

어림 학습 프로그램 개발에 대한 연구: 초등학교 6학년 중심으로

권 점 례 (한국교원대학교 대학원)
신 인 선 (한국교원대학교)

I. 서론

A. 연구의 필요성 및 목적

기술 공학 및 수학 학문 자체의 발전으로 인하여 논리성 개발 뿐만 아니라 사고력을 개발하고, 일상 생활에 유용한 학습 내용들이 학교 수학에 도입되고 있다. 수학 학습의 이러한 변화의 측면에서 보면, 어림은 사고력 개발이나 일상생활에서의 유용성에 많은 도움이 될 수 있는 수학 학습의 한 영역이다. 그러나 하나의 정확한 답을 구하는데 익숙해 있는 아동들은 오차를 포함하는 어림값을 문제에 대한 답으로 수용하는 것을 어려워하며, 어림을 사용해서 문제를 해결할 때 문제에 대한 답이 여러 개 있을 수 있음을 인정하지 못한다. 또 어떤 경우에는 정확한 계산을 한 후 그 결과를 반올림해서 어림값을 구한다. 이러한 형태의 어림 학습은 어림의 유용성을 충분히 인식시키거나 효율적으로 어림하는 감각이나 융통성 있는 사고를 개발하지 못해 아동들로 하여금 어림을 귀찮고 성가신 것으로 생각하게 한다.

이러한 현상들은 현재 초등학교 수학 학습에서 아동들의 수 감각이 개발되지 못한데서 기인하는 것으로 보인다.

어림에는 어떤 공간에 있는 물건의 수를 어림하는 어림수, 연산을 포함하는 수치 문제에서 답을 어림하는 어림셈, 길이나 면적, 시간과 같은 측정값을 어림하는 어림측정 세 영역

이 있다(Reys, 1992). 어림에 대해 이루어진 많은 선행 연구들은 능숙한 어림가들이 어림셈 영역에서 사용하는 전략들을 밝히고(Reys, Rybolt, Bestgen & Wyatt, 1982; Levine, 1982), 어림셈 학습의 효과를 밝히는데 중점을 두었다(Schoen, Friesen, Jarret & Urbatsch, 1981; Rubenstein, 1985). 그러나 어림셈 못지않게 어림수 및 어림측정 또한 수 감각이나 사물에 대한 양감을 개발하는데 중요한 영역으로 보인다. 따라서 어림수, 어림셈, 어림측정 세 영역을 모두 포함하는 어림 학습이 학교 수학에서 이루어져야 하며, 수업은 학생들에게 어림하는 습관을 길러줄 수 있어야 한다.

어림의 유용성은 수 감각 개발하는 것 외에도 다양하다. 수를 포함하는 일상생활에서 사용되는 말할 것도 없고(Levin, 1982), 계산기가 제시하는 수의 타당성을 확인하거나(Bestgen, Reys, Rybolt & Wyatt, 1980; Kutz, 1991) 그 외 다른 수학적 능력을 개발할 수 있다. 이런 주장들에 대한 최근 연구에서 정효남(1993)은 어림셈을 활용한 학습은 계산능력과 학습의 전이에 효과가 있으며, 어림셈을 수학 학습에 제공함으로써 수학에 대한 흥미를 갖고 학습에 임하는 태도를 기를 수 있음을 보였다.

본 연구의 목적은 현행 수학 교육과정에서 실시되고 있는 어림 학습 내용을 분석하여 어림 학습이 어떻게 이루어지는지를 알아보고, 어림 학습 프로그램을 개발함으로써 이후 교육과정에 시사점을 제공하는데 있다.

따라서, 위와 같은 연구 목적을 실현하기 위해 아래와 같은 연구 내용이 설정되었다.

1. 현행 수학 교육과정에 실시되고 있는 어림과 관련된 학습 내용을 분석한다.
2. 어림이 수학 학습 내용으로 포함되어 있는 외국 교과서에서 분석된 내용을 바탕으로 6학년에 지도할 수 있는 어림 학습 프로그램을 개발한다.
3. 본 연구에서 개발된 어림 학습 프로그램에 대하여 초등학교 교사들을 대상으로 설문조사를 실시하여 프로그램의 내용 타당성을 검증한다.

II. 연구 방법 및 절차

A. 연구 대상

본 연구는 크게 어림 학습 프로그램 개발 및 개발된 어림 학습 프로그램의 타당성 검증의 두 부분으로 나누어진다. 어림 학습 프로그램 개발을 위하여 먼저 교과서 분석을 실시하였다. 우리나라의 경우 현행 교육과정의 전 학년 수학 교과서 및 수학의힘책, 교사용 지도서를 분석 대상으로 하고, 외국 교과서의 경우 미국에서 사용되는 Addison-Wesley Mathematics 1학년부터 8학년까지를 분석 대상으로 하였다. 또 개발된 어림 학습 프로그램의 타당성을 검증하기 위해 실시한 설문조사의 대상은 초등학교 교사들로 교육경력에 따라 분류하면 다음과 같다.

[표 II-1] 연구 대상의 교육 경력별 분류

교직경력	응답수(명)	비율 (%)
5년미만	10	38
5년이상	16	62
계	26	100

B. 연구 방법

본 연구의 연구내용을 수행하기 위해 다음과

같은 연구방법을 사용한다.

