

# 수요예측 모형의 비교분석과 적용 -A Comparative Analysis of Forecasting Models and its Application-

강 영 식\*  
Kang, Young Sig

## Abstract

Forecasting the future values of an observed time series is an important problem in many areas, including economics, traffic engineering, production planning, sales forecasting, and stock control.

The purpose of this paper is aimed to discover the more efficient forecasting model through the parameter estimation and residual analysis among the quantitative method such as Winters' exponential smoothing model, Box-Jenkins' model, and Kalman filtering model.

The mean of the time series is assumed to be a linear combination of known functions.

For a parameter estimation and residual analysis, Winters', Box-Jenkins' model use Statgrap and Timeslab software, and Kalman filtering utilizes Fortran language.

Therefore, this paper can be used in real fields to obtain the most effective forecasting model.

## 1. 서론

기업이나 자연현상의 특성을 연구·분석하는 경우에 가장 우선적으로 고려해야 할 대상은 수요예측이다[1,2].

기업의 제품과 설비의 생애수명이 급속하게 짧아지고있는 추세와, 산업이 고도화되고 정보화 하면 할수록 예측모형을 안정적으로 적합하게 도출 해내는 것은 점점 더 고도의 지식과 경험을 필요로 하게 된다[2,4].

그러므로 본 연구에서는 짧은 수명주기를 갖는 자연현상의 모수 추정을 위해 각각의 기법에 관하여 장·단점을 분석·평가하고 매우 효율적인 수요예측을 하기 위해서는 사례연구를 통하여 가장 능동적으로 대처할 수 있는 효율적인 수요예측모형을 찾아내는 것이다.

최근의 기존의 연구로는 정상윤[3] 등이 Brown의 지수평활법, Box-Jenkins 모형, 회귀분석의 모형을 가지고 사례연구를 통하여 최적의 모형을 산출하였다. 또한, 최근에 공정의 이상유무와 수요예측을 민감하고 신속하게 탐지하기 위하여 Kalman Filtering, Fuzzy, Neural Networks 모형이 적용되고있는 추세이다. 따라서 Kwon, Ishibuchi, and Tanaka[7]는 신경망 모형을 이용하여 시간 간격을 Fuzzy언어를 도입하여 신속하게 적합한 모형을 찾아내는 연구를 제안하였다. Norma와 Chang[10]은 시계열을 지수적이라 가정하여 매우 정확한 시계열 모형을 산출하였다.

---

\* 세명대학교 산업안전공학과

따라서 최근의 연구를 살펴보면, 최근에 적용하는 추세인 Kalman, Neural Network 모형과 이론적으로 매우 정교한 Box-Jenkins 모형과 중·단기 예측모형에서 추세와 계절성을 탄다면 매우 바람직한 Winter 모형을 비교, 분석하여 모수를 추정 매우 이상적인 예측모형을 발견하는 연구는 보이지 않는 실정이다.

따라서 본 연구에서는 질적 기법에서 탈피하여 계량적인 기법 중에서 매우 효율적인 중·단기 예측모형에 적합한 Winter와 Box-Jenkins, 최근의 기법인 Kalman Filtering 모형만을 대상으로 한다.

본 연구의 구성은 제 2장에서 기존의 계량적인 예측모형의 장·단점을 분석하고, 제 3장에서는 사례연구를 통하여 모수 추정과 잔차분석에 의한 결과들을 가지고 분석·평가하였다.

마지막으로 제 4장은 결론으로 모형에 적합한 모수 추정과 잔차 제곱근에 의해 매우 바람직한 예측모형을 찾아내었으며, 추후 연구 과제들을 다룬다.

## 2. 수요예측 기법 및 분석

### 2.1 Winters 모형

Winters 모형은 일종의 지수평활법으로 실제 데이터에 의한 수요예측을 정확하게 할 수 있으며, 중·단기 예측에 아주 유용하며 특히, 추세와 계절성을 가지는 시계열에 매우 효율적인 기법이다.

Winters 모형은 추세치(T), 계절지수(S), 계절제거 평활상수(a), 추세치의 평활상수(β), 계절변동 평활상수(γ)를 가지고 수요예측을 수행한다. 이때, 누적오차도 함께 산출되며 이 오차의 값이 적을 수록 예측치와 실측치의 분포가 가까워지며, α, β, γ를 실제로 구하려면 많은 어려움이 있으므로 시물레이션 하여 나온 평활상수는 0.1-0.3으로 압축된다. 만일, 누적 오차값이 너무 클 경우에는 평활상수를 0.1-0.3에서 조정하여 휴리스틱기법(Heuristic Approach)으로 수요예측을 해야한다.

