

정수압하에서 박판 정방벌지의 변형특성과 불안정에 관한 연구

A study on the characteristic and instability of the diaphragm square bulge under hydraulic pressure

강 대 민*

Dae-Min Kang

(1997년 6월 2일 접수, 1997년 9월 5일 채택)

ABSTRACT

Hill's anisotropy theory and isotropy theory under the deformed profile assumed two separate cases (that is circular and elliptical) are applied to predict the plastic deformation characteristics of bulge, the strain and polar height under instability condition, using thin square diaphragms of stainless steel, mild steel, brass, copper and aluminum.

In this study it was found that the pressure-polar height curves, and the polar height-the polar radius of curvature curve, under anisotropy theory and isotropy theory, assuming a circle profile, agree well with the experimental results, and the equivalent strains of the instability condition under anisotropy theory are better good agreement with the experimental results than those of the instability condition under isotropy theory.

Beside, FLCo(plane Strain Intercept) obtained by Bethlehem FLC method and standard FLC method (modified) agree well with the experimental result.

1. 서 론

벌지가공은 박판 성형공정중 유압을 가하여 소요의형상 및 치수를 매끄럽게 성형하는 판재 성형법으로 다이프드로잉, 스트레치 포밍등과 함께 소성가공 중에서 주요한 분야의 하나이고 이러한 성형법으로 얻어지는 판재 성형품에는 항공기, 철

도, 차량, 자동차의 차체 및 전자기기 부품등의 공업제품을 비롯하여 응용되는 분야가 대단히 넓다. 또한 판재를 본체로 사용하는 자동차 산업분야 등에서의 고성능 성형기술 개발을 위하여 신 소재의 도입, 다양한 설계 및 다품종 소량생산의 요구로 인해 생산설계에서 이용 가능한 박판성형분야에서는 PAM STAMP등과 같은 다양한 CAE의 개발

*부경대학교 공과대학 자동차공학과

연구가 컴퓨터 성능의 향상과 더불어 활발하게 진행되고 있으나 아직도 해석의 어려움과 관련실험 자료부족한 실정으로 이에 대한 연구의 필요성이 절실한 실정이고 이런 이유로 이축 인장 실험인 유압 벌지시험이 폭넓게 적용되어 왔다.

이러한 벌지시험에 관한 연구 중 원형벌지에 대한 연구로는 Hill¹⁾은 Levy-Mises 증분응력 변형도 관계를 사용하여 선형 가공재료에 대한 해를 유도했고 Weil과 Newmak²⁾ 그리고 Woo³⁾는 Hencky 이론에 근거하여 여러가지 수치해를 구했다.

재료특성에 따라서는 등방성 재료에 대해서는 Tresca와 Mises의 항복조건이 사용되어 왔으나 이방성 재료에 경우에는 Hill의 이방성 이론을 적용한 연구가 수행되어 왔고, 불안정에 관한 연구로는 Hill, Chakrabarty와 J. M. Alexander⁴⁾ 그리고 N. M. Wang과 M. R. Shammany⁵⁾ 등에 의해 불안정 상태의 극 두께 변형도 가공경화 지수와 이방성 계수 향으로 나타내었다.

타원벌지에 대한 연구로는 처음으로 G. Sachs et. al⁶⁾는 타원벌지에 장축과 단축의 측면형상이 원이라고 가정하여 재료의 성질과 파괴특성을 규정하였고 M. I. Youskf et. al⁷⁾는 타원벌지에 장축과 단축의 측면형상이 원이라고 가정하여 재료의 성질과 파괴특성을 규정하였으며 Chow⁸⁾는 타원벌지의 변형특성을 이론 및 실험적으로 평가했다.

그리고 직사각형 벌지에 관한 연구로서는 Duncan과 Johnson⁹⁾에 의하여 사각벌지의 소성변형특

성에 관해 연구되었고 J. J. Vlassak와 W. D. Nix¹⁰⁾에 의해 에너지 최소화법으로 측면비 변화에 따른 사각벌지의 처짐과 응력이 해석되었으나 아직도 박판 벌지의 변형특성과 소성 불안정에 대한 연구가 불충분한 상태이다.

본 연구에서는 Hill의 이방성 이론식을 정방 벌지시험에 적용하여 구한 결과와 등방성으로 고려한 결과를 극높이-곡률반경사이의 관계, 극높이와 벌지압력사이의 관계, 그리고 불안정 상태에서의 한계 극높이와 한계 상당 변형률에 대해 연강, 구리, 알루미늄, 스테인레스 및 황동 등의 재료로 실험한 실험결과와 서로 비교하고, Bethlehem FLC 법과 수정된 FLC법에 의하여 구한 FLCo(plane strain intercept, 한계평면)에 대해 실험치와 이론치를 서로 비교하여 정수압을 받는 정방벌지의 변형특성과 소성불안정 예측하고자 한다.

