韓國數學敎育學會誌 시리즈 C <初等數學敎育>
1997. 11. 제 1권, 제 2호, 97-108.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics

셈의 발자취를 따라서

방 승 진 (아주대학교)

1. 서론

대부분의 사람들은 수를 이해하면서도 인류가 수개념을 형성하는데 얼마나 어려웠으며, 얼마나 많은 역사적 경로를 통하여 이루어진 것인가는 모르고 있다. 버틀랜드 럿셀(B. Russell, 1872-1970)이 "한 쌍의 꿩과 이틀이라는 날짜가 모두 2라는 수의 구체적인 보기임을 인류가 깨닫게 되기까지에는 아찔하리 만큼 길고 긴 세월이 흘러야 했다." 라고 말할 만한 이유가 있는 것이다. 동물들은 사물의 개수조차도 셀 수 없다고 한다. 다른 동물에 비해 아주 영리한 까마귀만이 10정도의 숫자를 셀 수 있다고 한다. 이렇듯 수를 센다는 것 자체가 지능을 나타내는 지표가 된다. IQ에 수개념을 측정하는 항목이 있는 것은 당연하다 하겠으며, 초등학생들이 수개념의 이해에 많은 애로점이 있을 것이라 예상할 수 있다.

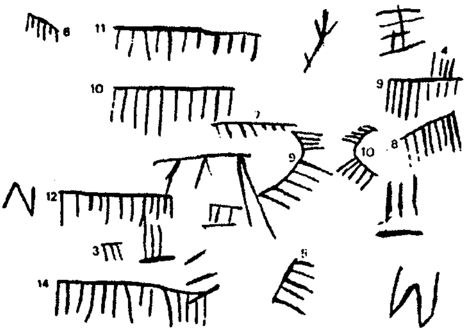
수와 숫자를 혼동하는 일도 종종 있다. 수는 추상적인 개념으로 여러 가지 사물의 개수를 셈으로써 인간의 사고에 형성되는 것이다. 수라는 개념을 형상화시킨 것이 숫자이며 이를 가르키는 말이 수사(數詞)이다. 수를 부르는 방법을 명수법(命數法), 수를 표시하는 방법을 기수법(記數法)이라 한다. 현재 우리나라는 인도・아라비아 기수법과 한숫자(漢數字)에서 유래된 명수법을 사용하고 있는데 서로 일치하는 것이 아니라서 불편을 겪기도 한다. 예를 들어 123,456의 경우 대부분의 사람들은 일자리부터 일, 십, 백, 천, … 등으로 세어서 십이만 삼천 사백오십육이라고 생각한다. 배운 사람조차도 이러하니 일반인들은 더욱 혼란을 겪을 것이다. 그러나 12,3456으로 쓰면 어떤가? 십이만 삼천사백오십육으로 단번에 읽을 수 있을 것이다. 따라서 네자리 콤마의 숫자세기를 주장하는 사람들이 늘어가고 있다[5,7]. 이는 명수법을 감안않고 외국의 표기법을 그대로 따르기 때문에 생기는 일로서 수학계에서 먼저 주장하고 개혁해야 한다고 생각한다. 이러한 혼동이 생기고 있는 이유는 다음의 역사적 고찰을 통하여 알 수 있다.

한숫자의 경우 소리나는 대로 적는 절대 기수법(絶對 記數法)이므로 명수법(命數法)이 더욱 중요하다. 인도에서 유래한 한숫자의 명수법은 몇 번의 변화를 겪었지만[1] 현재는 일, 십, 백, 천, 만, 십만, 백만, 천만, 억, 십억, 백억, 천억, 조, … 등으로 다른 나라의 명수법에 비해 꽤 커다란 숫자를 부를 수 있다. 영숫자의 명수법은 one, ten, hundred, thousand, ten thousand, hundred thousand, million, ten million, hundred million, billion, ten billion, hundred billion, trillion(미국과 프랑스에서), quadrillion 등이 쓰이고 있다[13, pp.203-208]. 123,456에서 처럼 세자리마다 콤마를 찍는 표시에 적합한 명수법이다. 우리 나라의 명수법과는 근본적으로 맞지 않은 것으로 이를 시정하기 위해서는 콤마를 네자리마다 찍거나 명수법 자체를 고쳐야 할 것이다. 본 연구자는 차라리 콤마없이 표기하며, 머리 속으로 네자리마다 콤마를 찍어가면서 읽도록 학생에게 교육시킬 것을 주장한다.

인류가 5, 10, 20을 단위 수(key numbers)[19]로 생각한 이유는 손가락의 개수가 한 손은 5개, 두 손은 10개, 손가락과 발가락의 개수를

* 이 논문은 1997년도 교육부 지원 교과교육공동연구소 학술연구 지원에 의하여 연구된 결과의 일부임

합치면 20개이기 때문이고, 20은 지나치게 커서 번거롭고 5는 너무 작아서 단순하기 때문에 10을 선호하게 되었다는 설이 있다[14, p.26]. 다음은 25000년 석기시대에 쓰여진 숫자표기이다.



각각의 수를 다른 방법으로 나타내려면 명수법이든, 기수법이든 수많은 기호나 말이 필요하다. 따라서 인류는 위치적 기수법(位置的 記數法, place value number system)을 생각하게 되었다. 위치적 기수법이란 자리수의 개념을 도입하여 쓰는 자리에 따라 같은 숫자라도 다른 수로 해석하는 기수법이다. 예를 들어 11의 경우 같은 1이지만 왼쪽의 1은 10을 나타내고 오른쪽의 1은 1을 나타낸다. 위치적 기수법을 쓰려면 빈자리를 나타내는 0(零)의 기호가 필요하다. 따라서 위치적 기수법을 쓴 바빌로니아인, 마야인, 인도인은 0의 기호를 발명하였다[3, p. 41].

