

퍼지 환경을 고려한 Job Shop에서의 일정계획  
방법에 관한 연구  
-A Study on Method for solving Fuzzy  
Environment-based Job Shop Scheduling Problems -

홍성일\*  
Hong sung-il  
남현우\*\*  
Nam hyun-woo  
박병주\*\*\*  
Park byung-joo

Abstract

This paper describe an approximation method for solving the minimum makespan problem of job shop scheduling with fuzzy processing time. We consider the multi-part production scheduling problem in a job shop scheduling. The job shop scheduling problem is a complex system and a NP-hard problem. The problem is more complex if the processing time is imprecision. The Fuzzy set theory can be useful in modeling and solving scheduling problems with uncertain processing times. Lee-Li fuzzy number comparison method will be used to compare processing times that evaluated under fuzziness. This study propose heuristic algorithm solving the job shop scheduling problem under fuzzy environment. In This study the proposed algorithm is designed to treat opinions of experts, also can be used to solve a job shop environment under the existence of alternate operations. On the basis of the proposed method, an example is presented.

1. 서 론

급변해가는 산업사회에서는 생산 시스템의 대형화, 자동화에 대처하는 계획과 통제의 관리 업무가 복잡해짐에 따라 이 문제 해결의 중요한 역할을 하는 효율적인 일정계획(Scheduling) 방법 개발의 필요성이 더욱 커지고 있다. 최근 대량생산 체제였던 소품종 다량생산, 즉 flow shop 생산형태에서 소비자의 다양한 수요의 변화에 신속하게 대응하고 소비자에게 다양한 제품을 제공할 수 있는 중품종 중량 생산, 소품종 다량 생산의 job shop 형태로의 급속한 전환으로 인해 job shop에서의 일정계획 방법 연구는 매우 중요하다.

---

\* 경일대학교 산업공학과

\*\* 경동전문대학 산업안전관리과

\*\*\* 동아대학교 산업공학과

job shop에서 일정계획 문제는 부품 생산을 위한 작업(operation)간의 순서제약(precedence constraint)과 자원제약(capacity constraint)을 지키며 기계에 가공물을 장착/loading), 탈착(unloading)하는 시각을 계획하는 것이다[2]. 순서제약은 각 부품들의 공정들은 정해진 가공순서에 따라 선행공정의 완료시간이 결정될 때 까지 후행 공정이 일정계획될 수 없다는 것이다. 또한 자원제약은 기계가 어떤 시점에서 두 개 이상의 가공 공정을 동시에 행할 수 없고 가공하고 있는 중에 다른 공정을 시작 할 수 없다는 것이다. 일정계획 문제는 생산현장마다 각기 다른 모델을 갖는데 이들 다양한 모델의 문제를 해결하기 위해 오랜 연구가 있어 왔지만 간단한 일정계획 모형에서의 문제만 최적해를 구해주는 알고리즘이 존재할 뿐, 실제 일어날 수 있는 job shop, 유연 생산 시스템과 같은 복잡한 시스템의 일정계획 문제를 위한 최적화 알고리즘은 개발되지 못하고 있다. job shop일 경우는  $n$  job,  $m$  machine에서 가능한 작업순서가  $(n!)^m$ 인 NP-complete 문제로서 최적해(optimal solution)에 가까운 가능해를 빠른시간에 찾을 수 있고 job shop 생산형태에서 발생하는 불확실한 상황들을 보다 효율적으로 고려해 일정계획을 행하는 휴리스틱접근법들이 연구되고 있다[1,6].

또한 기존의 일정계획 연구에서는 대부분 일정계획에서 가장 중요한 가공시간을 확정적인 값을 가진다고 가정하거나 확률이나 통계기법 또는 가중치를 주는 방법을 이용해 작업의 준비시간, 공간간의 이동시간, 예기치 않은 고장으로 인한 지연시간을 가공시간에 포함시켜 확정적인 값으로 표현하여 일정계획하고 있다. 그러나 실제 현장에 있어서는 이들 모두를 포함시킨 가공시간을 확정적인 시간치로 나타낸다는 것이 비현실적인 경우가 많다. 특히 경험없이 이루어지는 작업, 주로 수작업으로 이루어지는 작업장, 운반시스템이 제대로 갖추어지지 못한 작업장에서는 너무나 많은 변수들이 존재하기 때문에 이들을 확정적인 값으로 표현한다는 것은 비현실적이다. 그래서 이러한 단점을 보완하기 위하여 확정치가 아닌 구간(interval)으로 나타내어진 가공시간을 퍼지집합이론에서 Kaufmann & Gupta의 확신구간(interval of confidence)의 개념[10]을 이용한 퍼지수로 표현하여 작업순서를 정하고자 한다.

