

u 관리도에서 단위당결점수 변화 탐지

-Detection of Changes of Mean Nonconformities per Unit in the u Control Chart-

장 경*
Chang, Kyung
양 문희*
Yang, Moonhee

Abstract

One objective of the u control chart is to detect changes of mean nonconformities per unit occurred owing to various causes. This paper shows the detection probability using the Poisson distribution for various parameters, that is, subsample size n, mean nonconformities per unit u_0 , and u_0 's change ratio k. We find that (1) as u_0 increases the smaller n is required for the same detection probability and the same change ratio; (2) as k gets away from 1 the smaller n is required; (3) the bigger n is required for the bigger detection probability. Several tables are given from our findings and are hoped to be used as guidelines for u chart users.

1. 서론

관리도를 사용하면 관심의 대상이 되는 공정 상의 모수의 변화를 탐지할 수 있고 이에 따라 이상상태로부터 공정의 정상화를 피할 수 있게 된다. 공정의 특성치의 중심경향에서 변화의 탐지에 대해서는 장 경(1997) 등에서 연구가 되어 있고, 퍼짐 경향에 대해서는 Montgomery(1996, p.208) 등에 나와 있다. 여기서는 단위당 평균결점수의 변화에 대해 고찰한다. 관리도의 탐지는 보통 검정통계량의 평균과 표준편차를 이용하여 정립한 관리한계선을 이용한다. 검정통계량이 관리한계선을 벗어나거나 어떤 경향을 보이면, 우리는 이상상태라고 판단한다. 어떤 경향을 보인다는 후자는 그 해당하는 다양한 경우를 망라하기 어려우므로 제외하고, 이 논문에서는 검정통계량이 관리한계선을 벗어나는 전자만을 대상으로 한다. 단위당 평균결점수를 u_0 로 둘 때 관리 상한선, 관리 하한선, 중심선으로 $UCL = u_0 + 3(u_0/n)^{1/2}$, $LCL = u_0 - 3(u_0/n)^{1/2}$, $CL = u_0$ 를 각각 가지는 u관리도(Montgomery, 1996)에서 모평균 평균결점수 u_0 가 u_0 에서 u_0^* 로 변화했을 때 그 변화를 다음의 확률로 탐지한다:

$$\Pr \{ \bar{u} < LCL \text{ or } \bar{u} > UCL \} \quad (1)$$

여기서 $\bar{u}=x/n$ 는 부분군 중에 들어 있는 단위당 결점수, n은 부분군의 단위수, x는 부분군 중에 들어 있는 결점수로 모수 nu_0 (변화시는 nu_0^*)를 가지는 포아손분포를 따르는 확률 변수이며 $LCL = u_0 - (u_0/n)^{1/2}$ 이 음이면 LCL은 0으로 둔다. 식 (1)은 포아손 분포를 이용하면,

* 단국대학교 산업공학과

$$(1) = \Pr \{ x < n \text{ LCL or } x > n \text{ UCL} \} \tag{2}$$

$$= \sum_{x=0}^{[n \text{ LCL}]} (nu_0^*)^x \exp(-nu_0^*) / x! + \sum_{x=[n \text{ UCL}+1]}^{\infty} (nu_0^*)^x \exp(-nu_0^*) / x! \tag{3}$$

(하한이 0인 경우는

$$(1) = \sum_{x=[n \text{ UCL}+1]}^{\infty} (nu_0^*)^x \exp(-nu_0^*) / x!$$

)로 계산이 되며 여기서 []는 괄호안의 값을 넘지 않는 정수이다.

이 논문에서는 다양한 n과 u₀에 대해, u₀ 변화를 u관리도가 얼마나 탐지하는지 포아송분포의 식인 (3)을 이용하여 탐지확률을 계산하여, 어느 정도의 변화를 얼마 만큼의 확률로 탐지하려면 n이 얼마나 커야하는지의 정보를 제공하고자 한다.

