

## 유한차분법에 의한 해저케이블의 2차원 포설 시뮬레이션 Two Dimensional Laying Simulation of Subsea Cables

박한일\* · 김동혁\*\* · 김명준\*\*\* · 진근하\*\*\*

Han Il Park\*, Dong Huek Kim\*\*, Myung Jun Kim\*\*\* and Keun Ha Chin\*\*\*

**요 旨** : 오늘날의 정보통신시대에 있어서는 대용량의 정보를 전달할 수 있는 해저광케이블의 역할이 더욱 중요하나 열악한 해양환경에 놓여 있어 설치시나 운용시에 파손의 가능성이 높으며 파손시 막대한 손실을 초래한다. 본 연구에서는 해저케이블 해석에 적용되는 여러 수치기법중 유한차분법에 근거하여 포설시뮬레이션 프로그램을 개발하였으며 케이블 포설시의 2차원 동적거동해석을 수행하였다. 여러 경우에 대한 예제해석을 수행한 결과 프로그램에 의한 계산 결과가 만족스러운 것으로 확인되었으며 케이블에 대한 직선형상이론을 적용한 결과와도 잘 일치하였다.

**핵심용어** : 해저케이블, 포설 시뮬레이션, 유한차분법, 동적해석

**Abstract** □ Subsea cable systems have a large information transmission capacity and play an important role in domestic and global information networks. However since the cables are under harsh marine environment, they are exposed to various hazards with high potential risks of damage resulting in serious economic loss. In this research a computer simulation program based on the finite difference algorithm was developed. The program is able to simulate two dimensional dynamic behaviour of a submarine cable during its laying. In order to verify the numerical results, they are compared to analytical results, showing a good agreement between the two results.

**Keywords** : Subsea cable, laying simulation, finite difference method, dynamic analysis

### 1. 서 론

해저케이블 시스템은 1851년에 세계 최초로 도버협에 전신케이블이 설치된 이후로 동축 해저케이블, 광케이블로 거쳐 국제간 통신 및 정보전달 수단으로 눈부시게 발전해 왔다. 해저케이블 시스템은 현재 전 세계의 해양을 거미줄처럼 연결하여 위성통신과 함께 통신발전에 크게 이바지하고 있다. 특히 해저광케이블은 위성통신에 비해 전송지연에 의한 위화감이 적고 양질의 정보를 대용량으로 신속하게 전달할 수 있어 앞으로 그 수요는 날로 증가될 것이며 그에 비례하여

수많은 해저케이블 공사가 예상된다.

해저케이블 시스템의 구조를 살펴보면, 크게 해중설비, 육상부설비, 육양국설비로 나눌 수 있으며 해중설비는 신호를 전달하는 해저케이블과 감쇠 왜곡된 신호를 재생하여 전송하는 해저중계기 등이 있다. 해중설비는 육상에서와는 달리 파도, 해류 등이 존재하는 열악한 해양환경에 놓여있어 포설시에 많은 어려움을 동반하며 파손시에 상당한 파급효과를 유발하므로 고도의 기술과 많은 경험이 필요하다.

해저케이블에 대한 연구는 1857년 여름에 세계 최초로 시도된 대서양 횡단 케이블의 포설중, 수 백마일

\*한국해양대학교 조선·해양공학부 (School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Korea Maritime University, Pusan, 606-791, Korea)

\*\*한국해양대학교 기계시스템공학부 (School of Mechanical Systems, Korea Maritime University, Pusan 606-791, Korea)

\*\*\*한국통신 선로기술연구소 케이블 건설팀 (Cable Construction Team, Outside Plant Technology Laboratory, Korea Telecom, Daejeon, 305-348, Korea)

포설후에 케이블이 끊어져서 바다속으로 가라앉는 결과를 초래한 것에서 비롯되었다. 그 사건은 해저 케이블의 포설에 대한 상세한 동역학과 운동학에 큰 관심을 일으켰다. 이로 인해 Kelvin 과 Airy같은 영국의 선두적인 학자들에 의하여 1857년 후반과 1858년 초에 이 문제에 대한 연구가 발표되기 시작했다. 해저케이블에 관한 최초의 체계적인 연구는 미국 Bell 연구소의 Zajac(1957)에 의하여 이루어 졌으며 그 뒤를 이어 미국 Bell 연구소의 Richardson(1974)이 Zajac의 결과를 진전 시켜 최근까지 해저케이블 설치시에 간이로 사용되고 있다.

이와같은 이론적인 접근은 보다 복잡한 실제상황을 해석하는데 한계가 있으므로 수치해석과 같은 보다 진전된 기법이 필요하다. 수치 기법의 종류에는 유한차분법, 직접적분법, 유한요소법 등이 있으나 각각 장단점이 있다. 유한차분법(FDM)은 취급이 간단하고 계산시간이 짧은 특징이 있으며 이 방법에 근거한 해저케이블 관련 연구는 Ablow and Schechter(1983), Kitazawa(1981, 1986), Burgess(1991) 등에 의해 주로 이루어 졌다.

