

## 비지어곡면에 의한 블렌드곡면의 모델링†

주 상 윤\*

### Modeling of Blend Surfaces by Bezier Surface Patches†

Sang-yoon Ju\*

#### ABSTRACT

Ball rolling blending is a popular technique for blending between parametric surfaces. The ball rolling blend surface is conceptually a trajectory of a ball rolling between two base surfaces. It is constructed by sweeping a circular arc along a ball contact curve pair. Since a ball rolling blend surfaces does not have a polynomial form like a Bezier surface patch, it is impossible to apply this method directly to a commercial CAD/CAM system. In this paper an algorithm is developed to approximate a ball rolling blend surface into Bezier surface patches. Least square method is applied to obtain proper Bezier surface patches under a given tolerance. The Bezier surface patches have degree three or more and guarantee VC1-continuity.

**Key words :** Ball rolling blend surface, Blend Surface, Bezier surface patch, Approximation, Least square method

#### 1. 서 론

블렌드곡면은 예리한 모서리를 부드럽게 연결하기 위하여 국소적으로 정의되는 곡면으로 흔히 필렛이라고 부르기도 한다. 블렌드 곡면은 보통 도면 상에 상세하게 정의되지 않으며 블렌딩이 필요한 base곡면들과 블렌드곡면의 반지름을 명시함으로 정의된다.

블렌드곡면은 base곡면에 비하여 상대적으로 작은 영역을 차지할 뿐 아니라 base곡면으로부터 이차적으로 정의된다는 특성 때문에 전통적인 생산과정에서는 소홀히 취급되었다. 그러나 근래 CAD/CAM의 발전과 더불어 급속히 보급된 NC기계에 의한 자동화된 생산에 있어서는 base곡면보다 블렌드곡면을 가공하는 것이 훨씬 까다롭게 되었다. 왜냐하면 base곡면은 모델링된 곡면으로부터 직접 가공데이터를 얻을 수 있는데 비하여 블렌드 곡면은 base곡면과 블렌드 반지름으로부터 모델링을 위한 블렌딩 과정을 필요로 하기 때문이다. 따라서 베이스곡면으로

부터 블렌드곡면을 생성하는 방법에 대한 연구는 상당수 이루어졌다<sup>1)-15)</sup>.

곡면블렌딩에 관한 연구는 베이스곡면이 유형에 따라 다음의 4가지 부류로 구분될 수 있다.

- 음함수식 곡면의 블렌딩<sup>1),2,3,4)</sup>
- 양함수식 곡면의 블렌딩<sup>5)</sup>
- Z-Map 곡면의 블렌딩<sup>6)</sup>
- 매개변수식 곡면의 블렌딩<sup>8)-15)</sup>

일반적으로 매개변수식곡면은 복잡한 형상을 지닌 자유곡면을 모델링하는데 효과적인 뿐만 아니라 음함수식으로 정의된 해석곡면도 쉽게 표현할 수 있으므로 널리 사용되고 있다. 따라서 매개변수식곡면의 블렌딩은 가장 일반적인 블렌딩 기법으로써 그에 대한 연구는 매우 활발히 이루어지고 있다.

매개변수식 곡면의 블렌딩은 그림 1과 같이 두 base곡면이 교차하는 영역에 블렌드반지름의 반경을 가진 볼을 굴려 그 궤적을 매개변수식 곡면으로 모델링하는 ball-rolling blend 방법이 사용된다. 이 방법은 개념적으로 단순할 뿐만 아니라 원하는 반지름을 가진 블렌드곡면을 얻을 수 있다는 장점이 있다. 그러나 모델링된 블렌드곡면은 비지어곡면이나 B-

†이 논문은 1996년도 학술진흥재단의 공모과제 연구비의 지원으로 연구 되었음

\*중신회원, 울산대학교 산업공학과

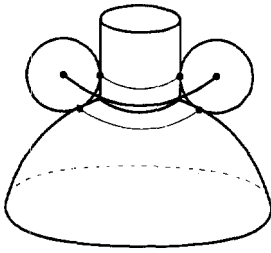


그림 1. Ball-Rolling 블렌딩.