일정계획에 퍼지집합이론을 적용시킨 연구는 실제 더 많은 불확실성과 모호함을 포함한 job shop에서 보다 아직까지는 조금 덜 복잡한 flow shop에 국한되어 있는 실정이다. 대표적인 논문으로 Dubois & Prade [7]는 Erschler 등이 제안한 확정적인 일정계획문제에 퍼지가공시간을 도입하였고, Dumitru & Luban[8]은 수리계획(mathematical programming)문제로 정식화된 작업순서문제를 퍼지 구성함수(membership function)와 퍼지제약식을 가진 수리계획문제로 확장하였고, McCahon & Lee[12]는 가공시간을 삼각퍼지수와 사다리꼴 퍼지수로 표현하여  $n$  Job-1 machine,  $n-2$ ,  $n-3$ 인 flow shop 문제에서 Johnson 법과 퍼지화된 Branch & Bound 법을 이용하여 두 다른 퍼지수에 대한 작업순서를 구하였다. Tsujimura 등[14]은  $n$  Job-3 machine인 flow shop에서 다른 의견을 가진 전문가들의 의견을 수렴하여 퍼지화된 Branch & Bound 법을 이용하여 낙관적인 순서, 비관적인 순서로 작업순서를 정하여 의사결정자에게 더 많은 정보를 제공하고 있다. 이들이 제시한 방법들은 문제의 크기가 작은 flow shop일 경우에는 유용하나 문제의 크기가 조금만 커져도 계산이 복잡하고 오랜 시간이 요구되는 결점 때문에 적용 범위가 상당히 제한적이다. 그래서 이들 단점들을 보완하기 위해 퍼지화된 휴리스틱 알고리즘이 제안되고 있다[15,16].

대부분의 job shop 일정계획 문제에서는 하나의 작업은 하나의 기계에서 이루어진다는 가정을 두고 이루어지고 있지만 최근 사용되는 기계들의 범용성으로 job shop 형태에서 대체 작업을 가지는 job들이 있을 경우가 있다. 이 경우 대체 경로가 생기는데 이를 해결할 수 있어야 한다. 또한 불확실한 상황을 많이 내포하고 있는 job shop에서 다수의 전문가의 의견을 수렴하여야 할 경우도 있는데 본 연구에서는 job shop에서 대체경로를 고려할 경우와 다수의 전문가 의견을 반영할 경우의 job shop 일정계획 문제에서 확률성이 가질 수 있는 약점을 보완하기 위해 퍼지개념을 도입함으로써 가공시간의 불확실성을 정량화하고, 기존의 휴리스틱 방법중 효율적인 방법을 기초로한 퍼지화된 휴리스틱 절차로 job shop 일정계획 문제를 diagraph로 표현함으로써 간단히 빠른 시간 내에 실행가능해를 구하는 휴리스틱 기법을 제시하고자 한다.

## 2. 퍼지수와 퍼지수 비교법

### 2.1 삼각퍼지수

삼각퍼지수(Triangular Fuzzy Number : TFN)는 세개의 점으로 표현된다. 퍼지수  $\tilde{A}$ 는 (a, b, c)로 나타낼 수 있다. TFN은 가능성(possibility)이 1인 점이 한 점으로 나타내어진다. 이는 가공시간이 확정적인 값으로 표현될 경우의 값에 해당하는 값이다. 사다리꼴 퍼지수(Trapezoidal Fuzzy Number : TrFN)는 (a, b, c, d)로 나타낼 수 있으며 이는 가능성이 1인 점이 여러개가 되어 사다리꼴 모양이 된다. 이는 가공시간이 더욱 모호한 경우 TFN 보다 넓은 범위에서 사용될 수 있다. 전문가가 가공시간을 퍼지수로 표현하기 전 어떤 퍼지수가 가공시간을 표현하기에 적합한지를 파악하여야 한다. 본 연구에서는 TFN을 사용할 것이다. TFN의 구성함수(membership function)는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}}(x) &= \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ &= \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ &= 0 & x < a \text{ or } x > c \end{aligned}$$

### 2.2 퍼지수 비교법

#### (1) Lee-Li 퍼지수 비교법[11]

$m(\tilde{A})$ 는 퍼지수  $\tilde{A}$ 의 GMVs(Generalized Mean Value)를 나타내고  $s(\tilde{A})$ 는 퍼지수  $\tilde{A}$ 의 범위(spread)를 나타낸다.

