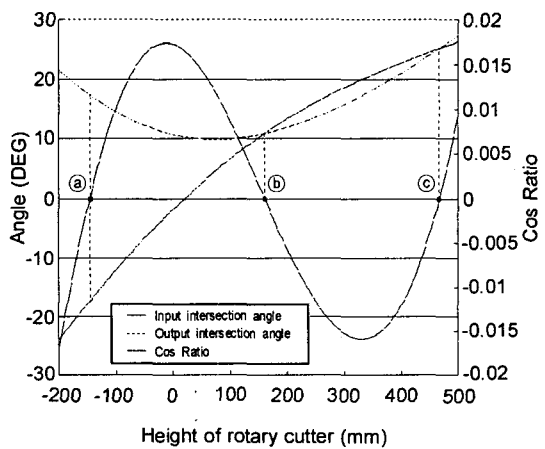


Fig. 7 Input and output intersection angles and cosine ratio of driveline in the range of vertical movement of rotary.

로터리의 위치는 로터리 최저단의 지상고를 나타낸 것이며 -값은 지면보다 낮은 위치로서 경심을 나타낸다. 그림 7에서와 같이 코사인비는 정현파 함수의 형태로 변화되고 있으며, 입력 교차각과 출력 교차각의 절대값이 일치할수록 코사인비가 감소되고 있다. 분석된 전동 라인에 대한 코사인비의 최대 범위는 ± 0.0175 로서 허용 한계인 $\pm 0.04-0.05$ 보다 낮으며, 최적 설계에 가까운 것으로 판단된다. 따라서, 트랙터-로터리 전동 라인을 분석하거나 설계할 때는 그림 7의 결과를 기준으로 하여 최적화의 정도를 평가할 수 있을 것으로 판단된다.

나. 목적 변수의 결정

전동 라인의 설계 상태를 평가하기 위해서는, 이를 나타낼 수 있는 변수를 이용하는 것이 편리하다. 이러한 목적으로 사용될 수 있는 변수를 목적 변수라고 하며 기존 설계를 분석하거나 최적 설계에서도 반드시 요구되는 변수이다. 목적 변수는 하나의 값으로서 전체의 설계 상태나 최적화 정도를 나타낼 수 있어야 한다. 전동 라인의 기본 설계 방향이 로터리의 전 수직 이동 범위에서 코사인비를 최소화하는 것이므로, 코사인비를 목적 변수로서 설정할 수 있다. 그러나 코사인비는 로터리의 위치에 따라 항상 변화되기 때문에 하나의 수치로써 나타낼 수 없다. 본 연구에서는 전동 라인의 최적화 설계를 위한 목적 변수로서 다음과 같은 변수를 제시하고 이의 적합성 여부를 검토하였다.

(1) 불연속 평균값

로터리의 전 수직 이동 범위를 n 등분하여, 각각의 위치에서 코사인비의 절대값을 평균한 것이다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |CR(h_i)| \dots\dots\dots (23)$$

이 변수는 계산량을 적게 하는 장점이 있으나, 평균값을 취하기 때문에 부분적으로 코사인비가 극히 높은 구간이 생길 수 있다. 특히, 전 수직 이동 범위

의 시작과 끝 위치에서 코사인비가 높은 경우에도 설계 상태가 우수한 것으로 오판될 수 있다.

(2) 불연속 최대값

부분적으로 코사인비가 클 때 불연속 평균값이 가지고 있는 문제점을 해결하기 위한 것으로서, 로터리의 전 수직 이동 범위를 n 등분하여 각 지점에서 코사인비의 절대값을 구하고, 그 최대값을 불연속 최대값으로 정의하였다. 즉,

$$\max (|CR(h_1)|, \dots, |CR(h_n)|) \dots\dots\dots (24)$$

이 방법은 불연속 평균값에서와 같은 방법으로 코사인비의 절대값을 계산한다. 최대값을 취하기 때문에 부분적인 큰 값까지 감지할 수 있다. 그러나, 정확한 최대값이 아니기 때문에 설계 변수의 변화에 따라 코사인비의 변화를 정확히 나타낼 수 없다. 즉, 설계 변수가 변하여 실제 최대값이 증가한 경우에도 최대값은 감소된 것으로 오판할 수 있다.

