

## 로켓 노즐 내의 난류유동 및 열전달에 관한 수치해석적 연구

배주찬, 이태호(국방과학연구소), 강신형(서울대학교)

### Numerical Study on Turbulent Flow and Heat Transfer in the Rocket Nozzle

Joo-Chan Bae, Tae-Ho Lee(Agency of Defence Development),  
Shin-Hyung Kang(Seoul National University)

#### ABSTRACT

Numerical analysis on turbulent flow and heat transfer in the rocket nozzle has been studied using the mass-weighted-averaged full Navier-Stokes equations, the Morkovin hypothesis on turbulent flow, the  $k-\epsilon$  turbulence model with the wall function specially designed to be able to consider the effects of pressure gradients, heat transfer and compressibility, and the numerical scheme of Karki. The present results are in good agreement with the experiments of Back et al.

#### 초 록

질량가중평균의 완전 Navier-Stokes 방정식, 압축성 난류유동에 대한 Morkovin의 가설,  $k-\epsilon$  난류모델, 압력구배와 벽열전달과 압축성의 효과를 고려한 벽함수 모델, Karki의 수치해석기법 등을 사용하여 로켓노즐 내의 난류유동 및 열전달을 수치해석하고 Back 등의 실험 결과와 비교하였다.

#### 1. 서 론

로켓 노즐 유동은 오랫동안 유체역학 및 열전달 분야의 중요한 공학적 연구주제가 되어왔다. 이 분야에 관한 시대적 요구가 절실하였던 1950~1960년대에는 난류모델과 압축성 유동장의 계산방법이 지금 처럼 발전하지 못하였고 주로 경계층 방정식을 적분방법으로 계산하는 해석적 연구<sup>1)</sup>와 초음속 노

즐유동에 대한 실험적 연구<sup>2,3)</sup>가 주류를 이루었다. 1970년대 이후 대용량의 컴퓨터가 보급되면서 전산 유체역학의 급진적 발전과 함께 압축성 유동 계산 방법과 난류모델 분야의 연구가 괄목할 만한 진보를 보였으나, 로켓 노즐 유동의 열전달 문제에 대한 정교한 해석적 연구는 많지 않으며 대부분의 연구들이 여전히 경계층 이론과 대수 난류모델을 기초로 하고 있다. 최근의 연구<sup>4)</sup>도 포물형 Navier Stokes

방정식을 기본으로 하고 Baldwin-Lomax의 난류 모델을 사용하여 초음속 유동장에 한해 해석하는 수준이다. 이와 같이 이 분야에 대한 연구가 부진한 것은 아음속-천이음속-초음속 유동장의 총체적 수치계산 방법, 심한 압력구배/벽열전달/압축성 등을 수반하는 난류유동의 모델링, 수치계산 알고리즘과 난류모델의 수치해석적 접합성 등이 로켓 노즐 열 유동장 해석을 난이하게 만드는 요인들로 작용하기 때문이다. 본 연구의 목적은 기존 연구의 이 같은 한계를 극복하고 로켓 노즐 내의 압축성 난류 유동에 대한 개선된 계산모델을 제시함에 있다.

## 2. 연구방법

질량가중평균(Mass-Weighted-Averaged)의 완전 Navier Stokes 방정식과 압축성 난류 유동에 대한 Morkovin의 가설을 기본으로 하여 지배방정식을 전개하였고, Karki<sup>5)</sup>의 수치계산 방법과  $k-\epsilon$  난류모델을 적용하였으며, 압력구배와 벽열전달과 압축성 효과를 고려한 개선된 벽함수를 연구하였다.

Morkovin의 가설과 관련하여 자유 유동장의 Mach 수가 5 보다 크지 않은 경계층 유동과 Mach 수가 1.5 이하인 제트 유동의 경우 비압축성 유동의 난류모델을 압축성 유동장에도 그대로 유효하게 적용할 수 있음이 검증되어 있다<sup>6,7)</sup>.

Karki<sup>5)</sup>의 유동 계산방법은 유한체적법을 기본으로 하고, 공변속도(covariant velocity)를 변수로 사용하며, SIMPLER 알고리즘을 압축성 유동 계산에 확장한다. 이 방법은 압력을 기본변수로 사용하기 때문에 비압축성 유동을 비롯한 모든 Mach 수 영역의 유동을 하나의 로직으로 계산하는 장점을 가진다.