#### 2.1.1 Winters 모형의 도출

Winters 모형을 도출하기 위하여 t 시점의 실측치는 식(1)과 같다.

$$X_t = (b_1 + b_2) \times C_t + \epsilon_t \tag{1}$$

$$1 \text{년} : X_1, X_2, X_3, \dots, X_L = \bar{X}_1$$

$$2 \text{년} : X_{L+1}, X_{L+2}, \dots, X_{2L} = \bar{X}_2$$

$$\begin{matrix} : & : \\ : & : \end{matrix}$$

$$m \text{년} : X_{(m-1)L+1}, \dots, X_{mL} = \bar{X}_m$$

$$\text{단, } \sum_{t=1}^L C_t = L, \quad t = (i-1) \times L + j$$

위에서 기술한 실측치의 평균을 가지고 예측치를 도출해내면 다음과 같다[1,2,4,6,11].

$$\hat{b}_{2(0)} = \frac{\bar{X}_m - \bar{X}_1}{(m-1) \times L}$$

$$\hat{a}_{1(0)} = \bar{X}_1 - \hat{b}_{2(0)} \times L/2$$

$$\hat{C}_{t(0)} = \bar{C}_t \times \frac{L}{\sum_{t=1}^L C_t}$$

$$\bar{C}_t = \frac{X_t}{\bar{X}_i - ((L + 1) - j) \times \hat{b}_{2(0)}}$$

$$E'(t) = \alpha \times (D_t / S_{t-L}) + (1 - \alpha) \times (E'_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T(t) = \beta \times (E'(t) - E'_{t-1}) + (1 - \beta) \times T_{t-1}$$

$$S(t) = \gamma \times (D_t / E'(t)) + (1 - \gamma) \times (S_{t-L})$$

$$E'_{t+1} = (E'(t) + T_t) \times S_{t+1-L} \tag{2}$$

위의 모형을 도출하기 위한 기호설명은 다음과 같다.

- $\hat{b}_{2(0)}$  : 0 시점의 기울기(Trend)
- $\bar{X}_m$  : 앞선 년도의 실적치의 평균
- $\bar{X}_1$  : 전년도의 판매실적의 평균
- $\hat{a}_{(0)}$  : 0 시점의 계절요인 제거 예측치
- $\bar{C}_t$  : 계절지수 계산하기 위한 상수 예측치
- $\hat{C}_{t(0)}$  : 0 시점의 계절지수
- $L$  : 주기(보통 1년으로 연 또는 분기)
- $E'(t)$  : t 시점의 계절제거 예측치
- $D_t, X_t$  : t 시점의 판매실적
- $S_{t-L}$  : t-1 시점의 계절지수
- $\epsilon_t$  : t 시점의 예측오차
- $T_t$  : t시점의 추세치
- $T_{t-1}$  : t-1 시점의 추세치
- $S_t$  : t 시점의 계절지수
- $E'_{t+1}$  : t 시점의 계절요소 조정예측치
- $S_{t+1-L}$  : t+1 시점의 계절지수
- $C_t$  : 계절의 Component
- $\alpha$  : 계절제거 평활상수
- $\beta$  : 추세치의 평활상수
- $\gamma$  : 계절변동 평활상수
- $(b_1 + b)t$  : Parameter component

## 2.2 Box-Jenkins 모형

Box-Jenkins 모형은 자동회귀모형(AR: Autoregressive Model)의 차수와 이동평균모형(MA: Moving Average Model)의 차수를 정하는 검진 방법을 수행한다. 그리고 AR 모형과 MA모형의 계수들의 최우 추정량을 통하여 선택된 모형이 실제 주어진 자료에 적합하게 맞는지를 결정한 다음에

가장 바람직한 수요예측을 결정하는 기법이다.

그러므로, Box-Jenkins 모형은 이론적으로는 매우 정교한 방법이다[2,4,11,15].

### 2.2.1 Box-Jenkins 모형의 도출

Box-Jenkins 모형은 다음과 같은 가정을 필요로 한다[2,4].

① 관측치 시계열이 IID(Identically Independent Distribution) 확률변수로  $COV(X_t, X_{t+z})=0$ 이며 공분산이 안정적(Stationary)이라 가정한다.

② 관측치 시계열은 정규분포를 따른다.

위의 가정을 근거로 하여 관측치 시계열에 적합한 모형의 모수를 찾게 되는 모형을 도출하는 것이다.

만일, 관측치 시계열이 평균치 ( $\mu$ )가 바뀌는 경우나 분산이 바뀌는 경우나 추세나 계절성을 가지는 경우는 안정적인 시계열로 변형해 주어야만 한다. 각각의 경우에 대해 변형 해주는 형식은 다음과 같다.

① 평균이 바뀌는 경우는  $Y_t = X_t - X_{t-1}$ 로 유도한다.

② 분산이 바뀌는 경우는  $Y_t = \ln(X_t)$  모형으로 변형한다.

