

잡음 감소를 위한 창 함수의 선택에 관한 연구

Appropriate Choice of Window Function for Noise Reduction

백 문 열*

Moon-Yeol Beak

(1996년 9월 15일 접수, 1997년 12월 12일 채택)

ABSTRACT

This paper shows a performance estimation of windowing a single tone with added Gaussian noise and uniform noise. Signal-to-noise ratio can be determined by the ratio of the output noisy signal variance to the input noisy signal variance of a window. Standard deviation of noise is reduced by windowing. Signal-to-noise ratio of the noisy signal is reduced by the windowing operation. Thus, performance of window function can be determined by this filtering operation that improved the signal-to-noise ratio.

1. 서론

근래에 들어 계측된 신호를 바탕으로 기계의 가동 안전 및 이상 유무를 확인하는 진단 시스템 등의 보급과 함께 신호를 정확하게 얻어내는 것과 얻어낸 신호를 보다 저잡음 상태로 전처리하여 처리하는 방법에 대한 연구의 중요성이 부각되고 있다. 유한 임펄스응답 필터의 일종인 창함수 기법은 푸리에급수 전개법으로 설계된 필터의 임펄스응답을 미리 조정하여 기브스진동을 억제하는 역할을 하며, 방법상으로 계산이 용이하고 시간적으로 경제적인 점 등으로 인해

많이 채용되고 있다. 현재, 개별 개발자에 의해 방형 창함수와 삼각 창함수 등 십 수종 이상의 창함수가 실용화되어 있다. 여러 연구자들에 의해 독자적으로 만들어진 창함수들로 인해 시간 영역의 신호를 주파수 영역으로 변환하기 위해 선택할 수 있는 창함수의 폭은 넓어졌다. 하지만, 관심 신호의 잡음을 최저로 감소시킬 수 있는 적절한 창함수의 선택은 반복 시행착오법에 의해 이루어져 왔다. 기존에는 창 함수의 성능을 측봉(sidelobe)의 최대치, 주봉(mainlobe)의 폭과 등가잡음폭(equivalent noise band width: ENBW) 등에 의해서 평가하여 왔으나¹⁻³⁾, 각

* 순천공업전문대학 자동차과

창 함수는 평가 항목에 있어서 장단점을 가지고 있어서, 개별 신호에 어떤 창 함수를 쓰는 것이 타당하며, 효과적인지에 대해서는 알려진 바가 없다^{4,5)}. 따라서, 본 연구에서는 신호처리기법을 통해서 신호를 각각의 창함수를 통과시켜 어떤 창함수를 선택하는 것이 관심 신호의 신호대 잡음비를 개선할 수 있는지의 여부를 평가하고, 이를 창함수를 선택하는 해석적 방법으로 제시하고자 한다. 아울러 각 신호의 첨두(peak)의 위치에 따라 어떤 창함수를 선택하는 것이 신호의 잡음을 감소시킬 수 있는가에 대해 모의실험을 통해 확인하였다.

2. 이론

2.1 창 함수(window functions)

본 연구에서는 잡음 제거 성능 평가의 대상으로 해닝, 해밍 그리고 블랙만-해리스 창 함수(Blackman-Harris window)를 선정하였다. 해닝과 해밍 창 함수는 소음 및 진동 신호의 처리에 가장 많이 이용되는 창 함수 기법이며, 블랙만-해리스 창 함수는 현재까지 알려져 있는 창 함수 가운데서 측봉과 주봉의 차이가 최대인 창 함수 기법이다.

시간 영역의 창 함수를 식(1)~(3)에 나타내었다¹⁾.

해닝 창 함수 (Hanning Window)

$$w(n) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi n}{N} \right),$$

$$-\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2} \dots\dots\dots (1)$$

해밍 창 함수 (Hamming window)

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N}.$$

$$-\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2} \dots\dots\dots (2)$$

블랙만-해리스 창 함수 (Blackman-Harris window)

$$w(n) = 0.35857 - 0.48829 \cos \frac{2\pi n}{N} + 0.14128 \cos \frac{4\pi n}{N} - 0.01168 \cos \frac{6\pi n}{N}.$$

$$-\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2} \dots\dots\dots (3)$$

위의 식(1)~(3)까지의 창 함수를 주파수 영역으로 변환하여 나타낸 것이 식(4)~(6)이다¹⁾.

