

조화분포하중을 받는 원환보의 음향방사

Sound radiation of curved beam under the action of harmonic line forces

지 창 현*

Chang-Heon Chi

(1997년 3월 14일 접수, 1997년 9월 20일 채택)

ABSTRACT

The problem of sound radiation from curved beam under the action of harmonic line forces is studied. The reaction due to fluid loading on the vibratory response of the curved beam is taken into account. The curved beam is assumed to occupy the plane $y=0$. The curved beam material and the elastic foundation are assumed to be lossless including a tension force(T), damping coefficient(C) and stiffness of foundation(k_s) will be employed. The non-dimensional sound power is derived through intergration of the surface intensity distribution over the entire curved beam. The expression for sound power is integrated numerically and the results are examined as a function of wavenumber ratio(γ) and stiffness factor(Ψ).

1. 서론

구조물의 진동에 의해 발생하는 상대적인 음향파위를 계산하는 문제가 최근에 중요시 되고 있다. 구조진동에 의해 발생하는 상대적인 음향파위의 계산은 비행기나 선박, 잠수함등에서 발생하는 소음문제 또는 레일 위를 달리는 기차에서 발생하는 소음문제, 자동차 타이어의 트레드 밴드에서 발생하는 소음문제 등을 해결할 수 있

으며 대기나 수중에서 구조물의 진동에 의해 발생하는 음향방사에 관한 연구는 기계적인 시스템의 해석과 설계에 응용되고 있고, 상대적인 음향파위의 수치계산으로 가진 되어지는 구조물의 음향방사 정도를 예측할 수 있다.

M. I. Mogilevskii¹⁾는 지지 기반을 고려하지 않은 무한 판에 일정한 속도의 조화집중하중이 가해질 때의 음향방사에 관하여 연구하였고, R. F. Keltie와 H. Peng²⁻⁵⁾은 구조감쇠가 있는 무

* 원광대학교 공과대학 기계공학과

환보에 조화집중하중과 분포하중이 작용할 때 하중길이의 기초강성, 하중의 이동속도의 영향에 대하여 연구하였다. L. Fryba⁶⁾는 이동램덤하중에 대한 보의 비정상적인 응답중 보의 감쇠에 대한 영향과 보에 작용하는 하중의 이동속도에 대한 영향에 대하여 연구하였으며, J.E.Manning와 G.Maidanik⁷⁾은 원형 셀의 방사특성에 대하여 연구하였다. 또한, B. S. Kim과 D. P. Hong^{8,9)}은 조화집중하중과 조화분포이동하중을 받는 무한보에 기초강성과 감쇠 그리고 장력이 작용할 때의 음향방사에 관하여 연구하였다.

한편, 조화적인 분포하중을 받는 원환에서의 상대적인 음향파워는 수치적으로 적분되고 몇가지 인자들의 함수로써 적분인자를 표시되는데, 본 연구에서는 조화분포하중을 받는 원환보에 기초강성, 감쇠, 장력 등을 고려하여 상대적인 음향파워를 구하고자 한다. 음향매질은 음향파워에 거의 영향을 미치지 않는 공기로 가정하고, 원환보의 전 범위에 대한 음향파워를 구하기 위하여 원환보 전표면의 음향강도를 적분하여 조화분포하중을 받는 원환보의 음향파워를 구한후 무차원화하여 무차원 인자의 변화가 음향파워 응답에 미치는 영향을 연구 하고자 한다.

2. 음향파워 이론식

Fig.1에서 보는 바와 같이 조화적인 분포하중을 받는 원환보에서 방사하는 음향파워를 예측하고자 한다. 원환보의 표면을 $y=0$ 으로 가정하고 조화적으로 진동하는 분포하중에 의해 원환보가 가진다고 가정하였다. $y>0$ 인 공간상에 채워진 음향매질은 공기이다. 이때 원환보에 대한 운동방정식은 식(1)과 같다¹⁻³⁾.

$$\begin{aligned} & \bar{E}I \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho_s A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - [s_0 - 2 \frac{\bar{E}I}{r^2}] \cdot \\ & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_r \frac{\partial u}{\partial t} + (K' + \frac{\bar{E}I}{r^4}) u \\ & = f(x, t) - p(x, t) \Big|_{\bar{y}=0} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

식(1)에서 분포하중 $f(x,t)$ 는 식(2)와 같다⁴⁾.