③ 추세나 계절성을 가지는 경우는 차분을 통하여 안정적시계열로 바꾸어준다.

즉,  $Y_t = (1-B)^d (1-B^s)^d X_t$ 로 변형한다.

Box-Jenkins 모형의 기본적인 모형을 분류하면 다음과 같다.

① AR(p) 모형은 그 시계열이 과거치의 선형결합으로 이루어진 계열이다.

$$\begin{aligned} Z_t &= \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \delta \\ &= (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 + \dots - \phi_p B^p) Z_t \\ &= \epsilon_t = \phi_p^{(B)} \epsilon_t \end{aligned} \tag{3}$$

② MA(q) 모형은 예측오차의 선형결합으로 이루어진 계열이다.

$$\begin{aligned} Z_t &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \epsilon_t \\ &= \theta_q^{(B)} \epsilon_t \end{aligned} \tag{4}$$

③ ARiMA =  $\phi_p^{(B)} Z_t = \theta_q^{(B)} \epsilon_t$

$$\begin{aligned} &= \phi_p^{(B)} (1-B)^d (1-B^s)^d Z_t \\ &= \theta_o + \theta_q^{(B)} \epsilon_t \end{aligned} \tag{5}$$

따라서, ARiMA 모형은 AR(p)와 MA(q) 모형을 합한 것으로 우선 모형이 자동회귀모형인지 이동평균모형인지를 구분한 다음 모수 추정을 하고 모형의 적합성을 검토하게 되는데 주목해야 할 점은 p와 q는 적은 차수로 맞춘다.

ARiMA 모형 즉, Box-Jenkins 모형을 도출하기 위한 절차는 <그림 2.1>과 같다. 모형의 확립단계에서는 어떤 시간격을 갖는 두 관측치들 사이의 상호관련성을 나타내는 값인 자동상관계수(ACF: Autocorrelation Function)와 K의 두 관측치들의 추정치인 편자동상관계수(Partial Autocorrelation Function)를 가지고 AR(p)인지 MA(q)인지를 식별하는데 사전지식과 형태도를 참조하여 잠정모형을 선택한다[4,11,14].

적절한 차수로 취해졌는가를 보기 위해서는 ACF, PACF 값이 시간격 K가 커짐에 따라 점차로 줄어들어 표준편차의 두배 내에서 0으로 수렴하는가를 보아야하며, 그렇지 않을 경우에는 적절하지

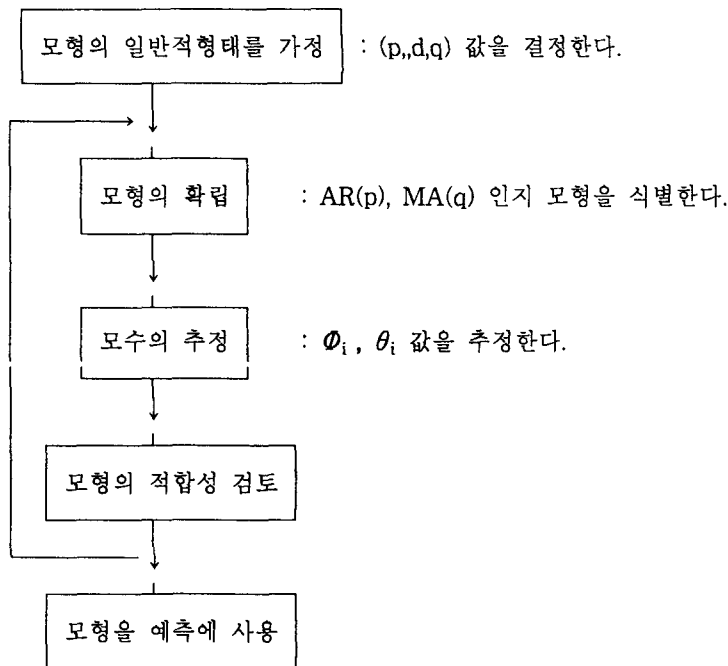
못한 차산의 경우이다. 따라서 AR(p), MA(q) 모형을 식별하는 기준은 <표 2.1>과 같다.

모수 추정의 단계에서는, 선택된 잠정적 모형들에 대해서 모수들의 값을 최소자승법을 사용한 반복법으로 최적의  $\phi_i, \theta_i$  값을 결정한다[4,11].

모형의 적합성 검토 단계에서는  $\epsilon_t = X_t - \hat{X}_t$ 를 검토 비교하는데 있어서 적절한 시계열 모형은 시점 t에 관계없이 다음 세 가지 성질을 만족한다.

모수 추정의 단계에서는, 선택된 잠정적 모형들에 대해서 모수들의 값을 최소자승법을 사용한 반복법으로 최적의  $\phi_i, \theta_i$  값을 결정한다[3,8].