자릿수가 높은 위치로 이동하면서 10씩 곱하는 것을 10진법이라 하는데 현재 우리가 쓰고 있는 숫자의 기수법은 10을 밑으로 하는 인도·아라비아 위치적 기수법이다. 이는 인도에서 발명된 기수법을 아라비아인이 전파를 했기 때문에 붙여진 이름이다.

0을 인도인이 발명했다고 하는 이유는 인도인이 0을 수(數)로서 최초로 인식했기 때문이다. 사실 바빌로니아인이나 마야인등은 인도인 이전에 이미 빈 자릿수를 나타내는 0의 기호를 사용했다고 한다. 지금 쓰고 있는 0의 기호는 A.D. 870년에 처음 힌두어에서 나타났다. 0은 힌두어로 sunya인데 공 또는 빈 것을 나타낸다. A.D. 9세기에 자리수로 사용되기 시작하였고 아라비아말로 as-sifr로 번역되었으며, 13세기에 sifr가 Nemorarius에 의해 독일에 cifra로 전파되었다. 후에 라틴어로 zephirum으로 되고, 이탈리아어로 zeuero로 되었으며, 드디어 zero가 된 것이다[16, p. 64].

위치적 기수법의 장점은 필산(筆算)에 유리하다는 사실이다. 상업의 발달과 더불어 필산이 중요하게 되었고, 인도·아라비아 기수법은 전세계적으로 널리 쓰이게 되었다. 위치적 기수법을 쓰지 않은 문명은 계산기로 계산을 하게 되었는데 중국의 주판이나 산목(算木)등이 그것이다. 중국과 한국은 산목을 이용하여 가감승제의 사칙계산뿐 아니라 현재 중학교 교과과정에 나오는 제곱근의 풀이, 중등교과과정에 조차 나올 수 없는 세제곱근의 풀이, 고등학교 과정의 일원고차방정식과 연립1차방정식, 대학교 과정의 연립1차합동식 등의 풀이, 원주율 π의 계산 등을 행하였다.

현재 우리는 서양의 전문수학만을 연구하고 있어서, 특히 동양수학을 경시하여 서양 수학보다 몇 백년 앞섰던 동양수학의 업적이 무수히 많음을 모르고 있다. 최근의 현상만 가지고 역사 전체를 평가하는 우는 범하지 말아야 할 것이며 산서(算書)의 연구 등을 통하여 동양 수학의 업적, 특히 한국 수학의 업적을 정리하고 이를 수업에 활용하는 노력을 해야 한다.

본 논문에서는 바빌로니아, 이집트, 인도, 로마, 아라비아, 마야, 중국 등에서의 기수법과 셈을 비교하여 수개념의 이해를 돕고 인류의 사고의 다양성을 부각시키며, 수학활동을 위한 교수/학습자료로 활용되도록 하였다.

2. 바빌로니아

메소포타미아지방은 자원은 빈약하였으나 풍부히 얻을 수 있는 것은 냇물 속에 가라앉은 진흙이었다. 이를 건축 자재로 쓰거나 글을 새

기는 기록판으로 사용했다. B.C. 4000년대 슈메르인이 개발한 쐐기형 문자(cuneiform characters)는 이집트의 신성문자보다 오래되었으나 파피루스보다 파손이 적어서 더 많은 문헌이 발굴되었다. 진흙판에 갈대로 만든 붓으로 눌러 문자를 새겼고 이를 태양열이나 가마솥에서 구웠다. 수학적 내용이 담긴 진흙판은 현재 250여개로 런던의 대영 박물관 및 루브르 박물관, 베를린 국립박물관 슈트라스부르크 국립박물관, 예일 대학과 이라크 박물관 등에 소장되어 있다[2, p.26]. 초기의 슈메르인은 숫자를

 = 1,  = 10,  = 100

으로 표현했고, 100보다 작은 수를 표현할 때는 각 쐐기가 나타내는 값을 단순히 더했다. 단, 큰 수의 기호를 작은 수의 기호보다 왼쪽에 쓴다.

23 = 　　30 = 

100의 배수는 왼쪽에 작은 수를 써서 곱셈으로 나타낸다. 1000 = 10×100 으로 하여

1000 = 

그리고 이것을 하나의 단위로 취한다. 따라서  는 20×100이 아니고 10×1000이다. 그렇지만 이 기수법은 1000×1000 = 100 만 보다 큰 수는 나타낼 수 없었다[13, p.30].

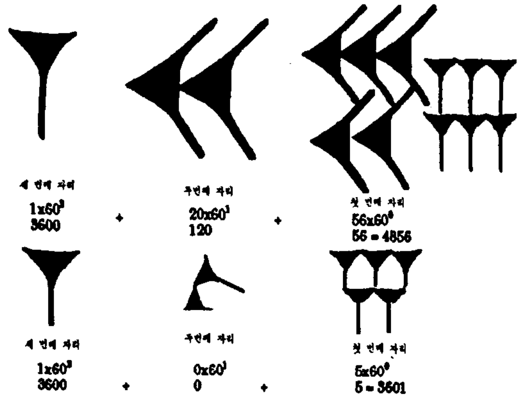
이런 쐐기문자의 해독은 영국의 고대사 연구가 Hinks가 초생달부터 보름달까지 매일 월면(月面)에 비추어지는 부분의 크기를 기록한 점토판을 해독함으로써 밝혀졌다. 해독과정을 보면 다음과 같다.

