중심경향 및 퍼짐경향의 탐지*

Detection of Central and Dispersion Tendencies

장 경**
Chang, Kyung
양 문희**
Yang, Moonhee

Abstract

We investigate both of central and dispersion tendencies of the observed test statistics in control charts in order to judge whether a production process is abnormal or not. In order to do it, first, we study about detection of changes of the population mean as a central tendency. The $\bar{x}$ and x control charts are used for detecting the change of the population mean μ. We shows the probability detecting the change of population mean using the $\bar{x}$ and x control charts. Secondly, we study about detection of changes of the population standard deviation as a dispersion tendency in the s control chart. In our studies, for the given several parameters the detection probabilities of changes of central and dispersion tendencies are calculated, the necessary sample size values n are suggested for detecting the changes, and their informations are given as various tables.

1. 서론

관리도가 공정의 이상을 탐지하기 위해 사용 많이 사용되어 온 이래, 최근은 ppm 단위를 비롯한 낮은 불량률의 관리에 대한 논의(Bourke, 1991; Quesenberry, 1995 등)가 많이 이뤄지고 있고, 한편, 계량형 관리도에 관해서도 여러 가지로 보다 깊은 연구를 하고 있는데 특히 표본 평균 관리도에 관해서는 Amin과 Miller(1993), Prabhu, Mongomery와 Runger(1994), Costa(1994) 등의 연구가 있으며, 이들은 표본 크기나 표본 간격에 변화를 준 관리도나 적응적 관리도를 고려하고 있다. 이처럼 모수의 변화에 대한 관리도의 민감도에 대한 관심이 매우 중요하다고 할 수 있는데, 이 논문도 그러한 부류의 연구로서 표본 평균 관리도, x관리도 및 범위 관리도에서 중심경향의 변화와 분산경향의 변화의 탐지에 관하여 표본수 n을 비롯한 여러 모수가 주어질 때, 탐지확률에 대하여 계산하고, 또 역으로 가지고 싶은 탐지확률값과 여러 모수가 주어질 때 필요한 표본수 n을 계산한다. 이것에 관한 연구의 한 요약은 Montgomery(1996, pp. 206-208)라고 볼 수 있는데, 여기서는 표본수 n=1에서 n=20까지에 대해 관계모수의 변화에 따른 탐지 확률을 표본평균과 범위에 대해 보여주고 있다. 범위에 대한 그림은 1951년에 만들어진 것이고, 표본평균에 대한 그림은 Montgomery가 구색을 맞추려고 1951년에 나온 그림과 대응하여 만들어 그의 저서에 삽입한 것으로 보인다. 이러한 관점에서 볼 때, 이들 그림은 1950년내지 1960년대적(年代的) 그림이라고 생각할 수 있다. 즉 고감도

* 이 연구는 단국대학교 대학연구비의 지원으로 연구되었음
** 단국대학교 산업공학과

센서를 통한 고속, 대량의 양/불량품의 탐지가 가능해진 오늘의 시점에서 표본수 n=1에서 n=20까지의 소표본변화탐지 그림은 너무나 제한적이기 때문이다. 또한 그 기존 그림은 원하는 대표본수 n이 어느 정도 되는지 참조가 불가능하며, 그러한 그림으로써는 오늘날 강조되고 있는 ppm 단위의 품질수준의 구축을 지향하기가 곤란하다. 그래서 이 논문은 이 문제를 새삼 다루고자 하는 것이다. 다루는 대상 관리도는 표본평균($\bar{x}$)관리도, 개개의 특성치(x)관리도, 및 표준편차(S)관리도를 사용할 것인데 그 방법을 간단히 소개한 후(Montgomery, p.206, p.212-221 등 참조), 앞서 말한 표본수 n을 비롯한 여러 모수가 주어질 때, 탐지확률에 대하여 계산하고, 또 역으로 가지고 싶은 탐지확률값과 여러 모수가 주어질 때 필요한 표본수 n을 계산함으로써 종합적 고찰을 하고자 한다. 이 논문의 목적은 방법적 이론을 다루고자 하는 것이 아니고, 고속, 대량의 양/불량품의 탐지가 가능해지고 ppm단위의 품질을 요구하는 오늘의 시점에서 중심경향 및 분산 경향의 탐지에 관심있는 관리도 사용자에게 필요한 정보를 표로써 제공하고자 하는 것이 목적이며, 아울러 이 논문의 결과는 그 사용자들에게 사용가능한 관리도의 민감도 분석 소프트웨어 제작의 전단계에 해당한다.