난류모델은 매우 다양하게 개발되고 있으나, 공학적인 해를 구하는데 있어서는 앞으로 상당한 기간동안  $k-\epsilon$ 과 같은 2-방정식 모델이 보편적으로 사용될 것으로 전망된다.

한편, 벽함수의 사용에 대해 일부 부정적인 견해<sup>8)</sup>에도 불구하고 벽함수의 유용성이 증대되는 추세임을 볼 수 있으며<sup>9-11)</sup>, 본 연구에서는 기존의 벽함수들이 벽으로 부터의 열전달 효과를 적절히

반영하지 못하는 단점을 보완하여 압력구배와 벽 열전달과 압축성 등의 효과를 고려한 개선된 벽함수 모델을 연구하여 제시하였다.

- $H$  : 엔탈피  
 $H'$  :  $\rho_w u_\tau (H_w - H) / q_w$   
 $h$  :  $q_w / (T_w - T_{aw})$   
 $k$  : 난류운동 에너지  
 $L$  : 노즐 길이  
 $P$  : 난류운동 에너지 생성  
 $p$  : 압력  
 $p^+$  :  $(dp/dx) \mu_w / (\tau_w \rho_w u_\tau)$   
 $Pr$  : 프란틀 수  
 $q$  : 열유속  
 $R_c$  : 기체상수  
 $R_c$  : 회복인자  
 $Re_D$  :  $\rho_e u_e D / \mu_e$   
 $St$  :  $h / (\rho_e u_e C_p)$   
 $T_{aw}$  :  $T_e + R_c u_e^2 / 2$   
 $u_\tau$  :  $\sqrt{\tau_w / \rho_w}$   
 $u^+$  :  $u / u_\tau$   
 $y$  : 벽에 수직한 좌표  
 $y^+$  :  $\rho_w u_\tau y / \mu_w$   
 $y_{vo}^+$  :  $p^+ = \beta_o = \gamma_o = 0$ 에서의  $y^+$   
 $z$  : 축방향 좌표  
 $\beta_o, \beta_t, \beta_i$  :  $q_w / (\rho_w u_\tau C_p T_w)$   
 $Pr \beta_o \tau_w / \langle \tau \rangle_o$   
 $Pr_t \beta_o \tau_w / \langle \tau \rangle_t$   
 $\gamma_o, \gamma_t, \gamma_i$  :  $u_\tau^2 / (2 C_p T_w)$   
 $Pr \gamma_o$   
 $Pr_t \gamma_o$   
 $\epsilon$  : 난류에너지 소산율  
 $\chi$  : von-Karman 상수  
 $\mu$  : 점성계수  
 $\rho$  : 밀도  
 $\tau$  : 전단응력

$$\langle \tau \rangle_i : \left( \frac{1}{u} \int_0^u \frac{du}{\tau} \right)^{-1}$$

$$\langle \tau \rangle_i : \left( \frac{1}{u} \int_{u_v}^u \frac{du}{\tau} \right)^{-1}$$

$$\Omega : 1 + (\beta_t - \beta_l) u_v + (\gamma_t - \gamma_l) u_v^2$$

$$\omega : \mu \sim T^\omega$$

$$\bar{q}_j = - \left( \frac{\bar{\mu}}{Pr} \right) \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j}$$

$$- \overline{\rho u_i'' u_j''} = \mu_t \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \delta_{ij} \frac{2}{3} \left( \mu_t \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_m} + \rho \bar{k} \right)$$

$$- \overline{\rho u_j'' \tilde{h}''} = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j}$$

상첨자

- : 시간 평균
- ~ : 질량가중 평균
- ' : 시간평균에 대한 교란
- '' : 질량가중평균에 대한 교란

$$\tilde{H} = \tilde{h} + \frac{1}{2} \tilde{u}_m \tilde{u}_m + k$$

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} k / \varepsilon$$

하첨자

- l : 층류
- o : 정체
- t : 난류
- v : 점성저층의 경계
- w : 벽

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P - \bar{\rho} \varepsilon$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 P - C_2 \bar{\rho} \varepsilon) + C_3 \bar{\rho} \varepsilon + \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_m}$$

$C_\mu$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0.09	1.44	1.92	1.00	1.0	1.3

