

수리용량의 제한이 있는 수리가능한 부품의 3단계 재고시스템에 관한 연구

-A Three-Echelon Inventory Model for Repairable Items with Capacity Constraint-

김지승*
Kim, Ji-Seung

Abstract

We consider a multiechelon repairable-item inventory system where several bases are supported by a central depot and the external repair facilities. Unlike METRIC-based models, there are only a finite number of repair channels at each base, central depot and the external repair facilities. It is desired to find repair capacities and spares level which together guarantee a specified service level at minimum cost. Closed queueing network theory is used to model the stochastic process. The purpose of this paper is to derive the steady-state distributions of this system.

1. 서 론

고전적 재고 이론의 대부분은 소비성 제품을 대상으로 한다. 즉, 수요를 만족시킨 후 영원히 그 시스템에서 떠나는 제품에 관한 것이다. 그러나, 수리 부속을 포함하고 있는 고가품 등의 경우 고장 발생시 일정 기간의 수리 기간을 거친 후 다시 시스템으로 복귀하여 수요를 충족시키며 이러한 과정은 반복된다. 이러한 예로 비행기, 선박, 통신 네트워크 상의 부품 등을 들 수 있다. 특히 공군, 해군 등에서의 수리 가능한 부품에 대한 투자는 전 투자의 50%를 상회하고 있다. Sherbrooke[12]에 의하면 미 공군의 투자 중 약 52%가 이러한 부품에 대한 투자이고, 미 해군의 경우 Schrady가 추정한 것에 의하면 58%로 추정된다고 한다. 우리 나라 군의 경우도 유사할 것이다. 군 뿐만 아니라, 민간 항공 산업과 같은 고가품 산업에 있어서 수리 가능한 부품에 대한 재고 수준을 결정 하는 것은 매우 중요한 의사결정이라 하겠다.

수리 가능한 제품에 대한 재고 모형은 다단계 모형의 특수 형태로 간주될 수 있다. 간단하게 2단계 모형의 예를 들면, 직접 소비자들의 수요에 대응하는 기지(base)들과 이들 가지 창고들에게 부품을 공급하는 중앙창고(depot)로 구성되어 있다. 기지창고와 중앙창고에는 고장난 부품을 수리할 수 있는 정비 능력이 있다.

* 경일대학교 산업공학과

이러한 다단계 재고 모형은 Lee[9]에 따르면 다음과 같은 요소들에 의해 특징지어진다.

- (1) 시스템 내에 존재하는 제품의 수
- (2) 시스템 내에 존재하는 단계(echelon)의 수
- (3) 네트워크 구조(series, arborescence, general)
- (4) 부품의 수리가능성 여부(repairable/non-repairable)
- (5) 창고들 간의 재고 공유 여부
- (6) 주기적(periodic)/연속적(continuous)재고 관리
- (7) 재고 비용과 서비스 간의 trade off
- (8) 수요 분포
- (9) 주문인도기간과 분배 체계

수리가능한 부품은 일반적으로 고가 품목이면서 수요가 많이 발생하는 것이 아니기 때문에 기존의 대부분 연구는 (S-1, S) 재고 정책에 초점이 맞춰져 있다. 또한 이들 연구들은 정비소의 수리 용량을 무한대로 두어 정비소에 대기 행렬이 존재하지 않는다는 것을 기본 가정으로 하고 있다. 따라서 이 때의 결정 변수는 각 단계(echelon)에 있어서의 재고 수준이 된다. 하지만 현실적으로 수리 용량에는 한계가 있기 때문에 수요가 갑자기 늘어나거나 하는 경우에는 어쩔 수 없이 고장난 부품은 수리를 위해 정비소에서 기다릴 수 밖에 없다. 따라서 이러한 상황에서 결정 변수는 각 단계에 있어서의 재고 수준 뿐만 아니라 수리 용량이 포함되어야만 한다.