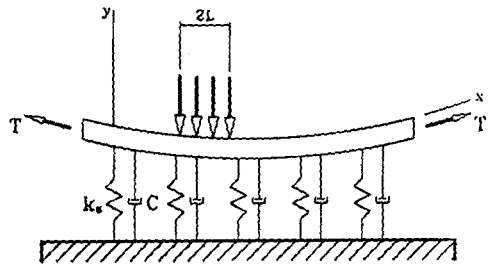


Fig. 1 Vibration model of harmonic line forces in curved beam

$$f(x, t) = \frac{F_0}{2L} [u(x-L) + u(x+L)] e^{j\omega t} \dots\dots\dots (2)$$

식(2)에서, F_0 는 입력하중진폭이다. 또한, 식(1)에서

$$K' = k_r + \frac{k_s}{r^2} - 2b \frac{pi}{r}$$

음향매질(acoustic medium)에서의 조화분포하중을 받는 원환 보에 의해 발생하는 압력분포는 $p(x, y, t)$ 로 표시되고 이차 공간상에서의 파동방정식(wave equation)은 식(3)과 같다.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) p(x, y, t) = 0 \dots\dots\dots (3)$$

식(3)에서 C_0 는 음향 매질에서의 음속이며, 음압은 선형방정식을 만족할 정도로 충분히 작고 $y>0$ 인 공간에서 음원은 존재하지 않는 것으로 가정하였다. $y=0$ 인 원환 보의 표면에서는 원환 보의 운동과 매질의 운동이 같아야 하므로 경계 조건은 식(4)와 같다.

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0} \dots\dots\dots (4)$$

식(4)에서 ρ_0 는 음향매질의 질량밀도이다.

공간좌표의 푸리에 변환(Fourier transformation)을 이용하여 음향파워를 구할 수 있는데, 공간좌표의 푸리에 변환은 식(5)와 같다.

$$FT(f(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j\xi x} dx \dots\dots\dots (5)$$

식(5)에서 ξ 는 파수(wavenumber)변수이다. 식(5)를 적용하여 파수영역에서의 힘 함수를 구하면 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{F}(\xi, t) &= \frac{F_0}{2L} \int_{-L}^L [u(x-L) \\ &\quad - u(x+L)] e^{j\alpha x} e^{i\omega t} dx \\ &= F_0 \frac{\sin(\xi L)}{\xi L} e^{j\alpha t} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

한편, 식(6)에서 변위 $U(\xi, t)$ 와 압력 $P(\xi, y, t)$ 는 공통인자로서 $e^{j\omega t}$ 를 포함하고 있음을 알 수 있다. 그러므로, 변위와 압력에 대한 푸리에 변환은 식(7-a), (7-b)와 같다.

$$\hat{U}(\xi, t) = U(\xi) e^{j\alpha t} \dots\dots\dots (7-a)$$

$$\hat{P}(\xi, y, t) = P(\xi, y) e^{j\alpha t} \dots\dots\dots (7-b)$$

파동방정식 식(3)에 푸리에 변환을 적용하면 식(8-a)와 같다.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega^2}{C_0^2} - \xi^2 \right) \right] P(\xi, y) = 0 \dots\dots (8-a)$$

$K_0 (= \omega/C_0^2)$ 를 자유음장 음향파수(acoustic wavenumber)라 하고 식(8-a)를 K_0 에 대하여 정리하면 식(8-b)와 같다.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (K_0^2 - \xi^2) \right] P(\xi, y) = 0 \dots\dots (8-b)$$

그러므로, 음향매질이 존재하는 공간에서의 음압 $P(\xi, y)$ 은 표면에서의 음압 $P(\xi, y=0)$ 의 형으로 된다.

$$P(\xi, y) = P(\xi, y=0) e^{-jk_y y} \dots\dots\dots (9-a)$$

$$K_y = \begin{cases} -j\sqrt{\xi^2 - K_0^2} : \xi^2 > K_0^2 \\ \sqrt{K_0^2 - \xi^2} : \xi^2 < K_0^2 \end{cases} \dots\dots (9-b)$$

또한, 파수(Wavenumber)영역에서의 파동방정식과 표면에서의 경계조건을 대입하면 표면음압이 다음과 같이 표시된다.