첫째, 연구내용 1을 수행하기 위해 현행 교육과정의 수학 교과서와 수학의힘책에서 어림과 관련된 문항을 분석하여 수학의 영역별, 어림의 영역별, 각 학년별 빈도를 분석하였다.

둘째, 연구내용 2를 수행하기 위해 외국 교과서 분석한 것을 바탕으로 6학년 수준에서 어림 학습 프로그램을 개발하였다. 이때 어림의 세 영역(어림수, 어림셈, 어림측정)에 동일한 비중을 두고 수학의 영역별로 학습 프로그램을 구성하였다. 또한 본 연구의 연구 대상자들의 실정을 감안해서 학년 수준을 고려하지 않고 어림 전략 중심으로 내용을 구성하였다. 따라서 각 차시 학습 내용은 필요에 따라 부분으로 사용할 수 있다.

셋째, 연구내용 3을 수행하기 위해 초등학교 교사들은 대상으로 연구내용 2에서 개발된 어림 학습 프로그램에 대한 설문조사를 실시한다. 설문지는 본 연구내용의 의도에 적합하도록 연구자가 직접 작성한 후 전문가의 검증을 받았으며, 설문조사 내용은 아래의 다섯 가지로 설정하였다.

[표 II-2] 설문조사 내용

문항	설문내용
1	아동들의 수학 학습에 도움 정도
2	효율적인 활용방법
3	기대효과
4	수학 교육과정에서 어림 학습의 가능성

III. 결과 분석

A. 교과서 분석

현행 수학 교육과정의 수학 교과서와 수학의힘책을 대상으로 어림에 관련된 문항을 분석한 결과 총 204 문항이 제시되고 있으며, 각 학년

당 평균 34 문항을 차지한다. 다음 각 절에서는 이 문항들의 수학의 영역별, 어림의 영역별, 각 학년별 빈도 분포에 대해서 알아보았다.

1. 수학의 영역별 분포

<표 III-A-1>는 수학 영역별로 어림과 관련된 문항 분포를 나타내는 것으로, 현행 수학과 과서 및 수학익힘책에서 어림에 관련된 문항을 포함하고 있는 단원은 모두 18개이며 연산 영역에 포함되는 두 단원을 제외한 모든 단원이 측도 및 관계 영역에 포함되며, 이 중에서 7개 단원이 '여러 가지 문제' 단원에서 다루어지고 있다. 또 수 영역과 도형 영역에서는 관련 단원이 없다. 문항 수에 있어서도 연산 영역에 해당하는 문항 11개, 관계 영역에 해당하는 문항 13개를 제외한 나머지 180개 문항이 측도 영역에 포함된다. 또 연산 단원의 문항 유형을 보면 계산 결과가 무한 소수로 나타날 때 그 수를 반올림하는 것에 불과하다.

<표 III-A-1> 수학의 각 영역별 어림에 관련된 문항을 포함하는 단원의 분포

영역	연산	측도	관계	합계
단원	2	12	4	18
학습주제	2	19	5	26
문항수	11(5.4)	180(88.2)	13(6.4)	204(100)

※ () 안의 수는 전체에 대한 문항 수 백분율을 나타냄

2. 어림 영역별 빈도 분석

<표 III-A-2>는 어림 영역별 문항 빈도 및 백분율을 나타내었다. 가장 많은 비율을 차지하는 영역은 어림측정으로 41.2%를 차지하며, 가장 적은 비율을 차지하는 영역은 어림셈으로 22.0%를 차지한다. 여기서 기타는 어림수와 어림셈, 두 영역에 걸쳐 있는 문항을 나타낸다.

표에서 보듯 비율이 지나치게 한 영역에 국한된 것으로는 보이지 않는다. 그러나 어림측정은 저학년에서 어림 학습의 대부분을 차지하고, 학년이 올라갈수록 어림측정의 비중이 줄어들고 어림수 및 어림셈의 비중이 증가하여 고학년이 되면 어림셈이 주를 이루게 된다.

<표 III-A-2> 어림의 영역별 빈도 분석

영역	어림수	어림셈	어림측정	기타	합계
문항수(개)	72	45	84	3	204
백분율(%)	35.3	22.0	41.2	1.5	100

가. 어림수 영역

어림수 영역에서 사용되는 전략은 대부분 반올림, 올림, 버림이다. 현행 교육과정에서 반올림, 올림, 버림은 4학년에서 소개되며, 그 이후 이 영역의 문항들은 반올림, 올림, 버림을 사용하는데 제한되며 주어진 수를 지정된 정확성을 갖도록 기계적으로 반올림, 올림, 버림하는 것에 초점을 둔다.

끝수처리 전략이 소개 되기 이전에는 기준치도 전략과 분해\재구성 전략을 사용해서 문제를 해결하는데, 이런 문항은 단지 세 문항에 그치고 있다.

나. 어림셈 영역

어림셈은 어림의 세 영역 중에서 문항 빈도가 가장 적다. 이 영역에서 주목할만한 사실은 어림셈을 수행하는데 있어서 암산보다는 전적으로 지필 계산에 의존하고 있다는 점이다.