2. 단위당 결점수 변화의 탐지를 위해 사용되는 변수

여기서는 결점수 변화로서, 단위당결점수 u₀가 u₀에서 u₀*=k u₀로 변화하는 경우를 다룬다. 단위당 결점수 변화의 탐지를 위해 사용되는 변수로 n과 u₀의 변화율 k가 사용된다. n은 부분군의 크기로 n= 1/u₀, ..., 5/u₀가 추천되는데(박성현과 박영현, p.444) 여기서는 편의상 5의 배수로 증가시켜 나가고, k = u₀*/u₀는 단위당결점수의 변화율로 1/10에서 20/10까지 준다. k가 1보다 작으면 단위당결점수가 줄어드는 변화이고, 1보다 크면 늘어나는 변화이다. 단위당 평균 결점수가 u₀에서 u₀*로 변한다고 할 때, u₀*는 우연 요인 및 추적가능 요인에 의해 k배만큼 변화하여 나타난 값이다. 이들 n, k의 선정은 관리도의 탐지 능력을 알아보기 위해 임의적으로 선택된 것이며, 탐지 확률의 계산은 (3)식을 이용한다. 단위당결점수 u₀가 u₀에서 u₀*= k u₀로 변화한다(x로 볼 때, 부분군 중에 들어 있는 결점수 x는 x에서 x*로 변화한다)는 조건하에서 (3)은

$$(3) = 1 - \Pr \{ u_0 - 3 (u_0/n)^{1/2} \leq \bar{u} \leq u_0 + 3 (u_0/n)^{1/2} \} \\ = 1 - \Pr \{ L \leq x^* \leq U \}$$

(여기서 $\bar{u} = x^*/n$, L은 $nu_0 - 3 (nu_0)^{1/2}$ 보다 크거나 같은 정수이고 U는 $nu_0 + 3 (nu_0)^{1/2}$ 보다 작거나 같은 정수이며, $LCL = u_0 - 3(u_0/n)^{1/2}$ 이 음인 경우는

$$(1) = 1 - \Pr \{ 0 \leq x^* \leq U \}$$

)로 계산이 되며, n이 커짐에 따라 구간이 좁아져서 탐지확률이 커지게 된다.

3. 모평균결점수 변화의 탐지 계산의 결과

단위당결점수 변화의 탐지 계산의 결과는 표1에서 표6까지 주어지는데, 그들 표의 1열과 2열은 각각 변화비율, 변화된 단위당 결점수이고, 3열에서 9열은 탐지확률이 각각 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 0.9, 0.95, 0.99가 되는 부분군의 크기 n이다. 표에서 '우'라고 쓴 것은 그 우측의 n으로 요구되는 탐지가 가능하다는 뜻이다. 여기서 계산은 Press 등(1995)의 프로그램을 이용했다. 이들 표의 세 축에서 발견되는 사실은 다음과 같다: u₀가 커질수록 같은 탐지확률, 같은 변화비율에서 더 작은 n이 요구된다; 변화비율이 1에 가까운 비율에서 더 큰 n이 요구된다-즉 변화가 심할수록 더 작은 n이 요구된다; 더 큰 탐지확률이 요구될수록 더 큰 n이 요구된다. 여기서는 공간 절약을 위해 일부 표만이 주어졌다. 다른 경우들을 위해서는 여기 표들로부터 유추하거나 같은 방법으로 계산해야 한다. 이러한 표를 이용해서, 현장에서 단위당 결점수, 단위당

표1. 단위당 결점수 변화와 탐지확률에 따라 요구되는 부분군의 크기 ($u_0=0.1$ 때)

비율	u_0^*	0.01	0.05	0.1	0.5	0.9	0.95	0.99
0.1	0.01	우	우	90	110	145	160	195
0.2	0.02	우	우	90	130	210	225	265
0.3	0.03	우	90	110	180	280	320	390
0.4	0.04	90	110	130	240	400	455	580
0.5	0.05	90	145	180	350	605	690	885
0.6	0.06	110	195	250	555	990	1155	1465
0.7	0.07	160	295	400	980	1840	2130	2750
0.8	0.08	265	580	835	2195	4270	5015	6495
0.9	0.09	715	2050	3120	8885	17735	20800	27185
1.1	0.11	45	1510	2660	8970	18770	22205	29410
1.2	0.12	15	310	605	2240	4810	5720	7610
1.3	0.13	5	110	255	990	2185	2605	3480
1.4	0.14	5	45	110	555	1270	1510	2030
1.5	0.15	5	45	70	365	825	990	1340
1.6	0.16	5	25	45	255	580	705	955
1.7	0.17	5	20	45	195	440	530	715
1.8	0.18	우	5	35	145	350	415	570
1.9	0.19	우	5	25	110	280	335	455
2.0	0.20	우	5	20	95	225	280	375