2. 실험 방법 및 실험결과

2.1 실험방법

인장시험은 두께가 0.8mm인 스테인레스강, 연강, 황동, 구리 및 알루미늄등의 재료로서 ASTM 표준시편 규격에 준하여 시편의 형상 및 치수로 가공하여 액압으로 작동되는 최대용량 25톤인 만능 재료시험기를 사용해서 행하고 결과는 Table 1에 정리하였다.

Table 1 Average tensile properties of metals used

Mate.	Prop.	Heat-treatment	Y. P (kg/mm ²)	T. S (kg/mm ²)	E	R	K	n	B
Mild steel(SPC-1)		as-received	23.10	30.80	35.10(%)	1.37	53.80	0.230	0.016
Cu		as-received	20.97	22.50	19.50(%)	0.94	35.00	0.080	0.010
Al		as-received	11.07	12.51	3.50(%)	0.53	14.83	0.024	0.009
Stainless steel		as-received	27.62	110.85	68.93(%)	1.54	136.01	0.450	0.030
Brass		as-received	29.31	48.10	31.61(%)	1.05	69.00	0.202	0.030

크로스헤드속도는 연신량의 다소에 따라 스테인레스강, 연강, 황동등은 10mm/min, 구리와 알루미늄은 1mm/min의 조건으로 하중 500kg하에서 extension meter를 부착하여 실온에서 행했다. 소성변형비 R값은 소성이방성의 척도로서 측정하는 방법에는 압연 방향에 대해 0, 45, 90도 방향에 대해 인장시험을 행하여 구하는 방법과 집합조직에 의

한 각 방향의 탄성특성을 초음파진동에 의한 공진 주파수를 이용해서 구한 탄성계수와 r값의 실험식을 이용하는 모듈-r 측정기(module-r drawability tester)에 의한 방법이 사용되고 있으나 본 실험에서는 전자의 방법을 택했고 이는 인장 시편의 폭 방향 진 소성변형률과 두께방향 진 소성변형률의 비로서 정의되고 이 r값은 시편 두께가 얇을 경우

두께방향의 변형률의 측정에는 오차가 클 수 있기 때문에 체적변화률이 불변한다는 가정을 이용, 시편축의 폭 방향과 길이 방향의 변형율을 측정하여 식(1)에 의해 구했다. 실험 재료중 스테인레스강, 연강과 황동등은 15% 신장위치에서 하중을 제거한 후 계산했으며 알루미늄과 구리는 연신율이 적게 나타나 시편을 파단시킨 후 파단부가 균일하게 변형된 부분에서 측정하여 r값을 구했다.

$$r = \frac{\ln(\omega_o/\omega)}{\ln(l/l_o) - \ln(\omega_o/\omega)} \dots\dots\dots (1)$$

여기서 ω_o 는 시험전 시편의 폭, ω 는 시험후 시편의 폭, l_o 는 시험전 시편의 표점거리, 그리고 l 은 시험후 시편의 표점거리로 나타낸다.

그리고 가공경화지수 n값은 인장시험 결과로부터 공칭응력-진 응력의 관계식, 공칭 변형도-진 변형도의 관계식을 이용하여 진 응력-진 변형도 곡선의 근사식인 식(2)에 유도되는 $\ln \epsilon$ 에 대한 $\ln \sigma$ 의 대수 그래프상의 기울기로부터 구했다.

$$\sigma = k \epsilon^n \dots\dots\dots (2)$$

그리고 Table 1에 정리된 모든 재료의 계적 물성치는 각 압연방향을 고려한 평균값으로 식(3)에 의해 구했다.

$$A = \frac{1}{4} (A_0 + 2A_{45} + A_{90}) \dots\dots\dots (3)$$

여기서 A_0 는 압연방향에 대한 0도 방향, A_{45} 는 압연방향에 대한 45도 방향, 그리고 A_{90} 는 압연방향에 대한 90도 방향에 해당하는 값을 나타낸다.