$$m(\tilde{A}) = \frac{\int_{s(\tilde{A})} x \cdot \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot f(\tilde{A}) dx}{\int_{s(\tilde{A})} \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot f(\tilde{A}) dx}$$

$$s(\tilde{A}) = \frac{\int_{s(\tilde{A})} x^2 \cdot \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot f(\tilde{A}) dx}{\int_{s(\tilde{A})} \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot f(\tilde{A}) dx} - [m(\tilde{A})]^2$$

$f(\tilde{A})$  :  $\tilde{A}$ 의 확률밀도함수

TFN일 경우 GMVs(Generalized Mean Value)는

$$m(\tilde{A}) = \frac{1}{3}(a + b + c)$$

같은 GMVs를 가지는 작업이 있을 경우

$$s(\tilde{A}) = \frac{1}{18}(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$

같은 GMVs를 가지는 퍼지수는  $s(\tilde{A})$  값으로 퍼지수를 비교한다.

(2) 우월 특성(dominance property)을 기본으로 한 비교법[9]

우위에 대한 기준

$$\textcircled{1} \hat{A} = \left( \frac{a+2b+c}{4} \right)$$

② ①로 비교할 수 없을 경우, 최상의 가정(presumption)을 가진 퍼지수를 선택(a, b, c의 간격이 좁은 퍼지수)

③ ①, ②로 비교할 수 없을 경우, 두 끝점의 거리가 가까운 퍼지수 선택

### 3. 평가 기준(performance criteria)

#### 3.1 기호

i : 부품

n : 부품수

m : 기계수

l : 각 부품의 작업(operation)수

r : 부품의 도입순서

$\tilde{P}_{ij}$  : 부품 i에서 j번째 작업의 퍼지 가공시간 (i=1, 2, ..., n, j=1, 2, ..., l)

$\tilde{C}_{ij}$  : 부품 i에서 j번째 작업의 퍼지 완료시각(completion time)

$\tilde{q}_{ij}$  : 부품 i에서 j번째 작업의 퍼지 대기시간

$\tilde{C}_{q_{ij}}$  : 부품 i에서 j번째 작업의 퍼지 대기시간을 고려한 퍼지 완료시각

$\tilde{S}_{ij}$  : 부품 i에서 j번째 작업의 가장 이른 시작 가능 시각

$\tilde{M}$  : 퍼지 makespan

(+) : 퍼지 덧셈

(-) : 퍼지 뺄셈

$\sum_{i=1}^n$  : 퍼지합 (fuzzy summation)

#### 3.2 수행도 계산 (performance calculation)

(1) 퍼지 makespan

$$\tilde{M} = \widetilde{\max} \tilde{C}_{Fi}$$

여기서,  $\tilde{C}_{Fi}$ 는 diagraph에서 finish 노드에 도착하는 각 부품 i의 가장 이른 도착 시각

(2) 퍼지 대기 시간을 고려한 경우의 퍼지 makespan

$$\tilde{M}_q = \widetilde{\max} \tilde{C}_{q_{Fi}}$$

여기서,  $\tilde{C}_{q_{Fi}} = \sum_{j=1}^l (+) (\tilde{q}_{ij}(+) \tilde{p}_{ij})$

작업 j의 퍼지대기시간(fuzzy waiting time)은

$$\tilde{q}_{ij} = \tilde{S}_{ij} (-) \tilde{C}q_{i,j-1}$$

$\tilde{M}$ 은 작업순서에 대한 가장 빠른 완료시각(하한)을 나타내고 퍼지 대기 시간을 고려한  $\tilde{M}_0$ 는 가장 늦은 완료시각(상한)을 나타낸다. 최소의  $\tilde{M}$ 을 가지는 작업순서를 최적의 작업순서로 정하고 최적의 작업순서에 대한  $\tilde{M}_0$ 를 구하여 결과치로서의 퍼지 makespan으로 분석을 행한다.

#### 4. 제안 알고리즘

##### 4.1 제안 알고리즘의 전반적인 절차

본 연구에서 job shop의 일정계획 문제는 네트워크의 시작과 끝에 출발과 종점 노드라는 가상 노드를 가진 수정된 네트워크로 표현할 수 있다. 네트워크에서 수행되는 작업들은 노드로 표현된다. 네트워크에서 방향성이 있는 호(arc)들은 작업들 간에 요구되는 선후관계를 나타낸다. 노드들로 표현된 작업들은 모든 선행하는 작업들이 완성될 때까지 시작될 수 없다. 미연결 호(disjunctive arcs)들은 어떤 시점에 동시에 기계 k에서 수행되는 작업쌍들을 나타내고 있다.

