

효율적 유한 요소 생성을 위한 미소 기하 특징 소거

이용구*, 이진우**

Geometric Detail Suppression for the Generation of Efficient Finite Elements

Yong-Gu Lee and Kunwoo Lee

ABSTRACT

Given the widespread use of the Finite Element Method in strength analysis, automatic mesh generation is an important component in the computer-aided design of parts and assemblies. For a given resolution of geometric accuracy, the purpose of mesh generators is to discretize the continuous model of a part within this error limit. Sticking to this condition often produces many small elements around small features in spite that these regions are usually of little interest and computer resources are thus wasted. Therefore, it is desirable to selectively suppress small features from the model before discretization. This can be achieved by low-pass filtering a CAD model. A spatial function of one dimension higher than the model of interest is represented using the Fourier basis functions and the region where the function yields a value greater than a prescribed value is considered as the extent of a shape. Subsequently, the spatial function is low-pass filtered, yielding a shape without the small features. As an undesirable effect to this operation, all sharp corners are rounded. Preservation of sharp corners is important since stress concentrations might occur there. This is why the LPF (low-pass filtered) model can not be directly used. Instead, the distances of the boundary elements of the original shape from the LPF model are calculated and those that are far from the LPF model are identified and removed. It is shown that the number of mesh elements generated on the simplified model is much less than that of the original model.

Key words : Digital signal processing, Finite element mesh, Detail removal

1. 서 론

제품 설계에서는 세밀한 응력 해석 결과 보다는 전체적인 응력 분포를 빠른 시간 내에 얻기를 원할 경우가 많다. 이 때문에 해석 모델을 복잡한 형상 모델로부터 직접 생성시키기 보다는 미소 특징들을 수작업으로 소거하는 중간 과정을 통한후 생성시키는 경우가 자주 있다. 이러한 이유 때문에 자동 유한 요소 생성 프로그램을 직접 형상 모델에 적용하는 경우는 적다. 이러한 과정을 한 예로써 Fig. 1에서 도시하고 있다. 그림을 설명하면 라운드 노치를 소거한

상태에서 해석 모델을 생성한 후 전체 응력 분포를 얻은 다음 라운드 노치 주변의 부분 응력 분포는 별도의 다른 부분 해석 모델로 계산한다.

위 그림에서 설계자가 미소 특징인 라운드 노치를 선택할 수 있는 이유는 사람이 복잡한 형상을 전체적인 형상과 미소 특징으로 구분할 수 있는 지능을 갖고 있기 때문이다. 이러한 판단의 근간은 특징들을 크기별로 구분할 수 있는 점에 있다. 크기의 의미를 다음과 같다고 본다. 즉, 크기란 2차원에서는 면적이고 3차원에서는 부피다. 이런 인간의 지능적인 판단을 어떠한 알고리즘을 사용하여 형상 모델로부터 추론해내기가 어려운데 이는 기존 형상 모델의 자료 구조의 한계에서부터 연유한다. 컴퓨터에서 형상을 표현하는 자료 구조로는 크게 다음과 같은 세

*학생회원, 삼성 SDS

**종신회원, 서울대학교 기계설계학과

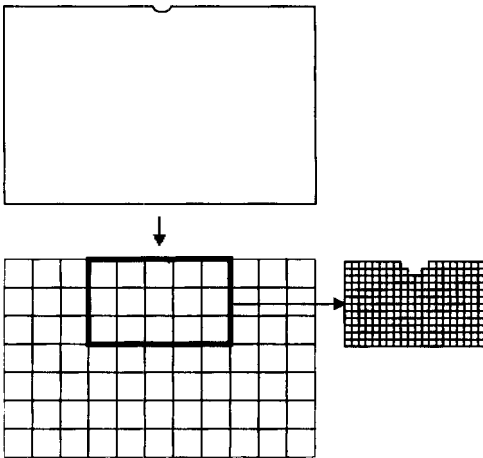


Fig. 1. Coarse analysis model and sub-analysis model.

가지를 들 수가 있다.

- 분해 모델(decomposition model): 형상을 작은 단위 요소의 결합체로 표현한다.
- 컨스트럭티브 모델(constructive model): 불리안(Boolean) 작업에 의해 모델링한 과정을 저장하는 모델.
- 경계 모델(boundary model): 형상을 둘러싼 경계 면들로 그 것을 간접적으로 표현한다.

위 표현 방식들은 기본적으로 형상의 국부적인 크기를 추론할 수 있는 정보를 내재하고 있지 않다. 따라서 이들은 본 논문의 목적에 맞는 표현 방식이 아니며 다른 표현 방식을 신호 처리 기법에서 찾아보고자 한다.

전기적 신호들은 외란에 의한 잡음을 내포하게 된다. 잡음이란 짧은 시간 동안 신호의 세기가 급격히 바뀌었다가 다시 원 상태로 돌아오는 현상을 말한다. 어떤 함수를 저주파로부터 고주파의 푸리에 기저 함수들의 합으로 나타낼 수 있다는 것은 널리 알려져 있다. 이 사실을 이용하여 잡음을 소거할 수 있다. 그 방법은 신호를 여러 푸리에 기저 함수들의 합으로 표현한 후 이들 중 고주파 항들을 제거하는 방식을 취한다. 어떤 함수를 다양한 주파수의 푸리에 기저 함수들의 합으로 변환하는 방법을 푸리에 변환(Fourier Transform)이라고 한다. 잡음을 바로 전술한 미소 기하 특징에 연관시킬 수 있다. 이는 둘 다 전체적인 것에 대한 국부적인 변화이기 때문이다. 만일 대상 형상을 직교 좌표계(x, y)에서 함수 $y=f(x)$ 로 표현 가능한 것만으로 제한한다면 이것의 미소 기하 특징을 전술한 방법으로 소거할 수 있을 것이다. 그러나 이 방법은 Fig. 2에서와 같은 형상을 다

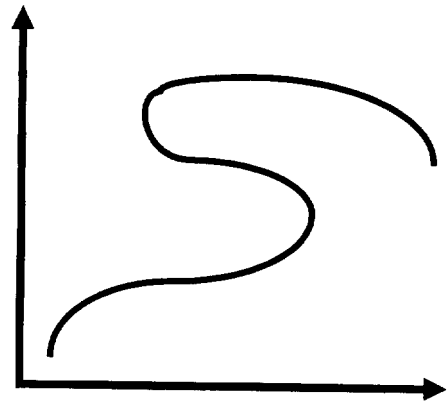


Fig. 2. Shape that cannot be represented by function.

룰 수 없는 제약이 있다.