또 다양한 전략이 소개되거나 학습되지 않으며, 오직 반올림, 올림, 버림 전략에만 의존하고 있다.

다. 어림측정

어림측정 영역의 문항은 대부분 1, 2, 3학년에 국한되어 있다. 어림측정 영역의 문항 85개

중 5개 문항을 제외한 80개 문항, 94%가 1, 2, 3학년에서 제시되며, 4, 5, 6학년에서는 어렵측정에 대한 학습 내용이 거의 없다.

또 거의 유사한 문제 상황이 학년이 올라갈수록 반복되고 있으며, 사용하는 전략에 있어서도 발전이 없다.

3. 학년별 빈도 분석

<표 III-A-3>에서는 각 학년별 어렵에 관련된 문항 빈도 및 백분율을 나타내었다. 표에서 볼 수 있듯이 각 학년별 문항 분포는 비록 3학년과 6학년에서 다소 적고(3학년-10.3%, 6학년-8.8%), 4학년과 5학년에서 다소 많기는 하지만(모두 24%) 특정 학년에 치우쳐 있는 것으로 보이지는 않는다.

<표 III-A-3> 각 학년별 어렵에 관련된 문항 빈도 및 백분율

학년	1	2	3	4	5	6	합계
구분							
문항수(개)	32	35	21	49	49	18	204
백분율(%)	15.7	17.2	10.3	24.0	24.0	8.8	100

그러나, 이와는 대조적으로 각 학년에서 지도되는 어렵 영역별 분포를 보면 한쪽으로 편중되어 있다. <표 III-A-4>에서는 각 학년에서 어렵의 영역별 문항 빈도 및 백분율을 나타낸 것이다. 예를 들어 1학년에서 어렵에 관련된 문항 전체가 어렵측정 영역의 문항이며, 4학년과 5학년에서는 각각 67.3%, 65.3%가 어렵수 영역의 문항이다.

각 학년별로 다루어지고 있는 어렵에 관련된 학습내용을 살펴보면, 먼저 1학년에서 어렵 및 직관을 통해 길이, 높이, 키, 들이, 무게, 넓이를 비교하는 문항으로 구성되어 있다. 2학년에서도 역시 어렵 측정 영역의 문항이 대부분이며, 어렵셈은 다루어지지 않는다. 여기서는 일상생활 장면에서 어렵을 사용하는 문항을 다양하게 제공하고 있다. 3학년에서는 어렵셈이 처음 다루

<표 III-A-4> 학년별 어렵의 영역별 문항 빈도 및 백분율

학년 영역	1	2	3	4	5	6
어렵 수	0 (0)	2 (5.7)	0 (0)	33 (67.3)	32 (65.3)	5 (27.8)
어렵 셈	0 (0)	0 (0)	7 (33.3)	11 (22.5)	14 (28.6)	13 (72.2)
어렵 측정	32 (100)	33 (94.3)	14 (66.7)	2 (4.1)	3 (6.1)	0 (0)
기타	—	—	—	3 (6.1)	—	—
합계	32	35	21	49	49	18

* () 안의 수는 전체에 대한 문항 수 백분율을 나타냄

어지는데, 주어진 문제에 대한 답을 먼저 예상해 본 후 지필계산을 하여 답을 확인하는 문항을 포함한다. 여기서 답을 예상해 보는데 어렵이 사용된다. 문항은 아래와 같다 :

▶ 다음 나눗셈의 몫이 얼마가 되겠는지 어렵잡아 보고, 계산하고 비교해 보시오.
(3-2, 4. 나눗셈, p.59)

또, 일상적인 상황에서 사물에 대한 양감을 기를 수 있는 문항이 측정 영역에서 주어진다.

4학년에서는 반올림, 올림, 버림 전략이 소개되며, 이 전략을 연습하는 문항과 문제 장면에서 이들 중 적절한 전략을 선택해서 해결하는 문항으로 구성된다.

5학년에서는 참값과 근사값, 둘 사이의 오차에 대한 문항과 수의 범위(이상, 이하, 초과, 미만)에 대한 문항으로 구성된다. 6학년에서는 어렵수와 어렵셈과 관련된 2차시 분의 학습 내용이 있으며, 여기서도 사용되는 전략은 반올림, 올림, 버림에 한정된다.

B. 어렵 학습 프로그램 개발

어렵 학습 프로그램을 개발하기 위해 먼저

어림이 수학 교육과정에 포함되어 있는 외국 교과서에서 초등학교 수준의 어림 학습 내용 및 내용 체계를 분석하였고, 그것을 바탕으로 우리나라 교육과정에 지도할 수 있는 어림 학습 내용을 선정하여 어림 학습 프로그램을 개발하였다.

1. 외국 교과서 분석

외국 교과서로는 미국 교과서 중 하나인 Addison-Wesley Mathematics 초등학교 수준(1학년에서 8학년까지)에서 학습 내용을 분석하였다. 그 결과를 우리나라 현행 교육과정과 비교해서 다음 다섯 가지로 요약하였다.

첫째, 어림이 수학의 전 영역에 고르게 분포되어 있다. 수, 연산, 도형, 관계, 측도 영역 모두에서 어림을 학습 내용으로 삼거나 어림을 이용해서 문제를 해결하고 있다. 이 점은 주로 관계와 측도 영역에서 어림을 다루고 있는 우리나라 교육과정과 비교된다.