이 논문에서의 제시한 알고리즘은 Park [13]의 연구에서 제시된 알고리즘에 기초를 두고 있다. park은 문제를 부품 단위로 분해해서 가장 큰 makespan을 가지는 부품을 먼저 스케줄한다. 그리고 나서 다음 도입 부품을 결정하기 위해 각 부품이 가지는 모든 대체 경로를 고려한 OPSP 알고리즘을 이용하여 각 부품들의 도입 순서를 결정한다. 이는 각 부품에서의 대체경로 결정과 전체 부품들의 도입순서가 결정될 때까지 계속한다. 여기서 각각의 부분 스케줄에서 하한값을 얻기 위해 OMSP 알고리즘[4]을 사용하고 OPSP의 최저 레벨에서 가장 작은 하한 값을 가지는 네트워크에서 JSSP 알고리즘[3]을 사용하여 자원제약을 해결한 상한값을 얻어 낸다. 이 상한 값들 중 가장 작은 값이 연고자 하는 makespan이 된다. 이렇게 얻어진 부품의 도입 순서에서 부분 재최적화한다. 이 절차는 본 연구에서 제시한 휴리스틱 절차의 기본이 된다.

본 연구에서는 job shop의 일정계획 문제를 해결하기 위한 근사방법으로 분해 접근법(decomposition approach)을 사용하였는데 여기서는 부품들에 의한 분해법을 사용한다. 여기서 제시된 접근법은 job shop의 일정계획 문제를 n 부품 일정계획 문제로 분해해서 연속적으로 수행되는 n 부품들을 스케줄한다. 스케줄하는 과정에서 가장 먼저 애로(bottleneck)로 확인된 부품을 가장 먼저 스케줄 한다. 이 부품의 모든 작업들은 적절한 기계들에 할당되고 순서가 정해진다. 그래서 여러 부품중 애로부품을 찾기 위해 아직까지 스케줄되지 않은 각 부품에 대한 makespan을 구한다. 모든 스케줄되지 않는 부품들의 makespan 중 가장 큰 makespan을 가진 부품을 먼저 스케줄 한다. 이 절차는 모든 부품들이 스케줄될 때까지 반복 된다. 이 과정은 제안 알고리즘 I에 해당하는 부분이다.

여기서 부품들의 작업순서를 결정하기 위하여 애로부품들에 우선순위를 주는 전통적인 기법을 사용한다. 부품을 애로부품으로 고려할 수 있는 많은 방법들이 있는데 본 연구에서는 가장 큰 makespan을 가진 부품을 애로부품으로 고려한다. 이는 Park의 연구에서 makespan이 가장 큰 것을 먼저 선택한 경우에 가장 나은 결과를 보여주고 있음을 참고 하였다. 또한 job shop 시스템에서 범용 기계들에 의해 대체 작업이 있을 경우도 모든 대체 경로를 고려하여 일정계획 할 수 있게 하였다.

job shop 시스템에서는 다른 부품들에 속해 있는 많은 작업들이 같은 시간에 같은 기계를 사용하기 위하여 서로 경쟁한다. 그러나 각 기계는 특정 시점에서 하나이상의 작업을 처리할 수 없다. 그러므로 자원상충을 해결하는 몇 가지 방법들이 필요하다. 이 경우 본 연구에서는 제안 알고리즘 II를 이용하여 해결하였다.

#### 4.2 여러 전문가의 의견을 수렴할 경우의 일정계획 방법

불확실한 가공시간을 알아내기 위해 여러 전문가(N명)에게 의견을 들어 그들의 의견을 TFN으로 나타낸 경우의 일정계획 방법

1단계 한 작업당 N개의 퍼지수 가공시간들을 정렬(ranking) 한다.

정렬을 위해 사용될 퍼지수 비교법은 의사결정자의 선호정도에 따라 결정하는데 본 연구에서는 삼각퍼지수의 b값에 더 비중을 두어 우월 특성을 기본으로 한 비교법을 사용한다.

$\bar{A}^1$  = 모든 퍼지수에 우월한 퍼지수 (가장 비관적으로 본 퍼지수)

.

$\bar{A}^N$  = 모든 퍼지수에 열등한 퍼지수 (가장 낙관적으로 본 퍼지수)

2단계 제안 알고리즘 I,II 적용

#### 4.3 제안 알고리즘 I

단계0) n : 부품 수, l : 각 부품의 작업수로 둔다.