해닝 창 함수 (Hanning window)

$$W(e^{j\omega}) = 0.5S(\omega) + 0.25S \left(\omega - \frac{2\pi}{N} \right) + 0.25S \left(\omega + \frac{2\pi}{N} \right) \dots\dots\dots (4)$$

해밍 창 함수(Hamming window)

$$W(e^{j\omega}) = 0.54S(\omega) + 0.23S \left(\omega - \frac{2\pi}{N} \right) + 0.23S \left(\omega + \frac{2\pi}{N} \right) \dots\dots\dots (5)$$

블랙만-해리스 창 함수 (Blackman-Harris window)

$$W(e^{j\omega}) = 0.35857S(\omega) + 0.24445S \left(\omega - \frac{2\pi}{N} \right) + 0.244145S \left(\omega + \frac{2\pi}{N} \right) + 0.07064S \left(\omega - \frac{4\pi}{N} \right) + 0.07064S \left(\omega + \frac{4\pi}{N} \right) + 0.0584S \left(\omega - \frac{6\pi}{N} \right) + 0.0584S \left(\omega + \frac{6\pi}{N} \right) \dots\dots\dots (6)$$

2.2 신호대 잡음비(signal-to-noise ratio)

신호대 잡음비는 신호와 잡음의 분산과 표준편차에 의해 구할 수 있다. 분산 σ^2 은 신호에 대한 평균제곱치(mean square value: MSV)로서 편차제곱의 평균으로 산포도를 나타내는 통계량이며, 표준편차 σ 는 신호에 대한 실효치(root mean square: RMS)이다. 어떤 신호에 대한 분산과 표준편차는 각각 식(7), (8)과 같이 나타낼 수 있다⁶⁾.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N} \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} \dots\dots\dots (8)$$

여기서 x_i 는 i 번째 신호, \bar{x} 는 신호의 산술평균이며, N 은 신호의 총수이다.

선형 신호대 잡음비는 신호와 잡음의 표준편차 식(7)에 의해 구할 수 있으며, 식(9)와 같다. 이 식을 신호와 잡음의 분산에 의해 대수 형식으로 바꾸어 쓴 것이 식(10)이다⁶⁾.

$$SNR = \frac{\sigma_s}{\sigma_n} \dots\dots\dots (9)$$

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \dots\dots\dots (10)$$

여기서 σ_s , σ_n , σ_s^2 , σ_n^2 는 각각 신호 및 잡음의 표준편차와 분산이다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션

3.1 표본화 조건

첫번째로 순음(pure tone)의 첨두 위치에 따른 창 함수의 잡음 제거 성능을 알아 보기 위해 주파수 대역을 0~0.5로 정규화하여 0.05씩 증가시켜 가며 0.05에서 0.45까지 9가지 경우에 대해 신호에 가우스 잡음과 균일잡음을 각각 부가하여 시뮬레이션을 수행하였다.

두번째로는 순음이 아닌 두개의 첨두를 갖는 신호에서 창 함수의 잡음 제거 성능을 확인하고자 하였다. 이때의 시뮬레이션 신호는 10 Hz와 30

Hz, 두개의 주파수 성분을 갖는 비감쇠 시간영역 신호이다. 모의 실험의 신호는 아래의 수식과 같고

$$x(t) = \sin 10t + \sin 30t,$$

$$x_1(t) = \sin 10t + \sin 30t + n_1(t),$$

$$x_2(t) = \sin 10t + \sin 30t + n_2(t).$$

여기서 $n_1(t)$ 는 가우스 잡음, $n_2(t)$ 는 균일잡음이다.

신호와 각 잡음은 나이퀴스트 표본화 정리(Nyquist Sampling Theorem)를 준수하여 데이터는 256개, 샘플링 시간 0.005초, 최대주파수 f_{max} 를 100 Hz로 하였다.