모형의 적합성 검토 단계에서는  $\epsilon_t = X_t - \hat{X}_t$ 를 검토 비교하는데 있어서 적절한 시계열 모형은 시점 t에 관계없이 다음 세 가지 성질을 만족한다.



<그림 2.1> Box-Jenkins 모형의 추진절차

<표 2.1> AR(p)와 MA(q)를 구별하기 위한 의사결정

행 동	자동상관계수(ACF)	편자동 상관계수(PACF)
AR(p)	점점 가늘어짐(Tail Off)	Lag q이후 그침
MA(q)	Lag q후에 점점 가늘어짐	점점 가늘어짐
ARIMA(p,d,q)	점점 가늘어짐(Tail Off)	점점 가늘어짐

$$E [\epsilon_t] = 0 \tag{6}$$

$$\text{Var} [\epsilon_t] = \sigma^2 \epsilon \tag{7}$$

$$\text{COV} [\epsilon_t, \epsilon_{t'}] = 0 \quad (\text{단, } t=t') \tag{8}$$

식(6)과 (7)를 확인하려면 잔차들을 도표화 해보는 것이 방법이 가장 간단하며, 식(8)인  $\epsilon_t$ 와  $\epsilon_{t-k}$

가 어떤 상관 관계를 갖는가를 보려면  $Q = (n-d) \sum_{k=1}^k p_k^{(\epsilon)}$ 으로 정의되는 통계량의 크기를 조사한다.

Q가 근사적으로  $(k-p-q) \chi^2$ 분포를 따르므로 Q에서 계산된 값이  $\chi^2(k-p-q, 1-\alpha)$ 를 넘지 않으면 이 시계열이 적합하다고 판단하여 가설의 유의수준  $\alpha$ 로 받아들이며, 이런 Q값을 주는 잠정적 모형들 중에서 평균 잔차 평방합이 가장 적은 모형을 최적모형으로 선택한다. 만일, 잠정 모형 중에서 최적모형이 발견되지 않으면 모형의 확립으로 돌아가서 새로운 잠정적 모형을 찾아 모수 추정과 적합성 검토를 반복한다.

위의 모형을 도출하기 위한 기호설명은 다음과 같다.

- $S_{t+1-L}$  : t+1 시점의 계절지수
- p, q : 차수
- $\phi_i, \theta_i$  : 모형의 차수
- d : 차수의 차수
- $\theta_0$  : 불확실한 추세로 대부분 0으로 한다.
- $(1-B)^d$  : 추세에 대한 차분
- $(1-B^s)^d$  : 주기 S간격의 계절성에 대한 차분
- $X_t$  : t시점의 실측치
- K : ACF의 최대 시간격
- n : 관측치의 수
- $Y_t$  : t 시점의 판매실적
- $\epsilon_t, \delta$  : t 시점의 예측오차
- $\hat{X}_t$  : t 시점의 추정치
- $\rho_z$  : 자기상관계수

$$\text{단, } \rho_{x_t, x_{t+z}} = \frac{\text{COV}(X_t, X_{t+z})}{\sqrt{\text{Var}(X_t) \cdot \text{Var}(X_{t+z})}}$$

$$= \lambda_z / \sigma^2 = \lambda_z / \lambda_0$$

- $Z_t$  : t 시점의 실측치

$$\text{단, } Z_t = \begin{cases} X_t - \mu, & \text{if } d = 0 \\ X_t, & \text{if } d > 0 \end{cases}$$

- B : Backward Shift Operator

$$\text{단, } BX_t = X_{t-1}$$

- $\rho_{k(\epsilon)}$  : 잔차  $\epsilon_t$ 의 시간격 K인 두 잔차들의 ACF의 값

### 2.3 Kalman Filtering 모형

Kalman Filtering은 추계적 모형으로 근본적으로는 조건부 추정치를 최소화하는 동적 모형이다. 이 모형은 가장 정확하게 짧은 단기간의 예측모형에 적합한 기법으로서 원래는 전기, 전자 및 제어

분야에서 예측기법을 적용한 것으로, 현재는 유도탄 미사일제어 분야나 오차를 보증하는 자동제어 분야 뿐만 아니라 교통공학의 교차로 예측이나 항해선박의 위치 및 속도 예측, 제어분야에 널리 이용되고 있는 실정이다[6,9,12].

일반적으로, Kalman Filtering 기법은 Filter Gain Matrix Form을 Matrix(vector) 유형과 Scalar 유형으로 산출하고 있다[6].

### 2.3.1 Kalman Filtering 모형의 도출

Kalman Filtering 모형을 도출하기 위해서는 시스템의 실측방정식과 예측방정식을 토대로 하여 모형을 산출하는데 식은 다음과 같다[6,12].