둘째, 어림을 일상적인 계산 도구로 사용하고 있다. 계산 도구로 어림 외에도 계산기와 암산이 빈번하게 사용된다. 이는 어림 상황에서조차 지필 계산에 의존하는 우리나라 교육과정과 비교된다.

셋째, 다양한 어림 전략이 학습되고 있다. 이 교과서에서 제시되는 어림 전략으로, 어림셈에서 끝수처리 전략, 왼쪽-오른쪽 전략, 특별한 수 전략, 조화수 전략, 군집 전략과 어림수와 어림측정에서 기준척도(benchmark) 전략과 단위화하기(unitizing) 전략이 있다. 여기서 단위화하기는 본 연구에서 어림수와 어림 측정 영역에 적용되는 전략으로 선정한 분해\재구성 전략과 동일한 전략이다. 이는 어림셈에서 반올림, 올림, 버림에만 한정하고 있는 우리나라 교육과정과 비교된다.

넷째, 모든 학년의 각 단원에 문제해결과 관련된 1, 2개의 학습주제가 포함되며, 3학년 이상에서는 문제 해결 단계에 '어림하기'가 등장

한다. 이 교과서에서 제시되고 있는 문제해결 단계는 다음과 같다: (1)문제 이해하기, (2)필요한 자료 찾기, (3)계획 세우기, (4)해를 어림하기, (5)문제 풀기, (6)해를 확인하기.

다섯째, 이 교과서의 6학년까지 학습 내용에는 참값, 근사값, 오차를 다루고 있지 않다. 그러나 우리나라 교육과정에서는 5학년 1학기에 한 개의 단원을 차지하고 있다.

2. 프로그램의 기본방향

본 프로그램은 어림 학습을 위한 프로그램으로 다음에 설정한 기본 방향을 따른다.

첫째, 수 감각을 개발하며, 이를 이후의 어림 학습의 기초로 삼고자 한다.

둘째, 어림셈 전략을 학습함으로써 어림이 적절한 상황에서 연산을 빠르게 수행할 수 있도록 한다.

셋째, 측정 상황에서 어림을 하도록 함으로써 실생활에서 어림의 유용성을 인식시키고, 주위 사물에 대한 양감을 기르게 한다.

넷째, 다양한 어림 전략을 학습하고, 스스로 어림 전략을 고안하여 문제를 해결함으로써 문제 해결자로서의 경험할 수 있도록 한다. 또 다른 아동들과 해결 방법을 공유함으로써 다른 사람이 사용하는 전략을 학습할 기회를 갖게 한다.

3. 프로그램 구성

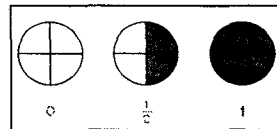
본 연구에서 어림 학습 프로그램은 연구 대상자들의 실정을 고려하여 초등학교 6학년 수준에서 전반적인 어림 학습 내용을 소개하는데 초점을 두었다. 또 활동지 형식으로 구성하여 각 차시를 별도로 이용할 수 있다. [표 III-B-1]는 각 차시의 영역 및 주제, 학습목표, 학습 내용을 나타낸다. 수학의 영역별로 수 영역 3차시, 연산 영역 5차시, 도형 및 측도 영역 3차시, 관계 영역 2차시로 구성하였다.

<표 III-B-1> 각 차시별 영역 및 주제, 학습목표, 학습 내용

영역	차시	주제	학습목표	학습내용
수	1	0, 1/2, 1에 가까운 분수	분수에 대한 양감 기르기	<ul style="list-style-type: none"> ▲주어진 분수가 0, 1/2, 1 중 어디에 가까운지를 그림을 이용해서 찾기 ▲1/2에 가까운 분수 만들기 ▲1에 가까운 분수 만들기
	2	소수에 대한 크기 감각	소수에 대한 양감 기르기	<ul style="list-style-type: none"> ▲반올림하기 ▲주어진 수직선에서 화살표가 지정하는 소수 찾기 ▲각 소수를 수직선 상에서 찾기
	3	수 어렵하기	자연수에 대한 양감 기르기	<ul style="list-style-type: none"> ▲기준이 되는 그림을 이용해서 주어진 그림의 수 어렵하기 (기준 척도 전략 사용) ▲밤하늘의 별의 수 어렵하기 - 균등하게 분포하는 물체의 수 어렵하기 ▲팍콘 알갱이의 수 어렵하기 - 투명한 모눈종이를 이용해서 불규칙하게 분포하는 물체의 수 어렵하기
연산	4	끝수처리 전략	반올림을 사용해서 어렵셈 하기	<ul style="list-style-type: none"> ▲반올림을 사용해서 자연수 및 소수의 합과 차를 어렵하기 ▲반올림을 사용해서 자연수의 곱 어렵하기 ▲반올림한 후 어렵값 조정하기 ▲반올림을 사용해서 몫 어렵하기
	5	왼쪽-오른쪽 전략	왼쪽-오른쪽 전략을 사용해서 어렵셈 하기	<ul style="list-style-type: none"> ▲왼쪽-오른쪽 전략을 사용해서 자연수의 합, 차 어렵하기와 어렵값 조정하기 ▲왼쪽-오른쪽 전략을 사용해서 분수의 합, 차 어렵하기와 어렵값 조정하기 ▲왼쪽-오른쪽 전략을 사용해서 소수의 합, 차 어렵하기와 어렵값 조정하기
	6	특별한 수 전략	주어진 수를 특별한 수로 바꾼 후 어렵셈 하기	<ul style="list-style-type: none"> ▲주어진 소수를 0.25, 0.50, 0.75, ... 등으로 바꾼 후 합을 어렵하기 ▲끝수처리 전략을 사용했을 때와 비교하기 ▲분수를 0, 1/2, 1로 바꾼 후 합과 차를 어렵하기
	7	조화수 전략	문제에서 주어진 수를 계산하기 편리하도록 조화수로 바꾸어 어렵셈하기	<ul style="list-style-type: none"> ▲자연수와 소수를 조화수로 바꾼 후 합과 차를 어렵하기 ▲소수를 조화수로 바꾼 후 곱 어렵하기 ▲자연수와 소수를 조화수로 바꾼 후 몫 어렵하기
	8	군집 전략	문제에서 주어진 수의 대표값을 선택해서 어렵셈 하기	<ul style="list-style-type: none"> ▲주어진 여러 개의 자연수 중에서 대표값을 선택하여 합 어렵하기와 그 수를 이용해 평균 어렵하기 ▲주어진 여러 개의 소수 중에서 대표값을 선택하여 합을 어렵하기