3. 이 론

3.1 지배방정식

완전 Navier-Stokes 방정식을 질량가중평균 방법으로 전개하고, 난류에 대해 Morkovin의 가설을 적용하여 정리한 다음 그 결과를 편의상 Cartesian 텐서를 사용하여 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u_i'' u_j''})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{H}) = \frac{\partial}{\partial x_j} [- \bar{q}_j - \overline{\rho u_j'' \tilde{h}''} + \tilde{u}_i (\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u_i'' u_j''})]$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{h} / C_p$$

$$\bar{\tau}_{ij} = \bar{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \delta_{ij} \frac{2}{3} \bar{\mu} \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_m}$$

3.2 벽함수

경계층 내의 벽부근에 있는 얇은 유동층을 Couette 유동으로 가정하고, 이 유동층을 층류가 지배적인 점성저층과 난류가 지배적인 관성저층의 2-유동층으로 가정한다. 이때 압력구배가 작은 비압축성 유동에서는  $y_v^+$ 가 일정하며 11~12의 점성저층 경계값을 가진다. 그러나 압력구배와 벽열전달을 수반하고 압축성 효과가 현저한 유동에서는  $y_v^+$ 가 유동조건에 따라 변한다. 이러한 현상은 개념적으로는 이해 되지만 물리적으로 명확하게 규명하지는 못하고 있는 실정이다. 본 연구에서는 점성저층의 두께를 결정하기 위하여 점성저층 경계에서 난류 Reynolds 수가 일정한 임계값을 가진다고 가정하여<sup>9,12,13)</sup>  $y_v^+$ 에 대한 다음의 식을 유도하였다.

$$y_v^+ = \frac{y_{10}^+}{\sqrt{1 + p^+ y_v^+}} (1 - \beta_l u_v^+ - \gamma_l u_v^{+2})^{\omega + 1/2}$$

심한 압력구배와 벽열전달을 겪으면서 점성저층 내의 유동변수들의 분포도 유동조건에 따라 변한

다. 이를 고려하기 위하여 유효점성계수 및 유효 Pradtl수와 혼합길이에 대하여 2-유동층 모델<sup>(12,15)</sup>을 적용하고, 이때  $\mu \sim T^\omega$  관계를 이용하면 다음의 벽함수들을 유도된다.

(온도분포)

$$y^+ \leq y_r^+ : T/T_w = 1 - \beta_t u^+ - \gamma_t u^{+2}$$

$$y^+ > y_r^+ : T/T_w = \Omega - \beta_t u^+ - \gamma_t u^{+2}$$

(속도분포)

$$y^+ \leq y_r^+ : \int_0^{u^+} (1 - \beta_t u - \gamma_t u^2)^\omega du = y^+ + \frac{1}{2} p^+ y^{+2}$$

$$y^+ > y_r^+ : u^+ = u_r^+ \cos B + \frac{C}{\sqrt{\gamma_t}} \sin B - \frac{\beta_t}{2} \gamma_t (1 - \cos B)$$

여기서

$$A = 2(\sqrt{1+p^+y_r^+} - \sqrt{1+p^+y^+}) + \ln \left( \frac{1+\sqrt{1+p^+y_r^+}}{1+\sqrt{1+p^+y^+}} \frac{1-\sqrt{1+p^+y_r^+}}{1-\sqrt{1+p^+y^+}} \right)$$

$$B = \frac{A}{x} \sqrt{\gamma_t}, \quad C = \sqrt{\Omega - \beta_t u_r^+ - \gamma_t u_r^{+2}}$$

( $\varepsilon$  분포)

$$y=0 : \varepsilon = \varepsilon_w = \frac{2\mu_w}{\rho_w} \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)_w^2$$

$$y \leq y_r : \varepsilon \sim y$$

$$y > y_r : \varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{xy}$$

( $k$  분포)

$$y \leq y_r : \rho k \sim y^2$$

$$y > y_r : \rho k \sim y$$

( $P$  분포)

$$y \leq y_r : P \sim y^4$$

$$y > y_r : P \sim \frac{1}{xy} \sqrt{\frac{(\tau_w + \frac{db}{dx} y)^3}{\rho}}$$

이상에서 관성저층에서의  $u^+$  분포식은 White<sup>15)</sup>의 벽법칙 전개과정을 참조하였고, 온도분포식은 Viegas 등<sup>9)</sup>의 전개과정을 인용하였다. 한편  $k$ 와  $\varepsilon$  및  $\rho$ 의 분포는 관성저층이 국소적으로 평형 유동이라고 가정하고 점성저층에서의 Jones와 Launder<sup>16)</sup>, Patel<sup>17)</sup> 등의 고찰결과들을 분석하여 유도하였다(자세한 전개과정은 참고문헌 14 참조).