액압 벌지시험은 Photo. 1의 실험장치에서 행하였고 실험재료는 인장시험에 사용한 동일재료를 이용해서 클램핑 압력과 유량을 일정하게 하여 다음의 치수가 90mm×90mm인 정사각형이고 3mm의

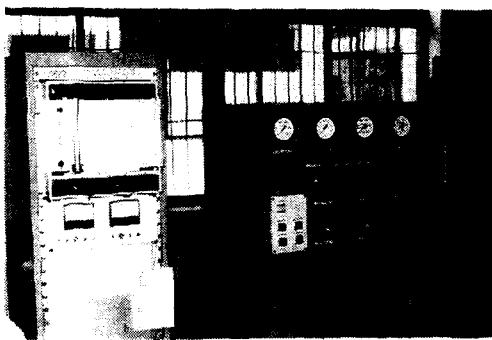


Photo. 1 Experimental apparatus for bulge test

코너 반경을 가진 TORSEE HYDRAULIC BULGE TESTING M/C(TYPE 100HB)장치에서 행했다. 여기서 측정치는 이러한 시험기에 설치되어 있는 압력변환기와 전위차계(Potentiometer)에 의해서 변환되어 측정된 벌지압력과 극 높이가 X-Y기록계에 의해서 자동적으로 기록되고 극 두께는 포인트 마이크로메타로서 측정했다.

2.2 실험결과 및 고찰

Table 1은 인장시험 결과를 정리한 표로서 여기서 나타낸 연신율은 금속이 소성변형될 수 있는 정도를 나타내며 이러한 연신률은 판재의 장축 성형성 및 장출 플랜지성과 깊은 관계가 있다. 가공경화지수(n)는 응력구배가 존재할 때 판재가 변형을 얼마나 분배할 수 있는가 하는 척도이고 가공경화능력은 판재 성형시에 균일한 변형을 조장하여 장출성형성을 결정하는데 중요한 값이다. 즉, n값이 작으면 스트레칭에서 국부변형이 일찍 일어나서 충분한 균일변형이 일어나기 전에 파괴가 일어나고 반면에 n값이 크면 불균일한 응력상태에서도 변형이 균일하게 분포되고 재료가 당겨지며 더욱 경화되어 국부변형에 대한 저항이 커진다. 특히 자동차용 판재성형에서는 성형된 판재의 변형률이 균일하게 분포되고 항복응력이 비교적 균일하게 되어야만 차체 강도에도 기여하게 된다. 식(1)로 표시되는 이방성계수는 심가공성(Deep drawability)의 척도인데 이러한 이방성의 원천은 그 재료를 구성하는 단결정인 결정립이 이방성을 갖고있기 때문이고 단 결정의 소성변형이 슬립에 의하여 일어날때 슬립계에서의 분해 전단응력이 어떤 일정한 크기에 이르러서야 슬립이 일어난다(Schmid 법칙). 슬립계는 결정의 특수면에서 특수 방향으로 일어나기 때문에 인장방향에 따라 항복응력이 달라지므로 소성변형도 등방성이 되지 못하고 대부분의 실용 금속재료가 여러 방향으로 배열된 결정립으로 구성된다. 결정 재료이지만 배열방향이 완전히 무질서하지 않기 때문에 등방성이 되지 못하고 이방성을 띄게 된다¹¹⁾.

금속 재료중 등방성재료의 경우 $r=1$ 로 표시되고, $r>1$ 인 재료는 폭 방향의 변형율보다 두께 방향의 변형률이 작은 것을 의미한다. 즉, 원통컵 디

프드로잉 공정에서 플랜지부에서는 원주 방향의 압축변형저항이 적어 변형이 잘 일어나지 않고 편치 코너부에서는 두께 방향의 변형저항이 커서 파단이 일어나기 어렵기 때문에 r이 클수록 한계드로 잉비(Limit drawing ratio)가 커지고 더 좋은 가공성을 갖게 된다.

단축과 이축 인장시험에서 r값을 고려하기 위해 A.M. Bramley와 P.B. Mellor¹²⁾등이 제시한 재료에 대한 평균 r값은 개략해석법¹³⁾을 사용하여 압연 방향에 대하여 0, 45, 90도에서 채취해낸 시편의 단축인장시험과 정수압 벌지 시험기를 이용한 균일 이축인장 시험에서 구하는 방법과 0, 45, 90도에서 단축 인장시험에서 계산되는 식(1)에 의하여 구하는 방법등이 있는데 본 연구에서는 식(1)에 의하여 r값을 구했다.

Table 2는 식(1)에서 r값을 구하기 위해서 스테인레스강, 연강, 황동, 구리 및 알루미늄등의 재료에 대해 압연방향에 따라 0, 45, 90도 방향으로 단축 인장시험결과이다.