그림에서 숫자가 5 10 20 40 1,20 다음 줄은 1,30,6 1,50,2 … ? 이다. 왼쪽 끝의 1은 잠시

보류하고 20 36 52로 읽으면 공차 16인 등차수열이다. 한편, 5 10 20 40 80은 공비 2인 등비수열이므로 다음 수는 80이면 된다. 즉, 1,20=80이므로 왼쪽 끝의 1을 60으로 보면 5, 10, 20, 40, 80은 공비 2인 등비수열, 80 96 112는 공차 16인 등차수열이다. 그러므로 마지막 숫자는 $4\times60 = 240$이라고 해독할 수 있다. 그리고 이 사실을 다른 진흙판과 비교하여 확인할 수 있었다. 따라서 바빌로니아인은 등차수열과 등비수열의 개념을 알고 있었으며, 60진법을 사용했다고 추정할 수 있었다[11, p.210]. 다른 예로서 기원전 1600년 또는 2300년경에 쓰여진 진흙판에 1의 제곱에서 60의 제곱에 이르는 제곱수의 표가 있다. 최초의 7개는 1 4 9 16 25 36 49 이고 다음에는 $1,4=8^2$ $1,21=9^2$ $1,40=10^2$ $2,1=11^2$ … 인데 이것은 60진법을 가정하지 않고서는 이해하기가 힘들다. 즉, 1,4 = 60+4 1,21 = 60+21 이기 때문이다. 이로써 바빌로니아인은 60진 위치적 기수법을 사용했음을 알 수 있고, 이는 인도인보다 2000년이나 전의 이야기이다. B.C. 200년경의 기록에는 0(零)의 기호도 주었지만 수로 인지했다는 증거는 없다[13, p.34]. 0의 기호는 다음과 같았다.

 또는 

예를 들어 4856과 3601표시법은 다음과 같다[13, p.157].



0의 발명으로 바빌로니아인은 분수도 나타낼 수 있었다.

예를 들어

$$=0^\circ\ 15'20''(=0+15/60+20/3600).$$

등으로 나타낼 수 있다. 바빌로니아인은 1년을 360일로 생각했고 원주를 360도로 나누고 1도는 지구 주위를 태양이 1회전해서 생기는 것으로 상상했다. 또한, 1도를 60등분하여 1분으로 정했고 1일을 24시간으로 나눈 것도 바빌로니아인의 업적이다. 바빌로니아인은 기하보다는 대수적 경향을 띤 수학을 했으며 수치 계산이나 대수적 기술면에서 르네상스 초기의 수학과 비슷한 수준을 적지 않게 지녔다 [2, pp.28-33].

정사각형의 변의 길이가 30일 때 대각선의 길이는 42,25,35이고 그 비가 1,24,51,10 이라는 사실이 기술되어 있는데

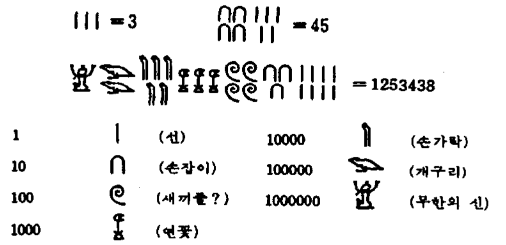
$$\sqrt{2}=1,24,51,10=1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}$$

$=1.41421296\cdots$ 으로 놀랄 만큼 정확하다 [11, pp.211-214]. 즉, 60진법적 분수를 사용했다 [14, p.49].

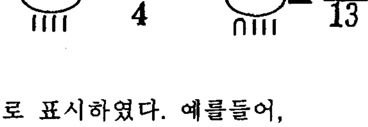
3. 이집트

나일강 하류에서 문명을 세운 이집트인은 동서의 사막 지대가 외부의 침입을 막아주어 평화롭게 독립을 유지했다. 수학에 관한 문헌은 린드 파피루스(또는 아메스의 파피루스)와 모스코 파피루스로 중왕조(B.C. 2060 ~1788년)에 씌어졌지만 기본적인 수학 지식은 고왕조까지 소급해야 한다. 세계 최고(最古)의 수학서 린드 파피루스는 대영박물관에 소장 됐으며 이집트의 신관(神官)이 기술했고, 1877년 아이젠 고올이라는 독일의 고고학자에 의해 해독되었다. 이것은 B.C. 1650년경 아메스가 쓴 것이다.

10진법을 사용했으나 위치적 기수법은 쓰이지 않았다. 즉, 1, 10, 100, 1000, …, 100만 까지의 10의 거듭제곱수를 다음과 같이 기호로서 나타내고, 이것들을 배열하여 수로 나타내었다.



분수는 분자가 1인 단위 분수만 사용하였다(이를 이집트 분수라 부른다). 분모에 있는 수 기호 위에 ⬭ (ro로 발음)를 붙여



등으로 표시하였다. 예를들어,

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15},\quad \frac{2}{29}=\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{174}+\frac{1}{232}$$

등이 성립한다. 불가사의한 것은 $\frac{2}{3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$ 을 알면서도 예외로 로 표시했다는 사실이다.

$\frac{2}{9}$ 대신에 $\frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$ 즉 $\frac{2}{9}=\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$,

$\frac{2}{35}=\frac{1}{30}\ \frac{1}{42}$, $\frac{2}{43}=\frac{1}{42}\ \frac{1}{86}\ \frac{1}{129}\ \frac{1}{301}$ 으로

표시하는 등 분수를 어떻게 단위분수의 합으로 나타내느냐가 이집트 수학의 기본 문제였다. 이 파피루스에는 $\frac{2}{2n+1}$ (n은 1에서 49까지의 모든 자연수) 형의 모든 분수가 단위분수의 합으로 표시되어 있다. 이 표를 이용하여 5를 21로 나눌 때는 5=1+2+2 이고, 표에서 $\frac{2}{21}=\frac{1}{14}\ \frac{1}{42}$ 이므로

$$\frac{5}{21}=\frac{1}{21}+\left(\frac{1}{14}\ \frac{1}{42}\right)+\left(\frac{1}{14}\ \frac{1}{42}\right)$$

$$=\frac{1}{21}+\left(\frac{2}{14}\ \frac{2}{42}\right)=\frac{1}{21}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{21}=\frac{1}{7}\ \frac{2}{21}$$

$=\frac{1}{7}\ \frac{1}{14}\ \frac{1}{42}$ 으로 계산할 수 있다. 이처럼 이집트의 셈은 복잡하고, 일반 분수의 의미조차 이해하지 못했기 때문에 발전하지 못하고 말았다 [2, pp. 20-25], [6, pp. 6-9], [13, pp. 9-25] [14, pp. 47-55].