① 실측 방정식(Observation Equation)

$$Y_t = H_t \cdot X_t + \epsilon_t \quad (9)$$

② 시스템 방정식 또는 예측상태 방정식

$$X_t = G_t \cdot X_{t-1} + W_t \quad (10)$$

식 (9)와 (10)을 토대로 하여 개선된 추정치를 구하면,

$$\hat{X}_{(t)} = G_{(t-1)} \cdot \hat{X}_{(t-1)} + K_{(t)} \cdot [Y_t - G_{(t-1)} \cdot \hat{X}_{(t-1)}] \quad (11)$$

따라서, 위식에서 주어지는 초기자료는  $G_{(t)}$ ,  $\hat{X}_{(t)}$ ,  $Q_{(t)}$ ,  $R_{(t)}$ 가 주어진다. 여기서,  $t \neq u$ 일때,  $Q_{(t)}$ 는  $E[W_{(t)} \cdot W_{(u)}] = Q_{(t)} \cdot \delta_{tu}$  에서 구하며,  $R_{(t)}$ 는  $E[V_{(t)} \cdot V_{(u)}] = R_{(t)} \cdot \delta_{tu}$  에서 산출한다.

Kalman Filtering 예측 모형을 평가하기 위한 척도로는 다음과 같이 네 가지 요소를 가지고 평가한다.

1) MARE (Mean Absolute Relation Error)

$$= \frac{1}{N} \sum \frac{|X_{(t)} - \hat{X}_{(t)}|}{X_{(t)}} \quad (12)$$

2) MAE (Mean Absolute Error)

$$= \frac{1}{N} \sum |X_{(t)} - \hat{X}_{(t)}| \quad (13)$$

3) RMSE (Root Mean Square Error)

$$= \sqrt{1/N \sum [X_{(t)} - \hat{X}_{(t)}]^2} \quad (14)$$

4) EC (Equality Coefficient)

$$= 1 - \frac{\sqrt{1/N \sum [X_{(t)} - \hat{X}_{(t)}]^2}}{\sqrt{\sum X_{(t)}^2} + \sqrt{\sum \hat{X}_{(t)}^2}} \quad (15)$$

따라서, 위의 네 가지 평가기준을 가지고 가장 적합한 예측 모형을 도출 해내는 것이다.

위의 모형을 도출하기 위한 기호설명은 다음과 같다.

$Y_t$  = t 시점의 실제 관측치

$H_t$  = t 시점의 Transition

$\epsilon_t$ , = t 시점에서의 실측방정식의 관측오차, Random noise vector or scalar,

단,  $(\epsilon_t \sim N(0, \epsilon_t))$

- $X_t$  = t 시점의 예측치
- $X_{t-1}$  = t-1 시점의 예측치
- $G_t$  = 시간 t-1에서 t까지의 Transition positive definite posterior error covariance,  $G_{(t)}$
- $W_t$  = t 시점에서의 시스템 방정식의 오차 = Random noise vector or scalar  
단, ( $W_t \sim N(0, Q_t)$ )
- $V_t$  = t 시점에서 실측 방정식의 오차, 단,  $V_t (V_t \sim N(0, R_t))$
- $\hat{X}_{(t)}$  = t 시점에서 t+1시점의 추정치
- $\hat{X}_{(t-1)}$  = t-1 시점에서 t시점의 추정치
- $K_{(t)}$  = t 시점에서 Kalman gain vector or scalar  
= Posterior error covariance(POEC)와 Prior error covariance(PREC)의 포함
- $Q_{(t)}$  = 시스템 방정식의 공분산
- $R_{(t)}$  = 실측 상태 방정식의 공분산
- $X_{(t)}$  = t 시점에서 t+1시점의 예측치
- $\delta_{uv}$  = Kronecker delta

### 3. 사례연구

다음은 수요예측 모형을 분석, 평가하기 위한 사례이다. 다음의 자료는 A 항공회사의 1940년도부터 1962년도까지 12년간의 자료이다.

<표 3.1> 월별 A 항공의 탑승 승객 수

	1월	2월	3월	4월	5월	6월	7월	8월	9월	10월	11월	12월
1949	112	118	132	129	121	135	148	148	136	119	104	118
1950	115	126	141	135	125	149	170	170	158	133	114	140
1951	145	150	178	163	172	178	199	199	184	162	146	166
1952	171	180	193	181	183	218	230	242	209	191	172	194
1953	196	196	236	235	229	243	264	272	237	211	180	201
1954	204	188	235	227	234	264	302	293	259	229	203	229
1955	242	233	267	269	270	315	364	347	312	274	237	278
1956	284	277	317	313	318	374	413	405	355	306	271	306
1957	315	301	356	348	355	422	465	467	404	347	305	336
1958	340	318	362	348	363	435	491	505	404	359	310	337
1959	360	342	406	396	420	472	548	559	463	407	362	405
1960	417	391	419	461	472	535	622	606	508	461	390	432

위의 자료를 가지고 Winters, Box-Jenkins 모형, Kalman Filtering의 기법을 적용한 후에 모수 추정과 잔차 제곱근을 비교하여 가장 효율적인 수요예측 모형을 발견하려한다.