Table 2 Results of γ , γ_{0} , γ_{45} , γ_{90} for uniaxial tension test

Mate. anisotropy Value	stainless steel	Mild steel	Brass	Copper	Al
γ_{0}	1.57	1.30	1.1	0.90	0.50
γ_{45}	1.52	1.39	1.0	0.98	0.52
γ_{90}	1.55	1.40	1.1	0.90	0.58
γ 값	1.54	1.37	1.05	0.94	0.53

인장 실험결과 Table 1에서 가공경화지수(n)값이 크면 클수록 이방성값과 연신율은 대체적으로 증가함을 알 수 있고 따라서 연신율, n값과 R값은 박판의 성형 한계선도 및 박판 성형성과 아주 밀접하다는 것을 알 수 있다.

부록의 식(12)에서 일축 인장시험에서는 $m=0$ 이므로 변형을 비는 식(4)로 유도된다.

$$L = \left(\frac{-r}{1+r} \right) \dots\dots\dots (4)$$

주어진 단축 변형을 ϵ_x 에 대하여 응력 σ_x 는 단축 인장시험 곡선으로부터 세개의 단축 응력좌표에 의하여 구해진다. 상당 응력과 변형률은 $m=0$ 과 r값에서 각각 식(4), (14)와 (15)에 의하여 구해진다. 이렇게 해서 얻어진 상당 응력과 변형률곡선의 결과는 Table 3과 같고 이 결과중 연강과 알

루미늄에 대한 결과는 Fig. 1~Fig. 2에 나타난 바와 같이 실험치와 잘 일치한다.

Table 3 The Results of relationships between stress and strain for experimental materials

Mate.	$\sigma = A(B + \epsilon)^n$
Stainless steel	$\sigma = 136.01(0.03 + \epsilon)^{0.15}$
Mild steel	$\sigma = 58.80(0.016 + \epsilon)^{0.23}$
Brass	$\sigma = 69.00(0.03 + \epsilon)^{0.23}$
Copper	$\sigma = 35.00(0.01 + \epsilon)^{0.08}$
Aluminium	$\sigma = 14.83(0.009 + \epsilon)^{0.24}$

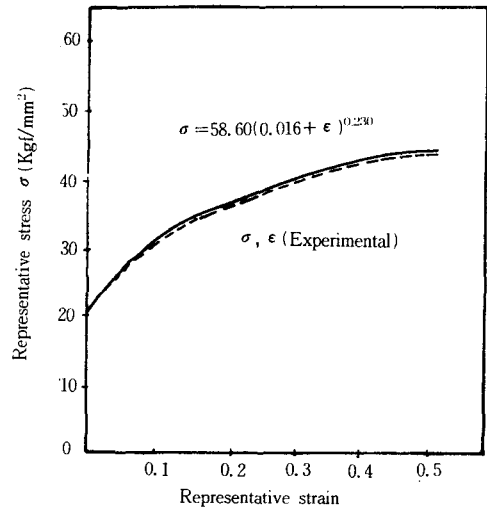


Fig. 1 Representative stress-strain curve for mild steel

극 높이에 따른 박판의 극 곡률반경을 Fig. 3에 나타내었고 결과에 따르면 실험치는 식(11)로 가정한 결과 보다 식(9)으로 가정 즉 원으로 가정한 이론치에 더 가깝게 접근하였다.

Fig. 4~Fig. 7은 연강, 알루미늄, 황동, 구리 등의 박판에 대해 압력과 처짐과의 관계를 실험치와 이론치를 서로 비교한 그림으로 여기서 연강, 알루미늄, 황동, 구리 등의 박판에 대해 압력과 처짐의 관계는 타원으로 가정한 이론치보다 원으로 가정한 더 잘 일치하였다.

Table 4는 연강, 구리, 알루미늄, 스테인레스강 및 황동 등의 재료에 대해 이축 인장상태에서 등방성과 이방성을 가정했을 때 그리고 중심선의 변형 단면이 원형 및 타원형이라고 가정했을 경우 불안

Table 4 Comparison of the results of anisotropy theory and isotropy theory to the various experimental results for the strains and polar heights under the instability condition