2. 중심경향의 탐지

2.1 서(序)

이 논문에서 중심경향의 탐지를 위해 $\bar{x}$ 및 x관리도를 사용한다. $\bar{x}$ 및 x관리도는 모평균의 변화 탐지를 위해 사용되며 여기서 사용하는 검정통계량은 각각 $\bar{x}$ 및 x이다. $\bar{x}$는 $\bar{x}$관리도에서 각 부분군의 여러 관측치들의 표본 평균이고 x는 각 관측치이며, 각 관측치는 평균이 μ, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 가정한다. $\bar{x}$관리도의 상한(UCL), 하한(LCL) 및 중심선(CL)은

UCL = $\mu + 3\ \sigma / n^{1/2}$

LCL = $\mu - 3\ \sigma / n^{1/2}$

CL = μ

로 주어지고, x관리도의 상한(UCL), 하한(LCL) 및 중심선(CL)은

UCL = $\mu + 3\ \sigma$

LCL = $\mu - 3\ \sigma$

CL = μ

이다. $\bar{x}$ 및 x관리도에서 모평균이 변화하는 경우에 그 변화를 탐지하는 확률에 관해서 이제까지 단편적으로 언급되어 있으나(Montgomery, 1996, pp.207), 실용적으로 현재 공정에서 당면하고 있는 모평균의 변화 및 표본 크기에 있어서 다양하게 종합적으로 연구, 정리되어 있지 않다(소표본에 대해서만 기술되어 있다). 그래서 이 논문은 모평균의 변화 및 표본 크기가 다양하게 주어질 때 $\bar{x}$ 및 x관리도가 모평균의 변화를 얼마나 탐지하는지를 계산하고, 아울러 $\bar{x}$관리도의 경우 얼마만한 탐지확률을 가지기 위해서는 부분군의 크기가 얼마나 되야하는지를 알게해 주는 도표를 정리하여 실용적이고도 종합적인 정보를 제공하고자 한다.

2.2 모평균 변화의 탐지

관측된 검정통계량이 통제한계선 밖으로 나가거나 어떤 경향을 보인다는 사실에 의해 이상상태가 판정되는 것이지만, 어떤 경향을 보이는 것으로 이상상태를 탐지하는 확률을 일일이 망

라해 계산하기는 어려우므로 그 경우는 제외하고, 통제한계선 밖으로 나가는 경우로써만 이상 상태를 탐지하는 경우에 한해서 연구한다는 사실을 전제하며, 또한 표본 여러 개로 탐지하는 것은 고려해야하는 경우가 다기(多岐)해지므로 한 개의 표본으로 탐지하는 것을 아울러 전제한다. 본(本) 전제는 보여주는 정보를 간결하게 하기 위해서도 필요한 것이다. 이러한 전제는 다음 항 3. 퍼짐경향의 탐지에서도 마찬가지이다.

먼저 표본 크기에 무관하게 모평균 변화의 탐지 확률을 구하기 위해서 모평균이 $\bar{x}$관리도에서는 μ에서 $\mu + k\sigma / n^{1/2}$로 변하고(즉 $\bar{x}$의 표준편차의 k배만큼 변하고) x관리도에서는 μ에서 $\mu + k\sigma$로 변한다(즉 x의 표준편차의 k배만큼 변한다)고 각각 가정하고, $\bar{x}$ 및 x관리도에서 검정통계량이 각각 $\bar{x}$에서 $\bar{x}^*$로 x에서 x^*로 변한다고 하자.