#### 3.1 Winters 모형의 적용 사례



다음은 Winters 모형을 이용하여 산출한 최종결과와 과정을 Statgrap를 이용하여 출력한 결과는 아래와 같다. Winters 모형에 의하여  $\alpha, \beta, \gamma$ 의 최적 평활 상수는 <표 3.2>에서 보는 바와 같이 각각 0.3, 0.1, 0.9로 결정되었으며, 이때의 예측값인 MSE(Mean Squared Error)가 가장 적으므로 아주 바람직한 수요예측이라 하겠다.

<표 3.3>는 최적 평활 상수에 의한 장래의 24개월에 대한 수요예측 값을 나타낸다.

<표 3.2> Winters 모형에 의한 전산 출력결과

Data:kk.var1						Percent:95		
Forecast summary			M.E.	M.S.E.	M.A.E.	M.A.P.E.	M.P.E.	
Winter: 0.1	0.2	0.3	2.11075	210.273	11.1509	3.94737	0.67694	
Winter: 0.2	0.3	0.1	1.34604	368.781	13.9969	4.53341	0.05070	
Winter: 0.3	0.1	0.3	1.73833	212.737	10.5107	3.57180	0.36176	
Winter: 0.2	0.4	0.6	0.35210	166.882	9.30916	3.36495	0.05264	
Winter: 0.2	0.3	0.7	0.38909	159.191	9.24898	3.34687	0.10800	
Winter: 0.2	0.3	0.8	0.28252	170.672	9.71262	3.47927	0.09429	
Winter: 0.3	0.1	0.8	0.99582	136.450	8.69343	3.14408	0.34275	
Winter: 0.3	0.1	0.9	0.90169	135.369	8.63507	3.14633	0.33378	
Winter: 0.2	0.3	0.9	0.14366	192.347	10.3999	3.66872	0.07106	

<표 3.3>  $\alpha=0.3, \beta=0.1, \gamma=0.9$ 에 의한 2년간 월별 수요예측 값

Variables: Air.FORECASTS		(length = 24)
( 1) 446.718		(13) 483.245
( 2) 419.143		(14) 453.183
( 3) 464.086		(15) 501.522
( 4) 496.441		(16) 536.221
( 5) 507.413		(17) 547.801
( 6) 575.338		(18) 620.832
( 7) 667.278		(19) 719.696
( 8) 659.239		(20) 710.689
( 9) 552.454		(21) 595.292
(10) 495.353		(22) 533.516
(11) 422.054		(23) 454.363
(12) 467.79		(24) 503.373

### 3.2 Box-Jenkins 모형의 적용

Box-Jenkins 모형에 의하면 <표 3.4>과 <표 3.5>에서 보는 바와 같이 ARIMA 모형 중 MA(1)이 최적이며 계절성을 갖는 경우의 안정적인 시계열은 1차 차분한 모형이 최적이라 하겠다.

<표 3.4> 잔차 요약 결과

Residual Summary	
Number of observations = 131	
Residual average = 0.0478685	
Residual variance = 138.579	
Residual standard error = 11.772	
Coeff. of skewness= 0.0683579 standard value = 0.31941	
Coeff. of kurtosis = 1.0992 standardized value= 2.56807	

1차 차분한 MA(1) 모형의 모수는  $\theta_1$ 이 0.31164로 결정되었으며 계절의 모수는 0.11168로 나타났다.

<표 3.6>에 의하면 MA(1) 모형의 장래 24개월에 대한 최적의 수요예측을 보여주고 있다. 또한, <그림 3.1>에서 보는 바와 같이 1차 차분하여 도시한 것이 안정적으로 나타났으며, 잔차들을 도시한 결과는 White Noise 과정의 가정에 크게 어긋나지 않음을 보여주고 있다.