표2. 단위당 결점수 변화와 탐지확률에 따라 요구되는 부분군의 크기 ($u_0=0.3$ 때)

비율	u_0^*	0.01	0.05	0.1	0.5	0.9	0.95	0.99
0.1	0.03	우	우	35	40	50	55	65
0.2	0.06	우	우	35	50	70	75	90
0.3	0.09	우	우	40	60	95	110	130
0.4	0.12	35	45	50	80	135	155	195
0.5	0.15	40	50	60	120	210	230	295
0.6	0.18	45	65	85	185	330	385	500
0.7	0.21	55	115	145	330	620	710	920
0.8	0.24	95	210	290	740	1435	1675	2180
0.9	0.27	250	695	1040	2965	5915	6940	9065
1.1	0.33	45	530	905	2990	6275	7405	9810
1.2	0.36	5	125	210	755	1610	1910	2540
1.3	0.39	5	45	85	330	740	880	1160
1.4	0.42	5	25	45	185	435	515	680
1.5	0.45	5	15	25	125	280	330	450
1.6	0.48	5	10	15	85	200	235	320
1.7	0.51	5	10	15	65	155	185	245
1.8	0.54	우	5	15	50	120	140	190
1.9	0.57	우	5	10	40	95	115	155
2.0	0.60	우	5	10	35	75	95	125

결점수 변화비율, 원하는 탐지확률이 주어지면 요구되는 부분군의 대략적 크기를 알 수 있어서 u관리도 이용자를 위한 참조표로 사용될 수 있을 것이다.

4. 결론

u관리도는 단위당 모평균결점수의 변동의 탐지를 위해 사용된다. 이 논문에서는 u관리도를 사용하는 경우, 부분군의 단위수 n , 단위당 결점수 u_0 , 단위당 평균결점수의 변화율 k , 이 삼자가 다양하게 주어질 때, 단위당 평균 결점수의 변화의 탐지 확률을 포아손분포를 이용하여 계산한다. 이로써 현장에서 u관리도를 사용할 때, 단위당 결점수, 단위당 결점수 변화비율, 원하는 탐지확률이 주어지면 요구되는 부분군의 대략적 크기 n 을 알 수 있다. 다른 관리도의 경우에도 이와 유사한 연구를 할 수 있겠다.

표3. 단위당 결점수 변화와 탐지확률에 따라 요구되는 부분군의 크기 ($u_0=0.5$ 때)

비율	u_0^*	0.01	0.05	0.1	0.5	0.9	0.95	0.99
0.1	0.05	우	우	20	25	30	35	40
0.2	0.10	우	우	20	30	우	45	60
0.3	0.15	20	우	25	40	60	65	80
0.4	0.20	20	우	30	50	80	95	120
0.5	0.25	25	30	40	70	130	145	180
0.6	0.30	30	45	50	115	200	240	295
0.7	0.35	40	65	80	200	370	430	550
0.8	0.40	50	130	175	450	865	1005	1310
0.9	0.45	150	430	635	1790	3550	4160	5460
1.1	0.55	10	320	550	1805	3765	4445	5890
1.2	0.60	5	65	135	455	975	1150	1530
1.3	0.65	5	30	55	205	445	530	705
1.4	0.70	5	10	30	120	260	305	410
1.5	0.75	5	우	15	75	165	205	270
1.6	0.80	우	5	10	55	120	145	195
1.7	0.85	우	5	10	40	95	110	150
1.8	0.90	우	5	10	30	70	90	115
1.9	0.95	우	우	5	25	60	70	95
2.0	1.00	우	우	5	20	45	60	75

표4. 단위당 결점수 변화와 탐지확률에 따라 요구되는 부분군의 크기 ($u_0=1$ 때)