(3) 연속 구간 최대값

코사인비의 절대값을 로터리 위치의 연속 함수로 보고 정확한 최대값을 구하여 연속 구간 최대값으로 정의하였다. 즉, 연속 구간 최대값은

$$\max (|CR(h)|) \dots\dots\dots (25)$$

$$h_{\min} < h < h_{\max}$$

로 표현된다. 여기서 h는 로터리의 위치를 나타내는 변수로서 최대 경심, h_{\min} 에서 최대 지상고, h_{\max} 까지 연속적으로 변화된다.

이 방법은 가장 이상적이나, 계산량이 많은 단점이 있다. 최소값과 최대값을 고속으로 추적하는 최적화 알고리즘을 이용하면 어느 정도 계산량을 감소시킬 수 있으나, 알고리즘의 개발, 적용, 테스트 등에 많은 어려움이 있다.

본 연구에서 사용된 알고리즘은 계산량이 크게 문제되지 않는, 수십 회의 계산으로써 정확한 최대값을 구할 수 있는 것이었다. 본 연구에서는 코사인비

의 연속 구간 최대치와 최소치를 구하여, 이 두 값의 절대치 중 큰 쪽을 설계 분석과 최적화의 목적 변수로 설정하였다.

다. 목적 변수 계산 알고리즘

그림 7에서와 같이 로터리 위치의 함수로서 코사인비를 계산할 때는 많은 계산량이 요구되므로, 본 연구에서는 리프팅 암의 각 변위에 따라 코사인비를 계산하였다.

전동 라인이 최적 설계에 근접하였을 경우 코사인비는 일반적으로 두 개의 극점을 가지는 함수로 나타난다. 따라서, 목적 변수로서 연속 구간 최대값을 구하기 위해서는 이 두 극점에서의 코사인비와 로터리가 최저 및 최고 높이에 있을 때 코사인비를 모두 구한 후, 그 중에서 절대치가 최대인 값을 구하여야 한다.

두 극점에서 코사인비를 효율적으로 구하기 위해 다음과 같은 극값 탐색 알고리즘을 사용하였다.

(1) 포물선 탐색

이 방법은 독립 변수가 하나인 함수로서, 구간 내에 하나의 극점이 존재할 때 적용될 수 있다. 지금 연속 함수 $f(X)$ 상의 임의의 3점을 $[X1, f(X1)]$, $[X2, f(X2)]$, $[X3, f(X3)]$ 라고 하면 이 점을 지나는 2차 포물선은 단 하나 존재하며, 그 꼭지점의 X 좌표, Xp 는 다음과 같이 표현된다.

$$X_p = X2 - \frac{(X2 - X1)^2 [f(X2) - f(X3)]}{2(X2 - X1) [f(X2) - f(X1)]} - \frac{(X2 - X3)^2 [f(X2) - f(X1)]}{-2(X2 - X3) [f(X2) - f(X1)]} \dots (26)$$

식 (26)으로써 구한 Xp 와 다른 2점을 이용하여 다시 3점을 설정한 후 다음 Xp 를 결정한다. 이러한 과정을 조건이 만족될 때까지 반복한다. 포물선 탐색법의 흐름도는 그림 8에서와 같다.

반복 과정을 멈추기 위한 조건은 3점이 충분히 근

접하였을 때이다. 이 방법을 코사인비의 극점 탐색에 적용한 결과 무리 없이 정확하게 극점에 도달하는 것으로 나타났다.