유한요소법(FEM)은 비틀강성, 굽힘강성 등 여러 요소들을 모두 고려할 수 있고 정확한 해석 결과를 얻을 수 있으나 계산시간이 길고 컴퓨터 용량이 크게 필요한 특징이 있다. Leonard and Recker(1972), Webster(1975), Leonard and Nath(1981) 등이 유한요소법을 해저케이블에 응용하였다. 직접적분법(Direction Integration Method: DIM)은 변수 및 하중 처리가 쉽고 큰 용량을 필요로 하지 않으나 수많은 적분이 필요한데 Wang(1972), Dezoysa(1978), Leonard(1979) 등이 해저케이블에 대해 주로 연구하였다.

이러한 수치기법에 근거하여 영국을 위시한 선진해양국가에서는 해저케이블의 안전한 설치 및 회수를 위한 소프트웨어를 개발하기 시작하였으며 실용화하여 현장에서 사용하고 있는 중이다. 국내에서는 해저케이블 설치에 관련된 기술중 해양조사 기술은 확립되어 있으나 설치자체기술은 상당히 부족하며 취약한 실정이다. 특히 해저케이블 포설시물레이션에 관련된 연구가 없는 실정이다.

본 연구에서는 기존의 선진기술을 토대로하여 유한차분법에 근거한 해저케이블의 포설시물레이션 기법을 수립하여 해저케이블 설치중의 거동에 관한 정확한 해석을 수행하고자 한다. 이를 통하여 국내의 해저케

이블 엔지니어가 해저케이블을 안전하게 설치할 수 있는 기술을 확보하는데 기여하고자 한다.

## 2. 해저케이블 포설의 직선 이론 해석

포설중인 해저케이블의 실제거동은 복잡하나 이론적으로 접근하기 위해서는 몇가지 가정에 의해 포설중인 케이블을 직선으로 단순화시켜 다루고 있다. 즉, 케이블 포설선의 수평속도 및 케이블 조출율(payout rate)이 일정하다고 가정한다(Richardson, 1974). 그리고 케이블에 작용하는 유체항력은 오로지 유체와 케이블의 상대속도에 좌우되며, 포설선의 케이블 설치 이동은 시간에 대해 독립적이거나 또는 정적이라고 가정한다. 또한 케이블에 걸리는 장력이 해저면에서 영(zero)인 경우와 영보다 큰 경우로 나누어 해석한다.

해저면에서 케이블의 인장이 영(zero)일 때, 케이블은 포설선에서 해저 바닥까지 직선으로 놓여진다. 포설하는 동안 통상적인 여유를(slack)을 유지할 때, 인장이 없는 조건이 실제로 발생함으로, 현장에서는 이러한 경우를 매우 중요하게 고려한다.

Fig. 1은 발생 가능한 케이블의 직선 형태를 나타낸다. 법선 및 접선방향의 힘의 평형방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$D_N = w \cos \alpha \quad (1)$$

$$T_s = wL \sin \alpha - D_T L \quad (2)$$

여기서  $T_s$ 는 포설선에 걸리는 인장력,  $w$ 는 케이블의 수중 단위 중량,  $\alpha$ 는 케이블의 경사각,  $L$ 은 케이블의 경사선 길이이다.  $D_N$ 과  $D_T$ 는 각각 단위 길이당 작용하는 법선 및 접선력이며 다음과 같이 표현된다.

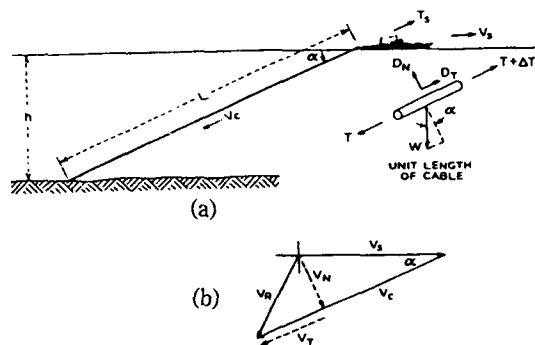


Fig. 1. Forces acting on a cable in normal laying.

$$D_N = C_D \frac{\rho V_N^2}{2} d \quad (3)$$

$$D_T = C_f \frac{1}{2} \rho V_f^2 \pi d \quad (4)$$

여기서  $C_D$ 와  $C_f$ 는 각각 법선 및 접선방향 항력계수,  $\rho$ 는 유체 밀도, 그리고  $d$ 는 케이블 직경이다.  $V_N$ 과  $V_f$ 는 케이블 요소에 대한 법선 및 접선방향의 유체의 상대 속도이며 다음과 같이 주어진다.

$$V_N = V_s \sin \alpha \quad (5)$$

$$V_f = V_c - V_s \cos \alpha \quad (6)$$

여기서  $V_c$ 는 케이블의 조출속도이며  $V_s$ 는 포설선의 속도이다.