따라서, 이 논문의 연구 목적은 정비 능력이 제한되 있을 때 closed queueing network 접근방법을 이용한 모형화 방법을 제시하고 안정 상태의 시스템 확률 분포를 유도하는 것이다.

2. 연구 배경

수리 가능한 부품에 관한 다단계 재고 모형에 관한 연구는 60년대 후반부터 많은 연구가 진행되어 왔다. 현재까지 발표된 연구들을 형태상으로 분류하여 살펴보면 다음과 같다.

2.1. (S-1, S) 주문 정책

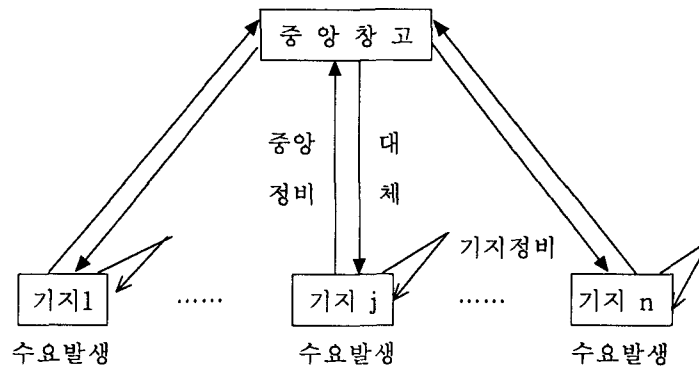
대부분의 수리가능한 부품에 관한 재고 모형들은 다음과 같은 방법으로 운영되는 2단계 시스템이다. 부품은 단계 2인 기지에서 고장난다. 즉 수요는 단계 2에서만 이루어진다는 것이다. 고장난 부품은 기지에서 수리될 수도 있고, 기지에서 고치기 어려운 것들은 중앙창고(단계 1)로 이송되어진다. 기지에서는 고장난 부품은 자기 재고로부터 일단 교환된다. 그리고 부품이 중앙창고로 이송되어 지면 곧 중앙창고로 주문을 낸다. 기지창고의 재고수준을 항상 정해진 수준 S로 유지시킨다. 따라서 (S-1, S) 정책이 수리 가능한 품목의 재고 모형에 주요한 역할을 해왔다. 이러한 문제의 시초는 재고 모형과 무한 server대기행렬 이론과 유사점을 파악한 Scarf[14]의 연구를 들 수 있다. 즉, 부품을 주문할 때마다 무한 server를 가지고 있는 시스템에 서비스를 원하는 고객이 들어간다고 볼 수 있는 것이다. 따라서 busy server의 수가 현재서비스를 받고 있는 (수리 중인) 부품의 수에 해당된다. 그러므로 수요가 stationary 포아송 분포를 따르고 수리(서비스) 시간이 한정된 평균을 가지고 있는 서로 독립적인 분포를 따른다면 Palm의 정리를 이용하여 수리 함수에 상관없이 안정 상태에서 busy server 수의 확률 분포가 포아송 분포를 따름을 알 수 있다. 이 정리를 수리 가능한 품목의 재고 모형에 적용하면, 현재 수리중인 부품 수의 분포를 알 수 있는 것이다. 또한 (S-1, S)정책이 많이 응용되는 것은 수리 가능한 부품은 일반적으로 고가품이고 수요가 적기 때문이다. 그러나 (S-1, S) 정책으로 처음에 개발

된 모형들은 다단계 재고모형에 적합한 것들이 아니었다.

이후에 이 정책이 다단계 모형에 응용된 것은 Sherbrooke[12]에 의한 Metric모형으로부터 시작되었다. 여기에 관한 것은 다음절에 상세히 기술된다.

2.2. METRIC 모형

METRIC(Multe-Echelon Technique for Recoverable Item Control)모형은 RAND 연구소에서 미 공군의 2단계 재고 시스템의 재고 수준을 결정하는 모형으로 연구되어 왔고 또한, 이 중 몇몇 모형은 현재 사용되고 있다. 본 연구의 근간이 되는 모형을 그림으로 나타내면 그림 (2-1)과 같다.