어려운 점은 임의의 형상을 대응하는 함수로 나타내고 이 함수를 푸리에 기저 함수들의 합으로 표현하는 점에 있다. 이 것의 해결책으로서 공간상 값 분포를 갖는 함수를 정의하고 특정치 보다 큰 부분을 형상의 내부로 보고 그렇지 않은 부분을 공간으로 보는 방법을 사용한다. 이 개념을 쉽게 이해하기 위해 값 분포를 온도 분포로 보는 것이 좋다. 가령 형상을 생명체로 본다면 외부는 대기 온도일 것이고 내부는 이보다 높은 온도일 것이다. 이것을 Fig. 3에서 도시하고 있다. 생명체 및 그 주변의 온도 분포를 푸리에 기저 함수들의 합으로 표현하는 것은 쉬운 일이다.

전술한 방법으로 형상을 표현한 후 고주파 항들을 소거하여 얻은 저역 통과 모델(low-pass filtered model)에서 미소 특징들이 소거되었음을 발견할 수 있었다. 그러나 부작용으로서 모든 작진 부분들이 동글게 무디어지는 현상을 발견할 수 있었다. 작진 부분들은 응력 집중이 발생할 수 있기 때문에 보존하는 것이 바람직하다. 작진 부분을 보존하기 위해 저역 통과 모델은 기존 모델의 경계 요소를 평가하는 기존 모델로만 이용한다. 기존 모델, 저역 통과

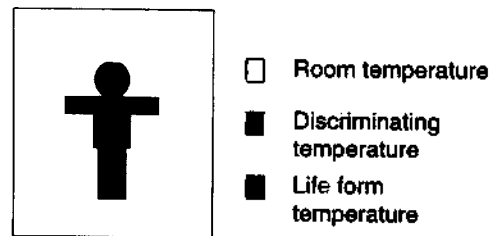


Fig. 3. Conversion of shape into temperature distribution function.

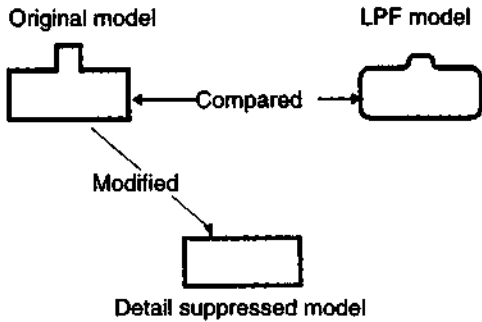


Fig. 4. Three types of models.

모델, 그리고 미소 특징 소거 모델간의 관계가 Fig. 4에 나타나 있다.

기존 모델의 경계 모서리의 소거 타당성은 그것으로부터 저역 통과 모델로의 평균 거리로 계산한다. 평균 거리는 다음과 같은 방법으로 계산한다. 일단 모서리 위에 다수의 점들을 추출한다. 그 후 각 점들로부터 저역 통과 모델로의 최단 거리들을 계산한다. 이들 최단 거리들을 평균한 값이 바로 평균 거리가 된다. 실제 구현에서는 저역 통과 모델도 그것을 이루는 모서리들의 중심점들로 치환하여 거리 계산을 하게 된다. Fig. 5는 이런 과정들을 도식적으로 나타내고 있는데 Fig. 5(a)는 거리 계산을 위해 입력 형상의 경계 점 추출과 기준 모델인 저역 통과 모델의 경계 점 추출을 나타내고 있으며, Fig. 5(b)는 Fig. 5(a)에서 수행되는 내부적인 단계들을, 마지막으로 Fig. 5(c)에서는 한 모서리의 평균 거리를 계산하는데 있어서 모서리의 어느 한 추출점으로부터 저역 통과 모델의 추출점들로의 최단 거리에 해당하는 꺾음을 보여주고 있다.

기존 모델의 경계 요소들을 저역 통과 모델과의 평균 거리들로 서열을 매긴 후 사용자는 경계 요소들을 미소한 것들과 그렇지 않은 것들로 구분하는 기준값을 설정한다. 기준값은 평균 거리 값들을 표시한 도표를 보고 사용자가 선택하는 직접적인 방법을 쓰거나 간접적으로 소거하고자 하는 경계 요소들의 비율을 정하면 시스템이 이것을 만족하는 기준값을 역으로 추론하여 사용할 수도 있다. 평균 거리 값들이 큰 경계 요소들은 저역 통과 시 많은 변화를 겪은 것으로서 미소 특징으로 결론지을 수 있다. 따라서 이들 경계 요소들을 지워서 미소 특징이 소거된 모델을 얻을 수 있다.

요약컨대, 미소 특징을 소거한 형상에서 유한 요소를 생성하면 해석 결과에 악 영향을 미치지 않는 조건

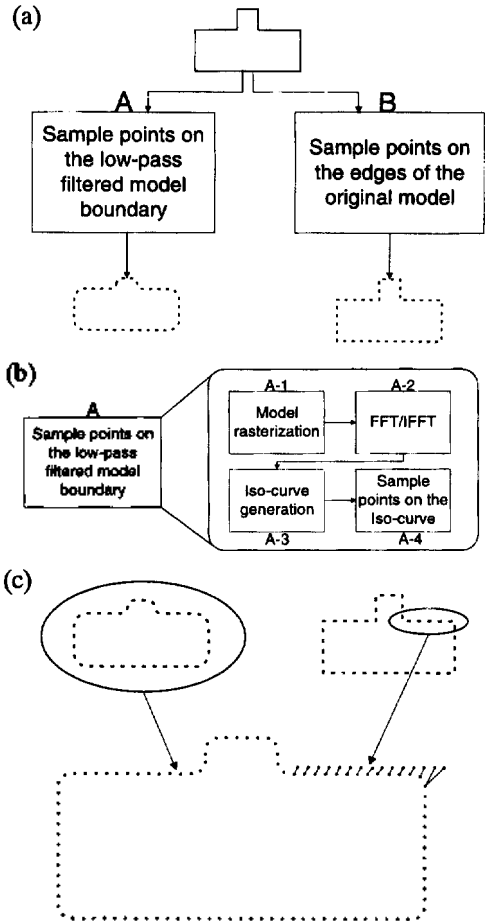


Fig. 5. Detail edge selection scheme.

을 만족하면서 유한 요소의 수를 줄일 수 있으며, 결과적으로 불필요한 계산 비용을 절감할 수 있다. 이런 필요 때문에 다음과 같은 관련 연구들이 있었다.