직선형태의 케이블 해는 가장 간단한 2차원 정상모델(stationary two-dimensional model)로 얻어지는 가장 중요한 결과이다. 또한 이 모델로부터 다른 중요한 상황에 대한 결과를 유도할 수 있다.

식 (1)에 식 (3)과 (5)를 대입하면 다음과 같이 된다.

$$w \cos \alpha = \frac{C_D \rho V_s^2}{2} \sin^2 \alpha \quad (7)$$

한편 직선형태의 케이블이 수평면과 이루는 각도를 계산할 필요가 있다. 만약 케이블의 기울기 각도  $\alpha$ 가 작다면 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\cos \alpha \approx 1, \sin \alpha \approx \alpha_0 \text{ (rad)}$$

식 (5)을 이용하고 식 (3)을 식 (1)에 넣고 위 근사치를 이용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\alpha_0 V_s = \left( \frac{2w}{C_D \rho d} \right)^{1/2} \quad (8)$$

위 식에서 괄호 안의 값은 주어진 케이블에 대해서는 일정하며 케이블의 기울기  $\alpha$ 를 결정하는 변수값이 된다. 흔히  $(2w/C_D \rho d)^{1/2}$ 를 케이블의 동수력학적 상수(hydrodynamic constant)라고 하며  $H$ 로 표기한다.

케이블의 기울기 각도  $\alpha$ 가  $30^\circ$  보다 작은 경우  $\alpha$ 와  $\alpha_0$ 는 큰 차이가 거의 없으며 식 (8)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\alpha = \frac{H}{V_s} \quad (9)$$

여기서 동수력학적 상수  $H$ 의 단위는  $\text{knot} \cdot \text{degree}$  이

다. 케이블의 기울기 각도  $\alpha$ 를 케이블의 임계각이라 부른다.

대부분의 해저 케이블에 있어서 힘  $D_T L$ 은 무시할 수 있을 정도로 작다. 따라서 식 (2)은 다음과 같은 식으로 표현 가능하다.

$$T_s \approx wL \sin \alpha = wh \quad (10)$$

여기서,  $h$ 는 케이블 착지점에서의 수심이다. 따라서 여장포설 동안에 포설선에 걸리는 케이블 인장력은 수심과 케이블 길이의 수중 중량으로 나타낼 수 있다.

만약 해저면을 덮을 정도의 케이블이 충분히 조출되지 않으면 해저면에 장력이 걸리게 된다. 이 경우에는 위의 전개한 과정이 적용되지 않으며 보다 복잡해진다. 그러나 포설선에 걸리는 인장력은 대략 다음과 같이 간단히 표현될 수 있다.

$$T_s = T_0 + wh \quad (11)$$

여기서  $T_0$ 는 해저면에 걸리는 장력이다.

이와같이 접선 항력이 무시되면, 포설선에서의 인장력은 수직방향의 항력을 무시하였을 때 기본적으로 해저에서의 인장력과  $wh$ 를 더한 값이다. 이것의 결과는 실제로 케이블을 포설하는데 중요한 정보를 준다. 즉, 접선방향 항력을 무시한 경우에 포설중의 포설선에 걸리는 장력이  $wh$  보다 큰 값이 걸린다는 것은 케이블의 해저면에 장력이 걸린다는 것이고 이것은 또한 케이블이 충분히 조출되지 않는다는 것을 의미한다.

### 3. 해저케이블 포설 수치 해석

#### 3.1 수치해석 이론

앞에서 다룬 케이블 포설의 직선이론은 여러 가지 가정에 의해 단순화 시킨 경우이나 실제로 포설중인 케이블의 복잡한 거동을 해석하기 위해서는 유한차분법과 같은 수치기법이 필요하다.