도형 및 측도	9	길이 어렵하기 - 기준척도 사용	기준 척도를 사용해서 길이 어렵하기	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 클립(길이가 3cm임)을 이용해서 연필의 길이 어렵하기 ◆ 한 뺨의 길이를 이용해서 책상의 가로와 세로의 길이 어렵하기 ◆ 엄지손가락의 폭(약 50m)을 이용해서 주어진 그림에서 거리 어렵하기
	10	길이 어렵하기 - 분해\재구성	주어진 길이를 작은 단위로 분할하여 단위의 길이를 어렵한 후 전체 길이 어렵하기	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 종이 테이프를 이용해서 수학책의 가로와 세로의 길이 어렵하기 ◆ 노끈의 길이를 이용해서 짝의 키를 어렵한 후 실제 키와 비교하기 ◆ 다른 사물을 이용하지 않고, 눈짐작으로 교실의 둘레의 길이 어렵하기
	11	넓이 어렵하기	기준이 되는 넓이를 이용해서 주어진 넓이 어렵하기	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 모눈종이(작은 정사각형 1개는 1cm²) 위에 그려진 비정형적인 도형의 넓이 어렵하기 ◆ 제시된 넓이(4cm²)와 비교해서 주어진 넓이 어렵하기 및 실제로 구한 넓이와 비교하기 ◆ 투명 모눈판(작은 정사각형 1개는 3900cm²)을 이용해서 우리나라의 넓이 어렵하기 및 실제 넓이와 비교하기
관계	12	알맞은 계산 방법 선택하기	정확한 계산과 어렵 중 알맞은 계산 방법 선택하기	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 주어진 문장제 문제에서 정확한 계산과 어렵 중 알맞은 방법을 선택하여 문제 해결하기 ◆ 계산기에 주어진 수가 타당한지를 확인하기
	13	적절한 어렵 기술 선택하기	적절한 어렵 기술 선택하기	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 주어진 연산에 적절한 어렵 기술을 선택하고, 계산하여 어렵값 구하기 ◆ 신문지의 글자 수 어렵하기 ◆ 연산 결과 계산기에서 제시하는 수의 타당성 확인하기


아래에 제시되고 있는 내용은 본 연구에서 개발된 어림 학습 프로그램의 일부분이다. 여기서는 주로 수 영역 및 도형 및 측도 영역을 중심으로 제시하였다.




수 영역 1 자시 ◆ 0, 1/2, 1에 가까운 분수

■ 다음 그림에서 색칠된 부분은 각각 0, $\frac{1}{2}$, 1을 나타낸다.



1.  는 $\frac{2}{5}$ 을 나타내는데, 색칠한 부분의 크기가 $\frac{1}{2}$ 에 가까우므로 $\frac{2}{5}$ 는 $\frac{1}{2}$ 에 가까운 분수이다.



2.  는 $\frac{1}{12}$ 를 나타내는데, 색칠한 부분의 크기가 0에 가까우므로 $\frac{1}{12}$ 는 □에 가까운 분수이다.

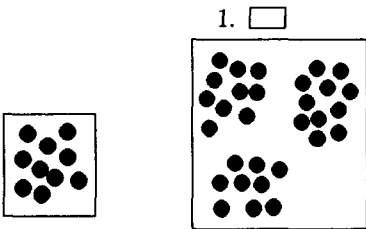
◆ 다음 분수는 어디에 속하는가?