그러면 μ에서 $\mu + k\sigma / n^{1/2}$로 변할 때 그것을 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률은

(1) $\Pr\{\bar{x}^* > UCL = \mu + 3\sigma / n^{1/2}\} + \Pr\{\bar{x}^* < LCL = \mu - 3\sigma / n^{1/2}\}$

$= \Pr\{z > 3 - k\} + \Pr\{z < -(3 + k)\}$

이며 이 식은 표본수n에 의존하지 않는다. 여기서 z는 평균이 0 표준편차가 1인 표준정규분포를 따르는 확률변수이다; 한편 μ에서 $\mu + k\sigma$로 변할 때 그것을 x관리도가 탐지할 확률은

(2) $\Pr\{x^* > UCL = \mu + 3\sigma\} + \Pr\{x^* < LCL = \mu - 3\sigma\}$

$= \Pr\{z > 3 - k\} + \Pr\{z < -(3 + k)\}$

이며, 식 (1), (2)는 같은 모양이며 그래서 결과도 같다. 여기서는 모평균이 양의 방향으로 변화한 것을 다루었으나, 같은 양만큼 음의 방향으로 모평균이 변하더라도 탐지할 확률은 역시 (1), (2)와 다름이 없다. 이는 다루는 분포가 대칭인 정규분포이기 때문이다. (1), (2)식을 토대로 k가 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3으로 변할 때, 탐지확률을 구하면 표1과 같고, k를 증가시키면서 탐지 확률이 0.01, 0.05. 0.1. 0.5, 0.9, 0.95, 0.99에 가까운 값이 나타나는 경우를 보여주는 것이 표2이다. 예를 들어 표1에서 $\bar{x}$관리도에서 모평균이 μ에서 $\mu + 2\sigma / n^{1/2}$로 변할 때 그것을 탐

표1. μ에서 $\mu + k\sigma$ 로 변할 때 x관리도가 탐지할 확률
(또는 μ에서 $\mu + k\sigma / n^{1/2}$ 로 변할 때 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률)

k	탐지 확률
0.5	.00644
1.0	.02278
1.5	.06681
2.0	.15865
2.5	.30853
3.0	.50000

표2. μ에서 $\mu + k\sigma$ 로 변할 때 x관리도가 탐지할 확률이
(또는 μ에서 $\mu + k\sigma / n^{1/2}$ 로 변할 때 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률)
대략 0.01, 0.05. 0.1. 0.5, 0.9, 0.95, 0.99일 때 k값

k	탐지 확률
0.670	.01002
1.356	.05009
1.719	.10009
3.000	.50000
4.282	.90007
4.645	.95001
5.327	.99001

지할 확률은 0.15865이며, x관리도에서 모평균이 μ에서 $\mu + 1.5\sigma$로 변할 때 그것을 탐지할 확률은 0.06681이다. 또 표2에서 예를 들면 탐지 확률이 0.10009가 되는 k는 1.719이다. (1), (2)식을 이용하면 여러 다른 k 값에 따른 $\bar{x}$ 및 x관리도의 모평균 변화 탐지확률을 구할 수 있다.

x관리도는 그 공식으로부터 n에 의존하지 않으므로 더 이상 논의할 필요가 없고, $\bar{x}$관리도는 그 공식에서 n에 의존하므로 탐지확률과 n과의 상호 의존성이 있어 얼마만한 탐지확률을 가지기 위해서는 부분군의 크기가 얼마나 되야하는지 또는 k 값과 부분군의 크기가 얼마이면 탐지확률이 얼마나 되는지 정보를 찾아낼 수 있다. 즉 모평균이 μ에서 $\mu + k\sigma$ 로 변할 때 그것을 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률은

(3) $\Pr\{\bar{x}^* > UCL = \mu + 3\sigma / n^{1/2}\} + \Pr\{\bar{x}^* < LCL = \mu - 3\sigma / n^{1/2}\}$

$= \Pr\{z > 3 - k\, n^{1/2}\} + \Pr\{z < -(3 + k\, n^{1/2})\}$

이며 이 식은 표본수n에 의존하고 있다. 같은 양만큼 음의 방향으로 모평균이 변하더라도(즉 모평균이 μ에서 $\mu - k\sigma$ 로 변하더라도) 탐지할 확률은 역시 (3)과 다름이 없다. (3)식을 토대로 k가 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3으로 변할 때, 표본수를 5의 배수 또는 10의 배수로 증가시키면서 탐지확률이 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 0.9, 0.95, 0.99에 가깝게 나타나는 경우를 찾아 정리하면 표3에서 표6으로 나타난다.