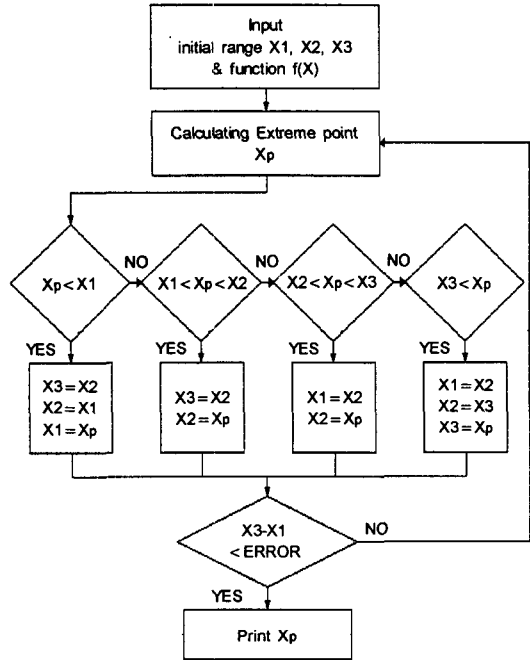


Fig. 8 Extreme value search for a single-variable continuous function.

(2) 다극점 탐색법

코사인비는 하나의 극점만이 존재하는 함수가 아니기 때문에 포물선 탐색법으로써 모든 경우의 목적 변수를 모두 구할 수는 없다. 그림 7에서와 같이 전동 라인이 최적 설계에 근접하면 코사인비 곡선은 다극점 곡선이 되며, 목적 변수는 시작점, ㉠~㉢ 사이의 극대점, ㉢~㉣ 사이의 극소점, 끝점의 절대치 중 가장 큰 값이 된다. 따라서, 코사인비 곡선에서와 같이 다극점 곡선에서 극점을 효율적으로 정확하게 구하기 위해서는 여러 가지 방법을 복합적으로 사용하여야 한다. 본 연구에서는 다음과 같은 3가지 방법을 사용하여 다극점 함수에서 최대, 최소점을 구하는 알고리즘을 개발하였다.

① 주어진 구간에서는 포물선 탐색을 이용하여 극대, 극소값을 구한다.

② 독립 변수의 전 영역을 n 등분하여 극점이 포함된 구간을 찾는다. n은 극점과 극점 사이의 최소 거리를 예상하여 결정할 수 있으나, 등분 간격이 극점(극대점과 극소점)간 거리의 1/2이 되도록 하는 것이 가장 효율적이다. 본 연구에서는 10으로 설정하였다. 연속하는 3점 X1, X2, X3 사이에서 극대점 또는 극소점의 존재 여부는 다음과 같은 방법으로 결정하였다.

$$\text{Sign} \{ \{f(X2) - f(X1)\} \{f(X3) - f(X2)\} \} \dots\dots\dots (27)$$

식 (27)의 값이 음(-)이면 X1과 X3 사이에는 반드시 극대점 또는 극소점 중 하나가 존재한다.

③ 등간격 탐색에서 극점이 구간의 시작점 또는 끝점과 일치하거나 인접한 경우에는 극점의 존재 여부를 확인할 수 없다. 따라서, 구간 시작점에서의 기울기와 시작점을 X1으로 한 3점 X1, X2, X3에 의하여 결정되는 포물선의 형상을 비교하여 시작점에 근접한 극점의 존재 여부를 확인한다. 구간의 끝점에서 같은 방법으로 인접한 극점의 존재 여부를 확인한다. 기울기가 음(-)이고, 포물선이 아래로 볼록한 형상인 경우에는 시작점에 인접한 극소점이 존재하고, 기울기가 양(+)이고 위로 볼록한 형상인 경우에는 극대점이 존재한다. 세 점 X1, X2, X3에 의하여 결정되는 포물선의 형상은 다음을 기준으로 결정하였다.

$$\text{Sign} [f(X1) + f(X3) - 2*f(X2)] \dots\dots\dots (28)$$

식 (28)의 값이 양(+)이면 극소점이 존재하며 아래로 볼록한 형상이고, 음(-)이면 극대점이 존재하며 위로 볼록한 형상이다. 0이면 직선이다.

목적 변수의 값은 많은 반복 연산을 필요로 한다. 따라서, 코사인비 곡선의 기울기를 구하기 위한 수치미분은 정확도 보다는 계산량을 고려하여 3점 중간 미분 근사법(centered finitedivided difference approximation)을 이용하였으며, 미분식은 다음과

같다.

$$f'(X) = \frac{f(X+h) - f(X-h)}{2h} \dots\dots\dots (29)$$

다극점 탐색법으로써 목적 변수는 코사인비를 50~60회 계산한 후 찾을 수 있었다. 이 정도의 계산량은 최적 설계에서도 무리 없이 적용할 수 있는 정도의 것으로 판단되었다.