(그림 2 - 1) METRIC에서 고려되는 2단계 시스템

이 모형에서의 가정은 다음과 같다.

- 1) 기지 j에서의 부품 i에 관한 수요는 compound Poisson process를 따른다.
- 2) 기지 j에서의 i type 부품의 고장 발생시 기지에서 고쳐질 확률은 r_{ij} 이다. 따라서 중앙창고에서 고쳐질 확률은 $1 - r_{ij}$ 이다.
- 3) 평균 기지 수리시간 A_{ij} , 중앙창고에서 기지까지의 평균 주문이송 시간 O_{ij} , 평균 중앙창고 수리시간 D_i 는 상수로서 알려져 있다.
- 4) 모든 부품들은 수리되어질 수 있다. 즉 condemnation이 이루어지지 않는다.
- 5) 기지간의 측면 재공급이 이루어지지 않는다.
- 6) 수리시간은 iid random variable이다. 또한 정비소에서 대기행렬이 존재하지 않는다. 다시 말해 수리능력이 무한대이다.

그리고 이 모형의 목적은 예산 제약하에 total back-order 양을 최소화시키는 것이다. 이 모형은 이 분야에 있어 가장 잘 알려진 모형으로 좀 더 자세히 살펴보면 다음과 같다.

중앙창고 i제품의 재고수준을 S_{io} , 기지 j의 i제품재고 수준을 S_{ij} 라 했을 때, 기지 j의 부품 i의 평균 backorder 양($\beta_{ij}(S_{io}, S_{ij})$)은 다음과 같다.

$$\beta_{ij}(S_{io}, S_{ij}) = \sum_{x=S_{ij}}^{\infty} (x - S_{ij}) P[x | \lambda_{ij} T_{ij}(S_{io})]$$

여기서 T_{ij} 는 재공급 시간으로

$$\gamma_{ij} A_{ij} + (1 - \gamma_{ij}) [O_{ij} + \delta(S_{io}) D_i]$$

나타나 진다. 따라서 이 모형의 최적화 문제는 C_i 를 부품 i의 가격, C 를 총 예산이라 할 때 다음과 같다

$$\begin{aligned} & \text{MIN } \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \beta_{ij}(S_{io}, S_{ij}) \\ & \text{s.t. } \sum_{i=1}^I C_i \sum_{j=0}^J S_{ij} \leq C \\ & 1 \leq i \leq I, 0 \leq j \leq J \\ & S_{ij} \geq 0 \end{aligned}$$

Sherbrooke[12]는 이 문제를 푸는 방법으로 two-phase marginal allocation algorithm을 개발하였고, Fox와 Landi[3]는 Lagrangian algorithm을 제안하였다. 그러나 이 모형은 수리 용량을 무한대로 가정한다는 한계점이 있다 하겠다.

또한 Muckstadt[11]는 Metric을 multi-indenture 구조까지 확장한 Mod-metric모형을 개발하였다. 이 두 모형의 차이점은 다음과 같다. Metric 모형의 목적은 모든 item의 기지 backorder 양을 최소화시키는 것이고, Mod-Metric 모형에서는 최종 제품의 기지 backorder 양을 최소화시키는 것이다.

Slay는 Metric모형보다 계산을 매우 쉽게 할 수 있는 근사해 방법으로 일명 VARI-Metric모형을 고안하였다. 이 모형에 대해서는 이후에 Sherbrooke[13], Graves[4, 5]등에 의해 보다 발전된 연구들이 수행되었다.