포설중인 케이블에 작용하는 힘으로는 장력, 유체에 의한 항력, 케이블 중량 등이 있으며 이들 힘의 벡터 합이 케이블의 질량( $m$ ) 및 주위유체의 질량(부가질량;  $e$ )을 가속시키게 된다. 케이블에 대한 운동방정식을 각각  $x$ 방향과  $y$ 방향에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (m + e \sin^2 \theta) \ddot{x} - e \sin \theta \cos \theta \ddot{y} \\ = dT \cos \theta - D_N \sin \theta + D_T \cos \theta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -e \sin \theta \cos \theta \ddot{x} + (m + e \cos^2 \theta) \ddot{y} \\
 & = dT \sin \theta + D_N \cos \theta + D_T \sin \theta - w \quad (12)
 \end{aligned}$$

여기서  $D_N$ ,  $D_T$ ,  $w$ 는 앞에서 언급되었으며  $\theta$ 는 케이블의 경사각,  $dT$ 는 케이블요소 양단에 작용하는 미소장력의 차,  $\ddot{x}$ 는 케이블의  $x$ 방향 가속도,  $\ddot{y}$ 는  $y$ 방향 가속도를 각각 나타낸다. 여기에서 구하고자 하는 미지수는  $x$ ,  $y$ 와  $T$ 의 3개인데 반해 방정식은 2개이다. 따라서 하나의 식이 더 필요하게 되는데 케이블의 길이가 일정하다는 다음과 같은 비팽창 조건식을 이용하게 된다.

$$(dx)^2 + (dy)^2 = (dl)^2 \quad (13)$$

이상과 같은 세 개의 방정식에 의해 세 개의 미지수를 구하려면 케이블의 착지점과 입수점에서의 경계조건이 필요하다. 입수점과 착지점에서의 경계조건은 시간에 따른 속도로서 주어지게 되며 이를 이용하여 입수점과 착지점의 좌표를 계산하고 이들을 경계조건으로서 이용하게 된다.

### 3.2 유한차분법

본 연구에서 사용할 유한차분법은 운동방정식과 비팽창조건식을 여러 개의 절점(node)에 대하여 각각 적용하여 연립방정식을 만든 후 이의 해를 구하는 방법이다. 케이블의 질량은 절점에 집중되어 있다고 가정하는데 이러한 방법을 집중질량법(lumped mass method)이라 하며 해저케이블 해석분야에 있어서는 Walton and Polachek(1960)에 의해 제시된 이후 Kitazawa(1981) 등에 의해 널리 사용되어 오고 있다. 본 연구에서는 집중질량법을 사용하여 케이블 거동을 해석하기로 한다. 유한차분법에 의하여 문제의 해를 구할 때 중요한 것은 초기조건과 경계조건으로서 이 조건들이 제대로 설정되지 않으면 해가 수렴하지 않는다.

#### 3.2.1 문제의 묘사

유한차분법으로 케이블 포설해석을 하기 위해서는 Fig. 2와 같이 절점을 정하고 각 절점에서 정의되는 변수들이 무엇인가를 정해야만 한다. Fig. 2은 케이블 포설에 관한 수치해석시에 적용할 기본 모델을 보여주고 있다.

또한 각 절점에 절점번호(node number)를 부여하여 프로그램의 배열로서 사용해야 한다. 본 연구에서는 바닥에 있는 절점의 번호를 0번으로 정하고 해수표면으로 올라가면서 1,2,3,...으로 번호를 부여하며 해수

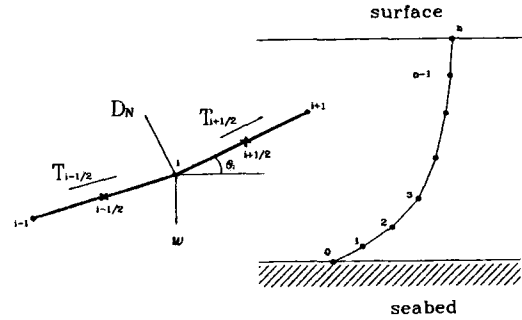


Fig. 2. Laying cable mathematical model.

표면의 절점번호를  $n$ 이라 정하기로 한다. 임의 절점의 번호를  $i$ 라하고 절점의 중간위치를  $i \pm 1/2$ 이라 할 때 위치, 가속도, 중량 등은 절점  $i$ 에서 정의되나 속도, 장력 등은 절점의 중간위치  $i \pm 1/2$ 에서 정의된다. 절점에서의 굽힘 모멘트는 0으로 가정한다.

#### 3.2.2 차분방정식

유한차분법을 컴퓨터 프로그램에 적용하기 위해서는 지배방정식과 경계조건 및 초기조건 등을 각 절점에 적용하여 차분방정식을 만들어야 한다. 각 절점에 대해 수립된 차분방정식을 연립하여 풀면 구하고자 하는 미지수들의 값을 얻게된다.