2. 관련 연구

2.1 유한 요소 생성에서의 미소 기하 특징 소거

많은 유한 요소 생성 연구들이 미소 기하 특징 소거의 중요성을 언급했으나 소수만이 해결책을 제시했다. 이들을 중요성을 언급한 논문들^[1-4], 자동 특징 판별법을 이용한 방법^[5], 그리고 기하 특징의 미소 정도를 정량화 한 방법^[6,7] 순으로 설명하도록 하겠다. Shephard^[2,3] 등은 유한 요소 생성 도구가 사용자의 요구대로 형상의 미소 특징을 소거할 수 있는 형상 모델링 작용자(geometric modeling operator)를 제공해야 한다고 했다. 그는 또한 해석 시 불필요한 내부

구멍을 찾아내는 다음과 같은 방법을 언급했다. 일단 모든 내부 구멍들을 없앤 상태에서 용력 해석을 한다. 그리고 각 구멍들의 용력을 구멍이 위치한 곳에서 계산된 용력 값에 용력 집중 계수를 곱해서 알아낸다. 만일 계산된 용력 값이 매우 크다면, 해당 구멍들을 포함한 상태에서 다시 해석을 한다.

Finnigan^[6] 등은 미소 특징을 소거한 상태에서 유한 요소를 생성하면 계산상으로 이득을 볼 수 있을 것이라고 언급했다. 그는 경험적인 방법이 필요할 것이라고 예견했고 일단 사용자가 원하는 특징을 소거할 수 있는 환경이 제공되어야 한다고 주장했다. 추후 어떤 기하 추론 방법을 쓰는 방식의 개발 필요성을 역설했다.

Dabke^[5] 등은 전문가 시스템을 사용해서 미소 특징을 소거하는 방법을 제시했다. 구축된 규칙을 사용해서 주어진 형상 중 미소 특징을 구분해내는 방법을 제시했다. 이 방법은 특징 판별(Feature recognition)에 좌우되는데 그 적용의 제약성에 대해서 그들도 인정하고 있다.

Armstrong^[6,7] 등은 중립 축 변환(Medial Axis Transformation)을 사용해서 2D 외곽 모서리와 내부 루프(loop)에 대한 계수를 정의했다. 이 계수는 특징의 미소 정도를 정량화 하는 값으로서 적절한 한계치를 설정하면 미소 특징들을 추출할 수 있다. 여기서 중립 축이란 물체 내부에 두 점(3차원에서는 세 점) 이상 내접하는 원(3차원에서는 구)의 중심의 궤적이다. 각 모서리 단위로 모서리의 길이와 이 것에 접하는 원(바로 중립 축에 원의 중심을 둔)들의 "평균" 반경의 비를 계산해 보면 미소 특징에 해당하는 부분이 상대적으로 작은 값을 알 수 있고 따라서 어떤 한 계값을 기준으로 이들을 추출할 수 있다. 내부 루프(loop)에 대해서는 약간 다른 계수를 사용한다. 즉 내부 루프(loop)를 둘러 싸고 있는 중립축의 길이와 그것을 중심으로 한 원들의 반경의 평균값의 비로서 계수를 정의한다. 이런 계산 방법을 쓰면, 작은 구멍들은 상대적으로 작은 계수 값을 표기하고 있음을 알 수 있다. 이들의 방법은 미소 정도를 정량화했다는 점에서 다른 방법과 대비된다. 미소하다는 것은 참거짓의 이등분적 표현이 아니고 단지 다른 것과의 비교우위적인 표현이라고 저자들은 생각한다. 본 논문의 방법도 이들과 같은 미소성의 척도를 제시하는데 그 방법에 있어서 디지털 신호 처리 기법을 응용했다.

2.2 디지털 신호 처리 기법의 기하 형상 응용

Oh^[8] 등은 퓨리어 변환을 사용해서 단조 금형을

자동 설계하는 방법에 대해서 발표했다. 단조 금형이란 금속을 원재 형상으로부터 여러 단계로 소성 변형하여 원하는 최종 형상을 얻어내는데 필요한 것이다. 각각의 금형들은 원재의 과도한 소성 변형을 피하기 위해 완만한 면을 가져야 하며 최종 형상을 여러 단계로 부드럽게 한 것들의 음의 형상을 갖는다. 최종 금형은 최종 형상의 음의 형상이 된다. 최종 형상을 퓨리어 함수로 나타내고 이것의 고주파 영역을 소거한 후 역 퓨리어 변환하면 전술한 조건들을 만족하는 단조 금형의 형상을 얻을 수 있다. 이 과정에서 각진 모서리들이 무디어지며 이는 금속의 유동 성질을 좋게한다. 단, 이 방법은 형상의 경계가 함수로 표현 가능하여야 한다는 제약이 있다.

Park^[9] 등은 삼차원 퓨리어 표현자(3D Fourier descriptor, FD3)를 사용하여 형상을 표현하는 방법을 제시했다. FD3란 각 단면별로 원주 방향으로 퓨리어 기저 함수로 표현한 외형선(contour)들을 단면에 수직한 방향으로 퓨리어 기저 함수로 다시 표현한 이중 퓨리어 형태식이다. FD3는 원통 좌표계(r, θ, z)를 사용하며 이차원 퓨리어 표현자(2D Fourier descriptor, FD2)는 극좌표계(r, θ)를 사용한다. 예로써 $r=2+\sin(\theta)$ 는 간단한 FD2로써 꽃잎의 형상을 나타낸다. 이 방법은 한 개의 셸(shell)로 된 형상만을 표현할 수 있다.

2.3 컴퓨터 그래픽에서의 미소 특징 소거

저역 통과 필터(low-pass filter)를 사용한 미소 특징 소거는 새로운 컴퓨터 그래픽의 한 분야로서 각광을 받고 있는 볼륨 그래픽^[10](volume graphics)에서 쓰인다.

볼륨 그래픽의 주된 관심사는 볼륨 데이터 세트(volumetric data sets)들을 저장, 시각화, 그리고 경계면 추출 등에 있다. 볼륨 데이터 세트들은 직교 좌표계의 격자점들에 값들이 있다고 보면 된다. 이 값들은 용도에 따라 여러 의미로 쓰이는데 설명의 편의상 밀도로 생각하도록 하자. 그리고 어떤 기준 값보다 큰 곳을 형상의 내부로 본다면 임의의 솔리드 모델을 볼륨 데이터 세트에 표현할 수 있다. 각 격자점들의 값들을 주변의 값들의 평균치로 치환한 후 삼각 메쉬들을 증가면(iso-surface)에 생성시키면 결과로 나온 형상은 전체적으로 부드러운 양상을 띄게 된다. 여기서 증가면은 같은 값을 갖는 경계를 지나는 면을 뜻한다. 증가면마다 삼각 메쉬를 생성하는 방법은 Lorenson^[11] 등의 방법을 쓴다. Taosong^[12] 등은 바로 이러한 방법을 사용한 볼륨 모델의 간략화에 대한 연구를 하였다. 저역 통과 필터의 상한 값을

조절함으로써 부드러움의 정도를 제어 할 수 있으며 이는 미소 특징을 없애는 효과가 있다. 그러나 이 방법은 무한한 주파수를 갖는 형상을 표현할 수가 없기 때문에 각진 모서리나 꼭지점을 표현할 수 없다.