스플라인곡면과 같은 표준다항식형태가 아니므로 표준다항식 형태의 곡면에 기초하여 개발된 CAD/CAM시스템에서는 이용될 수 없다는 문제점이 있다.

본 연구는 볼의 궤적을 따라 정의된 블렌드곡면을 비지어곡면으로 모델링하려는 것이다. 비지어곡면에 의하여 블렌드곡면을 나타낸 연구는 Klass<sup>[14]</sup>와 이영곤<sup>[15]</sup>에 의하여 이루어진 바 있다. 이들의 연구는 양 3차식 비지어곡면을 이용하여 블렌드곡면을 모델링하였다. 양3차식 단위곡면은 개인용컴퓨터에서 개발된 CAD/CAM시스템에서 곡면모델링을 위하여 주로 이용되고 있다. 하지만 3차식곡면은 점들이 균일하지 않게 입력되었을 때 이들을 자연스럽게 보간하지 못하며 또한 얻어진 단위곡면간에 VC2이상의 연속성을 만족할 수 없다는 문제점이 있다. 더우기 CATIA시스템과 같은 중대형 컴퓨터에서 개발된 상업용 CAD/CAM시스템의 경우 3차식보다는 5차식 이상의 단위곡면들이 주로 사용되고 있다. 따라서 임의의 차수를 가진 비지어곡면으로 블렌드곡면을 형성할 필요가 있다. 본 연구에서는 임의의 차수를 가진 단위곡면으로 블렌드곡면을 모델링하되 최소의 단위곡면들을 사용하도록 하는 방법을 제시하고자 한다.

비지어곡면은 항상 B-스플라인곡면으로 변환시킬 수 있으므로 본 연구를 통하여 얻어진 비지어 블렌드곡면은 B-spline곡면으로 개발된 CAD/CAM시스템에서도 쉽게 이용될 수 있다.

## 2. Ball-Rolling 블렌드곡면

일정한 반지름을 가진 블렌드곡면은 두 base곡면 사이에 공을 굴린 궤적을 따라 형성되며, 공의 중심 궤적은 두base곡면으로부터 얻은 offset곡면들 간의 교선과 일치한다. 따라서 두 base곡면 간의 블렌드곡면을 구하는 문제는 두 offset곡면 사이의 교선을 구하는 문제로부터 출발한다<sup>[6]</sup>.

$f(r, s)$ 와  $g(t, u)$ 가 base곡면이고  $m(r, s)$ 과  $n(t, u)$ 가

각각 두 base곡면에 대한 단위 곡면법선벡터일 때 offset거리  $d$ 를 갖는 offset곡면  $f^0(r, s)$ ,  $g^0(t, u)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} f^0(r, s) &= f(r, s) + dm(r, s) \\ g^0(t, u) &= g(t, u) + dn(t, u) \end{aligned} \quad (1)$$

offset곡면의 교선에서는  $f^0(r, s) = g^0(t, u)$ 의 관계를 만족하며, Barnhill<sup>[16]</sup>의 SSI 알고리즘을 이용하면 교선 상에 존재하는 일련의 점  $\{f^0(r_i, s_i) = g^0(t_i, u_i), i = 0, 1, \dots, n\}$ 을 구할 수 있다. offset곡면의 교점  $f^0(r_i, s_i) = g^0(t_i, u_i)$ 으로부터 base곡면 상에 대응하는 contact point pair  $\{f(t_i, s_i), g(t_i, u_i)\}$ 은 그림 2와 같이 쉽게 얻어지며, 이 점들을 보간하면 ball-contact curve가 된다. 두 ball-contact curve를 경계로 하여 그 경계사이를 가로지르는 원호로 sweeping하면 ball-rolling 블렌드곡면을 얻게 된다<sup>[6]</sup>.