$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{6}{14}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{47}$
$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{10}{13}$

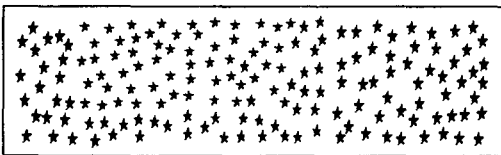
- ① 0에 가까운 분수 ()
- ② $\frac{1}{2}$ 에 가까운 분수 ()
- ③ 1에 가까운 분수 ()

수 영역 2 자시 ◆ 수 어렵하기

■ 오른쪽에 있는 그림은 동그라미 10개를 나타낸 것이다. 이것을 이용해서 다음 각각의 그림에서 동그라미의 수를 어렵하시오.



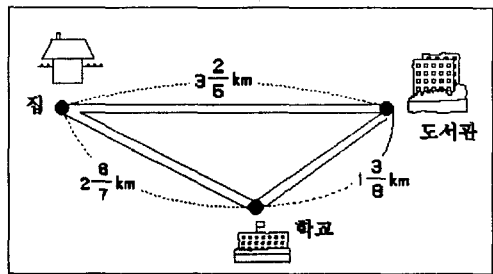
◆ 다음 그림은 밤 하늘의 별을 그린 것이다. 별의 수는 약 몇 개인지 알아보자.



- 1. 별의 수는 세는 자신의 방법을 설명하시오.
- 2. 별의 수는 약 몇 개인가?

연산영역 6 자시 ◆ 특별한 수 전략

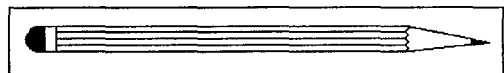
■ 분수
경미는 오늘 아침 집에서 학교에 가서 수업을 마친 후 도서관에서 책을 빌어 집으로 돌아왔다. 경미가 오늘 걸은 거리를 어렵하시오.



- 1. 경미가 걸은 거리를 구하는 식을 쓰시오.
- 2. 각 분수를 암산하기 쉽게 0, $\frac{1}{2}$, 1 중 적절한 수로 바꾸시오.
 $2\frac{6}{7}$ km → □ $1\frac{3}{8}$ km → □ $3\frac{2}{5}$ km → □
- 3. 바꾼 분수를 사용해서 어렵값을 구하시오.

도형 및 측도영역 9 자시 ◆ 길이 어렵하기 - 기준척도 사용

■ 클립의 길이는 약 3cm이다. 이것을 이용하여 아래에 그려진 연필의 길이를 어렵하여 보자.



- 1. 클립을 사용해서 연필의 길이를 구하는 방법을 설명하시오.

2. 그림에서 제시된 연필의 길이는 약 몇 cm 인가?

♣ 책상의 가로와 세로의 길이를 알아 보려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

1. 나의 한 뼘의 길이는 cm이다.

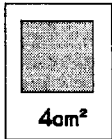
2. 책상의 가로와 세로의 길이는 약 뼘이므로, 약 cm 이다.

3. 책상의 세로의 길이는 약 뼘이므로, 약 cm 이다.

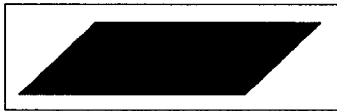
도형 및 측도 영역	11 자시	◆ 넓이 어렵하기
------------	-------	-----------

♣ 아래의 왼쪽 그림은 넓이가 4cm^2 인 정사각형이다. 이 정사각형을 이용해서 아래의 각 도형의 넓이를 어렵하시오.

1. () cm^2



2. () cm^2



♣ 위의 각 도형의 길이를 재어 넓이를 구한 후 어렵한 값과 비교하시오.

번호	1번	2번
어렵한 넓이		
실제 넓이		

관계영역	12 자시	◆ 알맞은 계산 방법 선택 하기
------	-------	-------------------

♣ 창호의 어머니는 10000원을 가지고 가게에 가서 아래에 적힌 품목을 샀다. 가지고 간 돈으로 적힌 품목을 사기에 충분한지를 확인하시오.

빵 : 1270원
음료수 : 3190원
과일 : 3420원
고기 : 4820원

1. 물건값을 구하는데 정확한 계산이 필요한가?

2. 물건값은 약 얼마인가?

()원

3. 10000원으로 위의 품목을 사기에 충분한가?

4. 10000원으로 위의 품목을 살 수 없다면 가능한 한 가장 값싼 물건을 하나 빼고 나머지 품목을 사기로 했다. 어느 것을 빼야 하는가?

관계영역	13 자시	◆ 적절한 어렵 기술 선택 하기
------	-------	-------------------

♣ 아래 각 계산 문항을 계산기로 계산한 결과가 나타나 있다. 계산 결과가 타당한지, 타당하지 않은지를 확인하고 이유를 쓰시오.

1. $7.46 + 1.83 + 19.054$

19.983

2. 0.75×2.625

35

C. 어림 학습 프로그램에 대한 교사의 반응 분석

1. 아동들의 수학 학습에 도움 정도

이 문항은 본 어림 학습 프로그램을 학습했을 때 아동들의 수학 학습에 도움이 되는지를 알아보기 위한 것으로, 반응 결과는 아래 [표 III-C-1]과 같다. 그 결과는 '매우 도움이 될 것

이다' 69%, '대체로 도움이 될 것이다' 31%로, 본 어림 학습 프로그램을 학습했을 때 아동들의 수학 학습에 도움이 될 것으로 교사들은 반응을 보이고 있다.