2.3. Stochastic process를 이용한 모형

METRIC 모형을 포함한 대부분의 (S-1, S)재고 정책 모형에 있어서 서비스(수리)를 받기 위해 들어가는 부품의 평균 수리 시간은 상수이고 시스템 상태와는 독립적이라는 가정을 두고 있다. 즉 수리 용량이 무한대라고 보는 가정이다. 그러나 실제 시스템에 있어서는 시스템의 상태, 정비소에서 수리를 기다리는 부품의 수에 따라 평균 수리시간은 다르다. 이와 같은 수리 용량에 제한이 있을 때의 문제 해결 방법으로 주로 Stochastic process 모형을 이용한 방법이 사용되고 있다.

Graves와 Keilsen[6]은 1단계 시스템에 있어서 일반적인 birth & death process를 이용하여 모형화하였고, Albright and Soni[1]는 markov process를 이용하여 수리가능한 품목에 대한 steady-state분포에 관해 연구하였다. 이러한 연구에 있어서는 수리 중인 부품의 stationary distribution을 구하는 것까지가 대부분이고 최적화 모형까지 연구한 것은 거의 없다.

Mirasol[10]은 한정된 정비 능력하에 기지의 수리소가 하나인 1단계 시스템에 관해 모형화하였다. 이 모형에서는 시스템 성능 측정 수단으로서 전략적 비가용성(unavailability)이 사용되었다. 여기서 비가용성은 시간당 평균 backorder양과 평균 backorder 시간의 곱으로 표현된다. 따라서 그는 예약 제약하에 비가용성을 최소화하는 모형을 제시하고 재고수준 및 수리 용량간의 trade off를 하는 최적화 과정에 관해 연구하였다. Scudder와 Hausman[15]은 수리시간이 시스템 상태에 종속적일 경우의 수리가능한 부품의 재고정책에 관한 Queueing Simulation방법에 관해 연구하였다.

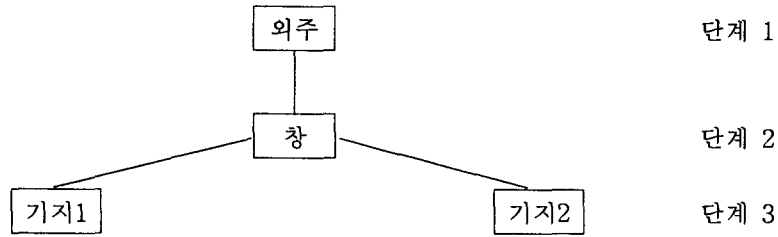
3. 수리가능한 제품의 다단계 재고 모형 : Closed Queueing Network 접근 방법

3.1. 문제 개요

현 우리의 공군 항공기 정비 시스템을 살펴보면 기지(base)에서 어딘 항공기에 고장이 발생했

을 시 고장에 따라 비행단에서 고칠 수도 있고 그 윗단계인 창정비로 넘어갈 수도 있다. 또한 창정비의 수준도 넘어가는 고장은 외주정비로 보내진다.