##### -운동방정식

앞에서 언급한 운동방정식은 다음과 같이 차분식으로 표시될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} I_i & -K_i \\ -K_i & J_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \end{pmatrix} \quad (14)$$

여기서

$$I_i = m_i + \frac{1}{2} \left( e_{i+1/2} \sin^2 \theta_{i+1/2} + e_{i-1/2} \sin^2 \theta_{i-1/2} \right),$$

$$K_i = \frac{1}{2} \left( e_{i+1/2} \sin \theta_{i+1/2} + e_{i-1/2} \sin \theta_{i-1/2} \cos \theta_{i-1/2} \right),$$

$$J_i = m_{i+1/2} \left( e_{i+1/2} \cos^2 \theta_{i+1/2} + e_{i-1/2} \cos^2 \theta_{i-1/2} \right),$$

$$F_{xi} = T_{i+1/2} \cos \theta_{i+1/2} - T_{i-1/2} \cos \theta_{i-1/2} + X_i,$$

$$F_{yi} = T_{i+1/2} \sin \theta_{i+1/2} - T_{i-1/2} \sin \theta_{i-1/2} + Y_i,$$

그리고

$$\begin{aligned}
 X_i &= -\frac{1}{2} \left( D_{i+\frac{1}{2}}^N \sin \theta_{i+\frac{1}{2}} + D_{i-\frac{1}{2}}^N \sin \theta_{i-\frac{1}{2}} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left( D_{i+\frac{1}{2}}^T \cos \theta_{i+\frac{1}{2}} + D_{i-\frac{1}{2}}^T \cos \theta_{i-\frac{1}{2}} \right), \\
 Y_i &= \frac{1}{2} \left[ \left( D_{i+\frac{1}{2}}^N \sin \theta_{i+\frac{1}{2}} + D_{i-\frac{1}{2}}^N \sin \theta_{i-\frac{1}{2}} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \left( D_{i+\frac{1}{2}}^T \sin \theta_{i+\frac{1}{2}} + D_{i-\frac{1}{2}}^T \sin \theta_{i-\frac{1}{2}} \right) \right], \\
 \cos \theta_{i+\frac{1}{2}} &= (x_{i+1} - x_i) / l_{i+\frac{1}{2}}, \sin \theta_{i+\frac{1}{2}} = (y_{i+1} - y_i) / l_{i+\frac{1}{2}}, \\
 w_i &= m_i g - \frac{1}{2} \rho g \left( l_{i+\frac{1}{2}} \sigma_{i+\frac{1}{2}} + l_{i-\frac{1}{2}} \sigma_{i-\frac{1}{2}} \right), \\
 D_{i+\frac{1}{2}}^N &= \frac{1}{2} C_{D, \rho} \left( V_s \sin \theta_{i+\frac{1}{2}} \right) \left| V_s \sin \theta_{i+\frac{1}{2}} \right| d \cdot l_{i+\frac{1}{2}}, \\
 D_{i+\frac{1}{2}}^T &= \frac{1}{2} C_{T, \rho} \left( V_c - V_s \cos \theta_{i+\frac{1}{2}} \right) \\
 &\quad \left| V_c - V_s \cos \theta_{i+\frac{1}{2}} \right| \cdot \pi \cdot l_{i+\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

-비팽창조건식(inextensibility condition)

운동방정식에 대한 구속조건으로서 절점과 절점사이의 케이블 요소의 길이는 일정하다는 것을 다음의 식으로 표현할 수 있다. 이때 케이블은 장력에 의해 늘어나지 않는다는 것을 가정한다.

$$(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 = l_{i-\frac{1}{2}}^2 = const \quad (15)$$

-경계조건

해저 바닥면에서의 속도는 0이고 해수표면에서의 절점의 속도는 선속과 입수각도 및 케이블속도 등의 함수이다. 이들은 시간에 따라 변하므로 경계면에서의 위치좌표는 다음과 같이 시간의 함수로 표기할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x_0 &= x_0(t), \quad y_0 = y_0(t) \\
 x_s &= x_s(t), \quad y_s = y_s(t)
 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 하첨자 0은 케이블이 바닥에 닿는 절점을 나타내고 s는 해수면에 입수되는 절점을 표시한다. 해저 바닥면에 착지한 절점의 좌표는 케이블의 포설이 진행되면서 가라앉은 절점을 대상으로 하며 다음의 절점이 가라앉기 전까지는 고정된 좌표값을 가진다. 해수면에 입수되는 절점의 속도는 포설선의 속도  $V_s$ 와 케이블의

조출속도  $V_c$  및 입수각도 등에 의존하게 되며 x-방향 및 y-방향 속도  $v_x, v_y$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 v_x &= V_s - V_c \cos \theta \\
 v_y &= -V_c \sin \theta
 \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $\theta$ 는 케이블의 입수각도를 나타낸다.