그림 9는 다극점 탐색 알고리즘의 흐름도이다.

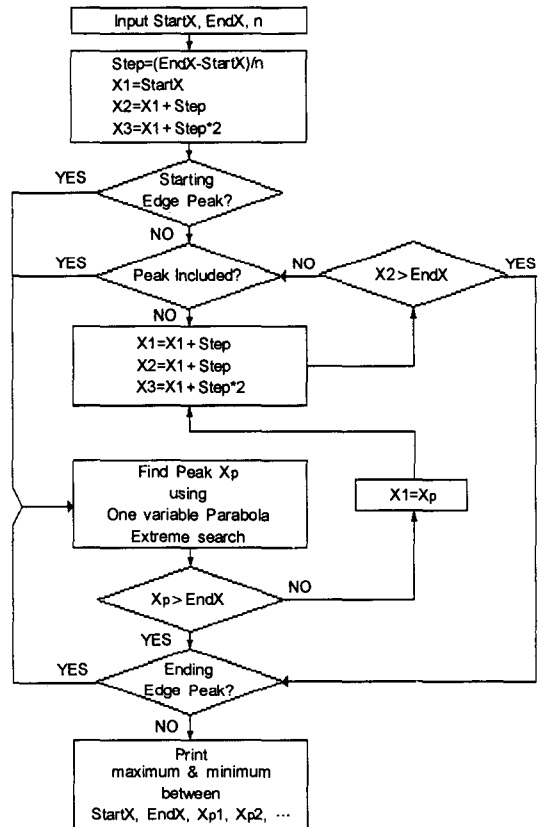


Fig. 9 Flow chart of the extreme value search method for a function having multiple extreme points.

4. 결론 및 요약

본 연구는 트랙터-로터리 전동 라인의 전동 특성

을 분석하기 위하여 시도되었다. 전동 라인의 입력 축과 출력축이 중간축과 이루는 교차각의 코사인비가 허용 한계 조건을 만족하지 못할 경우, 진동과 소음이 커지며 동력 손실이 발생된다.

트랙터-로터리 전동 라인을 분석하기 위하여 25개의 설계 변수를 정의하였으며, 이를 이용하여 코사인 비를 구하기 위한 식을 유도하였다. 또한, 설계 분석을 위하여 설계 상태를 단일 수치로 대변할 수 있는 목적 변수를 설정하였으며, 최소의 계산량으로 목적변수의 값을 구하기 위하여, 포물선 탐색법을 이용한 다극점 탐색법을 개발하고 계산 방법을 제시하였다.

본 연구에서 제시된 방법을 이용하여 로터리의 전수직 이동 범위에서 중간축의 길이, 유니버설 조인트의 꺾임각, 코사인비의 변화를 그래프로 나타낼

수 있고, 3점 히치에 의한 로터리의 수직 운동을 예측할 수 있는 시뮬레이션 프로그램을 개발하였다. 이 프로그램을 이용하여 특정 로터리에 대한 전동 성능을 분석할 수 있다. 본 논문에서 제시된 목적 변수는 하나의 설계 상태를 단일 수치로 표현할 수 있기 때문에 최적화 설계에 쉽게 적용할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. 池見陸男. 1986. 트랙터-로터리耕作3点 링크に関する研究. 高知大學 農學部 紀要 第50號.
2. Martin, G. H. 1982. Kinematics and dynamics of machines. McGraw-Hill Book Co. New York. NY.



학 위 취 득



성 명 : 김 기 복 (金基福)

생 년 월 일 : 1966년 3월 29일

취 득 학 위 명 : 공 학 박사

학 위 수 여 대 학 : 서울대학교

학 위 취 득 년 월 일 : 1997년 2월 26일

학 위 논 문 : 穀類의 高周波와 마이크로波 誘電特性 및 靜電容量式 온라인 含水率 測定裝置 開發에 關한 연구