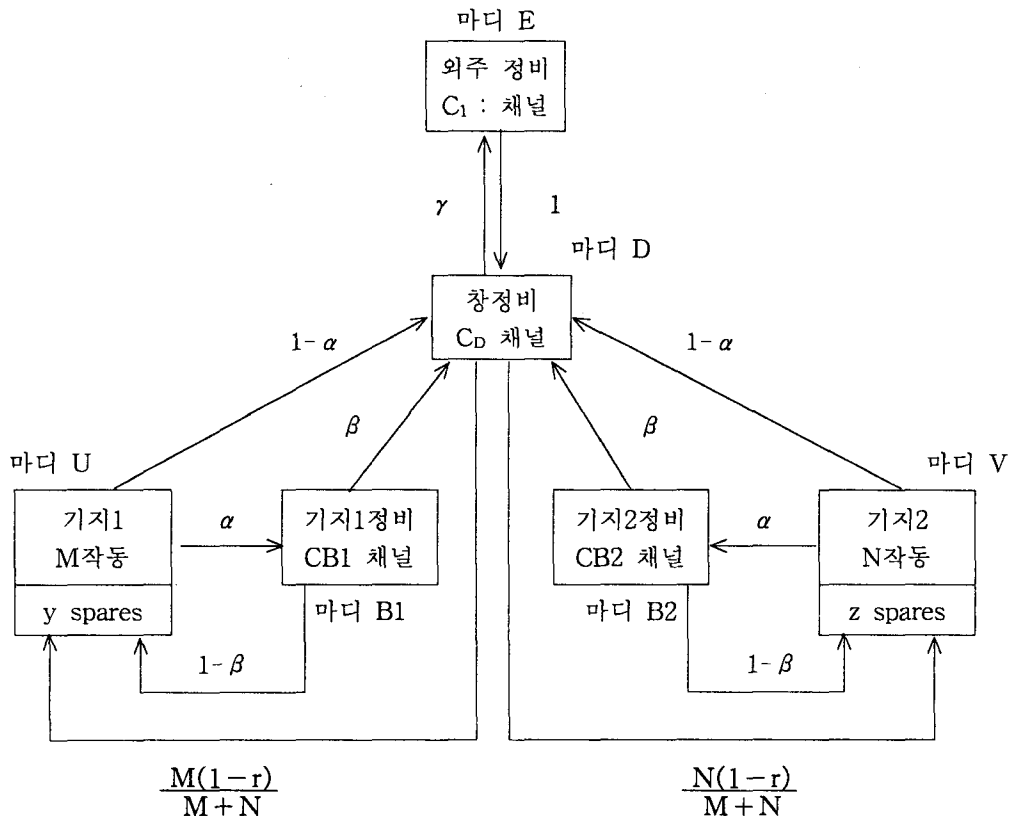
이 시스템을 그림으로 나타내면 아래와 같이 3단계 모형이 된다. 이 장에서 다룰 시스템은 기지는 2개, 창은 1개 그리고 외주 정비는 1개일 경우이다. 또한 기지에서만 부품 재고를 허용한다.



(그림 3 - 1) 3단계 수리-정비 시스템

물론 3단계 시스템에 있어 기지(단계 3)와 외주(단계 1)간에 직접 연결될 수도 있고 경우에 따라 윗 모형과 다른 3단계 시스템이 존재하나 이것은 윗 모형을 약간 수정하면 같은 방식으로 모형화시킬 수 있다.

위 시스템의 stochastic process를 네트워크로 그 관계를 표시하면 다음과 같다.



(그림 3 - 2) 3단계 수리-정비 시스템의 stochastic network

위의 네트워크는 6개의 마디(node)를 가지고 있다. 여기서 모수인 α, β, γ 가 의미하는 것은 α 는 기지에서 고장이 났을 때 기지에서 수리가능한 비율, β 는 기지에서 정비하는 것 중 창정비로 이동되는 비율이고 마지막으로 γ 는 창정비 중 외주 정비로 이동되는 비율이다. 기타 변수에 관해서는 다음 절에서 설명한다.

3.2. 정식화

$$\text{Min } Z = k_E C_E + K_D C_D + K_{B1} C_{B1} + k_{B2} C_{B2} + k_y y + k_z Z$$

s.t.

$$\sum_{n=M}^{n+Y} P_{n,u} \geq A$$

$$\sum_{n=M}^{N+Z} P_{n,v} \geq A$$

where $P_{n,u}$: 기지1에서 n개가 작동할 steady-state 확률

$P_{n,v}$: 기지2에서 n개가 작동할 steady-state 확률

M : 기지 1에서 작동되어야 할 개수

N : 기지 2에서 작동되어야 할 개수

A : availability(작동되어야 할 시간 비율)

y : 기지 1의 재고수준

z : 기지 2의 재고수준

C_E : 외주 정비능력

C_D : 창 정비능력

C_{B1} : 기지1의 정비능력

C_{B2} : 기지2의 정비능력

$k_i(i=E, D, B1, B2, y, z)$: 단위당 일련동안의 각 단계별 소요비용

제약식의 $\sum P_{n,u} \sum P_{n,v}$ 가 의미하는 것은 기지에서의 가용성(availability)을 의미하는 것이다. M, N, A는 시스템의 전문가가 정해야 할 상수이다.