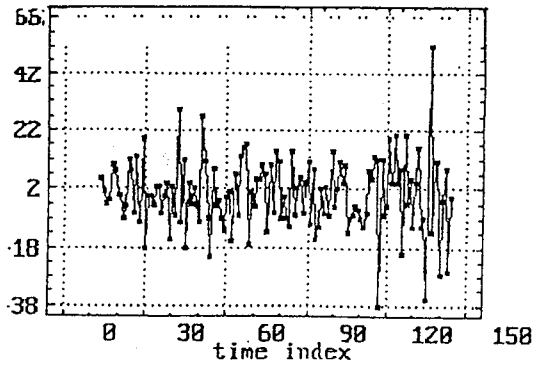
<표 3.5> 모수 추정의 출력 결과

Estimated begins.....				
Initial:	RSS = 17741.9	b = 0.309815	0.1	0.183206
Final:	RSS = 17738.2	... stopped on criterion 2		
Summary of Fitted Model for: KKK.Var1				
Parameter	Estimate	Std.error	T-value	P-value
MA(1)	.31164	.08445	3.69005	.00033
SMA(12)	.11168	.10248	1.08975	.75787
MEAN	.20010	.64760	.30899	.75783
CONSTANT	.20010			
Model fitted to differences of order 1				
Model fitted to seasonal differences of order 1 with seasonal length = 12				
Estimated white noise variance = 138.579 with 128 degree of freedom.				
Estimated white noise standard deviation (std err)=11.772				
Chi-square test statistic on first 20 residual autocorrelations = 20.5951				
with probability of a larger value given white noise = 0.300332				
Backforecasting: no      Number of iterations performed:				

<표 3.6> Box-Jenkins 모형에 의한 2년간 월별 수요예측 값

Variables: Bj.FORECASTS (length = 24.3)

예 측	하 한	상 한
( 1,1) 447.433	( 1,2) 424.135	( 1,3) 470.731
( 2,1) 422.514	( 2,2) 394.229	( 2,3) 450.798
( 3,1) 454.523	( 3,2) 422.008	( 3,3) 487.038
( 4,1) 490.9	( 4,2) 454.645	( 4,3) 527.155
( 5,1) 503.453	( 5,2) 463.81	( 5,3) 543.097
( 6,1) 565.691	( 6,2) 522.926	( 6,3) 608.455
( 7,1) 651.419	( 7,2) 605.746	( 7,3) 697.092
( 8,1) 638.679	( 8,2) 590.272	( 8,3) 687.086
( 9,1) 541.12	( 9,2) 490.126	( 9,3) 592.115
(10,1) 494.462	(10,2) 440.006	(10,3) 546.919
(11,1) 425.552	(11,2) 369.742	(11,3) 481.363
(12,1) 467.696	(12,2) 409.627	(12,3) 525.765
(13,1) 483.082	(13,2) 414.37	(13,3) 551.794
(14,1) 458.363	(14,2) 383.273	(14,3) 533.453
(15,1) 490.573	(15,2) 409.606	(15,3) 571.539
(16,1) 527.15	(16,2) 440.705	(16,3) 613.595
(17,1) 539.903	(17,2) 448.307	(17,3) 631.499
(18,1) 602.34	(18,2) 505.868	(18,3) 698.813
(19,1) 688.269	(19,2) 587.155	(19,3) 789.384
(20,1) 675.729	(20,2) 570.177	(20,3) 781.281
(21,1) 578.371	(21,2) 468.56	(21,3) 688.181
(22,1) 530.913	(22,2) 417.003	(22,3) 644.823
(23,1) 463.203	(23,2) 345.336	(23,3) 581.07
(24,1) 505.547	(24,2) 383.852	(24,3) 627.242



<그림 3.1> 관찰 자료를 1차 차분한 시계열에 대한 타점 결과

### 3.3 Kalman Filtering 기법의 적용

Kalman Filtering 기법을 적용한 결과 <표 3.7>에 의하면 MARE, MAE, RMSE, Equality Coefficient 값에서 보는 바와 같이 예측 능력지수(EC)는 93.4%로 예측능력에 대하여 바람직한 결과라 할 수 있다.

<표 3.7> Kalman Filtering 모형에 의한 출력 결과

Steps	Observed	Predicted	Residual	Avg_Qesid
1	.112E+03	.112E+03	-.500E-01	.500E-01
1	.118E+03	.112E+03	.594E+01	.594 E+01
1	.132E+03	.120E+03	.124E+02	.124E+02
1	.129E+03	.140E+03	.140E+02	.107E+02
1	.121E+03	.134E+03	.134E+02	.126E+02
1	.135E+03	.119E+03	.119E+02	.158E+02
1	.148E+03	.137E+03	.137E+02	.112E+02
1	.148E+03	.157E+03	.157E+01	.900E+01
1	.136E+03	.155E+03	-.190E+02	.190E+02
2	.119E+03	.135E+03	-.156E+02	.781 E+01
3	.104E+03	.109E+03	-.522E+01	.174E+01
4	.118E+03	.896E+03	.284E+02	.709E+00
:	:	:	:	:
130	.535E+03	.497E+03	.381E+02	.293E+00
131	.622E+03	.570E+03	.519E+02	.396 E+00
132	.606E+03	.681E+03	-.750E+02	.568 E+00
133	.508E+03	.650E+03	-.142E+03	.107E+01
134	.461E+03	.494E+03	-.334E+02	.249E+00
135	.390E+03	.410E+03	-.200E-02	.148E+00
136	.432E+03	.327E+03	.105E+03	.775 E+00
abs error sum.	:	.421E+04		
abs mean error.	:	.310E+02		
rel abs mean error.	:	.539E-03		
Equality coeff	:	.934E+00		