4. 인도

B.C. 3500년쯤 인더즈 강 유역에 고도의 문화가 원주민에 의해 발달하였고 B.C. 1500년쯤 아리안족이 원주민을 정복하였다. B.C. 10세기부터 B.C. 6세기의 서사시(敍事詩)시대에 갠지즈강 유역까지 진출하였고, 상업, 수공업 등에서 사회적 분업이 일어났다. 농업의 지도, 제사를 위하여 승려가 천문학 연구를 하였고 B.C. 500년 쯤에는 천문학이 체계를 갖추었다. 1년을 12개월 1개월을 30일, 5년마다 한 번의 윤달을 두고, 달의 1주를 27 또는 28 숙(宿)으로 나누었다. 항성의 관측과 행성의 관찰을 위하여 역법(曆法)이나 관측에서 아주 복잡한 계산을 해야 했다. B.C. 3세기에 그리이스 천문학이 수입되어 더욱 발달하였다.

인도 수학의 업적인 인도·아라비아 숫자로 처음에 1에서 9까지의 숫자가 있다가 나중에 0의 기호가 만들어져 10진 위치적 기호법이 확립되었다.

一 (일) 十 (십) 百 (백) 千 (천) 萬 (만) 億 (억) 兆 (조) 京 (경) 垓 (경) 제 (제) 穰 (양) 溝 (구) 澗 (간) 正 (정) 載 (재) 極 (극) 恒河沙 (항하사) 阿僧祇(아승기) 那由他 (나유타) 不可思議 (불가사의) 無量數 (무량수) 등의 수사(數詞)가 있고, 그 위에 더 많은 수사가 있다는 사실이 '화엄경(華嚴經)'(B.C. 1500년)에 씌여 있다.

인도인은 미지량과 거듭 제곱을 나타내는 기호도 있었고 뺄셈의 기호를 써서 음수도 만들었다. 영(零)은 대승불교(大乘佛敎)에서 공(空)을 뜻하며 처음에 '·'로 나타냈으나 '○' 바뀌었고 13세기 쯤 '0'의 형태로 유럽에 전해졌다.

아리아 바타(476 ~ ?), 부라마 굽타(598 ~ ?), 바스카라 (1114 ~ ?)가 유명한 수학자이다. 아리아 바타의 저서 '아리아바티아 (Aryabhatiym)'는 제3장까지는 천문학과 구면 삼각법, 제4장은 산수와 대수의 법칙이 기술된 천문학과 수학의 저술이다. 원주율은 3.1416이 쓰이고 등차수열의 개념과 제곱근과 세제곱근의 계산이 사용되었다. 부라마 굽타의 저서 '싯단타'는 전집이라는 뜻으로 제12장과 제18장만 수학이다.

바스카라의 저서는 '바쟈 가니타 (Vija Ganita)'와 '릴라바티 (Lilavati)'가 있는데 분수문제, 1차 및 2차 방정식, 비례산, 등차 급수, 등비 급수, 정수의 제곱과 세제곱의 합, 부정방정식, 삼각형·사각형의 넓이 계산, π의 근사값, 부피셈, 삼각법의 공식, 순열, 조합 등을 다

루고 있다. 부정 방정식 이론이 크게 발달하여 1차 부정 방정식(不定方程式)

$$ax + by = c \quad (a, b, c \text{는 정수})$$

의 이론과 연분수(連分數)의 방법으로 정수해를 얻고 있다.

B.C. 700년 쯤 인도의 무역업자 사이에 널리 쓰이면서 인도에서 발명된 기수법은 뛰어난 계산능력을 지니게 되었다[2, pp.33-41], [6, pp.35-36], [13, pp.229-235, pp.237-246], [14, pp.137-149].

5. 로마

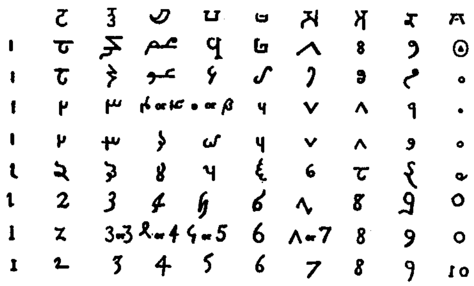
로마는 정치와 군사과학에는 뛰어났지만, 철학, 시, 미술들은 모방으로 일관했고 수학은 모방해보려는 의욕조차 없었다. 로마 기수법은 1, 5, 10, 50, 500, 1000을 기준수(key numbers)로 하여 I, V, X, L, C(centum), D(demimille), M(mille)의 기호들에 해당하는 수를 단순히 합치는 방법이다. 예를 들어,

MMMCCCCLXXVII
= 3·1,000 + 4·100 + 50 + 2·10 + 5 + 2
= 3477

이다. 가로선을 그으면 그 수의 1000배로 $\overline{\mathrm{XV}} = 15 \times 1000 = 15000$, 가로선을 두 개 그으면 백만배를 나타낸다. 0 은 로마 교황의 반대로 사용하지 못했다[8, pp.17-20]. 산판(算板)의 계산을 학교에서 가르쳤으며, 분수는 돈을 세는 데 많이 사용되었다. 로마는 12진법의 분수를 사용하였다[2, pp. 131-133], [14, pp. 71-78].