단계1)의사결정자가  $i=1, \dots, n$ ,  $j=1, \dots, l$ 에서 정렬되어 있는 여러 TFN중 가장 선호하는 TFN을 선택하여 이를  $\bar{P}_{ij}$ 라 둔다.

단계2)부품 i에 대한  $\bar{T}_i$ 를 계산한다.

$$\bar{T}_i = \sum_{j=1}^l \bar{P}_{ij}$$

단계3)  $\bar{T}_i$ 값을 내림차순으로 정렬한다.

단계4)단계3에서 첫번째에 위치한 부품의 가장 짧은 대체경로를 선택한다.

단계5)  $r=2$

단계6)선택된 부품(들)에 선택되지 않은 모든 부품들을 하나씩 도입하여  $\bar{M}$ 을 구한다. 대체 작업을 포함하고 있는 경우는 모든 경로의  $\bar{M}$ 을 구한다. {제안 알고리즘II 적용}

단계7)각 부품별 조합에 따른  $\bar{M}$ 중 가장 작은 값을 선택한다.

단계8)만약  $n \neq r$  이면 단계7에서의  $\bar{M}$  중 가장 큰 값을 가지는 경로를 선택하고 그때의 부품을 r번째 도입부품으로 정한다(동률인 값이 있을 경우는 임의 선택).

그렇지 않으면 단계10으로 간다.

단계9)  $r = r+1$ , 단계6으로 간다.

단계10)단계7에서 선택된  $\bar{M}$  값을 가지는 작업순서를 선택한다.

(모든 부품에 대한 일정계획 완료)

4.4 제안 알고리즘 II

단계0)  $U$  : 도입된 부품의 스케줄되지 않은 작업의 집합 :  $\{j/j=1,2, \dots, n\}$

$\bar{U}$  : 이미 스케줄된 작업의 집합

단계1)  $U$ 의 작업  $j$ 에 (작업의 선후관계에 따른) 가장 빠른 시작시점을 할당한다.

단계2) 단계 1에서  $U$ 와  $\bar{U}$ 의 집합 사이에 자원충돌이 발생하는 모든 기계에서 준비된 작업의 시작시점이 빠른 작업을 먼저 스케줄하여  $\bar{U}$ 를 구한다. (시작시점이 동률(tie)일 경우 임의의 한 방향을 선택한다.)

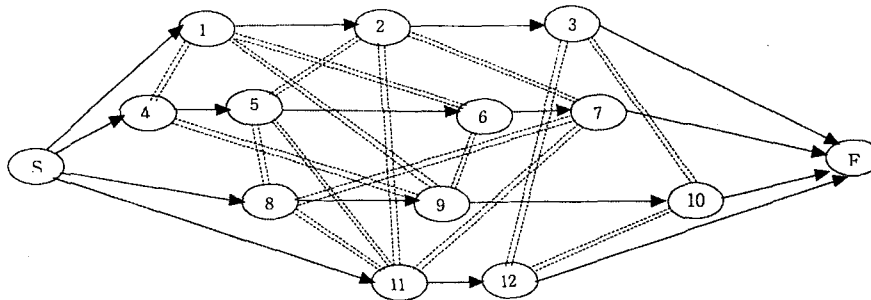
단계3) 단계2에서 동률이 발생했을 때 취하지 않은 나머지 방향에 대해서도 단계2를 적용시켜  $\bar{U}$ 를 구한다.

5. 수치예

5.1 모형

본 연구에서 다루는 모형은 3대 기계, 4개 부품, 12개 작업으로 구성되어 있으며 이의 선후관계는 <figure 1>과 같다.

<figure 1> The network for a problem with 12 operations(on four jobs) and three machines



각 부품의 작업들이 각 기계에서 처리될 때의 가공시간은 전문가의 의견이 반영된 삼각퍼지수(a, b, c)로 나타내어져 있다. 퍼지 가공시간은 <Table 1>과 같다.

<Table 1> The expert's TFN for each processing time

machine	operation											
	I			II				III			IV	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
M1	(3,6,10) (5,7,10) (4,6,11)			(2,3,4) (2,3,4) (2,3,5)		(3,4,5) (3,4,5) (2,4,5)			(5,6,7) (5,6,7) (4,6,7)			
M2		(3,4,7) (2,4,7) (2,4,6)			(6,7,9) (6,8,9) (5,7,10)		(4,5,6) (4,5,7) (4,5,6)	(2,4,5) (2,3,4) (2,3,5)			(3,4,5) (3,4,5) (3,4,5)	
M3			(3,5,6) (2,4,6) (4,5,6)							(4,6,8) (5,7,8) (5,7,9)		(7,9,10) (7,10,11) (8,9,10)

5.2 제안 알고리즘 적용

1단계 전문가 N명의 예상 가공시간들을 정렬한다<Table 2>.