#### 4. 결론

위의 3가지 기법에 대하여 최종적으로 종합분석한 결과는 다음과 같다. 최종적으로 분석한 자료는 마지막 12개월의 잔차 제곱합으로 평가하였다. Winters 모형의 잔차 제곱합은 5373.08로 산출되었으며, 잔차 제곱근은 73.30으로 나타났다. Box-Jenkins의 잔차 제곱합은 559.25로 잔차 제곱근은 23.65로 산출되었다. Kalman Filtering에 의한 12개월에 대한 최종 잔차 제곱합은 3921.2393으로 잔차 제곱근은 62.619로 산출되었다.

최종 분석한 결과는 Box-Jenkins 모형에 의해서 결정된 MA(1) 모형의 대안을 채택하는 것이 아주 이상적이라 하겠다.

결론적으로, Winters 모형은 정적이며 제품의 다양성에 대응하여 수요예측이 곤란한 단점을 가지고 있는 반면에, 제품의 시계열이 추세와 계절성을 탄다면 직접 기업에 적용하기에 간편하며 매우 유용한 기법인 것이다[1,2].

Box-Jenkins 모형은 사전 경험과 지식을 필요로 하며, 시간이 너무 많이 걸리며 실제 적용하기에는 다소 어려움이 있는 반면에, 동적인 예측모형으로 단기 예측모형에 가장 정확한 기법이며 제품의 다양성에 능동적으로 수요예측을 할 수 있다[2].

Kalman Filtering 기법은 예측능력이 뛰어나므로 매우 짧은 실시간(Real-Time)의 관측치의 예측하는 데에 매우 민감하며, 동적인 예측모형에 적용하기에 매우 유용한 기법이다.

추후의 연구과제로는  $\sigma$ 를 모르는 경우에 Adaptive Filtering을 적용하는 문제와 Kalman Filtering의 기법을 이용하여 생산공정의 이상요인을 민감하게 탐지하는 모형개발이 요구된다.

#### 참고문헌

- [1] 강영식, 함효준, (1990.11), "공장 자동화를 위한 FMS의 구축모형에 관한 연구", '90 대한 산업 공학회 논문집, pp. 195-214.
- [2] 강영식, 함효준, (1991), "공장 자동화를 위한 FMS의 경제성 평가에 관한 연구", 품질관리학회지, Vol. 19, No. 1, pp. 141-150.
- [3] 정상운, 황계연, 김진용, 김진, (1994), "수요예측모형의 비교 분석에 관한 사례연구", 공업경영학회지, Vol. 17, No. 31, pp. 1-10.
- [4] Box, G.E.P. and Jenkins, (1976), G.M., "Time Series Analysis forecasting and control", SanFrancisco: Holden-Day.
- [5] Hunter, J.S., (1986), "The Exponentially Weighted Moving Average", *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, pp. 203-209.
- [6] Kalman, R.E., (1960) "A New Approach to linear Filtering and Prediction Problems", *Journal of Basic Engineering*, pp. 35-45.
- [7] Kitaek Kwon, Hisao Ishibuchi, and Hideo Tanaka, (1994. 12), "Forecasting Using Interval Neural Networks Application to Demand Forecasting", 대한산업공학회지, Vol. 20, No. 4, pp. 135-149.
- [8] Mandel, M.J., (1969), "The Regression Control Chart", *Journal of Quality Technology*, Vol. 1, pp. 1-9.
- [9] Morrison, G.W. and Pike, D.H., (1986), "Kalman Filtering Applied to Statistical Forecasting", *Management Science*, Vol. 23, No. 7, pp. 1-7.
- [10] Norma, F.H. and Chang, S.I., (1990), "Adaptive Exponentially Weighted Moving Average Schemes Using a Kalman Filter", *IEEE Transactions*, Vol. 22, No. 4, pp. 361-369.

- [11] Notohardiono, B.D. and Ermer, D.S., (1986), "Time Series Control Charts for Correlated and Contaminated Data", *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 108, pp. 219-226.
- [12] Stephen, V.C., (1986) "*Kalman Filtering and statistical process control*", Iowa State University, pp. 123-127.
- [13] William, C.L., (1984), "Adaptive Filtering" *Technometrics*, Vol. 26, No. 4, pp. 399-409.
- [14] Winters, P.R., (April, 1960), "Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Average", *Management Sciences*, pp. 324-342.
- [15] Ziegler, J.G., Nichols, N.B. and Rochester, N.Y., (1942), "Optimum Settings for Automatic controllers", *Tranction of the A.S.M.E.*, pp. 759-768.