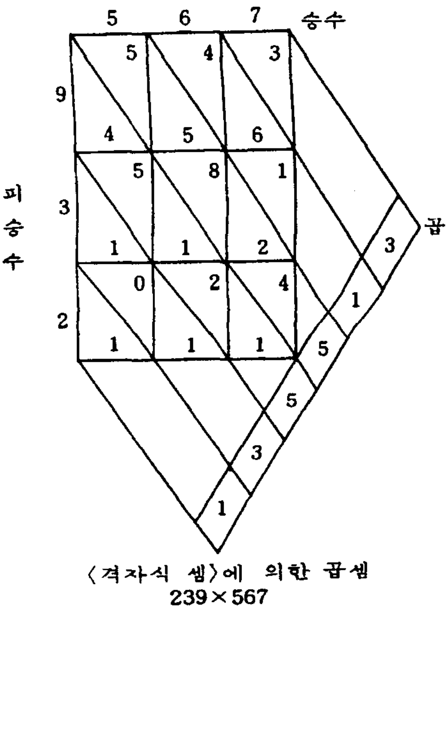
6. 아라비아

이슬람 제국은 7세기에 시작하였다. 아라비아 수학의 특징은 인도에서 전해진 위치적 기수법에 의한 산술, 그리이스, 인도, 바빌로니아에서 전해진 대수학의 체계화, 그리이스와 인도 것을 응용하여 만든 삼각법, 그리이스에서 전해져 손질이 가해진 기하학등이다. 현재 우리가 쓰고 있는 아라비아 숫자의 변천과정은 다음과 같다[14, p.38].



아라비아 숫자의 변천과정

알·카르히(al-Karhi, 1020 년쯤)의 '산수의 본질'은 계산규칙을 설명한 책이다. 격자식 셈(Shabacah)으로 가감승제를 행했는데 예를 들어 239×569 = 135513 을 다음과 같이 했다. 특히 239를 나열하는 방식에 유의해야 한다.



〈격자식 셈〉에 의한 곱셈
239×567

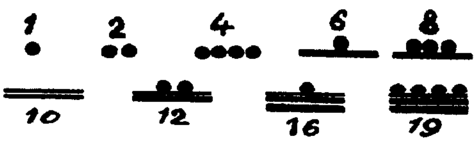
나눗셈은 현재와 비슷하게 하지만 피젯수를 옮기는 복잡한 방법을 택하였다[2, p.137].

분수의 표기법은 바스카라의 '릴라바티'(1150)에 $\frac{3}{5}$을 $\begin{matrix}3\\5\end{matrix}$으로 나타내었고 대분수 $4\frac{3}{5}$의 경우 $\begin{matrix}4\\3\\5\end{matrix}$ 으로 표시한 것이 지금과 같이 현대식으로 바뀐 것이다 [2, pp. 133-156], [13, pp. 150-159].

7. 마야

마야는 중앙 아메리카 유카탄 반도에 있었던 문명으로 스페인 정복자에 의해 기록의 대부분이 파괴되었다. 마야는 3종류의 달력을 사용했는데 의식용 달력(주기 260일), 태양력(주기 365+α), 금성력(주기 584일) 등으로 태양력은 그레고리력과 견줄 정도로 지구의 공전주기를 정확하게 계산하였다. 태양력은 haab라고 하는데 각각 20일로 이루어진 18달로 이루어져 있다. 365일 중에 나머지 5일은 Uayeb라고 하여 생명도 없고 쓸모없는 날로 생각되었다. 태양력과 의식용 달력을 동시에 사용하여 날짜를 표시하였다. 따라서 365와 260의 최소공배수인 18980 즉 태양력으로 52년을 주기로 삼았다. 마야의 달력에 의하면 B.C. 3113 년 8월 12일 시작하여 A.D. 2011년 12월 24일 세계의 파괴로 종말이 오게 되어 있다[16, pp. 34-38].

20진 위치적 기수법을 사용하여 영(零)의 사용등이 인도보다 수 세기 이전에 발달하였다. 다음 그림과 같이 1에서 19까지를 나타냈다.



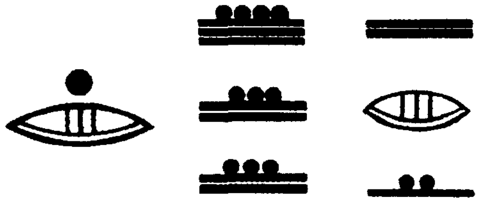
0은 반쯤 감은 눈

으로 나타냈다. 위의 숫자 큰자리수가 되는 위치적 기수법을 썼고, 기준수(key numbers)[18]들은

20, $18 \cdot 20 = 360$, $18 \cdot 20^2$, $18 \cdot 20^3$, $18 \cdot 20^4$, … 등이었다. 따라서 $20 = 1 \cdot 20 + 0$,

$7113 = 19 \cdot 360 + 13 \cdot 20 + 13$,

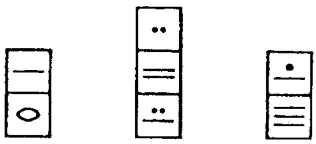
$3607 = 10 \cdot 360 + 7$ 등으로부터 20, 7113, 3607을 다음과 같이 나타냈다. 위로 갈수록 높은 자리를 나타내는 점이 현재의 자릿수 원칙과는 다르다. 이런 다른 체계는 수학교육에서 다양한 체험을 위하여 중요하며 수학활동에 활용하는 소재를 제공한다.



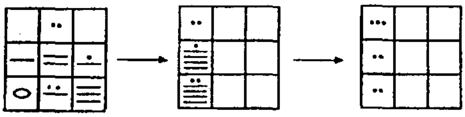
20 7113 3607

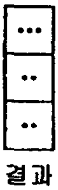
사본 중에서 최대수는 12489781이였다[14, pp. 42-43], [16, p.38]. 그러면 마야인들이 어떻게 덧셈과 곱셈을 했는지 알아보도록 하자 [17]. 100 + 1007 + 135 = 1242를 계산해보면 다음과 같다.