<Table 2> The expert's TFN ranked for each processing time

m a c h i n e	operation											
	I			II				III			IV	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
M1	(3,6,10) <sup>3</sup>			(2,3,4) <sup>2</sup>		(3,4,5) <sup>1</sup>			(5,6,7) <sup>1</sup>			
	(5,7,10) <sup>1</sup>			(2,3,4) <sup>2</sup>		(3,4,5) <sup>1</sup>			(5,6,7) <sup>1</sup>			
	(4,6,11) <sup>2</sup>			(2,3,5) <sup>1</sup>		(2,4,5) <sup>2</sup>			(4,6,7) <sup>2</sup>			
M2		(3,4,7) <sup>1</sup>			(6,7,9) <sup>2</sup>		(4,5,6) <sup>2</sup>	(2,4,5) <sup>1</sup>				(3,4,5) <sup>1</sup>
		(2,4,7) <sup>2</sup>			(6,8,9) <sup>1</sup>		(4,5,7) <sup>1</sup>	(2,3,4) <sup>3</sup>				(3,4,5) <sup>1</sup>
		(2,4,6) <sup>3</sup>			(5,7,10) <sup>3</sup>		(4,5,6) <sup>2</sup>	(2,3,5) <sup>2</sup>				(3,4,5) <sup>1</sup>
M3			(3,5,6) <sup>2</sup>							(4,6,8) <sup>3</sup>		(7,9,10) <sup>3</sup>
			(2,4,6) <sup>3</sup>							(5,7,8) <sup>2</sup>		(7,10,11) <sup>1</sup>
			(4,5,6) <sup>1</sup>							(5,7,9) <sup>1</sup>		(8,9,10) <sup>2</sup>

2단계 제안 알고리즘 I, II 적용

단계0)  $n = 4$ , 1은 I에서는 3, II에서는 4, III에서는 3, IV에서는 2이다.

단계1) 가장 우월한 퍼지수 선택. 선택된 퍼지수는 <Table 3>과 같다.

<Table 3> The processing time of operations taken for each job

m a c h i n e	operation											
	I			II				III			IV	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
M1	(5,7,10)			(2,3,5)		(3,4,5)			(5,6,7)			
M2		(3,4,7)			(6,8,9)		(4,5,7)	(2,4,5)			(3,4,5)	
M3			(4,5,6)							(5,7,9)		(7,10,11)

단계2) 부품 i에 대한  $\hat{T}_i$ 의 결과는 <Table 4>와 같다.

단계3)  $\hat{T}_i$ 값에 따라 내림차순으로 정렬하면, II → I → III → IV가 된다.

단계4) 부품 II 선택

단계5)  $r=2$



<Table 4> The computational example of an each route by step 2

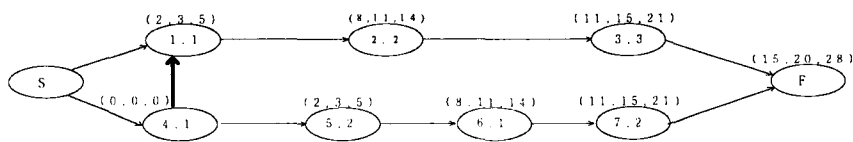
Part	route	$\tilde{T}_i$	$m(\tilde{T}_i)$
I	(1,1)→(2,2)→(3,3)	(12, 16, 23)	17
II	(4,1)→(5,2)→(6,1)→(7,2)	(15, 20, 26)	20.33
III	(8,2)→(9,1)→(10,3)	(12, 17, 21)	16.67
IV	(11,2)→(12,3)	(10, 14, 16)	13.33

단계6) 부품 II에 나머지 세 부품을 차례로 도입한 결과는 <Table 5>와 같다. 이의 네트워크는 <Figure 2>와 같다.