Mate.	Condition	Anisotropy theory			Isotropy theory			Experimental result	
		ϵ	h(cir.)	h(elli.)	ϵ	h(cir.)	h(elli.)	ϵ	h
Mild steel		0.39(2.6)	51.0(5.9)	41.4(15.9)	0.25(52)	51.2(6.3)	41.8(14.8)	0.38	48
Cu		0.13(15)	29.2(4.1)	23.8(17.6)	0.08(87.5)	29.4(4.8)	24.0(16.7)	0.15	28
Al		0.03(6.7)	13.5(3.7)	11.0(27.2)	0.02(60)	14.0(0.0)	11.5(21.7)	0.032	14
Stainless steel		0.74(5.4)	71.4(2.0)	58.3(16.6)	0.49(42.9)	71.8(5.3)	58.6(16.0)	0.70	68
Brass		0.38(7.9)	51.9(7.5)	42.4(13.2)	0.26(34.6)	52.4(8.4)	42.8(12.1)	0.35	48

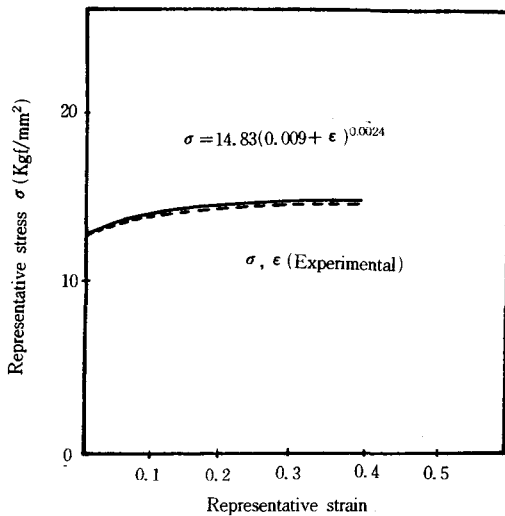


Fig. 2 Representative stress-strain curve for aluminum

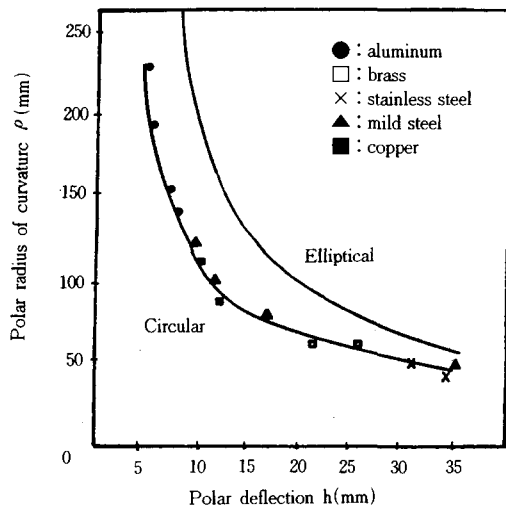


Fig. 3 Polar radius of curvature versus polar deflection

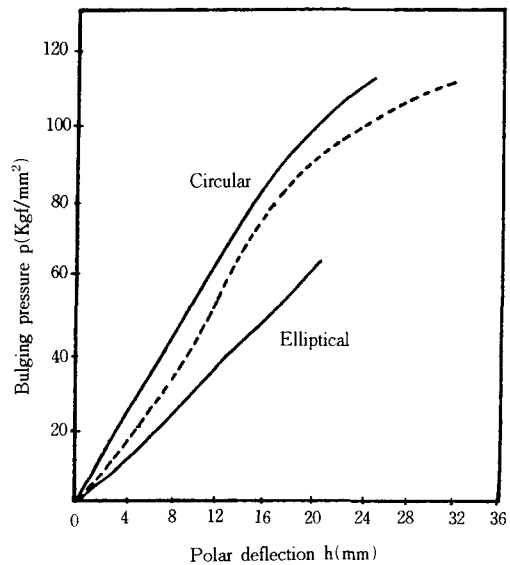


Fig. 4 Bulge pressure versus polar deflection for square mild steel diaphragms

정 상태에서의 변형율과 극 높이 관계를 나타낸 표로서 여기서 보면 Hill의 이방성 이론식과 등방성을 고려한 이론식을 정방벌지시험에 적용하여 구한 불안정상태의 한계 변형도는 n값이 큰 재료일수록 큰 값으로 나타나 n값이 작을수록 선도 및 박판성형성에 대단히 밀접한 관계가 있음을 뒷받침한다. 또한 한계 극높이는 이방성과 등방성인 경우 중심선의 형상이 원이라고 가정했을 경우의 이론치가 실험치와 거의 일치하고 한계 상당변형률은 이방성인 경우가 등방성인 경우보다 실험치와 더 일치한다는 것을 알 수 있고 표안의 괄호속의 수치는 이론치와 실험치의 차이를 이론치로 나눈 절대값의 백분율로 표시한 결과이다. Keeler와 Brazier¹⁴⁾는 성형 한계선도의 주 변형률 축에 따라 FLC(Forming Limit Curve)를 결정하기 위해 식