3.3. 안정 상태에서의 확률 분포

각 마디에 있어서의 보유시간(holding time)이 독립적인 지수 분포를 따르는 확률 분포를 따르는 확률 변수라 하고, 시스템 내에 부품의 폐기가 이루어지지 않는다고 가정하면, 즉 모든 부품이 수리되어 지고 부품이 시스템 외부로 나가지 않는다고 하면, 이 네트워크는 closed queueing network의 특별한 경우가 된다. 이와 같은 네트워크에 있어서는 Gordon[7]의 연구에 증명된 바 각 마디에 있는 부품 수의 결합 확률 분포가 product 형식으로 표현된다.

마디 u와 v에 있어서의 보유시간은 부품이 고장날 때까지의 시간을 의미한다. 평균 고장율은 각 μ_u, μ_v 로 표시된다. 그리고 마디 E, D, B1, B2에 있어서의 보유시간은 수리시간을 의미하고 평균 수리율은 각각 $\mu_E, \mu_D, \mu_{B1}, \mu_{B2}$ 로 표현된다. closed network에 있어, 마디가 k개, 총 부품수가 N개라 하면 마디 1에 n_1 개, ..., 마디에 n_k 개가 있을 joint steady state probability는 다음과 같다.

$$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{1}{G(N)} \prod_{i=1}^k [(x_i)^{n_i} / A_i(n_i)] \quad (1)$$

여기서 x_i 는 다음 방정식의 해이다.

$$\mu_j x_j = \sum \mu_j x_j P_{ij} \quad j=1, 2, \dots, k \quad (2)$$

그리고,

$$A_i(n) = \begin{cases} n! & , n < c_i \\ c_i^{n-c_i} & , n \geq c_i \end{cases} \quad (3)$$

c_i : 마다 i 에 있는 parallel channel의 수

P_{ij} : transition probability

앞 절 그림의 P_{ij} 는 다음과 같다.

$$P = \{P_{ij}\} = \begin{pmatrix} & E & D & B_1 & B_2 & U & V \\ E & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D & \lambda & 0 & 0 & 0 & \frac{M(1-\lambda)}{M+N} & \frac{N(1-\lambda)}{M+N} \\ B_1 & 0 & \beta & 0 & 0 & 1-\beta & 0 \\ B_2 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 & 1-\beta \\ U & 0 & 1-\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ V & 0 & 1-\alpha & 0 & \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

앞의 P_{ij} 를 이용하여, 식(2)에 대입해 풀어보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_E x_E &= \mu_D x_D \lambda \\ \mu_D x_D &= \mu_E x_E + \mu_{B_1} x_{B_1} \beta + \mu_U x_U (1-\alpha) + \mu_V x_V (1-\alpha) \\ \mu_{B_1} x_{B_1} &= \mu_U x_U \alpha \\ \mu_{B_2} x_{B_2} &= \mu_V x_V \alpha \\ \mu_U x_U &= \mu_D x_D \frac{M(1-\lambda)}{M+N} + \mu_{B_1} x_{B_1} (1-\beta) \\ \mu_V x_V &= \mu_D x_D \frac{N(1-\lambda)}{M+N} + \mu_{B_2} x_{B_2} (1-\beta) \end{aligned} \quad (4)$$