3.2 잡음 생성

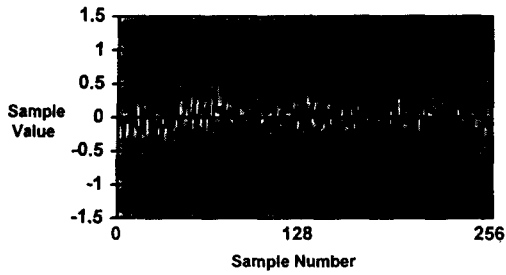
본 연구에서는 신호대 잡음비를 확인하여 각 창 함수의 잡음 제거 성능을 확인하고자 하는 목적으로, 가우스 잡음과 균일잡음을 원래의 신호에 더하였다. 각 잡음 신호를 만들기 위해서 컴퓨터의 난수 발생기능을 이용하였으며, 발생된 난수에 0.2를 곱하여 잡음 신호를 생성하였다. 가우스 잡음의 경우 0.2에 근접하는 0.2125의 표준편차를 보이고 있어, 잡음의 생성이 잘 되었음을 확인할 수 있었다^{6,7)}.

Table 1 Signal-to-Noise Ratio between Signal and Gaussian Noise for Normalized Frequency (dB)

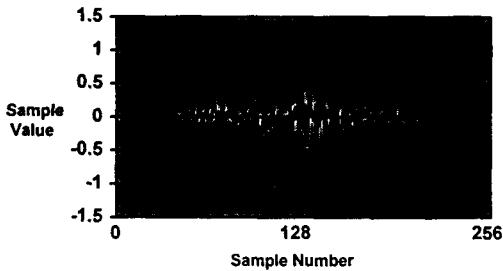
Normalized Freq. \ Window	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
Raw signal	37.9420	37.9832	37.9435	37.9829	37.9442	37.9832	37.9440	37.9829	37.9441
Hanning	38.7805	38.7805	38.7806	38.7805	38.7805	38.7805	38.7806	38.7806	38.7805
Hamming	38.7396	38.7403	38.7397	38.7403	38.7397	38.7403	38.7397	38.7403	38.7397
Blackman-Harris	38.3554	38.3554	38.3554	38.3554	38.3554	38.3554	38.3554	38.3554	38.3554

Table 2 Signal-to-Noise Ratio between Signal and Uniform Noise for Normalized Frequency (dB)

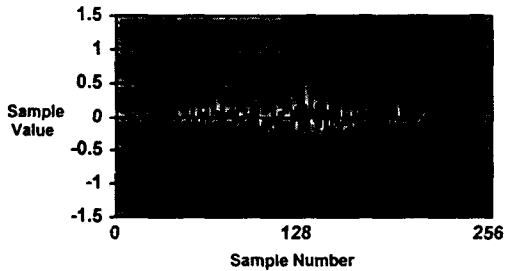
Normalized Freq. \ Window	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
Raw signal	63.5368	63.5780	63.5383	63.5777	63.5390	63.5780	63.5388	63.5777	63.5389
Hanning	64.1495	64.1495	64.1495	64.1495	64.1495	64.1495	64.1495	64.1495	64.1495
Hamming	64.0835	64.0842	64.0835	64.0842	64.0835	64.0842	64.0835	64.0842	64.0835
Blackman-Harris	64.5469	64.5469	64.5469	64.5469	64.5469	64.5469	64.5469	64.5469	64.5469



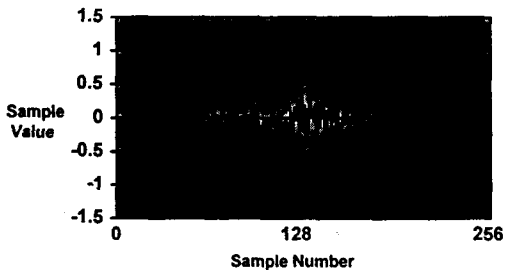
(a) Raw Noise



(b) After Hanning Window



(c) After Hamming Window

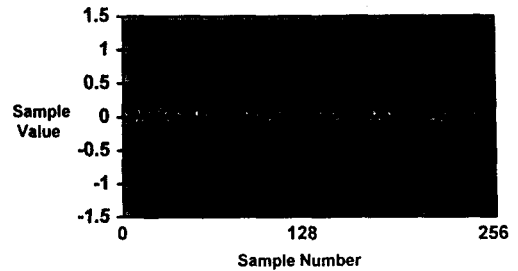


(d) After Blackman-Harris Window

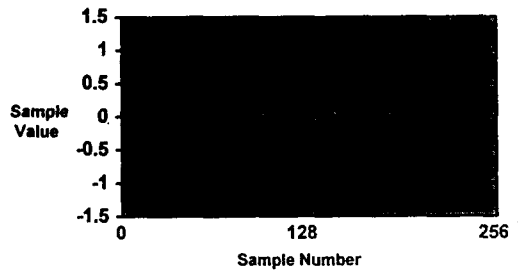
Fig. 1 Gaussian Noise Samples with Window Functions