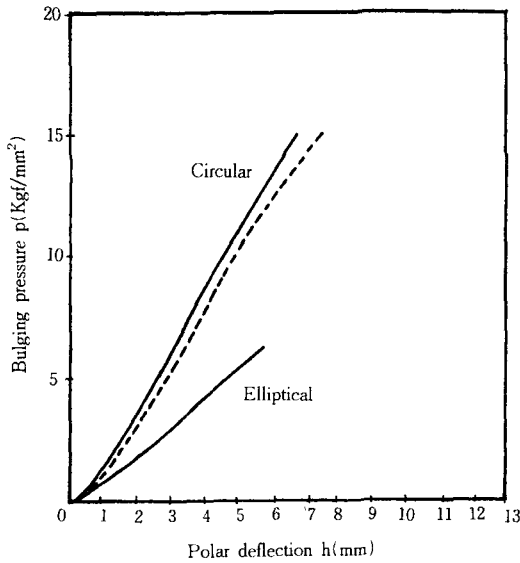


Fig. 5 Bulge pressure versus polar deflection for square aluminum diaphragms

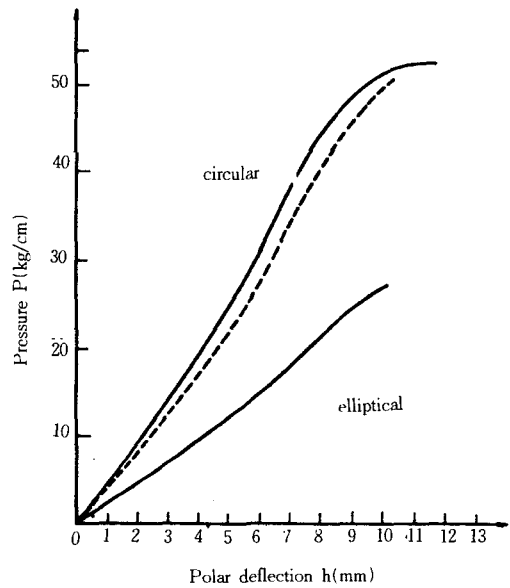


Fig. 7 Bulge pressure versus polar deflection for square copper diaphragms

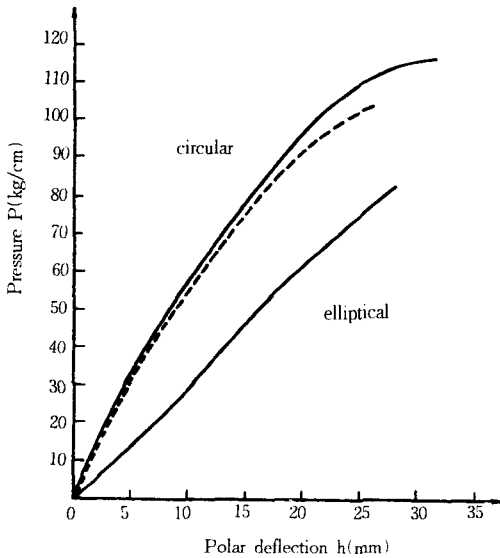


Fig. 6 Bulge pressure versus polar deflection for square copper diaphragms

(4)와 같이 두께와 n 값에 기초를 둔 상호관계를 설명했다.

즉 $FLC_0 = a[23.3 + 359(t, \text{in})]$

혹은 $FLC_0 = a[23.3 + 14.1(t, \text{mm})]$ (5)

여기서 $n \leq 0.21$ 일때는 $a = n/0.21$ 이 되고

$n > 0.21$ 일때는 $a = 1$ 이 된다.

식(5)의 특징은 n 가 0.21 이상이 되면 재료들에 대한 성형한계가 더 이상 개량이 되지 않는다는 것을 예측되므로 식(6)으로 n 의 모든 값에 대해 $a = n/0.21$ 로 표준 FLC 형상을 약간 수정되게 표시될 수 있다.