#### 4. 결과 및 고찰

초음속 노즐유동에 대한 Back 등<sup>2,3)</sup> 실험연구는 노즐내의 유동특성과 함께 심한 압력구배와 열전달을 수반하는 압축성 난류유동장을 이해하는데 크게 기여하였다. 본 논문에서는 Back의 3종류의 실험노즐에 대한 유동을 수치해석하고 다음의 내용들을 고찰하였다.

- (1) 벽함수의 거동(그림 1~2): 그림에서 실선은 비압축성 단일 유동( $p^+ = \beta_0 = \gamma_0 = 0$ )의 로그법칙을 표시한다. 순압력구배( $P^+ < 0$ )는  $u^+$  분포를 아래로  $H^+$  분포를 위로 치우치게 하고  $y_r^+$ 를 증가시킨다. 압축성( $\gamma_0$ )이 클수록  $u^+$  분포는 아래로  $H^+$  분포는 위로 치우치고  $y_r^+$ 는 감소한다. 이러한 경향은 모두 합리적인 벽함수의 거동을 보여준다.

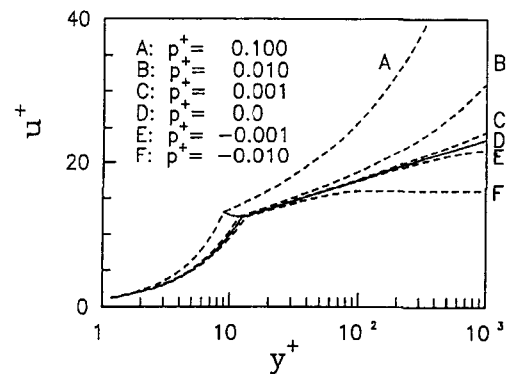


그림 1(a). Behavior of  $u^+$  with the variation of  $p^+$

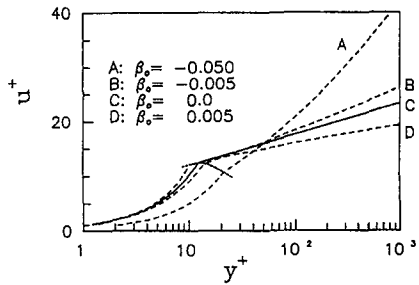


그림 1(b). Behavior of  $u^+$  with the variation of  $\beta$ .

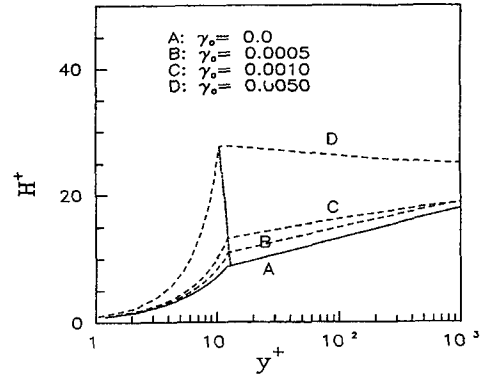


그림 2(c). Behavior of  $H^+$  with the variation of  $\gamma$ .

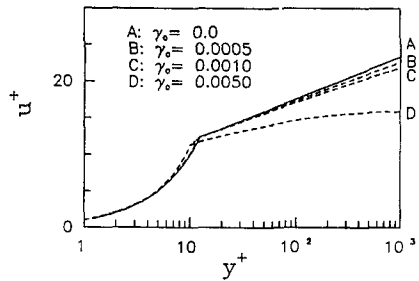


그림 1(c). Behavior of  $u^+$  with the variation of  $\gamma$ .

(2) 실험결과와의 비교(그림 3~6) : 그림 3은 수치해석 격자를 보여 준다. 그림 4는 압력분포를, 그림 5는 벽냉각과 벽가열의 두 경우에 대한 표면마찰계수의 분포를, 그림 6은 정체압력의 변화에 따른 열전달계수의 분포를 각각 나타낸 것으로서 전반적으로 해석치와 실험치가 잘 일치함을 보여준다.