$$P(\xi) = \frac{j\rho_0 \omega^2}{K_y} U(\xi) \dots\dots\dots (10)$$

식(10)을 식(1)에 대입하고 파수영역에서의 운동방정식을 구하면 식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} [E(1+\eta)I\xi^4 - \rho_s A \omega^2 + (s_0 \\ - 2 \frac{E(1+\eta)I}{r^2})\xi^2 + j\omega C_r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + (K + \frac{E(1+\eta)I}{r^4})] U(\xi) \\ = F_0 - P(\xi, y)|_{y=0} \\ \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

파수영역에서의 변위 $U(\xi)$ 는 식(12)와 같다.

$$U(\xi) = \frac{F_0}{Z_a + Z_m} \dots\dots\dots (12)$$

식(12)에서 Z_a 는 음향매질인 공기에 의해 생성된 음향 임피던스이고, Z_m 은 원환보의 구조적 임피던스이다.

$$Z_a = \frac{j\rho_0 \omega^2}{K_z} \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} Z_m = [E(1+\eta)I\xi^4 - \rho_s A \omega^2 \\ + (S_0 - 2 \frac{E(1+\eta)I}{r^2})\xi^2 \\ + (K + \frac{E(1+\eta)I}{r^4})] \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

원환보 대한 표면음향강도(surface sound intensity) 분포는 식(15)와 같다.

$$I(x) = \frac{1}{2} \text{Re} [P(x) V^*(x)] \dots\dots\dots (15)$$

식(15)에서 속도 $V(\xi)$ 을 구하면 식(16)과 같다.

$$V(\xi) = \frac{dU(\xi)}{dt} = j\omega U(\xi) \dots\dots\dots (16)$$

원환보 전체의 음향파위를 구하기 위해서 원환보의 전표면에 작용하는 음향강도 분포를 적분하면 식(17)과 같다.

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\int_{-\infty}^{\infty} P(x) V^*(x) dx \right] \\ &= \frac{1}{4\pi} \text{Re} \left[\int_{-\infty}^{\infty} P(\xi) V^*(\xi) d\xi \right] \\ &= \frac{\rho_0}{4\pi} \text{Re} \left[\int_{-\infty}^{\infty} j \frac{\omega^2}{K_y} U(\xi) \cdot \right. \\ &\quad \left. (-j\omega U^*(\xi)) d\xi \right] \\ &= \frac{\rho_0}{4\pi} \text{Re} \left[\int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\omega^2}{K_y} |U(\xi)|^2 d\xi \right] \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

식(17)에서 $K_y = \sqrt{K_0^2 - \xi^2}$ 이고, 적분값이 실수이기 위한 구간은 식(18)과 같다.

$$\xi^2 \leq K_o^2 \dots\dots\dots (18)$$

음향파워 결과식을 무차원화하기 위해 $\xi \rightarrow K_o \zeta$ 로 치환하면 식(19)와 같다.

$$\Pi = \frac{4\pi(\rho_s A)^2 \omega}{\rho_o F_o^2} W \dots\dots\dots (19)$$

원환보로부터 발생하는 단위폭당 무차원 음향파워 적분식은 식(20)과 같다.

$$\Pi = \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\omega^3}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left| \frac{1}{Z_a + Z_m} \right|^2 d\zeta \dots\dots\dots (20)$$

식(20)에서

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= -1, \quad \zeta_2 = 1 \\ K_b &= \left[\frac{12\rho_s A \omega^2}{EI} \right]^{1/4} \quad C_L = \sqrt{\frac{EI}{\rho_s A}} \\ \alpha_o &= \frac{\rho_o C_L}{\sqrt{12\rho_s A C_o}} \quad \gamma = \frac{K_o}{K_b} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi &= \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \frac{d\zeta}{\left[\gamma^4 \zeta^4 - 1 + (T \cdot \varphi - 2S)\gamma^2 \zeta^2 + (\varphi^2 + S^2) \right.} \\ &\quad \left. + [2\beta\varphi + \eta\gamma^4 \zeta^4 - 2\eta S\gamma^2 \zeta^2 + \eta S^2 + \frac{\alpha_o}{\sqrt{1-\zeta^2} \gamma^2}]^2 \right| \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