윗 6개의 식중 하나는 항상 중복되므로 위의 임의로 $x_D = 1$ 로 놓고 풀 수 있다. 따라서 아래와 같이 (4)를 축소시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_E x_E &= \mu_D \lambda \\ \mu_D x_D &= \mu_E x_E + \mu_{B_1} x_{B_1} \beta + \mu_{B_2} x_{B_2} \beta + \mu_U x_U (1-\alpha) \\ \mu_{B_1} x_{B_1} &= \mu_U x_U \alpha \\ \mu_{B_2} x_{B_2} &= \mu_V x_V \alpha \\ \mu_U x_U &= \mu_D \frac{M(1-\lambda)}{M+N} + \mu_{B_1} x_{B_1} (1-\beta) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mu_v x_v = \mu_D x_D \frac{M(1-r)}{M+N} + \mu_{B1} x_{B2}(1-\beta)$$

(5)를 풀면 다음과 같다.

$$x_E = \frac{\mu_D}{\mu_E} r$$

$$x_D = 1$$

$$x_u = \frac{M\mu_D(1-r)}{\mu_u(1-\alpha+\alpha\beta)(M+N)}$$

$$x_{B1} = \frac{M\mu_D(1-r)\alpha}{\mu_{B1}(1-\alpha+\alpha\beta)(M+N)}$$

$$x_{B2} = \frac{M\mu_D}{\mu_{B2}(1-\alpha+\alpha\beta)(M+N)}$$

$$x_v = \frac{N\mu_D(1-r)}{\mu_v(1-\alpha+\alpha\beta)(M+N)}$$

따라서

$$P(n_E, n_D, n_u, n_{B1}, n_{B2}, n_v)$$

$$= \frac{1}{G(N)} \left[\frac{\mu_D r}{\mu_E} \right]^{n_E} \frac{1}{A_E(n_E)} \frac{1}{A_D(n_D)} \left[\frac{M \cdot \mu_D(1-r)}{\mu_D(1-\alpha+\alpha\beta)(M+N)} \right]^{n_u}$$

$$\frac{1}{A_u(n_u)} \left[\frac{M \cdot \mu_D(1-r)\alpha}{\mu_{B1}(1-\alpha+\alpha\beta)(M+N)} \right]^{n_{B1}} \frac{1}{A_{B1}(n_{B1})} \left[\frac{\mu_D(1-r)\alpha}{\mu_{B1}(1-\alpha+\alpha\beta)(M+N)} \right]^{n_{B2}}$$

$$\frac{1}{A_{B2}(n_{B2})} \left[\frac{N(1-r)\alpha}{\mu_{B1}(1-\alpha+\alpha\beta)(M+N)} \right]^{n_v} \frac{1}{N_v(n_v)}$$

where

$$A_{(n)} = \begin{cases} n! & , n < b \\ n! b^{n-b} & , n \geq b \end{cases}$$

여기서 b는 각각 C_E, C_D, M, C_{B1}, C_{B2}, N이다.

시스템에는 6개의 마디가 있다. u, v에서 queue는 부품 재고 수준을 의미한다. u, v 마디에서 server가 놓고 있는 상태는 부품의 back-order 상태를 의미하는 것이다. 즉 u, v마디에서의 작용가능한 것이 M, N보다 적은 경우를 의미하므로 시스템의 능력이 부족함을 나타낸다.

상수 G(N)은 정규화 상수로서 다음 조건을 만족시켜 주는 것이다.

$$\sum_S P(n_E, n_D, n_u, n_{B1}, n_{B2}, n_v) = 1$$

set S는 $n_E + n_D + n_u + n_{B1} + n_{B2} + n_v = N$ 인 모든 n들의 조합을 나타낸다. 결합 확률 분포 $P(n_E, n_D, n_u, n_{B1}, n_{B2}, n_v)$ 가 일단 구해지면 우리는 마디 u, v에서의 주변 확률 (Marginal probability) P_{n_u}, P_{n_v} 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{n_u} = \sum_S P(n_E, n_D, n_u, n_{B1}, n_{B2}, n_v)$$