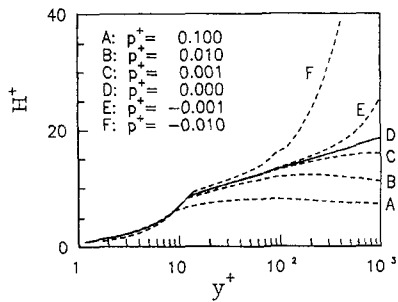


그림 2(a). Behavior of  $H^+$  with the variation of  $p^+$ .

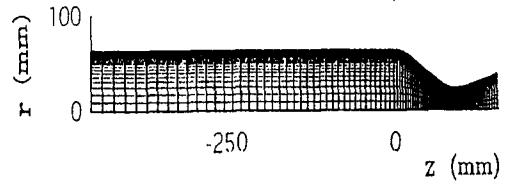


그림 3. Discretized domain of a nozzle.

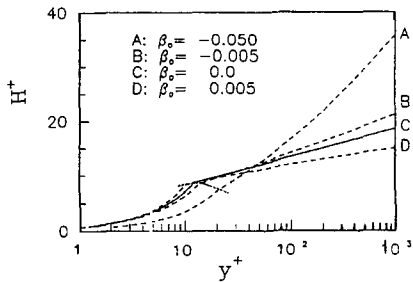


그림 2(b). Behavior of  $H^+$  with the variation of  $\beta$ .

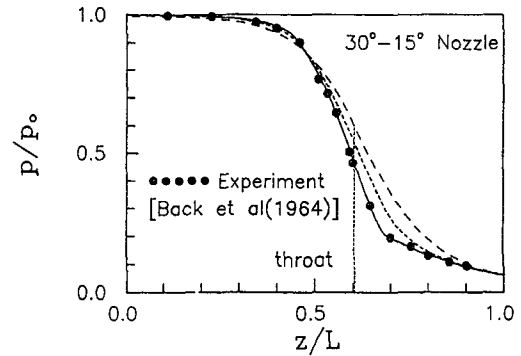


그림 4. Pressure distribution.

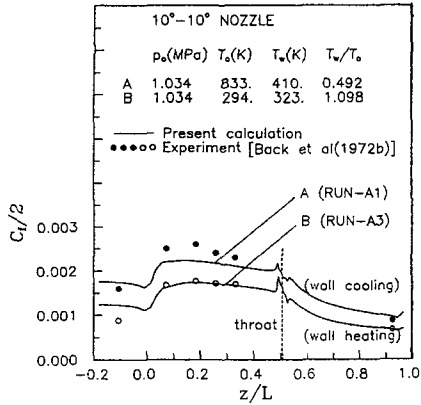


그림 5. Skin friction coefficient distribution.

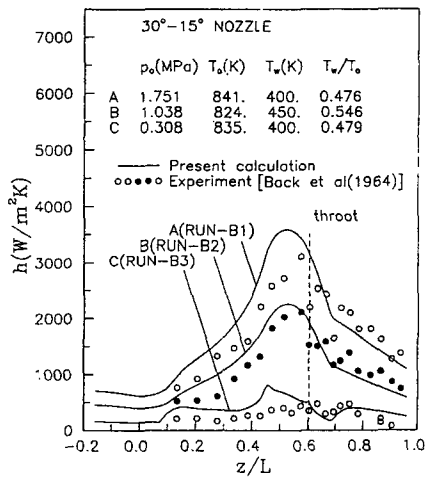


그림 6. Heat transfer coefficient distribution.

(3) 다른 계산 결과와의 비교(그림 7) : 벽열전달 효과의 반영이 미흡한 Viegas 등<sup>9)</sup>의 벽함수 모델, 비압축성에서 일반적으로 사용하고 있는 TEACH 프로그램의 벽함수 모델, 그리고 로켓 노즐의 열설계에서 널리 사용하고 있는 Bartz<sup>11)</sup>의 열전달계수 예측식을 노즐 유동에 적용하고 본 논문의 해석치와 비교하여 그림 7에 나타내었다. 4가지 예측결과가 모두 노즐 축소부에서 근사한 분포를 보이는 것은 이 부위가 아직 압축성 효과가 약한 아음속 영역이고 또한 압력구