3. 수치해석 결과와 논의

식(23)의 무차원 음향파워 적분식은 조화분포하중을 받는 강철 원환보의 경우에 대하여 여러 가지 무차원 변수를 가지고 수치적분하였다. 강철은 $E=2 \times 10^{11}(\text{N/m}^2)$, $\rho_s=7800(\text{kg/m}^3)$ 이고 대기인 경우 $C_o=343(\text{m/sec})$, $\rho_o=1.24(\text{kg/m}^3)$ 이다. 음향파워에 대한 각 인자들의 영향을 분석하기 위하여 X축을 강성계수, Y축을 인장력 그리고, X축을 파수비(wavenumber ratio), Y축을 인장력 또는, 강성계수 등으로 지정하고 상대적인 음향파워의 크기를 비교하였다.

Fig. 2는 식(23)에서 $T=0.1$, $\psi=0.1$, $\beta=0.01$, $K_o L = \pi/2$ 일때, 아음속 범위내에서의 분포하중의 가진주파수와 음향파수가 굽힘파수의 2배이내 일때의 파수비에 대한 결과이다. 음향파수와 굽힘파수가 일치하는 파수비 $\gamma=1$ 부근에서 일치효과(coincidence effect)에 의해 상대적인 음

로 가정하면 식(20)은 식(21)과 같고

$$\Pi = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left| \frac{1}{Z_a + Z_m} \right|^2 d\zeta \dots\dots\dots (21)$$

식(21)에서

$$\begin{aligned} Z_a &= \frac{j}{\sqrt{1-\zeta^2}} \frac{\alpha_o}{\zeta^2} \\ Z_m &= \gamma^4 \zeta^4 - 1 + (T \cdot \varphi - 2S)\gamma^2 \zeta^2 + (\varphi^2 + S^2) \\ &\quad + j(2\beta\varphi + \eta\gamma^4 \zeta^4 - 2\eta S\gamma^2 \zeta^2 + \eta S^2) \\ T &= \frac{S_o}{\sqrt{EI \cdot K}} \quad \varphi = \sqrt{\frac{K}{\rho_s A \omega^2}} \\ S &= \sqrt{\frac{EI}{r^4}} \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

로 가정하고, 식(22)와 같은 무차원 인자들의 항으로 부터 음향파워를 구하면 식(23)과 같다.

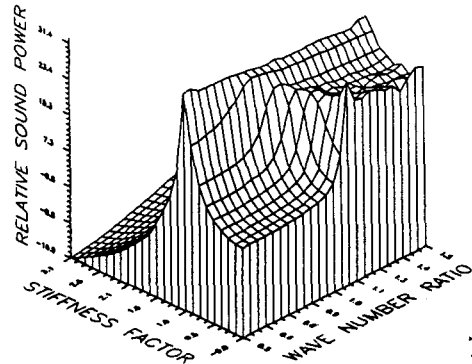


Fig. 2 Relative sound power versus stiffness factor and wavenumber ratio

감소하고, 음향파수와 굽힘파수가 일치하여 현격하게 음향파워가 증가하는 일치효과(coincidence effect)가 발생하지 않을 것으로 예상되며, 이는 보의 파장당 구조적 에너지가 음파 에

너지로 변환되는 비율이 음향매질의 질량밀도에 따라 상당히 차이가 있으며 원환보로부터 에너지가 빠르게 방사되어 구조감쇠효과가 커지기 때문이다.

Fig. 3은 $T=0.1$, $\psi=0.1$, $K_0L=\pi/2$ 일때 음향매질이 대기인 경우로 감쇠계수(β)를 0.01에서 0.1로 증가시킨 결과로서 상대적인 음향파위의 레벨이 현격히 감소하고 있으며 감쇠계수(β)의 증가가 상대적인 음향파위의 레벨에 큰 영향을 미친다. 또한, 강성계수 $\psi=1$ 부근에서 상대적인 음향파위 레벨의 증가는 분포하중의 구동주파수가 원환보의고유진동수에 접근하여 발생하는 공진방사(resonance radiation)에 기인한 것으로 판단된다.