하나의 시간단계 후의 해수표면 절점의 위치는 현단계에서의 위치에 위치증분을 더해준 것으로 나타낼 수 있으며 증분은 시간증분에 속도를 곱한 것을 이용하여 되는데 다음 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned}
 x_i^{n+1} &= x_i^n + \Delta t \cdot v_x \\
 y_i^{n+1} &= y_i^n + \Delta t \cdot v_y
 \end{aligned} \quad (18)$$

-초기조건

초기에 각 절점의 위치는 힘의 평형상태에 의해 결정되므로 이에 따른 계산을 통하여 절점의 초기 좌표값을 설정하여야 한다. 초기에 각 절점의 속도는 0으로 놓고 계산한다.

$$x_i(0) = x_i^0, \quad y_i(0) = y_i^0, \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \quad (19)$$

이상과 같이 차분방정식을 세운 후에는 해의 수렴을 위한 수치해석기법을 이용하여 프로그램을 작성해야 한다. 본 연구에서는 Walton and Polacheck(1960)의 수치해석기법을 이용하였다.

3.3 컴퓨터 프로그램 구성

앞에서 설명한 유한차분법을 이용하여 FORTRAN 프로그램을 작성하였다. 프로그램은 주 프로그램과 9개의 서브프로그램으로 구성되어 있다. 주 프로그램에서는 입출력과 계산의 흐름을 제어해주며 각각의 부프로그램에서는 할당된 기능을 수행하도록 만들어져 있다. 주 프로그램의 기능에 대한 설명은 다음과 같다.

주프로그램에서는 케이블과 중계기(repeater)의 질량, 수중무게, 직경 등의 데이터를 입력하고 프로그램 수행에 필요한 파라메타들을 읽어 들인다. 서브루틴 SLOPE를 불러 해저면의 기울기를 계산하고 서브루틴 INITIAL을 불러 초기화 및 첫 번째 시간단계에 대한 계산을 수행한다. 다음단계에서는 서브루틴 CPRATE를 불러 경사면에서의 조출속도를 계산한다. 또한 주어진 데이터에 의해 포설선의 속도를 조절할 수도 있다. 이 때 포설선의 속도가 변함에 따라 조출속도를 자동적으로 변화시켜준다. 중계기를 투하할 때에는 포설

선의 속도를 낮추고 중계기가 착지하고 난 후에 원래의 속도로 회복되도록 조정되어 있다. 포설선의 속도가 빨라지면 케이블의 입수 속도도 빨라지게 되므로 계산시간 간격(time step)이 작아져야 한다. 본 프로그램에서는 포설선의 선속과 계산시간 간격이 반비례하도록 조정하여 자동적인 계산시간 간격을 설정하도록 되어 있다.

이들을 바탕으로 서브루틴 TENTA를 수행하여 잠정적인 X, Y 및 T를 구하고 서브루틴 IMPROVE를 반복적으로 수행하여 X, Y 및 T의 값을 정확한 값으로 보정한다. 이렇게 되면 한 개의 시간 단계(time step)에 대한 계산이 끝나게 된다. 다음단계의 계산을 위한 준비로서 현재 값은 과거값으로 미래값은 현재값으로 재 정리한다.

다음으로는 포설선의 진행에 따라 해수면에서 새로 생기는 절점과 해저면에 가라앉아 소멸하는 절점에 관해 새로운 절점번호와 값을 부여하는 일이 남아있다. 서브루틴 NODGEN을 불러 새로 생기는 절점에 번호와 변수값을 부여하고 서브루틴 NODEL을 불러 해저면에 닿은 절점의 바로 이웃 절점을 절점번호 1로 하여 번호의 재지정을 시도하게 된다.

이러한 과정이 끝나면 다시 서브루틴 TENTA를 불러 다음 시간단계에 대한 계산을 반복하게 된다. 주프로그램 및 부프로그램의 흐름도는 아주 복잡하고 길며 이에 대한 자세한 설명이 참고문헌(박 등, 1996)에 설명되어 있다.

#### 4. 수치해석 결과의 검증

유한차분법에 의한 해석프로그램의 정확도를 검증하기 위하여 두 가지 비교 가능한 경우에 대한 수치해석을 수행하였다. 본 연구에서는 개발된 프로그램의 기본 알고리즘을 검증하기 위하여 앞에서 논한 이론식을 이용하여 수치해석 결과와 비교 검증하였다. 앞의 이론해석과 맞추기 위하여 검증에 사용된 수치해석의 결과는 정상상태(steady state)의 것을 적용하였다.

##### 4.1 포설 형상

일반적으로 케이블의 착지점에서 장력이 0이 될 경우에는 해저케이블 포설시에 나타나는 케이블의 형상을 직선으로 간주한다. 이 때 케이블과 해수면이 이루는 경사각  $\alpha$ 는 포설선의 속도  $v_s$ 와 케이블의 수력상

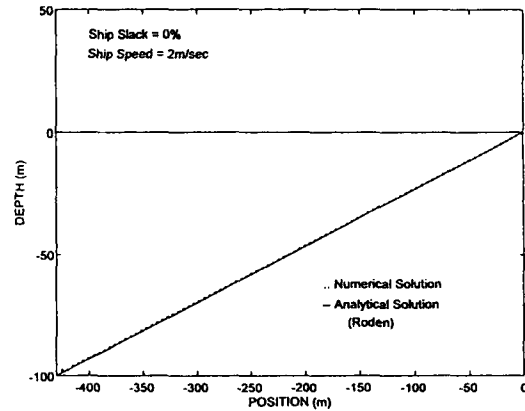


Fig. 3. Comparison between a straight line configuration theory and a numerical method for the subsea cable configuration in a normal laying.