즉 $FLC_0 = n/0.21 [23.3 + 359(t, \text{in})]$

혹은 $FLC_0 = n/0.21 [23.3 + 14.1(t, \text{mm})]$ (6)

또한 공학적 의미에서 실험적으로 매번 평가하려는 강판에 대해 많은 시간과 노력을 기울려 성형성 평가척도 및 공정수단으로 널리 사용되고 있는 성형 한계선인 FLC를 도출하는 것은 실용적이지 못하므로 축적된 많은 데이터로부터 대표적인 FLC(standard FLC)를 이용하는 방법이 제안되어 북미를 중심으로 널리 사용되고 있다. 이 방법에서는 대표적 FLC와 실험 데이터로부터 구한 FLC상의 제일 낮은 점인 평면 변형 절편(Plane Strain Intercept, FLC_0 또는 한계 평면 변형률)을 이용하여 대표 FLC를 주 변형률 축으로 FLC_0 점까지 평행이동시켜 강판의 FLC로 정의한다. 이러한 의미에서 Bethehem 형상은 평면 변형률에서 FLC 형상을 결정짓는 상호관계가 식(7)과 같이 n 값과 두께 보다는 총연신률과 두께에 의존한다.

즉 $FLC_0 = 2.78 + 82.4(t, in) + 0.892TE$
 혹은 $FLC_0 = 2.78 + 3.24(t, mm) + 0.892TE$ (7)
 여기서 TE는 가로방향의 총연신율이다.

Table 5 Comparison the results of standard FLC Method and Bethlehem FLC Method to the experiment results

Condition Mate	Experimental result (%)	predicted EQ(5)	predicted EQ(6)
Mild Steel	38	36.77	37.9
Cu	15	22.27	13.17
Al	3.2	8.5	3.95
Stainless Steel	70	66.86	74.1
Brass	35	36.4	33.27

Table 5는 실험재료가 연강, 구리, 알루미늄, 스테인레스강 및 황동에 대해 실험치와 수정된 표준 FLC법과 Bethlehem FLC법에 의해서 구한 값과 서로 비교한 결과로 서로 대체적으로 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 정방벌지 시험에 Hill의 이방성으로 고려한 이론식과 등방성으로 고려한 이론식을 연강, 알루미늄, 황동, 구리 및 스테인레스강 등의 두께가 0.8mm인 박판으로 정방 벌지시험과 인장시험한 실험치와 서로 비교한 결과 Hill의 이방성 이론에서 유도된 정방박판의 극높이와 곡률반경사이의 관계, 그리고 극높이와 벌지압력사이의 관계는 중심선의 단면의 형상이 원형으로 가정된 경우가 타원으로 가정한 이론식보다 실험치에 더 잘 일치하였다. 뿐만아니라 한계 상당 변형률은 이방성으로 가정한 경우가 등방성으로 가정한 경우보다 실험치에 더 잘 일치하였고 한계 극높이는 벌지된 중심선의 단면의 형상이 원으로 가정했을 때의 이론치가 타원으로 가정했을때의 이론치보다 실험치에 더 잘 일치하였다. 그리고, 재료물성치 중 박판성형성과 박판성형 한계를 예측하는데 중요한 인자인 가공경화지수와 이방성 값은 스테인레스강, 연강, 황동, 구리 및 알루미늄의 순으로 크게 나타났고 이러한 값이 크면 클수록 불안정 상태에서의 한계 극 높이와 한계 상당 변형률이 증가하였고 이러한 자료를 이용해서 얻어진 상당응력과 변형도의 관계는 실험치와 잘 일치하였다.

또한 수정된 표준 FLC 형상과 Bethlehem FLC 형상에서 구한 한계평면 변형률은 실험치에 대체적으로 잘 일치하였다. 따라서 이러한 연구결과들은 항공기 뿐만아니라 각종 차량 특히 자동차의 차체의 안전설계분야의 고성능 성형기술 개발을 위해 많은 관련 참조자료가 될 것으로 전망된다.

5. 부 록

Hill의 이방성 이론식을 이용한 Johnson과 Duncan의 정방 벌지에 관한 이론식과 등방성인 경우의 이론식을 중심선의 변형단면이 원형이라고 가정한 경우(직사각형 벌지의 경우의 단축)와 타원형이라고 가정한 경우(직사각형 벌지의 경우의 장축)으로 구분지어 해석해본 결과를 간단히 요약하면 다음과 같다.

5.1 이방성을 고려한 정방 벌지의 이론식

① 변형률 비(L)-이방성 계수(r)와의 관계

$$\frac{l}{L} = \frac{(1+r)-rm}{b(1+r)-m} \dots\dots\dots (8)$$

② 극 곡률반경(ρ)-극 높이(h)와의 관계식(중심선의 단면이 원형인 경우)

$$\rho = \frac{a^2+h^2}{2h} \dots\dots\dots (9)$$

③ 극 변형률-극 높이(h)와의 관계식(중심선의 단면이 원형인 경우)

$$(\epsilon_x)_{(x=0)} = \frac{h^2}{3a^2} \dots\dots\dots (10)$$

④ 극 곡률반경-극 높이(h)와의 관계식(중심선의 단면이 타원인 경우)