<Table 5> The computational example of an each route at r=2

	route	$\hat{M}$	$m(\hat{M})$
{II, I}	II + I [(4,1)→(1,1)]	(15, 20, 28)	21*
	II + I [(1,1)→(4,1)]	(21, 28, 38)	29
{II, III}	II + III	(15, 21, 26)	20.67
{II, IV}	II + IV	(16, 21, 26)	21

<figure 2> The network after retracting part I



단계7) <Table 5>에서 21, 20.67, 21 선택

단계8) 단계7에서 21로 가장 큰 값을 가진 부품 I를 두번째 도입 부품으로 결정

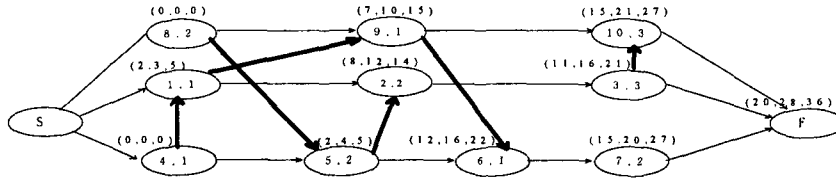
단계9) 단계6으로 간다. r=3

단계6) {II+I}에 나머지 두 부품을 하나씩 도입한 결과는 <Table 6>과 같다. 이의 네트워크는 <Figure 3>과 같다.

<Table 6> The computational example of an each route at r=3

	route	$\hat{M}$	$m(\hat{M})$
{II, I, III}	II + I + III	(20, 28, 36)	28*
{II, I, IV}	II + I + IV	(16, 21, 28)	21.67

<figure 3> The network after retracting part III



단계7) <Table 6>에서 28, 21.67 선택

단계8) 부품 III를 세번째 도입 부품으로 결정

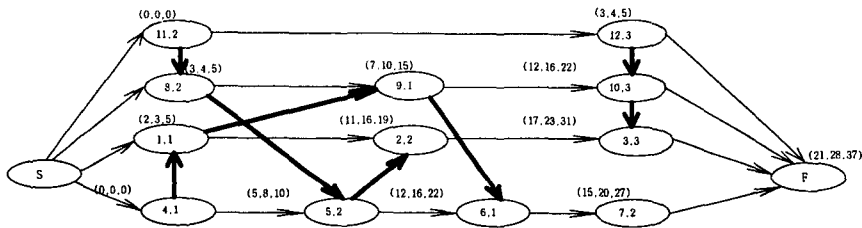
단계9) 단계6으로 간다.  $r=4$

단계6) 마지막 도입 부품으로 IV를 도입한 결과는 <Table 7>과 같다.  
이의 네트워크는 <Figure 4>와 같다.

<Table 7> The computational example of an each route at  $r=4$

	route	$\bar{M}$	$m(\bar{M})$
(II, I)	II + I + III + IV [(8,2)→(11,2)]	(21,30,36)	29
(III, IV)	II + I + III + IV [(11,2)→(8,2)]	(21,28,37)	28.67

<figure 4> The network after retracting part IV



단계7) <Table 7>에서 28.67 선택

단계8) 단계10으로 간다.

단계10) 작업순서  $\Pi \rightarrow I \rightarrow III \rightarrow IV$ 와  $\bar{M}=(21, 28,37)$ 을 선택. 이의 네트워크는 <Figure 4>와 같다.  
작업순서  $\Pi \rightarrow I \rightarrow III \rightarrow IV$  [(11,2)→(8,2)]를 작업순서로 결정한다.

<Table 8> Fuzzy Parameters of the sequence II-I-III-IV

j	I	II	III	IV
$\tilde{q}_{i1}$	(2,3,5)	(0,0,0)	(3,4,5)	(0,0,0)
$\tilde{P}_{i1}$	(5,7,10)	(2,3,5)	(2,4,5)	(3,4,5)
$\tilde{C}q_{i1}$	(7,10,15)	(2,3,5)	(5,8,10)	(3,4,5)
$\tilde{q}_{i2}$	(0,6,12)	(0,5,8)	(0,2,10)	(0,0,0)
$\tilde{P}_{i2}$	(3,4,7)	(6,8,9)	(5,6,7)	(7,10,11)
$\tilde{C}q_{i2}$	(10,20,34)	(8,16,22)	(10,16,27)	(10,14,16)
$\tilde{q}_{i3}$	(0,3,21)	(0,0,11)	(0,0,6)	
$\tilde{P}_{i3}$	(4,5,6)	(3,4,5)	(5,7,9)	
$\tilde{C}q_{i3}$	(14,28,61)	(11,20,41)	(15,23,42)	
$\tilde{q}_{i4}$		(0,0,0)		
$\tilde{P}_{i4}$		(4,5,7)		
$\tilde{C}q_{i4}$		(15,25,48)		

작업순서 II→I→III→IV의 대기시간을 고려한 퍼지 makespan이 (14, 28, 61)로 결정된다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 가공시간치, 고장률 등에 관한 자료 수집이 어렵고 모형의 구축이 복잡한 확률적 방법 대신 퍼지 개념을 가공시간에 도입하여 간략화하였고 기계에서의 순서계획을 할 수 있는 알고리즘을 제시하였다. 그리고 제안한 알고리즘을 수행한 수리예를 들었다. 여기서는 모델에 최단 가공시간 우선 규칙을 사용하여 얻은  $\bar{M}=(21,30,36)$ 보다 나은 해를 구해낼 수 있었다.