2. 효율적인 활용 방법

이 문항은 수학 학습과 관련해서 본 어림 학습 프로그램을 어떻게 활용할지를 알아보기 위

<표 III-C-1> 수학 학습의 도움 정도에 대한 교사의 반응

반응 유형	매우 도움이 될 것이다	대체로 도움이 될 것이다	그저 그렇다	별로 도움이 안될 것이다	전혀 도움이 안될 것이다	합계
인원수(명)	18	8	0	0	0	26
백분율(%)	69	31	0	0	0	100

<표 III-C-2> 효율적인 활용 방법에 대한 교사의 반응

반응 유형	수학학습과는 별도로 자습에 활용하겠다	교과서 내용과 관련된 부분이 있는 때 그 부분을 활용하겠다	가정 학습 자료로 활용하겠다	기 타	합계
인원수(명)	6	16	4	0	26
백분율(%)	23	62	15	0	100

<표 III-C-3> 어림 학습 프로그램 학습시 기대 효과에 대한 교사 반응

반응 유형	수학이 실생활에서 활용됨을 인식시킬 수 있다	수학에 흥미를 유발시킬 수 있다	수학적 문제해결력을 개발시킬 수 있다	관련된 수학 개념의 이해에 도움이 될 수 있다	별로 기대되는 것이 없다	합계
인원수(명)	16	8	14	18	0	56
백분율(%)	29	14	25	32	0	100

<표 III-C-4> 수학 교육과정에서 어림 학습의 가능성에 대한 교사의 반응

반응 유형	반드시 지도되어야 한다	지도 되어도 괜찮을 것 같다	그저 그렇다	지도 되지 말아야 한다	합계
인원수(명)	16	10	0	0	26
백분율(%)	62	38	0	0	100

한 문항으로, 반응 결과는 아래 <표 III-C-2>와 같다. 가장 많은 빈도를 보인 것은 '교과서 내용과 관련된 부분이 있을 때 그 부분을 활용하겠다'로, 62%를 차지하며, 다음으로는 '자습 시간에 활용', '가정 학습 자료로 활용' 순이다.

3. 기대 효과

이 문항은 본 어림 학습 프로그램을 학습했을 때 아동들에게서 어떤 점을 기대할 수 있는지를 알아보기 위한 것으로, 반응 결과는 <표 III-C-3>에 나타내었다. 이 문항에서는 답지 중 적절하다고 생각되는 것을 모두 선택하도록 했으며, 가장 빈도가 높은 것은 '관련된 수학 개념의 이해에 도움이 될 수 있다'로 32%를 차지하며, 다음으로 '수학이 실생활에서 활용됨을 인식시킬 수 있다', '수학적 문제해결력을 개발시킬 수 있다', '수학에 흥미를 유발시킬 수 있다' 순으로 다소 고른 분포를 보이고 있다.

4. 수학 교육과정에서 어림 학습의 가능성

이 문항은 수학 교육과정에서 어림 학습이 이루어져야 하는지를 알아보기 위한 것으로, 반응 결과는 <표 III-C-4>에 나타내었다. '반드시 지도되어야 한다'가 62%, '지도되어도 괜찮을 것 같다'가 38%로 나타나고 있으며, 여기서 교사들은 수학 교육과정에서 어림 학습이 다루어져야 한다는 반응을 보이고 있다.

IV. 결론 및 제언

어림은 아동들의 수학 학습 및 일상 생활에 많은 유용성을 가지고 있음에도 불구하고 수학 교육과정에서 간과되었던 영역이며, 세계 수학 교육 동향을 보더라도 최근에 비로소 그 중요성이 강조되고 있다. 마찬가지로 우리나라 현행 교육과정에서도 어림이 강조되는 영역은 아니다. 따라서 본 연구에서는 우리나라 수학 교육

과정에서 어림을 지도하는 방향을 모색하는데 주된 관심을 두었다.

본 연구에서는 첫째 현행 교육과정 수학 교과서 및 수학의힘책에서 어림 학습 내용을 분석하였고, 둘째 어림전략 중심의 어림 학습 프로그램을 구성하였고, 셋째 초등학교 교사들을 대상으로 설문조사를 실시하여 어림 학습 프로그램의 내용 타당성을 검증하였다.

우리나라 현행 교육과정에서 실시되고 있는 어림 학습의 실태를 파악하기 위해 교과서 분석을 실시했으며, 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 어림 학습이 수학의 몇몇 영역에서만 다루어지고 있다. 어림 학습은 대부분 관계 영역 및 측정 영역에서 다루어지며 수 영역 및 도형 영역에서는 다루어지고 있는 학습 내용이 없다.

둘째, 각 학년에서 다루어지는 어림 학습 내용이 이전 학년이나 다음 학년과 연결되어 체계적으로 심화 발전되지 못하고 있다. 저학년에서는 주로 어림측정 영역만이 학습되고, 고학년에서는 어림셈이 학습된다.

셋째, 사용되는 어림 전략은 반올림, 올림, 버림에 국한되어 있으며, 다른 어림 전략들이 소개 및 학습되지 못하고 있다.

넷째, 어림 학습에서 근사와 관련된 학습 내용이 차지하는 비율이 크다. 또 근사라는 용어와 어림이라는 용어가 동시에 사용됨으로써 아동들로 하여금 혼돈을 일으킬 우려가 있다.