비율	u_0^*	0.01	0.05	0.1	0.5	0.9	0.95	0.99
0.1	0.1	우	우	10	우	15	우	20
0.2	0.2	우	우	10	15	우	25	30
0.3	0.3	10	우	15	20	30	35	40
0.4	0.4	10	우	15	25	40	50	60
0.5	0.5	우	15	20	35	65	75	90
0.6	0.6	15	우	25	60	100	120	150
0.7	0.7	20	35	40	100	185	215	275
0.8	0.8	25	65	90	225	435	505	655
0.9	0.9	75	205	320	895	1780	2080	2725
1.1	1.1	5	160	275	910	1890	2230	2945
1.2	1.2	5	35	70	230	490	575	765
1.3	1.3	5	15	30	105	225	265	355
1.4	1.4	우	5	15	60	130	155	205
1.5	1.5	우	5	10	40	85	105	135
1.6	1.6	우	우	5	30	60	75	100
1.7	1.7	우	우	5	20	50	55	75
1.8	1.8	우	우	5	15	35	45	60
1.9	1.9	우	우	5	15	30	35	50
2.0	2.0	우	우	5	10	25	30	40

표5. 단위당 결점수 변화와 탐지확률에 따라 요구되는 부분군의 크기 ($u_0=5$ 때)

비율	u_0^*	0.01	0.05	0.1	0.5	0.9	0.95	0.99
0.1	0.5	우	우	우	우	우	우	5
0.2	1.0	우	우	우	우	우	5	10
0.3	1.5	우	우	우	5	우	우	10
0.4	2.0	우	우	우	5	우	10	15
0.5	2.5	우	우	5	10	우	15	20
0.6	3.0	우	우	5	15	20	25	30
0.7	3.5	5	우	10	20	40	45	55
0.8	4.0	5	15	20	45	90	105	135
0.9	4.5	15	45	70	180	360	420	545
1.1	5.5	10	35	55	185	380	450	590
1.2	6.0	5	10	15	50	100	115	155
1.3	6.5	우	5	10	25	45	55	75
1.4	7.0	우	우	5	15	30	35	45
1.5	7.5	우	우	5	10	20	25	30
1.6	8.0	우	우	5	10	우	15	20
1.7	8.5	우	우	우	5	10	우	15
1.8	9.0	우	우	우	5	우	10	15
1.9	9.5	우	우	우	5	우	우	10
2.0	10.0	우	우	우	우	5	우	10

표6. 단위당 결점수 변화와 탐지확률에 따라 요구되는 부분군의 크기 ($u_0=10$ 때)

비율	u_0^*	0.01	0.05	0.1	0.5	0.9	0.95	0.99
0.1	1	우	우	우	우	우	우	5
0.2	2	우	우	우	우	우	우	5
0.3	3	우	우	우	우	우	우	5
0.4	4	우	우	우	우	우	5	10
0.5	5	우	우	우	5	우	우	10
0.6	6	우	우	5	우	10	우	15
0.7	7	우	우	5	10	20	25	30
0.8	8	5	우	10	25	45	55	70
0.9	9	10	25	35	90	180	210	275
1.1	11	5	20	30	95	190	225	295
1.2	12	우	5	10	25	50	60	80
1.3	13	우	우	5	15	25	30	40
1.4	14	우	우	5	10	15	20	25
1.5	15	우	우	우	5	10	우	15
1.6	16	우	우	우	5	우	우	10
1.7	17	우	우	우	우	5	우	10
1.8	18	우	우	우	우	우	5	10
1.9	19	우	우	우	우	우	우	5
2.0	20	우	우	우	우	우	우	5

참고문헌

1. Montgomery, D. C., Introduction to Statistical Quality Control, Second Edition, New York, Wiley & Sons, 1996.
2. Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, Second Edition, Cambridge University Press, 1995.
3. 박성현과 박영현, 통계적 품질관리, 민영사, 1995.
4. 장 경, "이항분포 및 정규분포를 이용한 p관리도의 검정력의 검토," 품질경영학회 춘계학술대회, 1997, pp.284-290.