본 논문의 접근 방법과 Taosong^[12] 등의 방법은 저역 통과 필터를 사용했다는 점에서는 유사하나 최종 결과는 다르다. Taosong^[12] 등의 결과물은 간략화한 다각면인 반면 본 논문은 여기서 한걸음 더 나아가 이것을 사용해서 기존 형상의 경계 요소들을 미소 정도에 따라 구분한 후 미소한 것으로 판단된 것들을 지운 후 경계를 재 구성하여 새로운 솔리드 모델을 구한다. 경계 요소를 직접 다룸으로써 각진 모서리나 꼭지점을 모두 보존할 수 있다.

이상의 연구 동향을 종합해보면 미소 특징 소거를 기하 추론(geometric reasoning)에 의거해서 수행한 연구는^[6,7]의 연구밖에 알려진 것이 없다고 할 수 있다. 본 논문에서는 Oh^[8] 등의 저역 통과 필터링 방법을 임의의 형상에 적용 가능 하도록 확장함과 동시에 이를 이용하여 미소 기하 특징을 판별하는 방법을 제시한다.

3. 알고리즘

2차원 또는 3차원에서 임의의 형상을 푸리에 기저 함수로 나타내는 방법을 제시한다. 이러한 형상에서 고주파 영역을 소거하면 미소 기하 특징이 사라짐을 보이고 이를 바탕으로 미소 기하 경계 요소(geometric boundary element)를 소거하는 방법을 제시한다.

3.1 푸리에 기저 함수를 이용한 형상 표현

오브젝트 영역(object domain)에서 정의한 함수 $h(x, y, z)$ 의 주파수 영역에 대응하는 함수 $H(u, v, w)$ 는 푸리에 변환을 이용하여 다음 식으로 표현한다.

$$H(u, v, w) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y, z) e^{-i2\pi(ux + vy + wz)} dx dy dz \quad (1)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$. 역 푸리에 변환은 다음 식과 같다.

$$h(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(u, v, w) e^{-i2\pi(ux + vy + wz)} du dv dw \quad (2)$$

대상 삼차원 입체의 온도를 그 것의 표면의 온도가 T_0 가 되도록 하고 외부는 T_0 보다 작게, 내부는 T_0 보다 크게 한다면 입체를 Eq. (3)의 $h(x, y, z)$ 로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} h(x, y, z) &> T_0, \text{ when } (x, y, z) \text{ is inside the volume} \\ h(x, y, z) &= T_0, \text{ when } (x, y, z) \text{ is on the boundary of} \\ &\text{the volume} \\ h(x, y, z) &< T_0, \text{ when } (x, y, z) \text{ is outside the volume} \end{aligned} \quad (3)$$

Eq. (3)에서 T_0 는 형상의 내부와 외부를 구분하는 상수 값이다.

Eq. (3)을 Eq. (1)에 대입하면 대응하는 모델을 얻을 수 있다.

이후 설명은 상기 해석적인 식 Eq. (1), (2), (3)들을 컴퓨터 상에서 구현하는 방법에 대한 것이다. 구현 방법에 관심이 없는 경우 이후 절을 생략하여도 무방하다.

Eq. (1)에 나타난 푸리에 변환이 충분히 큰 수 T, L, T, M, T, N 에 의해 다음 식으로 근사화 할 수 있다고 가정하면

$$\begin{aligned} H(u, v, w) &\approx \\ \frac{T, L}{2} \frac{T, M}{2} \frac{T, N}{2} \\ \int_{-\frac{T, L}{2}}^{\frac{T, L}{2}} \int_{-\frac{T, M}{2}}^{\frac{T, M}{2}} \int_{-\frac{T, N}{2}}^{\frac{T, N}{2}} h(x, y, z) e^{-i2\pi(ux + vy + wz)} dx dy dz \end{aligned} \quad (4)$$

푸리에 변환은 컴퓨터로 계산을 하기 위해 다음과 같은 DFT(Discrete Fourier Transform)식으로 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} H\left(\frac{1}{LT_x}, \frac{m}{MT_y}, \frac{n}{NT_z}\right) &\approx \\ T_x T_y T_z \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{M-1} \sum_{r=0}^{N-1} g(pT_x, qT_y, rT_z) e^{-i2\pi\left(\frac{lp}{L} + \frac{mq}{M} + \frac{nr}{N}\right)} \\ p=0, 1, \dots, L-1 \quad l=0, 1, \dots, L-1 \\ q=0, 1, \dots, M-1 \quad m=0, 1, \dots, M-1 \\ r=0, 1, \dots, N-1 \quad n=0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 함수 $g(x, y, z)$ 는 Table 1에 표시되어 있다.

Eq. (5)는 함수 $h(x, y, z)$ 를 x, y, z 방향으로 T_x, T_y, T_z 의 주기로 추출(sample)한 것이고, 그 결과식은 $g(pT_x, qT_y, rT_z)$ 이다. 이 이산(discrete) 함수를 이용해서 다음 식 Eq. (6)을 유도한다. 이것을 DFT(Discrete Fourier Transformation)라고 하며 이것을 빠르게 계산하는 알고리즘을 FFT(Fast Fourier Transformation)라 한다.

$$\begin{aligned} G\left(\frac{l}{LT_x}, \frac{m}{MT_y}, \frac{n}{NT_z}\right) &= \\ \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{M-1} \sum_{r=0}^{N-1} g(pT_x, qT_y, rT_z) e^{-i2\pi\left(\frac{lp}{L} + \frac{mq}{M} + \frac{nr}{N}\right)} \\ p=0, 1, \dots, L-1 \quad l=0, 1, \dots, L-1 \end{aligned} \quad (6)$$