표3. μ에서 $\mu + k\sigma$ 로 변할 때 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률과
그 때 필요한 n (k=0.5에서 3.0)

k	n	탐지확률
0.5	5	.02993
	10	.07797
	15	.14377
	40	.56445
	75	.90826
	90	.95936
	115	.99090
1.0	10	.56445
	20	.92950
	25	.97724
	30	.99337
1.5	5	.63836
	10	.95936
	15	.99751
2.0	5	.92950
	10	.99955
2.5	5	.99520
3.0	5	.99989

표3에서 6까지에서 탐지하는 확률을 보자. 우선 첫째로 같은 k에 대해 n이 커짐에 따라 탐지 확률이 커짐을 볼 수 있다. 둘째로 k가 작아짐에 따라 요구되는 표본의 크기도 전반적으로 커지고 있다. 즉 k=0.5 에서 3.0일 때 요구되는 표본수는 5에서 115, k=0.1 에서 0.4일 때 요구되는 표본수는 5에서 2840, k=0.05 에서 0.09일 때 요구되는 표본수는 60에서 11350, k=0.01 에서 0.04일 때 요구되는 표본수는 280에서 283700으로 k가 작아짐에 따라 급격하게 증가하고 있어 매우 작은 변화의 탐지에 얼마 만큼 큰 표본 크기가 요청되는지 알 수 있다.

이상을 요약하면, $\bar{x}$ 및 x관리도의 실제 사용자는 표1, 2로부터 검정통계량의 표준편차($\bar{x}$관리도 경우는 $\sigma / n^{1/2}$, x관리도의 경우는 σ)의 배수 k로 나타나는 모평균 변화의 탐지 확률을 알 수 있고, 표3, 4, 5, 6으로부터는 각 관측치의 표준편차(σ)의 배수 k, 부분군의 표본 크기 n과 모평균 변화의 탐지 확률과의 관계를 알 수 있게 되어, 자기의 현 공정 상황에서의 탐지확률, 얼마의 탐지 확률을 확보하기 위해 필요한 표본 크기 등을 종합적으로 파악할 수 있게

표4. μ에서 $\mu + k\sigma$로 변할 때 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률과
그 때 필요한 n(k=0.1에서 0.4)

k	n	탐지확률
0.1	45	.01004
	185	.05052
	300	.10240
	900	.50000
	1835	.90037
	2160	.95028
	2840	.99007
0.2	15	.01310
	50	.05639
	75	.10240
	225	.50000
	460	.90139
	540	.95028
	710	.99007
0.3	5	.01004
	25	.06681
	35	.11025
	100	.50000
	205	.90239
	240	.95028
	320	.99102
0.4	5	.01766
	15	.07341
	20	.11292
	60	.53918
	115	.90139
	135	.95028
	180	.99100

표5. μ에서 $\mu + k\sigma$로 변할 때 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률과
그 때 필요한 n (k=0.05에서 0.09)

k	n	탐지확률
0.05	180	.01004
	740	.05052
	1190	.10112
	3600	.50000
	7340	.90037
	8630	.95000
	11350	.99001
0.06	130	.01039
	520	.05136
	830	.10179
	2500	.50000
	5100	.90057
	6000	.95028
	7890	.99008
0.07	100	.01083
	380	.05098
	610	.10184
	1840	.50106
	3750	.90088
	4410	.95037
	5790	.99000
0.08	70	.01000
	290	.05075
	470	.10282
	1410	.50159
	2870	.90074
	3380	.95063
	4440	.99011
0.09	60	.01075
	230	.05102
	370	.10225
	1120	.50477
	2270	.90112
	2670	.95057
	3510	.99015

표6. μ에서 $\mu + k\sigma$ 로 변할 때 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률과 그 때 필요한 n (k=0.01에서 0.04)

k	n	탐지확률
0.01	4480	.01000
	18370	.05002
	29540	.10004
	90000	.50000
	183320	.90000
	215750	.95000
	283700	.99000
0.02	1120	.01000
	4600	.05014
	7390	.10015
	22500	.50000
	45830	.90000
	53940	.95001
	70930	.99000
0.03	500	.01004
	2050	.05033
	3290	.10040
	10000	.50000
	20370	.90002
	23980	.95008
	31530	.99001
0.04	280	.01000
	1150	.05014
	1850	.10035
	5630	.50053
	11460	.90008
	13490	.95010
	17740	.99003

되어 효과적인 통계적 공정 관리를 하는데 도움을 받을 수 있다.