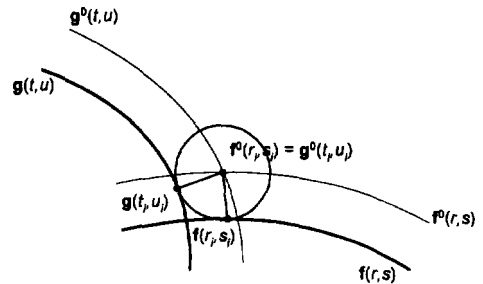


그림 2. Offset교점과 contact point pair.

## 3. 최소자승법에 의한 비지어곡선의 근사

최소자승법에 의하여  $n+1$ 개의 입력점  $P_0, P_1, \dots, P_n$ 을 차수  $k$ 의 비지어곡선으로 근사시키는 과정을 소개한다. 차수  $k$ 의 비지어곡선  $r(u)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$r(u) = \sum_{j=0}^k B_j^k(u) C_j \quad (2)$$

여기서  $B_j^k(u) = k! / \{j!(k-j)!\} u^j (1-u)^{k-j}$   
 $C_j$ : 비지어 조정점

**과정 1:** 입력점들에 대응하는 파라미터값을 추정한다.

현의 길이를 이용하여 입력점  $P(i=0, \dots, n)$ 들에 대한 파라미터값  $u_i$ 를 추정한다. 단  $u_0 = 0, u_n = 1$ 로 정한다.

$$u_i = \sum_{j=1}^i L_j / L \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (3)$$

여기서  $L_j = |P_j - P_{j+1}|$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )

$$L = \sum_{i=1}^n L_i$$

**과정 2:** 연립방정식을 형성한다.

$r(u_i) = P_i$  ( $i = 0, \dots, n$ )로부터  $(k+1)$ 개의 비지어조정점  $C_j$  ( $j = 0, \dots, k$ )을 미지벡터로 취하는  $(n+1)$ 개의 벡터방정식을 얻는다.

$$r(u_i) = \sum_{j=0}^k B_j^k(u_i) C_j = P_i \quad (i=0, \dots, n) \quad (4)$$

**과정 3:** 연립방정식을 수정한다.

그림 3과 같이 비지어곡선의 양끝조정점은 입력점의 처음점과 마지막점에 해당하므로  $C_0 = P_0$ ,  $C_k = P_n$ 이다. 따라서 식(4)의 연립방정식에서 처음식( $i=0$ )과 마지막 식( $i=n$ )을 제외하고 나머지 식( $i=1, \dots, n-1$ )들을 다음과 같이 수정한다.

$$\begin{pmatrix} B_1^k(u_1) & B_2^k(u_1) & \dots & B_{k-1}^k(u_1) \\ B_1^k(u_2) & B_2^k(u_2) & \dots & B_{k-1}^k(u_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_1^k(u_{n-1}) & B_2^k(u_{n-1}) & \dots & B_{k-1}^k(u_{n-1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_{k-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 - B_0^k(u_1)P_0 - B_k^k(u_1)P_n \\ P_2 - B_0^k(u_2)P_0 - B_k^k(u_2)P_n \\ \dots \\ P_{n-1} - B_0^k(u_{n-1})P_0 - B_k^k(u_{n-1})P_n \end{pmatrix} \quad (5)$$

혹은  $[B][C] = [P]$

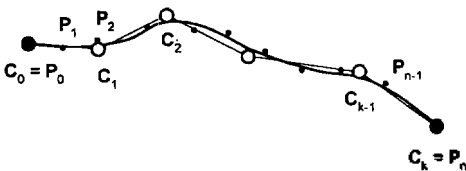


그림 3. 비지어곡선의 근사.