Table 1. Definition of $g(x, y, z)$

x, y, z conditions	$g(x, y, z) =$
$0 \leq x < \frac{LT_x}{2}, 0 \leq y < \frac{MT_y}{2}, 0 \leq z < \frac{NT_z}{2}$	$h(x, y, z)$
$a = 0(0 \leq x < \frac{LT_x}{2})$ or $1(x = \frac{LT_x}{2})$ $b = 0(0 \leq y < \frac{MT_y}{2})$ or $1(y = \frac{MT_y}{2})$ $c = 0(0 \leq z < \frac{NT_z}{2})$ or $1(z = \frac{NT_z}{2})$	$\left[h \left((1-a)x + a \frac{LT_x}{2}, (1-b)y + b \frac{MT_y}{2}, (1-c)z + c \frac{NT_z}{2} \right) + \right.$ $\left. h \left(-a \frac{LT_x}{2}, -b \frac{MT_y}{2}, -c \frac{NT_z}{2} \right) \right]$
$a = 0(0 \leq x < \frac{LT_x}{2})$ or $1(\frac{LT_x}{2} < x \leq LT_x)$ $b = 0(0 \leq y < \frac{MT_y}{2})$ or $1(\frac{MT_y}{2} < y \leq MT_y)$ $c = 0(0 \leq z < \frac{NT_z}{2})$ or $1(\frac{NT_z}{2} < z \leq NT_z)$	$h(x - aLT_x, y - bMT_y, z - cNT_z)$

$q=0, 1, \dots, M-1$ $m=0, 1, \dots, M-1$
 $r=0, 1, \dots, N-1$ $n=0, 1, \dots, N-1$

역 DFT 는 Eq. (7)과 같다.

$g(pT_x, qT_y, rT_z) =$

$$\frac{1}{LMN} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} G\left(\frac{l}{LT_x}, \frac{m}{MT_y}, \frac{n}{NT_z}\right) e^{i2\pi\left(\frac{lx}{L} + \frac{my}{M} + \frac{nz}{N}\right)}$$

$p=0, 1, \dots, L-1$ $l=0, 1, \dots, L-1$ (7)
 $q=0, 1, \dots, M-1$ $m=0, 1, \dots, M-1$
 $r=0, 1, \dots, N-1$ $n=0, 1, \dots, N-1$

DFT는 디지털 시그널 프로세싱(Digital Signal Processing)에서 많이 쓰이는 계산 방법으로서^[13]에서 그 내용 및 여러 응용 분야에 대해서 자세히 설명하고 있다. 이상 설명한 DFT를 이용하여 형상을 푸리에 기저 함수로 표현한 후 고주파 영역을 소거해서 미소 특징을 찾는 방법을 이차원 예를 통해서 알아 본다.

3.2 이차원 설명

2차원 설명은 예를 통해서 하고자 한다. 그 예로서 집계를 선택했다. 집계는 두 가지의 미소 기하 특징들이 있는데 바로 손잡이 부분의 작은 구멍과 물체를 잡는 이빨 부분이다. 이전에 설명한 방법으로 집계를 푸리에 함수로 표현하여 미소 기하 특징들을 소거하는 단계들을 거치도록 한다. 그 단계들은 형상 디지털라이징, 저역 통과 필터 적용, 모서리와 저역 통과 모델간의 평균 거리 계산, 평균 거리 값에 의한

미소 기하 특징 선택과 소거 및 경계 재구성 등이다.

3.2.1 저역 통과 필터링 적용

일단 DFT를 적용하기 위해서 디지털라이징이 필요하다. 그래서 Fig. 6의 집계를 512×512의 격자 점들로 추출한다. 각 격자점이 형상 내부, 경계, 또는 외부이거나에 따라서 $h(x, y)$ 를 각각 1.0, 0.0 또는 -1.0으로 설정한 후 해당 함수를 꼭면으로 표시한 것이 Fig. 7과 같다.

Fig. 7의 함수를 푸리에 변환하여 저주파 영역을 남기고 고주파 영역을 소거한 후 나온 결과가 Fig. 8과 같다. Fig. 8에서는 두 영역을 구분하는 주파수 값(θ : Cut off frequency)을 0.042017로 사용했다

3.2.2 저역 통과 모델의 경계 값 변화

저역 통과 필터링에 의해 각 격자점들의 값들은 변화한다. 여기서 관심있는 부분은 $T_0=0.0$ 에 해당하는 값이 부여되었던 기존 형상의 경계에 해당하는 격자점들이다. Fig. 9에서 이들 값의 증감을 보여주

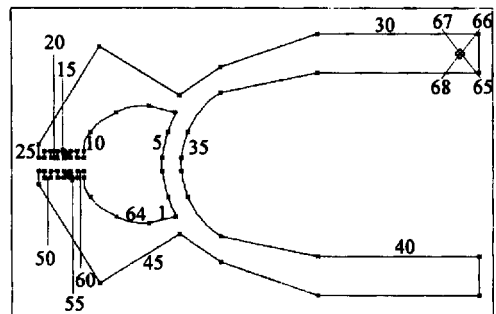


Fig. 6. Gripper.

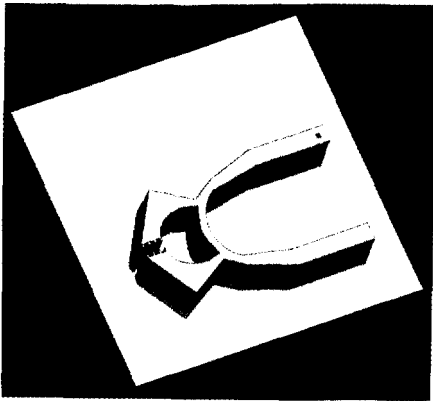


Fig. 7. Object domain.

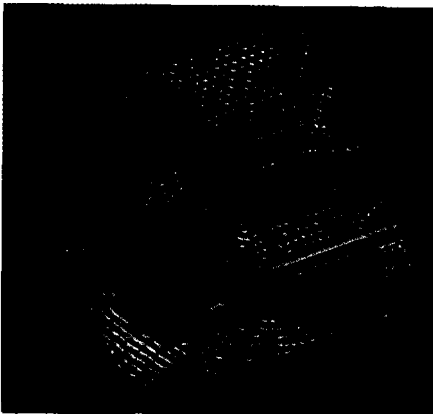


Fig. 8. LPF object domain.

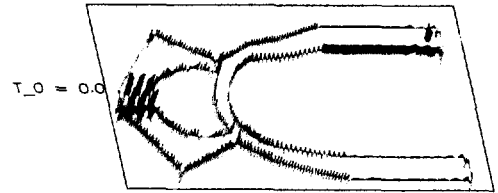


Fig. 9. Change of model boundary values due to filtering.