3. 퍼짐경향의 탐지

3.1 서(序)

공정이 정상상태인지 이상상태인지 보기 위해서는 대상이 되는 데이터의 검정통계량에 대한 중심경향과 퍼짐의 경향을 조사해야 한다. 중심경향에서 변화의 탐지에 대해서는 앞에서 언급했고, 퍼짐경향의 변화에 대해서는 R관리도에 대해 그림으로 자료가 나와 있으나 (Montgomery, 1996, p.208), 보다 구체적이지는 못하다(소표본에 대해서만 기술되어 있다). 이 논문은 퍼짐 경향의 탐지를 위해 S관리도를 이용하는데, 그것은 계산과 절차의 이해가 R관리도보다 간명하기 때문이다. n개의 관측치와 그 표본 평균을 X_1, X_2, ⋯ , X_n 및 $\overline{X}$로 각각 두면, 그 불편분산 S^2은 $S^2 = \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2/(n-1)$ 이고 $S = (S^2)^{1/2}$는 표준편차이다. S관리도는 그 표준편차를 이용하여 데이터의 퍼진 정도를 관리하기 위하여 사용되는 관리도이다. 상한, 중심선, 하한은 각각

$UCL = B_6 \sigma$

$CL = c_4 \sigma$

$LCL = B_5 \sigma$

이고, 여기서 각 계수는

$B_5 = c_4 - 3(1 - c_4^2)^{1/2}$

$B_6 = c_4 + 3(1 - c_4^2)^{1/2}$

$c_4 = \{2/(n-1)\}^{1/2}\, \Gamma(n/2)/\Gamma((n-1)/2)$

이며 Γ는

$$\Gamma(a)=\int_0^{\infty} y^{a-1}\ e^{-y}\ dy$$

이다. 이 한계 내에 S가 들어오는 신뢰수준은 n의 변화에 따라 0.99084 에서 0.9973으로 일정하다(표7). 정규분포에서 검정통계량의 3배의 표준편차에 근거한 신뢰수준에 비교할 때, n이 19이상이면 0.9973에서 거의 오차가 없다(오차수준 $<$ 0.001). 그러므로 관리한계선의 계수 B_5와 B_6은 정확한 편이다. 관리한계 내에 S가 들어오는 신뢰수준을 계산할 때는 모표준편차가 변하지 않는 것을 전제로 하는 것이다. 이 논문에서는 모표준편차가 변할 때 그 변화를 S관리도로 탐지하는 확률에 관심이 있다. 즉 S관리도에서 모표준편차 σ가 σ^*로 변할 때 그 변화의 탐지에 관해 연구한다. 이로써 어떤 모표준편차의 변화를 몇%로 탐지하기 위해 얼마나 표본크기가 필요한지, 또 어떤 표본크기에서 모표준편차의 변화가 얼마일 때 그 탐지확률이 얼마인지 등의 정보를 얻을 수 있게 된다.

표7. n 값에 따른 신뢰수준

n	신뢰수준
2	.99084
5	.99610
10	.99700
15	.99715
20	.99720
25	.99723
30	.99724
35	.99725
40	.99726
50	.99727
100	.99728
150	.99729
200	.99729

3.2 모표준편차의 변화의 탐지

모표준편차 σ가 σ^*로 변할 때, 그 비율 σ^*/σ를 σ^*/σ=k로 두면 k는 표준편차의 변화 비율이다. X_i가 모표준편차가 σ인 정규분포를 따를 때 $(n-1)S^2/\sigma^2$이 자유도가 n-1인 카이제곱분포를 따른다는 사실을 이용하면 모표준편차 σ가 σ^*로 변할 때 그 변화의 탐지 확률은

$$1 - P\{ B_5\sigma < S < B_6\sigma \}$$
$$= 1 - P\{ (n-1)B_5^2 k^2 < \chi^2(n-1) < (n-1)B_6^2 k^2 \}$$

으로 그 구체적 확률계산이 가능하게 되며, 여기서 $\chi^2(n-1)$는 자유도 n-1의 카이제곱분포의 확률변수이다. n을 5, 10, … ; 100, 200, … 으로 변화시키며, 동시에 k= σ^*/σ을 0.1, 0.2, …, 2.0, 2.5, 3.0으로 변화시키며 탐지확률을 계산하고자 한다. 여기서 n과 k는 참조의 편리를 위하고 내용의 압축을 위해 임의적으로 선정된 것이다.