더하기 :



100 1007 135





$3 \times 20^2 = 3 \times 400 = 1200$

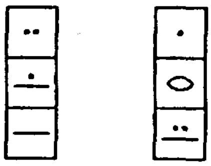
$2 \times 20^1 = 2 \times 20 = 40$

$2 \times 20^0 = 2 \times 1 = 2$

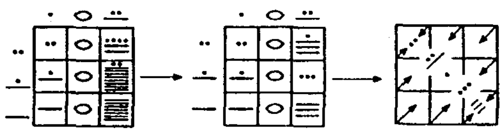
결과 1242

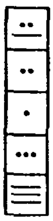
그러면 925×407 = 376475 를 계산해보자.

곱하기 :



925 407





$2 \times 20^4 = 2 \times 160000 = 320000$

$7 \times 20^3 = 7 \times 8000 = 56000$

$1 \times 20^2 = 1 \times 400 = 400$

$3 \times 20^1 = 3 \times 20 = 60$

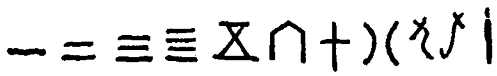
$15 \times 20^0 = 15 \times 1 = 15$

결과 376475

8. 중국

미지수의 도입이 이루어지지 않은 상태에서 산술·대수 분야에서는 현대적 감각을 지니고 있는 업적이 많이 있다. 나중에는 천원술이라는 미지수를 도입하는 방법도 개발되었다. 관료제 국가가 일찍 나타나 통치 기술의 하나로 수학이 발달하게 되었다. 논밭을 측량하여 조세(租稅)의 수입을 계산하고 곡물(穀物)의 운반을 공평하게 분담시키거나, 나라의 치수(治水)를 입안하고 실행하며 천문(天文)을 관측하여 바른 역법(曆法)을 만들고, 국토를 측량하여 훌륭한 지도(地圖)를 만드는 것 등에 수학이 필요했다. 한(漢)대에 동양수학의 대표적인 수학책 '구장산술(九章算術)'이 나타났으며, 실용성과 밀착된 수학으로 일관하였다.

'역경(易經, I ching)'에 「상고(上古)에는 새끼를 매듭지어 다스리고, 후세의 성인(聖人)은 서계(書契)로서 이를 대신하였다.」 라고 나오는데 상고에는 문자를 쓰는 방법이 없어 결승(結繩, 새끼 매듭)으로 문자를 대신했으나 후에 성인이 나타나 작은 칼로 문자를 새기는 일이 행해졌다는 것이다. 중국 문자의 역사는 은(殷) 왕조의 중엽부터 시작된다. B.C. 1300년경 서울은 하남성 안양(安陽)으로 옮겨 B.C. 11세기 주(周)에게 멸망될 때까지 계속되었다. 이 안양 땅에서는 거북등이나 소, 양의 뼈에 문자를 새긴 갑골(甲骨)이 많이 발굴되었다.

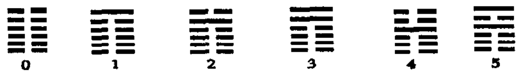


1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

십(十)이상은 10진법으로 세고 백, 천, 만이 나오며 만보다 큰 수는 나오지 않고 있다. 은대(殷代)에는 년(年), 월(月)은 순서수(順序數)로 세었으나, 날을 나타낼 때는 간지(干支)가 쓰여졌다. 간지는 10간(干)과 12지(支)로 이루어져 60간지를 만들었다. 역법도 발달하여 음력(陰曆), 태음태양력(太陰太陽曆)의 원형이 완성되었다. 한 달은 30일인 큰 달과 29일인 작은 달로 이루어지고 1년은 보통 12개월이지만 때로는 윤월(閏月)을 연말에 두어 13월이라 불렀다. 지면에 수직으로 막대를 세워 그림자의 길이로

동지(冬至)날을 알았다. 이 때 막대기가 지면에 수직임을 아는 데는 구고현의 정리(피타고라스 정리, B.C. 6세기경)를 사용했을 것이다. 역(易)의 음효(陰爻)(--)와 양효(陽爻)(—)로 이루어진 64괘(卦)는 중국이 2진법을 사용했다고 인식되는 점이기도 하다. 예를 들어

0, 1, $2=10_2$, $3=11_2$, $4=100_2$, $5=101_2$ 는



로 나타낼 수 있다.

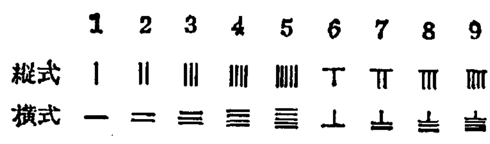
B.C. 11세기 중엽에 주(周)왕조가 나타나고, 제후를 각지에 두는 봉건제도가 생겼다. 청동기에 명문(銘文)이 새겨져 이를 금문(金文)이라 불렀는데 갑골문의 글자꼴과 별 차이가 없다. 만(萬) 위에 억(億)이라는 글자가 새로 생겨났고 지금은 만만(萬萬)이 억(億)이지만 당시는 십만(十萬)이 억(億)이였던 것같다.

A.D. 200년 전후 한(漢)의 서악(徐岳)이 쓴 '산술기유(算術記遺)'에 3등수(3等數) 항목이 있어 상중하의 세 가지 자리잡기에 대하여 기술되어 있다. 하수(下數)란 십마다 자리잡기가 달라지고 십만(十萬)을 억(億)이라 하고 있다. 중수(中數)는 만만(萬萬)이 억(億)이고 이는 현재의 방식과 같으나 만만억(萬萬億)을 조(兆)라 하는 점이 다르다. 상수(上數)는 만만(萬萬)을 억(億), 억억(億億)을 조(兆)라했다.