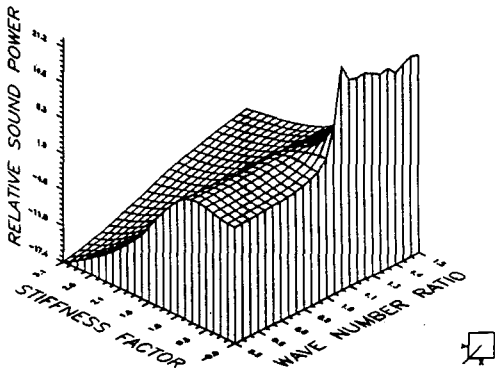


Fig. 3 Relative sound power versus stiffness factor and wavenumber ratio for damping

Fig. 4 (a)는 $T=0.1$, $\psi=0.1$, $\beta=0.01$, $K_0L=\pi/2$ 일 때 원환보에 작용하는 장력을 -1.5 에서 1.5 로 변화시킨 결과이다. 원환보에 작용하는 장력이 양의 값인 경우는 원환 보에 인장력이 작용하는 경우이며 음의 값인 경우는 압축력이 작용하는 경우인데 원환보에 작용하는 장력은 원환보로부터 방사되는 상대적인 음향파위에 큰 영향을 미치지 못하고 있음을 확인할 수 있었다. Fig. 4 (b)는 Fig. 4 (a)와 같은 경우에서 파수비를 증가시킨 것으로 파수비가 증가하면 파수비가 '1'인 지점까지 상대적인 음향파위가 증가하다가 파수비가 '1'인 지점을 통과한 후에는 장력에 대한 영향을 받고 있지 않는 것으로 판단된다.

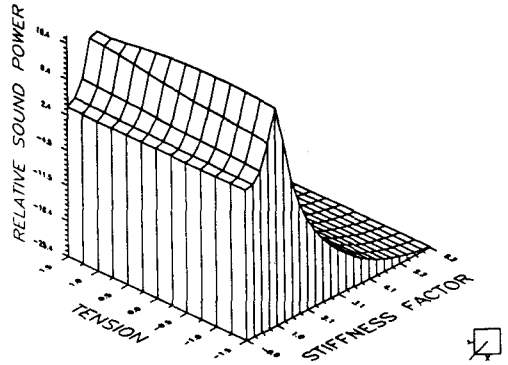


Fig. 4 (a) Relative sound power versus tension and stiffness factor

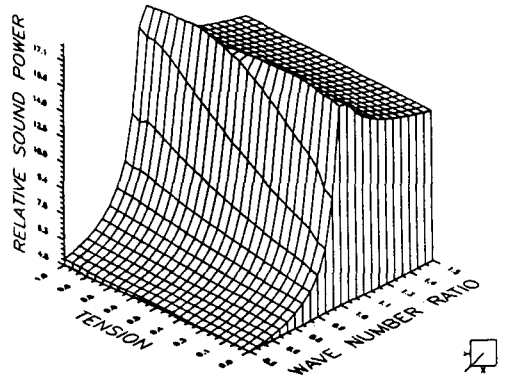


Fig. 4 (b) Relative sound power versus tension and wavenumber ratio

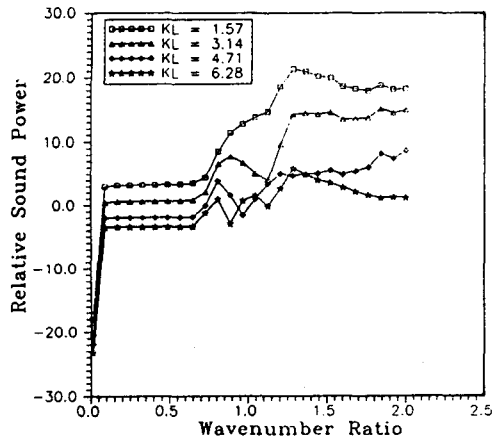


Fig. 5 Relative sound power versus line forces length and stiffness factor

Fig. 5는 Fig. 2와 같은 조건에서 분포이동하중의 길이에 대한 상대적인 음향파위로 분포하중의 길이 K_0L 를 $\pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ 등으로 증가시킨 결과이다. 음향매질에 관계없이 분포하중의 길이가 증가하면 상대적인 음향파위의 레벨이 감소하였다. 이것은 원환보에 작용하는 하중이 일정하게 작용하기 때문이다.

4. 결 론

조화분포하중이 원환보에 작용할때 방사하는 음향파위에 대한 본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 구하였다.