3.3 모표준편차의 변화의 탐지결과

k= σ^*/σ의 각 값에 대해 그 변화의 탐지확률 p(p=0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 0.9, 0.95, 0.99)를 얻기 위해 필요한 표본크기n이 표8에 있다. k=1인 경우는 모표준편차가 변하지 않는 때이므로 표에 없다. 우선 변화의 크기에 대해 볼 때, k=1주위 즉 k=0.7내지 k=1.4에서 탐지에 필요한 표본크기가 k=1에서 먼 부분, 예를 들어 k=0.1에서 탐지에 필요한 표본크기에 비해 훨씬 크다.

즉 작은 변화의 탐지에 더 큰 n이 필요하다는 의미이며 우리는 구체적 n값의 수준을 표로써 알 수 있다. 표에서 화살표는 그 시작점 방향의 수치로 탐지가 충분하다는 뜻이다. 다음에 변화의 방향을 볼 때, 모표준편차가 커지는 것을 탐지하기 위해 필요한 표본크기는 모표준편차가 작아지는 것을 탐지하기 위해 필요한 표본크기에 비해 1.3내지 2배에서 8배이상이 된다. 예를 들어 k=0.9의 변화를 p=0.99로 탐지하기 위해 필요한 n은 n=1260인데, k=1.1의 변화를 p=0.99로 탐지하기 위해 필요한 n은 n=1595로 후자가 1595/1260=1.26배만큼 더 크다.

각 표본크기 n에서 변화정도 $k=\sigma^*/\sigma$ (k=0.1, 0.2, ⋯, 2.0, 2.5, 3.0)에 대한 탐지확률이 표9, 10, 11, 12에 있다. 그 표들에서 *가 붙은 곳은 각열에서 최소확률의 경우이다. n=5내지 n=25에서 최소값이 k=1(모표준편차 불변의 때)보다 클 때에 나타나므로, 오히려 k=1.1내지 1.4(모표준편차 변화의 때)에서 k=1에서보다 탐지가 더 잘 안되고 있음을 보여주므로(그 부근의 확률값들이 아주 낮아 근사적으로는 모두 0에 가깝지만), 그런 경우 더 큰 n의 선택과 같은 사려성이 필요할 것이다. 나머지 n=30이상에서는 k=1에서 최소확률이 얻어지는데 이는 당연하다. 왜냐하면 k=1은 $\sigma^*/\sigma=1$로 모표준편차의 무변화를 의미하기 때문으로 무변화 때 탐지확률은 당연히 제일 작아야 한다. 표9, 10, 11를 보면 주어진 n에서 모표준편차변화에 따른 탐지확률을 찾아볼 수 있다. 예를 들면 n=5때 $k=\sigma^*/\sigma=0.7$의 탐지확률은 0.1092이고 n=20때 $k=\sigma^*/\sigma=0.8$의 탐지확률은 0.12239이다. 이들 표가 s관리도 사용자에게 유용한 참조표가 될 수 있을 것이다.

표8. 비율k만큼을 탐지확률p로 탐지하기 위한 표본크기n

		탐지확률p						
		0.01	0.05	0.1	0.5	0.9	0.95	0.99
k	0.1	←	←	←	←	←	←	5
	0.2	←	←	←	←	←	5	10
	0.3	←	←	←	5	←	10	15
	0.4	←	←	←	5	←	15	20
	0.5	←	←	5	10	←	20	30
	0.6	←	←	5	15	35	40	55
	0.7	←	←	5	30	65	80	110
	0.8	5	10	20	75	175	205	280
	0.9	5	55	105	370	795	945	1260
	1.1	60	145	210	545	1055	1230	1595
	1.2	30	55	70	165	300	350	445
	1.3	20	35	40	90	155	175	220
	1.4	15	25	30	60	100	110	140
	1.5	15	20	25	45	70	80	100
	1.6	15	←	20	35	55	60	75
	1.7	←	15	20	30	45	50	60
	1.8	10	←	15	25	40	45	50
	1.9	10	←	15	25	←	35	45
	2.0	10	←	15	20	30	35	40
	2.5	←	←	10	15	←	20	25
	3.0	←	←	10	←	15	←	20