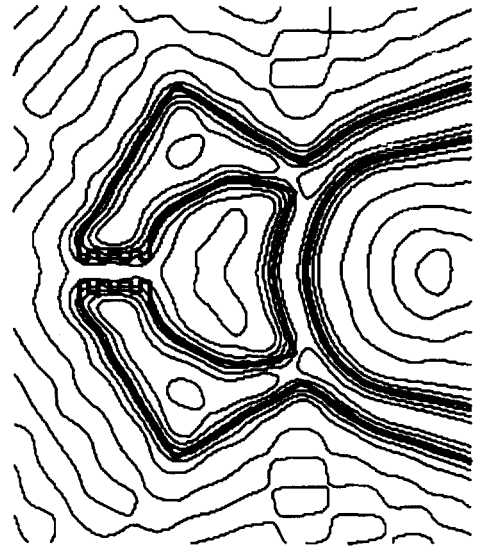


Fig. 10. Iso-contours of LPF object domain.

고 있는데 어두운 선이 값이 증가한 부분이고 옅은 선분이 값이 감소한 부분이다. 증감은 실제 변화에 비해 50배로 확대해서 그렸다.

여기서 의문점은 저역 통과 필터링 후의 모델의 T_0 를 어떻게 설정하는 데에 생긴다. 저역 통과 모델의 경계는 Fig. 8에서 T_0 에 해당하는 등고선(iso-contour)이 된다. 따라서 이 등고선이 기존 모델의 전체적인 크기와 맞는게 바람직하다. T_0 를 설정함에 따라 여러 크기의 등고선을 얻을 수 있는데 Fig. 10은 이것을 나타내고 있다.

기존 모델과 저역 통과 모델간의 크기 일치 정도는 전자에서 후자로의 평균거리 값 계산에서 얻을 수 있다. 두 경계간의 평균 거리 값을 계산 할 때는 각 경계들을 일단 두개의 점들의 집합으로 변환한다. 기존 모델에서 추출한 점들을 기준 집합이라고 하고 저역 통과 모델의 경계에서 추출한 점들을 시험 집합이라고 하면, 기준 집합의 한 점에 대해서 시

험 집합의 모든 점에 대해서 거리들을 계산하고 이중 최소치를 저장한다. 이 과정을 기준 집합의 모든 점들에 대해서 수행한다. 차후에 평균 거리를 저장된 거리들의 평균으로서 구한다.

어떤 T_0 에 해당하는 저역 통과 모델의 경계에 대해서 계산한 평균 거리 값이 다른 T_0 에 해당하는 저역 통과 모델의 경계에 대해서 계산한 평균 거리 값보다 작다면, 그 최소 평균값에 해당하는 T_0 이 바로 찾고자 하는 T_0 이다. 이 T_0 에 해당하는 경계가 바로 기존 모델과 전체적인 크기가 맞다고 할 수 있다.

위에서 설명한 T_0 은 적절한 초기치를 이용하여 값을 여러 번 변화해서 구할 수 있으나 이런 반복적인 방법은 현실적으로 너무 많은 계산량을 수반하여서 바람직하지 않다. 비교적 근사한 T_0 은 저역 통과한 후 기존 모델의 경계에 해당하는 격자점들의 값을 평균 하여서 구할 수 있다. 이에 대한 설명은 다음과 같다.

우선 이해를 돕기 위해 Fig. 11에 있는 1차원 예에서 T_0 에 따른 형상의 크기 변화를 알아보고자 한다.



Fig. 11. Geometric interpretation of new iso-contour value T_0 .

기존 값 분포에서, 지면의 값은 -1.0이고 산마루의 값은 1.0이다. 두 값이 만나는 천이 구역에서의 값은 45°의 경사를 이루도록 하며 이렇게 값이 연속적으로 분포해야 만이 퓨리어 변환을 적용할 수 있다. Fig. 11이 나타내는 형상은 직선 선분에 해당하며 그 이유는 기존 T_0 보다 큰 부분에 해당하는 부분이 바로 직선 선분이기 때문이다.

저역 통과 필터를 적용한 후 온도 분포는 새로운 값 분포로 변환한다. 만약 기존 T_0 를 사용하여 새로운 형상(저역 통과 필터 적용 후의 형상)을 구한다면 모델의 크기가 증가 했음을 알 수 있다. 기존 형상의 크기에 비해 새로운 형상의 크기가 최대한으로 가까워지게 하려면 새로운 T_0 가 크기 증가를 상쇄시켜 주어야 한다. 기존 형상에서 선분 양 끝 단의 값 변화의 평균치를 기존 T_0 에 더해서 새로운 T_0 를 구한 후, 이 새로운 T_0 에 대한 새로운 값 분포에서의 형상은 그 크기가 기존 형상과 같음을 확인할 수 있다.

위에서 설명한 방법을 그대로 확장하여 2차원 및 3차원에서 사용 할 수 있는데 새로운 T_0 는 기존 T_0 에다가 기존 모델의 경계에 해당하는 격자점들의 값 변화들을 평균하여서 더해서 구한다.

3.2.3 미소 기하 특징에 해당하는 모서리들의 선택 및 소거

Fig. 10에서 알 수 있듯이 고주파 항들이 소거되면 뾰족한 꼭지점들이 모두 무디어 진다. 이런 부분들은 응력 집중이 발생할 수 있기 때문에 보존하는 것이 바람직하므로 저역 통과 모델을 바로 쓸 수는 없다.

해결책으로서 기존 모델의 모서리들 각각을 저역 통과 모델과 거리 비교하여 그 값이 큰 것들을 미소 기하 특징으로 판단하여 소거하는 방법을 사용한다. 거리 값은 모서리 및 저역 통과 모델의 경계를 각각 점들의 집합으로 변환하여 계산하며 이를 모서리의 평균 거리 값이라고 한다. 평균 거리 값은 어느 한 모서리가 저역 통과 모델의 경계에서 얼마나 벗어나는 지를 알려 주는 지수이다. 따라서 다음과 같은 규칙을 정할 수 있다. 즉, 어느 모서리 는 다음 식(8)을 만족할 때 전체 형상에 해당한다고 할 수 있다.

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} p_{ij}}{\sum_{i=1}^M N_i} \left| \frac{1}{O_i} \sum_{j=1}^{O_i} s_{ij} C(T_0) \right| < \delta \quad (8)$$

M : Number of edges (faces in 3D) of the geometric model

N_i : Number of pixels (volxels in 3D) composing an edge (a face in 3D) i (8)

O_i : Number of sample points composing an edge (a face in 3D) i

$C(T_0)$: Simplified model boundary pertaining to T_0

p_{ij} : Value of pixel (voxel in 3D) j composing an edge (a face in 3D) i

s_{ij} : Sample point j composing an edge (a face in 3D) i

δ : Tolerance of the average distance from $C(T_0)$

위식에 위배하는 모서리들을 소거하면 최종적으로 미소 특징이 소거된 경계를 구할 수 있다. 미소 특징으로 판별된 모서리는 그 것의 양단의 중점으로 변환하며 이때 양쪽에 이웃하는 모서리들의 연결 꼭지점들도 중점으로 이동하는 식으로 경계를 변환한다.