배가 크지 않기 때문이다. 그러나 점차 하류로 갈수록 각 모델의 결과가 상이하게 나타나고, 노즐목과 확대부에서는 상당한 차이를 보인다. 이와 같은 차이는 노즐목 부위에서 압력구배효과가 크고, 확대부에서는 압축성 효과가 크게 작용하기 때문이다. 노즐목 부위와 확대부에서 Viegas 등<sup>9)</sup>의 모델이 본 벽함수 모델보다 과대 예측되지만, TEACH 모델보다는 양호한 예측을 나타내는 것으로 보아 Viegas 등의 모델이 압력구배, 벽열전달 및 압축성 등의 효과를 반영하기는 하지만 그 효과가 미흡함을 알 수 있다.

(4) 노즐축소부에서의 실험치와의 차이(그림 5~7) : 노즐축소부에서 열전달계수와 표면마찰계수에 대한 해석치들이 실험치와 상당한 차이를 보인다(그림 5~6). 그러나 4가지 벽함수 모델들의 해석치가 서로 근사한 것으로 보아(그림 7), 이러한 해석치와 실험치의 차이는 벽함수 모델에 기인하는 것이 아니고 노즐 입구의 유동조건에 대한 불확실한 정보에 기인하는 것으로 판단된다.

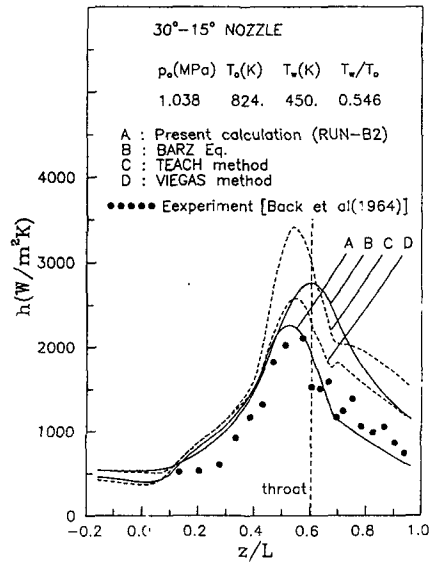


그림 7. Comparisons of four kinds of wall function models.

(5) Reynolds 상사(그림 8) : 노즐 확대부는 초음속 영역으로서 압축성 효과가 중요하게 작용한다. 이러한 압축성 효과는 표면마찰계수와 Stanton 수를  $Re_D$ 의 함수로 표시한 그림 8에서 볼 수 있다. 즉, 노즐의 하류로 진행함에 따라 Reynolds 상사가 깨어짐을 볼 수 있으며, 특히 확대부의  $C_f$ 와  $St.P_r^{0.8}$ 이 동일한  $Re_D$ 를 가지는 축소부와 크게 차이가 나타나는 것은 Mach수의 증가에 따른 압축성 효과의 증대에 기인하는 것으로 해석되고, 본 연구의 벽함수 모델이 이러한 압축성 효과를 합리적으로 반영하고 있음을 알 수 있다.

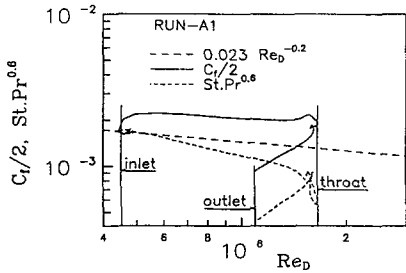


그림 8. Reynolds analogy.

(6) 정체압력의 영향(그림 6, 그림 9) : 그림 6과 그림 9는 압축성 유동에서 정체압력이 표면마찰계수와 열전달계수에 직접적으로 영향을 미침을 볼 수 있으며, 이것은 정체압력의 증가에 따른 질량유동율의 증가에 기인하는 것으로 해석된다.

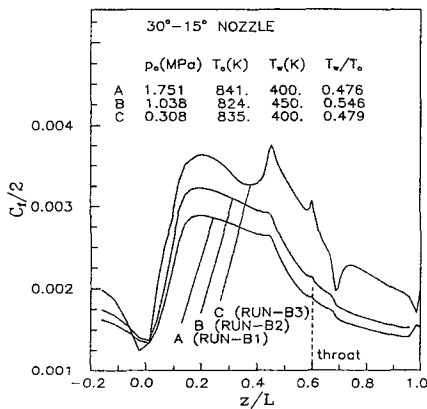


그림 9. Effects of pressure on skin friction.