4. 결과 및 고찰

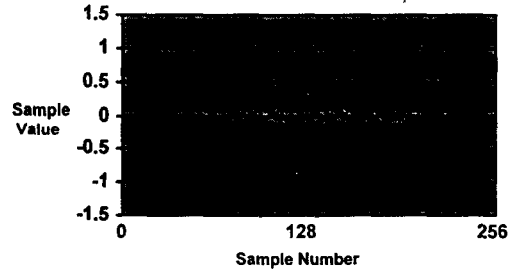
순음(Pure Tone)의 첨두 위치에 따른 창 함



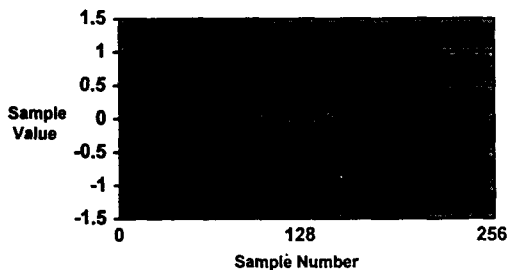
(a) Raw Noise



(b) After Hanning Window



(c) After Hamming Window



(d) After Blackman-Harris Window

Fig. 2 Uniform Noise Samples with Window Functions

수의 잡음 제거 성능은 전 경우에서 시뮬레이션 조건과 무관하게 10^{-3} 이내에서 일정한 값을 보였다. 즉, 가우스 잡음의 경우 해닝 창 함수가

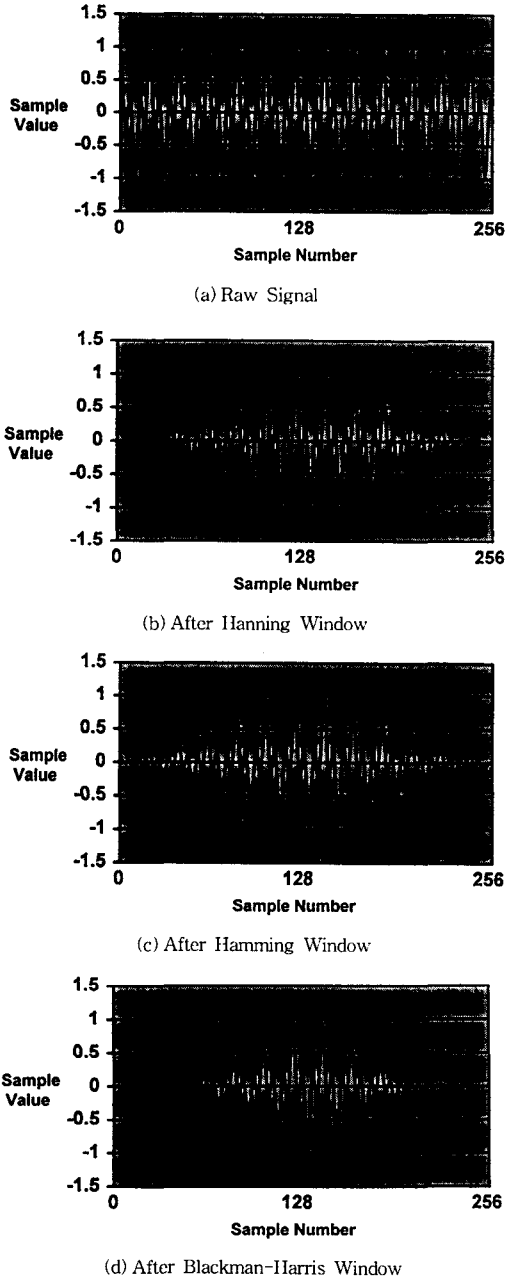


Fig. 3 Signal Samples with Window Functions

전 경우에 약 38.7805 dB, 균일 잡음은 블랙만-해리스 창 함수가 역시 모든 경우에서 64.5469 dB로 가장 좋은 값을 나타내었다. Table 1과

Table 2는 각각 가우스 잡음 및 균일 잡음에 대한 신호대 잡음비를 대수로 나타낸 것이다. 부가된 가우스 잡음과 균일 잡음을 창 함수를 통과시키기 전과 후에 대해 Fig. 1과 Fig. 2에 나타내었다.