4. 결 과

본 논문이 제안하는 방법은 미소 기하 특징을 소거하는데 있어서 두 가지 변수를 사용자로 부터 입력 받는데 바로 θ (Cut off frequency)와 δ (Threshold average distance for detail edge)이다. 주파수를 고주파 영역 및 저주파 영역으로 구분하는데 쓰는 θ 는 시스템이 제공하는 여러 θ 에 따른 저역 통과 모델의 경계 형상 변화를 보고 사용자가 선택하게 된다.

Fig. 12가 바로 해당하는 그림이다. 여기서 Fig. 12(d)를 선택하는데 대해서 별 이론이 없을 것으로 예상된다. 사용자가 소거하고자 하는 미소 기하 요소들이 이 보다 더 많은 경우에는 더 작은 θ 를 사용하면 되고 더 적은 경우에는 더 큰 θ 를 사용하면 된다.

Eq. (8)에 있는 δ 도 θ 와 마찬가지로 시각적으로 사용자가 보고 판단하게 되는데 이때 Fig. 13과 같은 평균 거리 값 분포가 제시된다. Fig. 13을 살펴 보면 미소 기하 특징에 해당하는 모서리들과 남게 되는 모서리들을 잘 분류할 수 있는 경계 값 δ 를 그다지 어렵지 않게 구할 수 있는데 여기서 2.0 근방을 선택하면 별 무리가 없다고 생각된다. δ 의 설정에 민감한 부분은 이 값의 설정에 따라서 미소한 부분이 되거

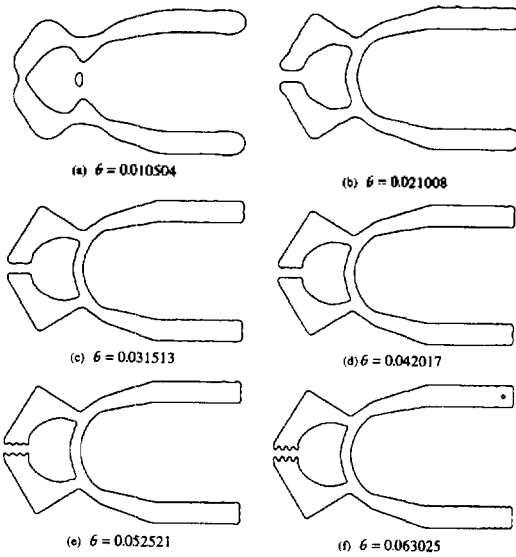


Fig. 12. LPF model due to various cut off frequency values (gripper).

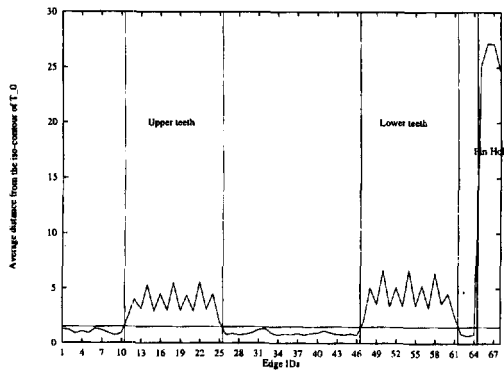


Fig. 13. Average distances from edges to LPF model boundary.

Table 2. Selected θ and δ for the gripper

θ (Cut off frequency)	0.042017
δ (Threshold average distance for detail edge)	1.5

나 그렇지 않을 수가 있는 모서리들이다. 본 예에서는 1.5를 선택해서 이들을 미소한 쪽으로 놓이게 했다. 만일 이런 모서리들을 미소하지 않은 쪽으로 놓으려면 더 큰 값을 선택하면 된다.

Table 2의 값을 사용해서 미소 기하 특징에 해당하는 모서리들을 소거했다. T_0 는 0.0의 초기 값에서 0.012129로 새로이 계산되었다. 미소 기하 특징에 해당하는 모서리들은 Fig. 14에서 가는 선분으로 그려져 있는데 작은 구멍과 이빨 부위가 선택되어 있

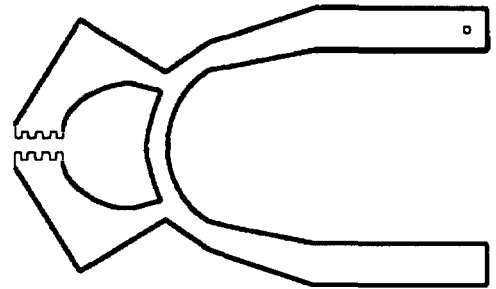


Fig. 14. Selected detail edges.

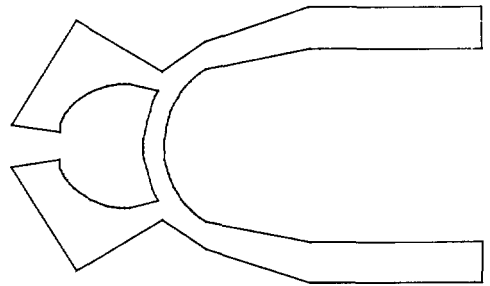
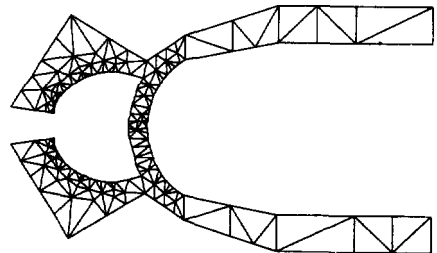
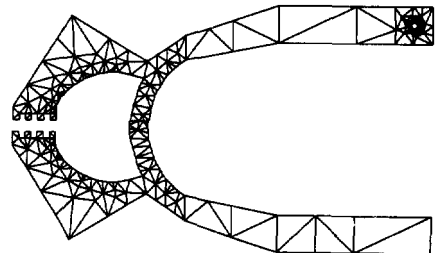


Fig. 15. Detail suppressed model of gripper.



(a) Detail suppressed model



(b) Original model

Fig. 16. Triangular mesh generation.

음을 알 수 있다.

이런 모서리들을 소거한 것이 Fig. 15에 해당한다.