서주시대에는 하수(下數)를 썼고 당(唐)대에 만억(萬億)을 조(兆)라 하는 현재의 셈이 쓰이기 시작했다. '자치통감 (資治通鑑)' 권(卷) 224에는 원(元)의 호삼성(胡三省)이 주석(注釋)붙이기를 당의 공영달(孔穎達)의 설을 인용하여 "억(億)의 수에는 대소 두 법이 있다."고 기술하고 있다. 이와같은 당(唐)의 명수법(命數法)이 한국과 일본에 전해진 듯하다. '산술기유(算術記遺)'에는 억, 조, 경, 해, 자, 양, 구, 간, 정, 재 등이 언급되어 있으나 1보다 작은 소수를 나타내는 호칭은 없다. 후세에 천문학자나 수학자에 의해 이루어졌는데 송(宋)대의 진구소(秦九韶)의 '수서구장(數書九章)'에는 분(分), 리(厘), 호(毫), 사(絲), 홀(忽), 미(微), 사(沙), 무(莽), 경(輕), 청(淸), 연(烟) 등이 실제로 쓰이고 있으나 이와 같은 소수의 호칭은 일정한 것은 아니다[1].

한숫자는 계산에 도움이 안되므로 주판을 사용하거나 산(算), 주(籌), 책(策)이라는 산목(算木)이 사용되었다.

먼저 주판을 이용한 계산방법에 대하여 살펴보기로 하자. 주판은 수를 표현하는 하나의 도구일 뿐만 아니라, 명수법에 의하여 불리워진 수를 주판에 나타내는 과정에서 덧셈이나 뺄셈에 대한 계산이 동시에 처리되는 특성을 가지고 있다. $374+845=1219$라는 덧셈계산을 다음과 같이 한다. 우선 '삼백칠십사'라는 수를 순서대로 정해진 자리수에 '3', '7', '4'를 차례로 표시한다. 이제 845를 더하기 위하여, 먼저 '팔백'이라는 말에 따라 백(百)의 자리수에 '8'에 해당하는 주판알을 추가로 표시하도록 한다. 만일 주판알이 부족할 경우에는 천(千)의 자리수에 '1'을 더한 대신 백의 자리수에서 '2'를 빼도록 하여 '1000'과 800의 보수(補數)인 '-200'을 함께 표시함으로써 결과적으로 '팔백'을 더해주게 된다. 이러한 방식으로 '사십'과 '오'를 불려지는 순서대로 더한 뒤에, 주판에 최종적으로 표시된 수를 읽으면 '천이백십구'이다. 주판을 이용한 곱셈계산도 덧셈계산과 거의 유사한 방식으로 진행된다. 즉, 불려진 피승수(被乘數)와 승수(昇數)를 각각 주판에 표시한 뒤, 구구단을 이용하여 가장 높은 자리수부터 내림차순으로 한단계씩 자리수 간의 곱을 차례로 표시하면서 덧셈계산을 수행한다[10].



산목의 배열 방법

산목으로 수를 나타내는 데는 세로식과 가로

식이 있어 일, 백, 만 등의 자리의 수는 세로식으로 십, 천 자리의 수는 가로식으로 나타내었다. 예를들어 3256은 산목으로 , 3056은  과 같이 0(零)이 있어야 할 곳은 비어두었다. 이 산목을 바둑판처럼 칸을 친 계산반(算盤) 위에 늘어놓고(이것을 포산(布算)이라 함) 필산과 똑같은 방법으로 계산했다. 유럽에서는 17세기 데카르트 이후에야 음수가 나타나지만, 한대(漢代)의 '구장산술(九章算術, Nine Chapters on the Mathematical Art)'에서 이미 음수를 취급하고 있다. 양수는 빨간 산목, 음수는 검은 산목를 사용했으며 산목의 수표시를 그대로 옮겨 쓴 것이 주식 숫자(籌式數字)인데 음수를 나타낼 때는 마지막 자리의 숫자에 빗금을 그어 표시했다. 이제 산목으로 계산을 하는 방법을 보도록 하자. $78\times56 = 4368$ 은 다음과 같다. 표 1에서 $35 = 7\times5$ 와 $40 = 8\times5$ 이고 $390 = 350+40$이다. 이 수를 표2로 옮긴다. $42 = 7\times6$ 와 $390+42 = 432$를 얻어 표3으로 옮긴다. $48 = 8\times6$ 과 $4320+48 = 4368$을 얻는다.

		5	6	상위
3	5			중위
	4	0		
3	9	0		
	7	8		하위

표 1

			6	상위
3	9	0		중위
	4	2		
4	3	2		
		7	8	하위

표 2

				상위
4	3	2		중위
		4	8	
4	3	6	8	
				하위

표 3

다음으로 4391 ÷ 78 = 56 ··· 23 을 계산해 보자. 표1에서 78이 43을 나누지 못하므로 표2와 같이 제수 78을 옮긴다. 439 ÷ 78 = 5 ··· 89에서 표3을 얻고 제수 78을 옮겨서 표4를 얻는다. 이제 표5에 의해 결과를 얻는다.

	몫	5	5	5	5 6
4 3 9 1	피젯수	4 3 9 1	8 9 1	4 9 1	2 3
7 8	제수	7 8	7 8	7 8	7 8
표 1		표2	표3	표4	표5

위의 과정은 아리비아의 그것과 비슷하여 주목을 끈다.

'구장산술'은 중국의 대표적인 수학책으로 기하학과 수론에서는 그리스에 뒤지지만 산술과 대수는 디오판투스(275년경)이전의 그리스를 능가한다고 하겠다. 이 책은 예문지에 수록되어 있지 않으나 A.D. 1세기에 구장의 편목(篇目)에 관한 기록이 나오므로 이때에 거의 완성되었다고 볼 수 있다. 책명 그대로 9장으로 나뉘어져 있다. 합계 246문제와 해답이 적혀 있는데 문제 - 답 -계산법의 3단계로 나누는 기술(記述)방식은 중국 수학책의 전통이 되었다.