다섯째, 어림을 하기 위한 바탕이 되는 수 감각을 개발하기 위한 학습 내용이 부족하다. 다른 연구에서는 아동들은 분수나 소수의 연산을 수행하는 데는 능숙하지만 연산의 의미와 분수나 소수에 대한 양감이 부족하다고 한다.

위의 결론으로 볼 때 현행 교육과정에서 실시되고 있는 어림 학습은 아동들로 하여금 어

림의 유용성을 인식시키고, 일상 생활에서 어림을 적절하게 사용하도록 돕는 학습 내용 및 내용 체계를 갖추지 못한 것으로 보인다.

반면에, 본 연구에서 개발된 어림 학습 프로그램에 대한 설문 조사에서 교사들은 어림 학습이 아동들의 수학 학습에 도움이 되는 것으로 보고 있으며, 수학 교육과정에서 지도되어야 한다는 반응을 보이고 있다. 또 외국 교과서를 분석한 결과를 보더라도 어림은 더 이상 간과되어서는 안되는 수학 학습 영역이며, 수학 교육과정의 일부분이 되어 학생들에게 지도되어야 하는 영역임은 의심의 여지가 없다.

따라서 이후 수학 교육과정에서 지도할 수 있는 어림 학습 내용을 선정하고, 체계화하는 것과 관련하여 다음 두 가지를 제안하고자 한다.

첫째, 체계적인 어림 학습이 이루어져야 한다. 어림은 많은 유용성을 가진다. 일상생활에서의 유용성은 말할 것도 없고 다른 수학 학습 및 수학적 개념 형성을 돕거나 학습 도구로 사용되지만 단시간에 길러질 수 있는 능력이 아니다. 따라서 초등학교 저학년에서부터 어림을 소개하고 전학년 통해서 심화 발전시킴으로써 체계적인 학습이 이루어질 수 있도록 한다.

둘째, 어림 학습 내용을 다양화해야 한다. 특정 영역에서만 어림을 다룰 것이 아니라 수학의 모든 영역에서 어림이 다루어져야 한다. 또 반올림, 올림, 버림 이외의 다양한 어림 전략을 소개하며, 다른 수학 학습 내용과 통합하여 지도되어야 한다. 예를 들어 연산 단원에서 지필 계산이나 계산기, 암산, 어림을 이용해서 다양한 방법으로 계산을 함으로써 어림도 지필 계산이나 암산과 마찬가지로 계산도구의 하나임을 인식시켜야 한다.

또 어림수 영역과 어림측정 영역에서의 학습 내용을 다양화해야 한다. 이런 영역들을 학습함으로써 수 감각과 사물에 대한 양감을 기를 수 있도록 단지 저학년 어림 학습에서만 소개하고 그만둘 것이 아니라 학년이 올라갈수록 내용을

다양화하고, 사용하는 전략을 정교화함으로써 심화 발전시켜야 한다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1996). 수학 1-1, 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2, 4-1, 4-2. 국정 교과서 주식회사
- _____ (1996). 수학의힘책 1-1, 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2, 4-1, 4-2. 국정 교과서 주식회사
- _____ (1996). 초등학교 교사용 지도서 수학 1-1, 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2, 4-1, 4-2. 국정 교과서 주식회사
- _____ (1997). 수학 5-1, 5-2, 6-1, 6-2. 국정 교과서 주식회사
- _____ (1997). 수학의힘책 5-1, 5-2, 6-1, 6-2. 국정 교과서 주식회사
- _____ (1997). 초등학교 교사용 지도서 5-1, 5-2, 6-1, 6-2. 국정 교과서 주식회사
- 정효남 (1993). 어림셈 학습이 산수과 계산 능력과 학습 흥미에 미치는 효과. 한국교원대학교 수학교육과 석사학위 논문
- Bestgen, B. J., Reys, R. E., Rybolt, J. F., & Wyatt, J. W. (1980). Effectiveness of systematic instruction on attitudes and computational estimation skills of preservice elementary teachers. *JRME*, 11(2), 124-136.
- Eicholz, R. E., O'Daffer, P. G., Charles, R. I., Young, S. L., & Barnett, C. S. (1995). *Addison-Wesley Mathematics Grade 1, Grade 2, Grade 3, Grade 4, Grade 5, Grade 6, Grade 7, Grade 8*. Addison-Wesley Publishing Company
- Kutz, R. E. (1991). *Teaching Elementary Mathematics: An active approach*. 282-307.
- Levine, D. R. (1982). Strategy use and estimation ability of college students. *JRME*, 13(5), 350-359.
- Reys, R. E., Rybolt, J. F., Bestgen, B. J. & Wyatt, J. W. (1982). Processes by good

- computational estimators. *JRME*, 13(3), 183-201.
- Reys, R. E. (1992). Research on computational estimation : What tells us and some questions that need to be addressed. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*. 1. 105-112.
- Rubenstein, R. N. (1985). Computational estimation and related mathematical skills. *JRME*, 16(2), 106-119.
- Schoen, H. L., Friesen, C. D., Jarret, J. A. & Urbatsch, T. D. (1981). Instruction in estimating solutions of whole number computations. *JRME*, 12(3), 165-178.