set S'은 $n_E, n_D, n_u, n_{B1}, n_{B2}, n_v = N - n_u$ 인 모든 $(n_E, n_D, n_u, n_{B1}, n_{B2}, n_v)$ 의 조합이 된다. 마찬가지로 P_{n_v} 도 구해진다. 여기서 정규화 상수 G(N)을 효율적으로 구하는 것이 매우 중요하다. 왜냐하면 G(N)을 구하기 위해서는 상당의 많은 계산량이 요구되기 때문이다. 여기는 Buzen's Algorithm[2]을 사용하면 효과적이다. 왜냐하면 G(N)을 구하는 과정에서 P_{n_u}, P_{n_v} 의 주변확률을 구할 수 있어 다시 주변 확률을 구하는 계산을 할 필요가 없기 때문이다.

4. 결 론

본 논문에서는 수리 용량이 한정되어 있는 수리 가능한 제품의 다단계 재고 시스템을 Closed queueing network 접근방법을 이용한 모형화 방법을 제시했고, 안정 상태의 확률 분포를 유도하였다. 추후 연구 과제로 본논문에서 구한 시스템의 안정 상태 확률 분포를 이용한 최적화 해법 연구가 필요하다. 최적화 기법으로는 implicit enumeration scheme 이 적절한 방법으로 판단되고, stochastic dominance 성질을 이용하여 고려할 필요가 없는 시스템 상태를 파악하는 것이 최적화에 도움을 줄 것이다.

참 고 문 헌

1. Albright, C. S. and Soni, A., "Approximate Steady-State Distribution for a Large Repairable Item Inventory System", *Eur. J. of Oper. Res* 34, 1988
2. Buzen, J. P., "Computational Algorithms for Closed Queueing Network with exponential Servers", *Communications of the ACM*, vol 16, 1973
3. Fox, B. and Landi, M. D., "Searching for the multiplier in One Constraint Optimization Problems", *Oper. Res.*, Vol18, No 2, 1970
4. Graves, S. C. and De Bodt, A. M., "Continuous-Review Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem with Stochastic Demand", *Mgt. Sci.*, Vol 31, No 10, Oct., 1985
5. Graves, S. C., "A Multi-Echelon Inventory Model for a Repairable Item with One-for-One Replenishment", *Mgt. Sci.*, Vol 31, No 10, Oct., 1985
6. Graves, S. C. and keilson, J., "A Methodology for Studying the Dynamics of Extended Logistics Systems", *Naval res. Logis. Quar.*, vol 26, 1979
7. Gorden, W. J. and G.F. Newell, "Closed Queueing Systems with Exponential Servers", *Oper. Res.*, vol 15, 1967
8. Kell, P.F., *Repersibility and Stochastic Networks*, John Wiley & Sons Ltd., 1979
9. Lee, L. H., "A Multi-Echelon Inventory Model for Repairable Items with Emergency Lateral Transshipments", *Mgt. Sci.*, 1987
10. Mirasol, N.M., "A Queueing Approach to Logistics Systems", *Oper. Res.*, vol 12, 1964
11. Muckstadt, J. A., "A Model for a Multi-Item, Multi-Echelon, Multi-Indenture Inventory System", *Mgt. Sci.*, vol 20, No 4, Dec., 1973
12. Scherbrooke, C.C., "METRIC : A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control" *Oper. Res.*, vol 16, 1968
13. Scherbroode, C.C., "VARI-MW.ETRIC: Improved Appoximation dor Multi-Indenture, Multi-Echelon Availability Models", *Oper. Res.*, vol 34, No 2, 1986
14. Schwarz, L. B., *Multi-Level Production/Inventory Control Systems*, North-Holl and, 1981
15. Scudder, D.G. and Hausmanh, H.W., "Spares Stocking Policies for Repairable Items with Dependent Repair Times", *Naval Res. Logis. Quart.*, Vol 29, No 2, 1982
16. Walrand, J., *An Introduction to Queueing network*, Prentice-Hall International Inc., 1988