(7) 벽온도의 영향(그림 10) : 압축성이 약한 노즐 축소부에서는 열전달계수에 대한 벽면온도의 영향이 거의 나타나지 않으나 노즐목 부근과 확대부에서는 벽냉각이 크에 따라 열전달계수가 증가한다(그림 10(a)). 이와 관련하여 Fitt 등<sup>18)</sup>은 평판 위의 공기 유동에 대한 실험을 통하여  $h \sim (T_w/T_0)^{-0.25}$ 의 상관식을 제시한 바 있으나, 이식은 본 해석결과로 보아 0.5~0.8 범위의 Mach 수 영역에서만 타당한 것으로 분석된다. 한편 벽온도가 표면마찰계수에 미치는 영향은 열전달계수의 경우와는 반대의 경향을 보인다(그림 10(b)). 이것은 아음속 영역에서는 벽냉각이 표면마찰계수에 증대한 영향을 미치지만 초음속 영역에서는 벽냉각효과보다 경계층 바깥의 빠른 속도장이 표면마찰계수에 더 지배적으로 작용하기 때문인 것으로 해석된다.

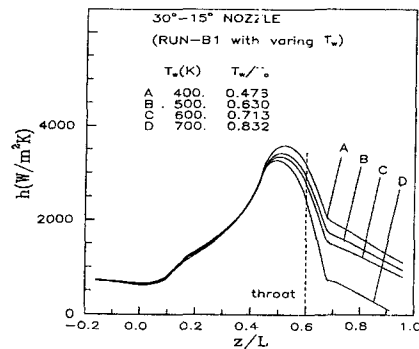


그림 10(a). Effects of wall temperature on heat transfer coefficient.

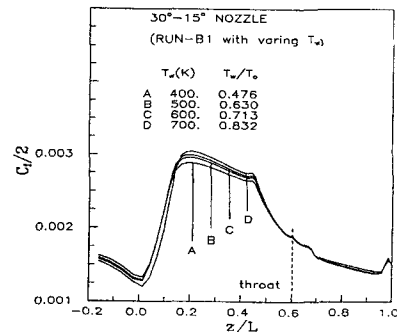


그림 10(b). Effects of wall temperature on skin friction coefficient.

(8) 코어 유동장(그림 11) : 난류모델의 적용에 따라 노즐벽의 영향이 노즐 코어 유동장까지 침투하여 비실제적인 결과를 보일 수 있다. 예를 들면 강신형 등<sup>19)</sup>이  $10^\circ$ - $10^\circ$  노즐 유동을 VNAP 프로그램으로 계산하여 벽에 의한 Mach 수의 지면이 벽면과 중심선의 중앙부분까지 영향을 미치는 잘못된 결과를 보이면서 그 원인으로 혼합길이 난류모델의 부적절한 적용을 지적한 바 있다. 그림 11은 동일한 문제에 대한 본 계산 결과로서 코어 영역에서 비점성 유동해와 난류 유동해가 잘 일치하는 합리적인 결과를 보여준다.

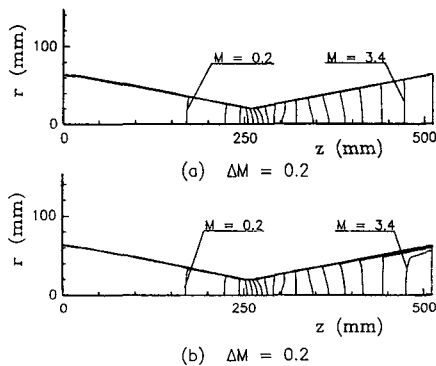


그림 11. Isomach lines for (a) inviscid, (b) turbulent flow solution.

(9) 수치계산적 접합성 : Karki의 계산방법과  $k-\epsilon$  난류모델 및 벽함수와 수치계산적 접합성은 대체로 양호하다. 다만 노즐 내의 난류 유동장 계산에서는 압력장의 초기조건이 수치계산의 안전성에 영향을 주며(그러나 초기 압력장으로서 비점성 유동장의 해를 사용함으로써 안정된 해를 얻을 수 있었음), 또한 벽에서 첫 번째 격자점까지의 무차원 거리가  $10 < y^+_2 < 300$ 의 범위를 벗어나면 수치계산적 안정성이 자하되는 경향을 보인다.