**과정 4:** 근사해를 구한다.

최소자승법에 의한 근사해는 다음과 같이 구해진다.

$$[B]^T [B][C] = [B]^T [P] \quad (6)$$

$$[C] = \{[B]^T [B]\}^{-1} [B]^T [P]$$

만약 과정 3에서 비지어곡선의 양끝점에서 접선벡터  $T_0$ ,  $T_n$ 이 지정된 경우, 비지어곡선의 조정점  $C_1$ ,

$C_{k-1}$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$C_1 = C_0 + T_0/k = P_0 + T_0/k$$

$$C_{k-1} = C_k - T_n/k = P_n - T_n/k \quad (7)$$

여기서  $k$ : 비지어곡선의 차수

식 (7)을 식 (5)에 대입하면 연립방정식은 다음과 같이 수정된다.

$$\begin{pmatrix} B_1^k(u_1) & B_2^k(u_1) & \dots & B_{k-2}^k(u_1) \\ B_1^k(u_2) & B_2^k(u_2) & \dots & B_{k-2}^k(u_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_1^k(u_{n-1}) & B_2^k(u_{n-1}) & \dots & B_{k-2}^k(u_{n-1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_2 \\ C_3 \\ \dots \\ C_{k-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 - B_0^k(u_1)P_0 - B_k^k(u_1)C_1 - B_{k-1}^k(u_1)C_{k-1} - B_k^k(u_1)P_n \\ P_2 - B_0^k(u_2)P_0 - B_k^k(u_2)C_1 - B_{k-1}^k(u_2)C_{k-1} - B_k^k(u_2)P_n \\ \dots \\ P_{n-1} - B_0^k(u_{n-1})P_0 - B_k^k(u_{n-1})C_1 - B_{k-1}^k(u_{n-1})C_{k-1} - B_k^k(u_{n-1})P_n \end{pmatrix} \quad (8)$$

혹은  $[B^*][C^*] = [P^*]$

식(6)과 유사한 방법에 의하여 조정점  $[C^*]$ 를 얻을 수 있다.

### 4. ball-contact curve의 근사

블렌드 곡면의 경계선에 해당하는 ball contact curve를 다수의 비지어곡선들로 근사시켜 보자. 얻어진 비지어곡선을 비지어 블렌드곡면의  $u$ -방향 경계곡선으로 정한다. 또한 경계선 상의 비지어조정점들을  $u$ -방향 경계조정점이라고 부르기로 한다.

Ball-contact curve는 offset곡면의 교선에 대응하는 베이스곡면 상의 곡선이므로 교선 상의 교점에 대하여 ball contact point들은 두 베이스곡면으로부터 쌍으로 샘플링된다. 따라서 이들을 contact point pair라고 부르기로 한다. 일련의 contact point pair들을 근사시킨 두 비지어곡선들은 다음의 과정에 의하여 얻어진다.

**과정 1:**  $k+1$ 개의 contact point pair  $\{(P_i, Q_i), i=0, 1, \dots, k\}$ 를 취한다.

**과정 2:** 최소자승법을 이용하여 contact point들을 근사하는 두 비지어곡선을 구한다.

**과정 3:** 근사된 비지어곡선이 허용오차를 벗어나면 contact point pair를 한개 줄이고 결정된 비지어곡선쌍을 저장한다. 이때 허용오차는 비지어곡선과 contact point들간의 최소거리로 정한다.

저장된 비지어곡선쌍의 마지막점과 그 다음  $k+$

1개의 점을 취하여 과정 2로 간다.

만약 비지어곡선쌍이 허용오차를 만족하면 다음 점을 한개 추가하고 과정 2로 간다. 이때 더 이상 추가할 점이 없으면 중단한다.

### 5. 원호의 근사

공이 굴러진 케적에 해당하는 ball-rolling 블렌드곡면은 ball contact point pair를 양끝점으로 갖는 원호를 ball contact curve에 따라 이동시킴으로 얻을 수 있다.

contact point pair (P, Q)를 연결하는 원호를 조정점 {C<sub>0</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>}의 3차 비지어곡선으로 근사시켜 보자. 조정점 C<sub>0</sub>, C<sub>3</sub>는 contact point P, Q와 일치하므로 offset 교점 O를 중심으로 하는 원호를 그림 4와 같이 정의할 수 있다. 이때 조정점 C<sub>0</sub>, C<sub>3</sub>에서 원호에 대한 단위접선벡터 U<sub>0</sub>, U<sub>3</sub>는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} U_0 &= (v_0 \times v_3) \times v_0 / |(v_0 \times v_3) \times v_0| \\ U_3 &= (v_0 \times v_3) \times v_3 / |(v_0 \times v_3) \times v_3| \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $v_0 = C_0 - O$ ,  $v_3 = C_3 - O$