표9. 각표본크기n(n=5, …, 50)에서 변화률k에 따른 탐지확률p

k	n									
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
0.1	.99717	.99999	1.	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0.2	.96116	.99943	.99999	1.	1.	↑	↑	↑	↑	↑
0.3	.84626	.98671	.99906	.99994	.99999	1.	1.0	1.0	↑	↑
0.4	.65042	.91055	.98049	.99617	.99930	.99988	.99998	.99999	1.	1.
0.5	.42586	.71259	.87065	.94600	.97870	.99197	.99708	.99897	.99964	.99988
0.6	.23516	.43458	.60508	.73605	.82974	.89336	.93485	.96103	.97713	.98679
0.7	.10920	.19746	.29224	.38701	.47744	.56074	.63536	.70071	.75683	.80426
0.8	.04265	.06582	.09277	.12239	.15416	.18764	.22240	.25805	.29422	.33058
0.9	.01403	.01610	.01914	.02245	.02598	.02970	.03360	.03767	.04193	.04635
1.0	.00389	.00299	.00284	.00279	.00276	.00275*	.00274*	.00273*	.00273*	.00272*
1.1	.00091	.00064	.00114*	.00184*	.00266*	.00358	.00460	.00572	.00694	.00825
1.2	.00018	.00057*	.00245	.00546	.00961	.01494	.02152	.02936	.03851	.04896
1.3	.00003	.00102	.00576	.01482	.02876	.04794	.07245	.10209	.13646	.17500
1.4	.0*	.00184	.01226	.03462	.07065	.12026	.18180	.25246	.32888	.40761
1.5	↓	.00317	.02387	.07091	.14584	.24347	.35448	.46860	.57705	.67376
1.6	↓	.00521	.04285	.12914	.25845	.40983	.55952	.69007	.79326	.86857
1.7	↓	.00823	.07157	.21189	.40096	.59068	.74602	.85529	.92350	.96214
1.8	↓	.01251	.11200	.31689	.55504	.75104	.87795	.94658	.97879	.99226
1.9	↓	.01842	.16524	.43672	.69866	.86831	.95145	.98448	.99560	.99887
2.0	↓	.02632	.23111	.56047	.81495	.93967	.98405	.99645	.99931	.99988
2.5	↓	.10820	.65392	.94961	.99651	.99986	.99999	1.	1.	1.
3.0	↓	.27700	.92720	.99884	.99999	1.	1.0	↓	↓	↓

표10. 각표본크기n(n=60, …, 200)에서 변화률k에 따른 탐지확률p

k	n						
	60	70	80	90	100	150	200
0.1	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0.3	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0.4	1.	1.	↑	↑	↑	↑	↑
0.5	.99998	.99999	1.	1.	1.	↑	↑
0.6	.99578	.99871	.99962	.99989	.99997	1.	1.
0.7	.87628	.92402	.95449	.97332	.98466	.99922	.99997
0.8	.40272	.47251	.53851	.59972	.65558	.85322	.94526
0.9	.05569	.06567	.07626	.08742	.09913	.16469	.23878
1.0	.00272*	.00271*	.00271*	.00271*	.00271*	.00270*	.00270*
1.1	.01118	.01451	.01824	.02239	.02694	.05591	.09473
1.2	.07370	.10333	.13740	.17533	.21644	.44402	.65337
1.3	.26169	.35592	.45157	.54350	.62798	.89766	.98004
1.4	.56001	.69174	.79497	.86980	.92065	.99589	.99988
1.5	.82164	.91164	.95976	.98295	.99321	.99996	1.
1.6	.95314	.98550	.99601	.99900	.99977	1.	↓
1.7	.99216	.99865	.99980	.99997	.99999	↓	↓
1.8	.99916	.99992	.99999	1.	1.	↓	↓
1.9	.99994	.99999	1.	↓	↓	↓	↓
2.0	.99999	1.	↓	↓	↓	↓	↓
2.5	1.	↓	↓	↓	↓	↓	↓
3.0	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓

표11. 각표본크기n(n=300, ⋯, 900)에서 변화률k에 따른 탐지확률p

k	n						
	300	400	500	600	700	800	900
0.1	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0.6	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0.7	1.	1.	1.	1.	↑	↑	↑
0.8	.99423	.99953	.99996	.99999	1.	1.	1.
0.9	.39669	.54702	.67510	.77589	.85049	.90314	.93884
1.0	.00270*	.00270*	.00270*	.00270*	.00270*	.00270*	.00270*
1.1	.19665	.31870	.44573	.56559	.67068	.75770	.82642
1.2	.90046	.97881	.99636	.99947	.99993	.99999	.99999
1.3	.99961	.99999	1.	1.	1.	1.	1.
1.4	1.	1.	↓	↓	↓	↓	↓
1.5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
3.0	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓

표12. 각표본크기n(n=1000, ⋯, 1600)에서 변화률k에 따른 탐지확률p

k	n						
	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600
0.1	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0.7	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0.8	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
0.9	.96225	.97716	.98644	.99207	.99544	.99741	.99855
1.0	.00270*	.00270*	.00270*	.00270*	.00270*	.00270*	.00270*
1.1	.87858	.91689	.94422	.96322	.97614	.98476	.99039
1.2	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
1.3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
3.0	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓

4. 결론

$\bar{x}$ 및 x관리도는 모평균 μ의 변화를 탐지하기 위해 사용되는 관리도이다. σ를 각 관측치 x의 표준편차라고 하고, n을 표본크기라고 할 때, 이 논문은 첫째 모평균이 다양하게 변화할 때 종합적으로 한 개의 표본으로써 그 변화를 탐지하는 확률을 계산하여 사용자에게 필요한 정보를 제공한다. 즉 다양한 상수 k에 대해, 모평균이 μ에서 $\mu + k\sigma$ 로 변할 때 x관리도가 탐지할 확률, μ에서 $\mu + k\sigma / n^{1/2}$ 로 변할 때 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률을 보여주고, 여러k 및 n에 대해 모평균이 μ에서 $\mu + k\sigma / n^{1/2}$ 로 변할 때 $\bar{x}$관리도가 탐지할 확률을 보여 준다.

둘째로 이 논문은 S관리도의 모표준편차의 변화의 탐지에 관해 연구하였는데 그것은 공정 데이터의 퍼짐 경향을 보기 위해서이다. 사용되는 변수는 부분군의 크기 n, 원래의 모표준편차 σ, 변화된 모표준편차 σ^*, 그 비율 $k=\sigma^*/\sigma$로 n, k의 다양한 조합조건에 따라 한 개의 표본을 사용했을 때의 탐지확률을 계산하여 표로 정리하였다. 이로써 어떤 모표준편차의 변화를 몇%로 탐지하기 위해 얼마나 표본크기가 필요한지, 또 어떤 표본크기에서 모표준편차의 변화가 얼마일 때 그 탐지확률이 얼마인지 등의 정보를 얻을 수 있게 되었다. 이러한 연구는 탐지과오 등 다른 요인을 포함하면 보다 광범한 연구가 될 수 있을 것이고, 또 다른 관리도에서도 시도될 수 있을 것이다.

참고문헌

1. Amin, R. W. and R. W. Miller, "A Robustness Study of $\overline{X}$ Charts with Variable Sampling Intervals," Journal of Quality Technology, Vol.25, No.1, pp.36-44, 1993.
2. Bourke, P. D. (1991), "Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-Length Control Charts with 100% Inspection," Journal of Quality Technology, Vol.23, No.3, pp.225-238.
3. Costa, A. F. B., "$\overline{X}$ Charts with Variable Sample Size," Journal of Quality Technology, Vol.26, No.3, pp.155-163, 1993.
4. Montgomery, D. C., Introduction to Statistical Quality Control, Third Edition, New York: Wiley & Sons, 1996.
5. Prabhu, S. S., D. C. Montgomery, and G. C. Runger, "A Combined Adaptive Sample Size and Sampling Interval $\overline{X}$ Control Scheme," Journal of Quality Technology, Vol.26, No.3, pp.164-176, 1994.
6. Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, Second Edition, Cambridge University Press, 1995.
7. Quesenberry, C. P. (1995), "Geometric Q Charts for High Quality Processes," Journal of Quality Technology, Vol.27, No.4, pp.304-315.