## 5. 결 론

로켓 노즐 내의 비평형 압축성 난류 유동 및 열

전달에 대한 합리적이고 효율적인 수치해석 방법을 제시하고, 로켓 노즐 내의 유동 및 열전달에 대한 제반 특성들을 고찰하였다. 특히 본 연구의 벽함수 모델은 압축성 난류 유동의 압력구배 효과와 벽열전달 효과와 압축성 효과를 합리적으로 반영함을 확인하였고, Karki<sup>5)</sup>의 수치계산 방법과  $k-\epsilon$  난류모델 및 본 연구의 벽함수모델의 수치계산적 접합성이 양호함을 확인하였다.

## 참 고 문 헌

1. Bartz, D. R., "Turbulent Boundary Layer Heat Transfer from Rapidly Accelerating Flow of Rocket Combustion Gases and of Heated Air," *Advanced in Heat Transfer*, Vol.2, 1965, pp.1~108.
2. Back, L. H., Massier, P.F. and Gier, H. L., "Convective Heat Transfer in a Convergent Divergent Nozzle," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 7, 1964, pp.549~568.
3. Back, L. H., Massier, P. F. and Cuffel, R. F., "Flow Phenomena and Convective Heat Transfer in a Conical Supersonic Nozzle," *Journal of Spacecraft*, Vol. 4, 1967, pp.1040~1047.
4. Gregg, T., "PNS Simulation of Rocket Exhaust Nozzle Flows," AIAA paper 88~3345. 1988,
5. Karki, K. C., "A Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Complex Geometries," Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1986,
6. Maise, G. and McDonald, H., "Mixing Length and Kinetic Eddy Viscosity in a Compressible Boundary Layer," *AIAA Journal*, Vol.6, 1968, pp.73~80.
7. Gaviglio, J., "Reynolds Analogies and Experimental Study of Heat Transfer in the Supersonic Boundary Layer," *International*



- Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.30, 1987, pp.911~926.
8. Launder, B.E., "On the Computation of Convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flow," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.110, 1988, pp.1112~1128.
  9. Viegas, J. R., Rubesin, M. W. and Horstman, C. C., "On the Use of Wall Conditions for Two-Dimensional Separated Compressible Flows," AIAA Paper 85-0180. 1985,
  10. Horstman, C. C., "A Computational Study of Complex Three-Dimensional Compressible Turbulent Flow Fields," AIAA Journal, Vol.23, 1985, pp.1461~1462.
  11. Goldberg, U. C. and Chakravarthy, S. R., "Separated Flow Predictions Using a Hybrid  $k-1/Back$  Flow Model," AIAA Journal, Vol.28, 1990, pp.1005~1009.
  12. Kays, W. M. and Crawford, M. M., "Convective Heat and Mass Transfer," 2nd Ed., McGraw-Hill, Inc., 1986.
  13. Chieng, C. C. and Launder, B.E., "On the Calculation of Turbulent Heat Transfer Downstream from an Abrupt Pipe Expansion," Numerical Heat Transfer, Vol.3, 1980, pp.189~207.
  14. 배주찬, "k- $\epsilon$  난류모델 및 벽함수 경계조건을 사용한 초음속 노즐의 유동 및 열전달에 관한 연구," 공학박사 학위논문, 서울대학교 대학원 기계공학과, 1993.
  15. White, F. M., "Viscous Fluid Flow", McGraw-Hill, Inc., 1974,
  16. Jones, W. P. and Launder, B. E., "The Predictions of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.15, 1972, pp.301~314.
  17. Patel, V. C., Rodi, W. and Scheuerer, G., "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows : A Review," AIAA Journal, Vol.23, 1985, pp.1308~1319.
  18. Fitt, A.D., Forth, C. J. P., Roverson, B. A. and Jones, T. V., "Temperature Ratio Effects in Compressible Turbulent Boundary Layers," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.29, 1986, pp.159~164.
  19. 강신형, 유정열, 윤준원, 김성훈, "로켓 노즐 내의 열경계층 해석(II)," RIIS 87-073, 서울대학교 공과대학 부속 생산기술 연구소, 1988.