Fig. 16(a)는 미소 기하 특징들이 소거된 상태에서 유한 요소를 생성한 것이고 비교를 위하여 Fig. 16(b)는 기존 형상에 대해서 유한 요소를 생성한 것을 도시하고 있다.

유한 요소들은 347개에서 230개로 줄어들었으며 이는 33.7%의 감소에 해당한다. FFT/IFFT(Inverse FFT), 미소 기하 특징 모서리 소거 계산 시간은 해상도를 512×512 의 격자점을 사용하였을 때 150 MHz에서 동작하는 MIPS R4400을 사용하는 엔지니어링 워크스테이션에서 53초 걸렸다.

5. 결 론

본 논문의 방법을 활용한다면 유한 요소 해석 계산 시간을 단축 할 수 있다. 즉, 미소한 부분에 발생하는 필요하지 않은 유한 요소의 생성을 최대한 억제하여 컴퓨터의 자원을 효율적으로 활용할 수 있다. 만일 미소한 부분이 실제로 응력이 발생하는 중요한 부위라면 사용자는 시스템의 선택을 변경할 수도 있다.

본 논문은 완전한 자동 방법을 제시 하지는 않으나 기존에 사용자의 직관에 의존하던 미소 기하 특징 작업에 과학적인 평가 방법을 도입하였다는 점에 의의가 있다. 여기서 제안한 시스템은 특징들을 미소 기하 정도에 따라서 순서를 정할 수 있다. 물론 매우 노련한 사용자는 미소 기하 특징 소거를 경험에 의거하여 잘 해 왔을 것이나 이런 사용자에게도 본 시스템은 평가 기준대를 제공할 수 있을 것이다. 또한, 어느 것이 더 미소한 것인지 모호한 경우에는 정확히 수치적으로 어느 것이 더 미소한 것인지를 가려 줄 것이다.

이상의 방법을 3차원에서 적용할 때는 부피를 디지털화(digitizing)하는 기술이 필요하다. 또한 2차원에서는 미소 특징으로 판별된 모서리들을 소거하면서 새로운 경계를 구성하는 것이 쉬웠으나 3차원에서는 면들이 소거되므로 경계 구조가 삭제된 면 때문에 손상되게 된다. 이러한 삭제된 면을 새로운 면들로 재구성 하는 방법은 삼각형화 기법을 사용하면서 주변의 형상 정보를 염두에 두고 삼각면들을 채워 넣는 방식을 취한다. 그 밖에 평균 거리 값 계산은 2차원에서의 그 것을 그대로 확장하여 사용하면 된다. 이상의 방법은 이용구¹⁴⁾에 나타나 있다.

본 논문에서는 형상적인 측면에서 미소한 특징들이 응력 계산 시 작은 영향을 끼칠 것이라고 가정하였는데 이 것이 대체적으로 맞더라도 실제 응력 계

산을 수행해 봐야만 정확한 결론을 낼 수가 있다. 즉 어떤 기하 특징이 해석에 어느 만큼의 영향을 주는 지를 아는 방법이 필요하다고 하겠다.

감사의 글

본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(기계공학: ME96-E-17) 및 터보동력기계연구센터의 지원으로 연구되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

1. Shephard, M.S., "Geometrical modeling of finite element modeling," *Geometric Modeling for CAD Applications* Elsevier Science Publishers BV, pp. 271-293, 1988.
2. Shephard, M.S., Baehmann, P.L., Georges, M.K. and Korngold, E.V., "Framework for the reliable generation and control of analysis idealizations," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 82, pp. 257-280, 1990.
3. Shephard, M.S., Korngold, E.V., Collar, R.R. and Baehmann, P.L., "A modeling framework for controlling structural idealizations in engineering design," *Computers and Structures*, Vol. 37, No. 2, pp. 181-191, 1990.
4. Finnigan, P.M., Kela, A. and Davis, J.E., "Geometry as a basis for finite element automation," *Engineering with Computers*, Vol. 5, pp. 147-160, 1989.
5. Dabke, P., Prabhakar, V. and Sheppard, S., "Using features to support finite element idealizations," *Stanford University CDR technical report*, Feb. 1994.
6. Armstrong, C.G., "Modeling requirements for finite-element analysis," *Computer Aided Design*, Vol. 26, No. 7, pp. 573-578, 1994.
7. Armstrong, C.G., Robinson, D.J., McKeag R.M., Li, T.S., Bridgett, S.J., Donaghy, R.J. and McGleenan, C. A., "Medials for meshing and more," *4th Annual International Meshing Roundtable*, Albuquerque, New Mexico, Sandia National Laboratories, Oct. 1995.
8. Oh, S.I. and Yoon, S.M., "A new method to design blockers," *Annals of the CIRP*, Vol. 43, No. 1, 1994.
9. Park, K.S. and Lee, N.S., "A three dimensional Fourier descriptor for human body representation/reconstruction from serial cross sections," *Computers and Biomedical Research* Vol. 20, pp. 125-140, 1987.
10. Kaufman, A., Cohen, D. and Yagel, R., "Volume graphics," *Computer*, Vol. 26, No. 7, pp. 51-64, July 1993.
11. Lorensen, W.E. and Cline, H.E., "Marching cubes: a

high resolution 3D surface construction algorithm," *SIGGRAPH Computer Graphics Proceeding*, pp. 163-169, 1987.

12. Taosong, H., Hong L., Kaufman, A., Varshney, A. and Wang, S., "Voxel based object simplification," *IEEE Visualization*, 1995.
13. Brigham, E.O., *The Fast Fourier Transform and Its Applications*, Prentice Hall Inc, 1988.
14. 이용구, "Fourier 변환을 이용한 미소 기하 특징 소거," 박사학위논문, 서울대학교, 1997.



이 용 구

1992년 서울대학교 기계설계학과 공학사
 1994년 서울대학교 기계설계학과 공학 석사(CAD)
 1997년 서울대학교 기계설계학과 공학 박사(CAD)
 1997년 ~ 현재 삼성 SDS 정보기술연구소 전략제품개발팀 선임연구원
 관심분야 : Medial surface computation, Geometric detail suppression, Mesh generation, Computational geometry, STEP



이 건 우

1978년 서울대학교 기계공학과 학사
 1981년 미국 MIT 공학석사
 1984년 미국 MIT 공학박사
 1984년 ~ 1986년 Univ. of Illinois at Urbana-Champaign 조교수
 1986년 ~ 현재 서울대학교 기계설계학과 교수
 관심분야 : Computer aided geometric design, NC tool path generation and verification, Solid modeling, Rapid prototyping