수,  $H$ 에 의해 앞에서 언급한 바와같이 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{H}{v_s} \quad (20)$$

여기서  $H = (2w / C_d \rho d)^{1/2}$ 이며 검증에 사용된 기본 데이터 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_d &= 1.85 \\ \rho &= 1030 \text{ kg/m}^3 \\ d &= 0.0225 \text{ m} \\ w &= 4.49 \text{ N/m} \end{aligned}$$

위의 값들을 이용하여 구한 동수력적 상수  $H$ 는 0.22883(radians m)이며 이를 사용하여 포설선의 속도에 대한 케이블의 경사각을 구하게 된다. 예를 들어 포설선의 속도가 2 m/sec라 하면 경사각,  $\alpha$ 는 0.45766 라디안이 된다. Fig. 3은 포설선의 속도가 2 m/sec 일 때 위에서 구한 경사각을 이용한 직선이론(straight line configuration theory)에 의한 케이블의 형상과 본 연구에서 개발한 프로그램에 의한 케이블 형상을 비교하고 있다. 두 개의 선이 거의 구분할 수 없을 정도로 잘 일치하고 있다. 다만 해저면 근처에서 수치해석에 의한 해가 구불구불해진 것을 관찰할 수 있는데 이는 유한차분법이라는 수치해석상의 특성 때문이며 케이블 요소의 길이가 짧게 설정되면 구불구불한 정도가 짧아지게 된다.

Fig. 4는 포설선의 속도에 따른 케이블의 입수 경사각의 변화에 대해 직선이론에 의한 결과와 유한차분법에 의한 결과를 비교하고 있다. 또한 두 경우에 대한 수

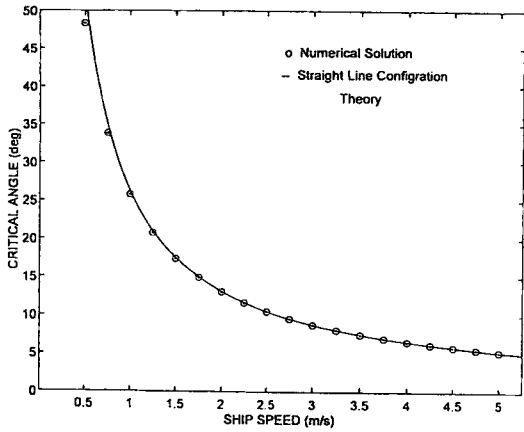


Fig. 4. Comparison between a straight line configuration theory and numerical method for cable incident angles.

치 비교를 Table 1에 나타냈다. 포설선의 속도가 클 때에는 두 결과가 거의 일치하나 포설선의 속도가 1 m/s 이하로 되면 속도가 작아질수록 오차가 점점 커지게 된다. 이는 포설선의 속도가 클 때에는 입수경사각이 작고 따라서 직선이론이 채택하고 있는  $\sin \alpha \approx \alpha$ 의 근사식이 성립하나 포설선의 속도가 작아지면 입수경사각이 커져서 위의 근사식이 부정확해지기 때문이다. 즉 직선이론은 입수경사각이 비교적 작은 경우에만 사용할 수 있는 식이기 때문에 입수경사각이 비교적 큰 경우에는 유한차분법에 의한 해를 사용함이 바람직하다.

4.2 포설선에서의 케이블 장력

케이블의 접선항력을 무시하고 케이블이 해저면에 착지할 때의 장력이 0이라 하면 배 위에서 받는 케이블의 장력  $T_s$ 는 앞에서 언급하였듯이 다음과 같이 근사적으로 표시할 수 있다.

$$T_s \approx wh \tag{21}$$

여기서  $w$ 는 케이블의 단위길이당의 수중무게이고  $h$ 는 수심을 나타낸다.

케이블의 단위길이당의 수중무게가 4.49 N/m, 착지점 장력이 0이고 수심이 50 m일 경우 선상에 작용하는 케이블 장력은 다음과 같이 계산된다:  $T_s = (4.49 \text{ N/m})(50 \text{ m}) = 224.5 \text{ N}$ . 본 프로그램에 의해 계산된 장력은  $220 \pm 10 \text{ N}$  정도의 값을 가지고 있어 대체적으로 이론값과 일치함을 볼 수 있다.