- 1) 파수비 $\gamma = 1$ 부근에서 일치효과(coincidence effect)에 의해 상대적인 음향파위가 현격하게 증가하였고, 음향매질의 질량밀도는 원환보의 상대적인 음향파위에 영향을 미친다.
- 2) 원환보의 기초감쇠가 증가하면 상대적인 음향파위 레벨이 감소하고 분포하중의 가진주파수가 원환보의 고유진동수와 일치하는 강성계수에서 공진방사 현상이 발생하여 상대적인 음향파위 레벨을 증가시킨다.
- 3) 파수비가 작은 경우 원환보에 작용하는 장력은 상대적인 음향파위 레벨에 영향을 미치지 못하고 분포하중의 길이가 증가하면 상대적인 음향파위 레벨을 감소시킨다.

본 논문은 교비연구비 지원에 의해 수행하였음.

기 호 설 명

- C : 기초감쇠계수
- C_0 : 음향 매질의 음속
- C_L : 원환보의 종방향 파동속도
- D : 원환보의 굽힘강성
- F_0 : 입력하중진폭
- $f(x, t)$: 분포하중
- K_0 : 음향파수 ($= \omega/C_0$)
- K_b : 굽힘파수
- k_s : 기초강성계수
- L : 분포하중의 길이

- $P(x)$: 표면압력
- $p(x, z=0, t)$: 원환보 표면에서의 음압
- T : 보에 작용하는 축장력
- T_1 : 축 인장계수
- $u(x, t)$: 보의 횡변위
- $V^*(x)$: 공액표면속도
- Z_a : 음향 임피던스
- Z_m : 원환보의 임피던스
- α_0 : 유체하중계수
- β : 무차원 기초감쇠계수
- ρ_0 : 음향매질의 질량밀도
- $\rho_s A$: 보의 단위길이당 질량
- γ : 파수 비
- ω : 구동 주파수
- Ψ : 무차원 기초강성계수

참 고 문 헌

- 1) M. I. Mopilevskii, "Sound Radiation from a plate under the Action of Moving Harmonic Forces", Sov. Phy. Acoust. Vol. 27, No. 3, pp. 250~251, 1981.
- 2) R. F. Keltie, "A Note on the Acoustic Radiation from Point-Forced Elastic Beams", J. Sound Vib., Vol. 92, No. 2, pp. 253~260, 1984.
- 3) R. F. Keltie and H. Peng, "On the Acoustic Power Radiated by Line Forces on Elastic Beams", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 77, No. 6, pp. 2033~2038, 1985.
- 4) R. F. Keltie and H. Peng, "Sound Radiation From Beams Under the Action of Moving Line Forces", J. App. Mech., 55, pp. 849~854, 1988.
- 5) R. F. Keltie and H. Peng, "Effects of Source Motion and Foundation Stiffness on the Acoustic Radiation from Submerged Structures", Proceedings Noisecon 88 (Purdue University, 1988), pp. 199~204.
- 6) L. Fryba, "Non Stationary Response of a Beam to a Moving Random force", J. Sound Vib., Vol. 46, No. 3, pp. 323~338,

- 1976.
- 7) J. E. Manning and G. Maidanik, "Radiation Properties of Cylindrical Shells", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 36, No. 9, pp. 1691~1698, 1964.
 - 8) 김병삼, 홍동표, "조화집중하중을 받는 무한보에서의 음향방사", 한국소음진동공학회지, Vol. 2, No. 1, pp. 103~108, 1992.
 - 9) 김병삼, 이태근, 홍동표, "조화분포이동하중을 받는 무한보에서의 음향방사", 한국소음진동공학회지, Vol. 3, No. 3, pp. 245~251, 1993.
 - 10) R. G. White and J. G. Walker, Noise and Vibration, John Wiley & Sons, pp. 247~249, 1982.
 - 11) K. F. Graff, Wave Motion in Elastic Solid, Ohio State University Press, pp. 170~180, 1975.
 - 12) M. C. Junger and D. Feit., Sound, Structure, and Their Interaction, MIT Press, pp. 135~278, 1972.
 - 13) F. Fahy, Sound and Structural Vibration (Radiation, Transmission and Response), Academic Press, pp. 90~98, 1985.