퍼지이론을 이용하여 현장에서 전문가들의 의견을 수렴하여 반영함으로써 보다 현실적인 일정계획을 이룰수 있었고, 확률이나 통계기법을 이용할 경우 자료를 수집하고 분석하여 확률분포를 구하여 일정계획을 하였을 경우의 시간 손실과 오류의 가능성을 줄일 수 있음을 보였다. 이렇게 구해진 퍼지 형태의 결과치는 기존의 결과치와는 달리 구간으로 나타내어지므로 의사결정자가 그 전체 공정의 완료시간의 하한과 상한을 파악할 수 있고, 또 가능성이론과 퍼지적분을 이용해 각 시간치 마다의 가능성을 파악함으로써 의사결정 할 수 있는 폭을 넓혀 생산라인을 운용하는데 필요로 하는 융통성 있는 의사결정을 할 수 있도록 폭넓은 정보를 제시하였다.

본 연구에서 제시된 방법은 과거의 축적된 자료가 없는 작업 현장에서도 일정계획을 수립할 수 있으므로 실 현장에 쉽게 적용되리라 생각된다.

### 참 고 문 헌

1. Adams, J., Balas, E. and Zawack, D., "The Shifting Bottleneck Procedure for Job Shop Scheduling", *Management Science*, Vol.34, No.3, pp.391-401, 1988.
2. Baker, K.R., *Introduction to Sequencing and Scheduling*, John Wiley & Sons, 1974.
3. Bell, C.E. and Park, K., "Solving Resource-Constrained Project Scheduling Problem by A\* Search", *Naval Research Logistics*, Vol.37, pp.61-84, 1990.
4. Carlier, J., "The One-Machine Sequencing Problem", *European J. of O.R.*, Vol.11, pp.42-47, 1982.
5. Carlier, J. and Pinson, E., "An Algorithm for Solving the Job Shop Problem", *Management Science*, Vol.35, No.2, pp.164-176, 1989.
6. Dauzere-Peres, S. and Lasserre, J. B., "A Modified Shifting Bottleneck Procedure for Job-Shop Scheduling", *Int. J. of Prod. Res.*, Vol.31, No.4, pp.923-932, 1993.
7. Dubois, D. and H. Prade, "The Advantages of Fuzzy Approach in OR/MS demonstrated on two Examples of Resources Allocation Problems", In *Progress in Cybernetics and Systems Research*, VIII, Hemisphere, Washington, D.C., pp.491-497, 1982.
8. Dumitru, V. and F. Luban, "Membership Function, Some Mathematical Programming Models and Production Scheduling", *Fuzzy Sets and Systems*, 8, pp.19-33, 1982.
9. Kaufmann, A. and M.M. Gupta, *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science*, North-Holland, Amsterdam, 1988.
10. Kaufmann, A. and M. M. Gupta, *Introduction to Fuzzy Arithmetic*, North-Holland, Amsterdam, 1985.
11. Lee, E.S. and Li, R.J., "Comparison of Fuzzy Number based on the Probability Measure of Fuzzy Events", *Computers Math. Applic.*, Vol. 15, pp.887-896, 1988.
12. McCahon, C.S. and E.S. Lee, "Job Sequencing with Fuzzy Processing Times", *Com. Math. Applic.*, Vol.15, pp.887-896, 1988.
13. Park, M. C., "A bottleneck-based decomposition approach to FMS scheduling under routing flexibility" Ph. D. The University of Iowa, 1990.
14. Tsujimura, Y., I.S. Chang, M. Gen and S.H. Park, "An Effective Method for Solving Flow Shop Scheduling Problems with Fuzzy Processing Times", *Computers and Industrial Engineering*, Vol.25, pp.239-242, 1993.
15. 김정자, 이상완, 박병주, "퍼지 환경하에서 FLOW SHOP 일정계획 방법에 관한 연구", *경영과학지*, 제13권, 제2호, pp.163-175, 1996.
16. 이상완, 신대혁, "퍼지환경하에서 품질수준 확보를 위한 일정계획에 관한 연구", *한국품질경영학회지*, 제23권, 제3호, pp.156-166, 1995.