Table 1. Comparison between a straight line theory and a numerical method for cable incident angles.

Ship Velocity $V_s$ (m/s)	Cable incident angle $\alpha$ (degree)	
	Straight line theory	Numerical method
0.025	1048.960	68.700
0.500	52.448	48.310
0.750	34.965	33.798
1.000	26.224	25.744
1.250	20.979	20.736
1.500	17.483	17.343
1.750	14.985	14.897
2.00	13.112	13.053
2.250	11.655	11.614
2.500	10.490	10.459
2.750	9.536	9.513
3.000	8.741	8.724
3.250	8.069	8.055
3.500	7.493	7.481
3.750	6.993	6.984
4.000	6.556	6.548
4.250	6.170	6.164
4.500	5.828	5.822
4.750	5.521	5.516
5.000	5.245	5.241

5. 결 론

본 연구에서는 해저케이블 해석에 적용되는 여러 수치기법중 유한차분법을 사용하여 프로그램을 개발하여 케이블 포설시의 케이블의 동적거동에 대한 2차원적인 해석을 수행하였다. 케이블의 입수시에 발생하는 미성숙된 절점에 대해 계산시간 단계마다 값을 변화시킴으로써 좀더 정확한 해로 수렴하도록 고려하였다.

프로그램에서는 포설선의 선속변화, 경사면에서의 케이블의 조출속도 변화, 포설선의 속도에 따른 자동 계산시간 간격조절, 증계기의 투하 및 위치확인, 균일 속도의 조류영향 고려 등의 기능을 수행할 수 있도록 되어있다. 다양한 경우에 대한 계산을 수행한 결과 프로그램에 의한 계산 결과가 만족스러운 것으로 확인되었으며 케이블에 대한 직선형상이론을 적용한 결과와도 잘 일치하였다.

본 연구의 기대효과로는 해저케이블 포설 및 수리에 있어서 경험과 기술이 부족한 우리나라의 실정에서 앞으로 기술자립화 하는데 기여할 수 있을 것이다. 또한 해저케이블 설치자가 포설전에 포설시뮬레이션 실험도 할 수 있어 예상치 못한 상황 발생을 미연에 방지할 수 있다.

본 연구에서는 포설중인 해저케이블의 2차원 동적 해석을 다루었으나 3차원으로의 확대 및 파랑효과 등을 고려한 추후 연구가 필요하다.

### 참고문헌

- 박한일 외 4인, 1996. 해저케이블 포설해석 S/W 개발, 한국통신 연구보고서.
- Ablow, C.M. and Schechter, S., 1983. Numerical simulation of undersea cable dynamics, *Ocean Engineering*, **10**(6), pp. 443-457.
- Burgess, J.J., 1991. Modeling of undersea cable installation with a finite difference method, *Proc. 1st International Offshore and Polar Engineering Conference*, pp. 222-227.
- DeZoysa, A.P.K., 1978. Steady-state analysis of undersea cables, *Ocean Engineering*, **5**, pp. 209-223.
- Kitazawa, I., 1981. Submarine cable dynamics and laying design, *Review of the Electrical Communications Laboratories*, **29**(5-6), pp. 557-570.
- Kitazawa, I., 1986. Three-dimensional dynamic analysis for submarine cables, *Proc. 5th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium, ASME*, Vol. 3, pp. 492-498.
- Leonard, J.W., 1979. Newton-Raphson iterative method applied to circularly towed cable/body systems, *Engineering Structures*, **1**, pp. 73-80.
- Leonard, J.W. and Nath, J.H., 1981. Comparison of finite element and lumped parameter methods for oceanic cables, *Engineering Structures*, **3**, pp. 153-167.
- Leonard, J.W. and Recker, W.W., 1972. Nonlinear dynamics of cables with low initial tensions, *J. Engineering Mechanics Division, ASCE*, **98**, pp. 293-311.
- Richardson, A.G., 1974. *Submarine cable mechanics and recommended laying procedures*, AT&T Bell Lab.
- Walton, T.S. and Polacheck, H., 1960. Calculation of transient motion of submerged cables, *Mathematics of Computation*, **14**, pp. 27-46.
- Wang, H.T., 1972. Effect of nonplanar current profiles on the configuration of moored cable systems, *Proc. 4th Offshore Technology Conference*, Vol. 1, pp. 215-224.
- Webster, R.L., 1975. Nonlinear static and dynamic response of underwater cable structures using the finite element method, *Proc. 7th Offshore Technology Conference, OTC 2322*, pp. 753-764.
- Zajac, E.E., 1957. Dynamic and kinematics of the laying and recovery of submarine cable, *Bell System Technical Journal*, **35**(5), pp. 1129-1207.