$$\rho = \frac{a^2}{h} \dots\dots\dots (11)$$

⑤ 극 변형률-극 높이(h)와의 관계식(중심선의 단면이 타원인 경우)

$$(\epsilon_x)_{(x=0)} = \frac{h^2}{2a^2} \dots\dots\dots (12)$$

⑥ 극 유효변형률-ε_x와의 관계

$$\epsilon = -\epsilon_1 = 2(\epsilon_x)_{x=0} \dots\dots\dots (13)$$

⑦ 상당응력-σ_x와의 관계

$$\sigma = \alpha \sigma_x \left[\alpha = \frac{(3/2)(1+r)}{(2+r)} \left\{ \left(\frac{m^2-12rm}{(1+r)} \right) + 1 \right\} \right] \dots\dots\dots (14)$$

⑧ 상당 변형률- ϵ_x 와의 관계

$$\epsilon = c \epsilon_x \left[c = \left\{ \frac{(3/2)(2+r)}{(1+2r)^2} \{ (1+r)(1+L^2) + 2r^2(1+L^2) + 2r(1+L+r^2) \}^{1/2} \right\} \dots\dots\dots (15) \right.$$

⑨ 불안정 상태의 유효 변형률-가공 경화지수(n)와의 관계

$$\epsilon^* = \frac{n}{c} - B \left[c = \left[\frac{(3/2)(1+2r)}{(2+r)(1+r)} \right]^{1/2} \right] \dots\dots\dots (16)$$

⑩ 불안정시의 극 최대높이-가공 경화지수(n)와의 관계식(중심선의 단면이 원형인 경우)

$$h^* = \left\{ \frac{(3a^2)(n-B)}{2} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (17)$$

⑪ 불안정시의 극 최대높이-가공경화지수(n)와의 관계식(중심선의 단면이 타원인 경우)

$$h^* = \left\{ a^2(n-B) \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (18)$$

5.2 등방성인 경우 정방 벌지의 이론식(불안정 상태 경우)

① 불안정 상태의 유효변형률과 가공 경화지수(n)와의 관계

$$\epsilon^* = \frac{2n}{3^{1/2}} - B \dots\dots\dots (19)$$

② 불안정시의 최대높이와 가공경화지수(n)와의 관계식(중심선의 단면이 원형인 경우)

$$h^* = \left[\frac{3a^2}{2} \left\{ n - \frac{3^{1/2}}{2} B \right\} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (20)$$

③ 불안정시의 최대높이와 가공경화지수(n)와의 관계식(중심선의 단면이 타원인 경우)

$$h^* = \left[a^2 \left\{ n - \frac{3^{1/2}}{2} B \right\} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (21)$$

참 고 문 헌

- 1) R. Hill, The mathematical theory of plasticity, chapt. 12 Oxford Uni. press (1950).
- 2) N. A. Weil & N. M. Newmark, J. Appl. Mech., Dec. p. 533, 1955.
- 3) D. M. Woo, Int. J. Mech. Vol. 6, pp. 303~317, 1964.
- 4) J. Chakrabarty and J. M. Alexander, Journal of Strain Analysis, Vol. 5, p. 155, 1970.
- 5) N. M. Wang and M. R. Shammamy, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 17, pp. 43~46, 1969.
- 6) W. F. Brown and George Sachs, Trans. ASME., Vol. 70, 99, 241, 1948.
- 7) M. I. Yousif et. al., Int. J. Mech. Sci. Vol. 12, pp. 959~972, 1970.
- 8) C. C. Chow, A. W. Dana and G. Sachs, J. Metal, N. Y. Vol. 1, 49, 1949.
- 9) J. L. Duncan and W. Johnson, Int. J. Mech. Sci. Vol. 10, pp. 143~155, 1968.
- 10) J. J. Vlassak and W. D. Nix, J. Mater. Res., Vol. 7, No. 12, Dec. 1992.
- 11) D. N. L., Formability of Sheet Metals, 박판 성형기술의 진보, pp. 11~23, 1994.
- 12) A. N. Bramley and P. B. Mellor, Int. J. Mech. Sci, Vol. 8, pp. 101~114, 1966.
- 13) H. W. Swift, J. Mech. phys. Solid 11(1952).
- 14) S. P. Keeler and W. G. Brazier, Microalloying 75, New York, NY, pp. 517~530, 1975.
- 15) K. S. Raghavan, R. C. Van Kuren and H. Darlington, SAE paper, No. 920437, 1992.