다음 연립일차방정식을

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 39 \\ 2x + 3y + z &= 34 \\ x + 2y + 3z &= 26 \end{aligned}$$

산목으로 풀면 다음과 같다. 산목으로 그 계수와 상수항을 늘어놓는 것이 방정(方程)이다.

$$\boxed{\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{array}} \quad \text{즉} \quad \begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 39 \\ 2 & 3 & 1 & 34 \\ 1 & 2 & 3 & 26 \end{array}$$

푸는 방법은 소위 가우스소거법(열연산을 이용한 풀이법)으로

0	0	3
4	5	2
8	1	1
39	24	39

즉

3	2	1	39
0	5	1	34
0	4	8	39

0	0	3
0	5	2
36	1	1
99	24	39

즉

3	2	1	39
0	5	1	34
0	0	36	99

에서 $z = 99/36 = 2\frac{3}{4}$을 구한다 [2, pp. 571-605], [4], [12].

9. 결론

지금까지 우리는 인류의 각 문명은 숫자와 기수법등을 처음에는 독자적으로 발전시키었고, 수많은 시행착오 끝에 확립된 것임을 알 수 있었다. 사실 보편적인 언어인 수학은 미지의 문자를 해독하는데 실마리를 제공하게 된다[15]. 이런 수학사의 이해야말로 학생들의 수업곤란을 예측하고 이해시킬 수 있음을 알 수 있다. 마지막으로 러시아 농부의 곱셈법을 소개하면서 다양한 셈법[8, pp. 71-75]이 있음을 상기하자. 이 방법은 약 4000년경 이집트에서도 사용되었다고 한다. $108 \times 73 = 7884$ 를 다음과 같이 행한다.

108×73

54×146 (54 는 108의 절반; 146 = 2×73)

* 27×292

* 13×584 (13 은 27을 2로 나누었을 때의 몫; 284 = 2×292)

6×1168 (6 은 13을 2로 나누었을 때의 몫)

* 3×2336

* 1×4672

위에서 *는 27, 13, 3, 1 등과 같이 첫 번째 열이 홀수일 때만 표시한 것이다. 이제 * 친 것의 두 번째 열인 292, 584, 2336, 4672를 더하면 7884 이다[18].

	동 양	서 양
π의 소수점아래 6자리	500년쯤 조충지	1573년 독일인 V. Otto
음수사용	1세기쯤 구장산술 인도는 7세기 브라마굽타	17세기 데카르트 이후
숫자방정식의 근사해법	1300년쯤 수서구장등	1819년 영국의 W. Horner
파스칼 삼각형	1303년 주세걸의 사원옥감	파스칼 (1623-62)
보간법	6세기 중엽 유작	17세기 뉴턴
가우스 소거법	1세기쯤 구장산술	가우스 (1777-1855)
중국인의 나머지 정리	400년쯤 손자산경	1202년 피보나치

제 7차 교육과정은 단계형 수준별 교육이 이루어진다고 한다. 상중하의 수준만 나누더라도 지금보다는 최소한 3배 넘게 교수/학습자료가 필요하리라 생각된다. 특히 초등학교의 경우 본 논문에서 얻은 자료를 바탕으로 진흙판에서의 쐐기문자 찍기, 마야식으로 수계산하기, 미지의 수체계의 성질 알아내기 등 수학활동을 한다면 학생들에게 좋은 반응을 얻을 것이다. 그리고 동양수학도 나름대로의 패러다임에 의해 발전해 왔었고 다음 표와 같이 서양수학보다 뛰어난 면이 있었음을 학생들에게 주지시켜서 우리 문화에 대한 자부심을 고취시키자.

특히, 셈과 대수에서 몇 백년 앞선 결과는 무수히 찾을 수 있다. 현재의 수학은 형식주의와 부르바키의 구조주의의 병폐를 인지하고 수학의 실험적인 면이 강조되는 방향으로 패러다임이 바뀌고 있다. 동양수학은 직관을 강조하였고 따라서 자세히 설명을 남기는 작업이 부족하였다. 예를 들어 첨성대의 구조는 '주비산경'의 사상적 · 학술적 내용을 그대로 반영한 것이라 한다. 이는

기록에 의한 것이 아니라 첨성대를 실측하여 도면을 작성하고 연구한 결과이다. 실용에 바탕을 둔 동양수학의 연구는 다시 한번 실험 수학의 관점에서 평가를 받아야 할 시점이라 생각한다.

참 고 문 헌

1. 김병덕, 우리나라 命數法에 대한 小考(I), 한국수학사학회지 8,1(1995) 35-40.
2. 김용운, 김용국, 數學史大全(5판), 우성문화사, 1994.
3. ———, ———, 數學序說(2판), 우성문화사, 1995.
4. ———, ———, 중국수학사, 대우학술총서(자연과학) 109, 1996.
5. 박성래, 한국인의 과학정신, 평민사, 1994.
6. 박세희, 數學의 世界, 서울대출판부, 1987.
7. 방승진, 계산술(計算術)의 역사, 과기고고연구 제1집(1996) 89-112.
8. 안소정, 우리 겨래 수학이야기, 산하, 1996.
9. 안재구, 생활에서 수학을 이해하는 책, 일월서각, 1993.
10. 예홍진, 산술(算術)의 발전사(發展史) : 주판(珠板)과 컴퓨터, 한국수학사학회지 9, 1 (1996) 12-31.
11. 이태규, 이야기 수학사, 백산, 1994.
12. 藪內淸(박세희 역), 中國의 數學, 전파과학사, 1976.
13. C. B. Boyer, A History of Mathematics, John Wiley, 1968.
14. F. Cajori(정지호 역), A History of Elementary Mathematics(캐조리 數學史), 창원사, 1977.
15. G. Hancock(이경덕 역), Fingerprints of the Gods: The Evidence of Earth's Lost Civilization(신의 지문: 사라진 문명을 찾아서), 까치, 1995.
16. T. Pappas, More Joy of Mathematics, Wild World Pub., 1991.
17. J. L. Ramirez Alfonsin and S. Testard, The Maya and the conception of Mixbaal, Mathematics in School (1995) 8-9.
18. S. Robb, Russian Multiplication, Parabola 15,3 (1979) 26-27.
19. I. Yaglom, Number Systems, Quantum 5, 6 (1995) 23-27.