두개의 주파수 성분을 갖는 신호에 대한 창 함수의 효과를 알아 보기 위해 생성한 모의실험 신호와 각 창 함수를 통과시킨 후의 신호를 Fig. 3에 나타내었다.

Table 3과 Table 4는 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 에 대해서 신호대 잡음비를 구한 것이다. 먼저, Table 3을 보면 원래 신호에 가우스 잡음을 추가하였을 때의 신호대 잡음비가 2.3618(17.1886 dB)였다. 이 신호대 잡음비가 창 함수를 통과하였을 경우 모두 증가하였는데, 이중에서도 해닝 창 함수를 통과시켰을 경우 2.4579(17.9861 dB)으로 가장 크게 증가하였다. 이때 신호대 잡음비 값이 선형적으로는 0.0961, 대수적으로는 0.7975 dB가 증가하였다.

Table 3 Signal-to-Noise Ratio between Signal and Gaussian Noise

Item	$SNR = \frac{\rho_s}{\rho_n}$	$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}$ (dB)
Raw signal	2.3618	17.1886
Hanning Window	2.4579	17.9861
Hamming Window	2.4530	17.9459
Blackman-Harris window	2.4062	17.5610

Table 4 Signal-to-Noise Ratio between Signal and Uniform Noise

Item	$SNR = \frac{\rho_s}{\rho_n}$	$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}$ (dB)
Raw signal	8.4924	42.7883
Hanning window	8.7387	43.3551
Hamming window	8.7107	43.2898
Blackman-Harris window	8.9140	43.7525

Table 4는 신호에 균일 잡음을 추가하였을 때의 신호대 잡음비를 나타낸 것으로써, 원래

신호의 신호대 잡음비는 8.4924(42.7883 dB)였다. 균일 잡음의 경우에도 신호가 창 함수를 통과하였을 때 신호대 잡음비가 증가하는 것을 볼 수 있었으며, 블랙만-해리스 창 함수를 통과시켰을 경우 8.9140(43.7525 dB)으로 신호대 잡음비 값이 가장 크게 증가하였다. 이때 신호대 잡음비 값이 선형적으로는 0.4216, 대수적으로는 0.9693 dB가 증가하였다.

5. 결 론

창 함수의 잡음 제거 성능을 평가하기 위한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 순음 경우 각 창 함수는 첨두의 위치에 관계 없이 거의 일정한 신호대 잡음비를 나타내었다.
- 2) 가우스 잡음이 추가된 경우 단일 주파수 성분만을 갖는 순음의 경우와 두 가지 주파수 성분을 갖는 신호 모두 해닝 창 함수를 통과시켰을 때의 신호대 잡음비 값이 가장 크게 나타났다.
- 3) 균일 잡음이 추가된 경우 단일 주파수 성분만을 갖는 순음의 경우와 두 가지 주파수 성분을 갖는 신호 모두 블랙만-해리스 창 함수를 통과시켰을 때의 신호대 잡음비 값이 가장 크게 나타났다.
- 4) 이상과 같은 결론을 통해, 본 연구에서 제시

한 신호대 잡음비 값에 의한 창 함수의 성능 평가가 예측기 상에서 창 함수를 선택하는 하나의 해석적인 방법으로 사용될 수 있는 가능성을 확인하였다.

참 고 문 헌

- 1) D.F. Elliott, "Handbook of Digital Signal Processing", Academic Press, pp. 253~286, 1988.
- 2) S.D. Stearns R.A. David, "Signal Processing Algorithms", Prentice Hall, pp. 165~168, 1988.
- 3) E.C. Ifeachor B.W. Jervis, "Digital Signal Processing", Addison-Wesley, pp. 288~303, 1993.
- 4) R.B. Randoll, "Frequency Analysis", B & K, p. 232, 1987.
- 5) J.S. Bendat, and A.G. Piersol, Engineering Application of Correlation and Spectral Analysis, John Wiley & Sons, Inc., 1980.
- 6) P.M. Embree B. Kimble, "C Language Algorithms for Digital Signal Processing", Prentice Hall, pp. 257~263, 1991.
- 7) C.S. Burrus, J.H. McClellan, A.V. Oppenheim, "Computer Based Exercises for Signal Processing Using MATLAB", Prentice Hall, pp. 84~92, 1994.