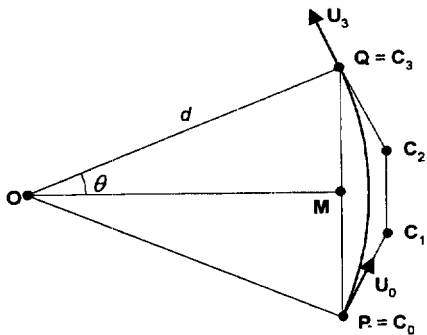


그림 4. Contact point pair를 잇는 원호.

원호에 근사하는 3차 비지어곡선 r(u)는 곡선의 중앙점 r(1/2)을 원호의 중앙점에 일치시키면 유일하게 결정된다. 따라서 양끝점 P, Q를 연결하는 원호를 근사하는 비지어곡선의 조정점들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} C_0 &= P \\ C_1 &= C_0 + T_0 \\ C_2 &= C_3 - T_3 \\ C_3 &= Q \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $T_0 = 8d(1-\cos\theta)U_0/(3|U_0-U_3|)$

$$T_3 = 8d(1-\cos\theta)U_3/(3|U_0-U_3|)$$

U<sub>0</sub>, U<sub>3</sub>: 식(9) 참조

d: 원호반지름

$$\cos\theta = (O \cdot M)/d$$

식(10)에서 접선벡터 T<sub>0</sub>, T<sub>3</sub>의 유도과정은 부록을 참조한다.

### 6. 블렌드곡면의 근사

블렌드곡면은 u-방향으로 k차, v-방향으로 3차인 비지어단위곡면들로 근사되며 비지어단위곡면의 함수식은 다음과 같이 정의된다.

$$r(u, v) = \sum_{j=0}^k \sum_{l=0}^3 B_j^k(u) B_l^3(v) V_{j,l} \quad (11)$$

여기서  $B_j^k(u) = k!/(j!(k-j)!)u^j(1-u)^{k-j}$

V<sub>j,l</sub>: 비지어 조정점

그림 5는 근사될 비지어단위곡면의 조정점들을 보여준다. 이들 조정점들은 ●로 표시된 u, v-방향의 경계조정점과 ■로 표시된 내부조정점으로 구분된다.

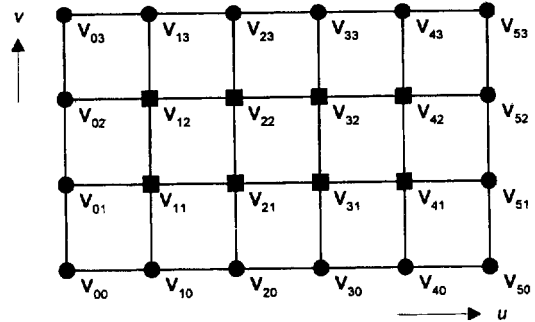


그림 5. 비지어조정점(k=5인 경우).

먼저 v-방향 경계조정점 {V<sub>00</sub>, V<sub>01</sub>, V<sub>02</sub>, V<sub>03</sub>}과 {V<sub>50</sub>, V<sub>51</sub>, V<sub>52</sub>, V<sub>53</sub>}은 식(10)과 유사한 방법으로 결정된다.

블렌드 단위곡면은 인접한 블렌드 단위곡면들과 VC1연속이어야 한다. 그림 6에서 도시된 것과 같이 인접한 두 곡면 A, B 내의 조정점들이 다음의 관계식을 만족할 때 블렌드곡면은 VC1 연속을 만족한다.

$$b_L = ma_L \quad (L=0, \dots, 3) \quad (12)$$

여기서  $b_L = V_{j,L}^B - V_{j,L}^A$

$$a_L = V_{k,L}^A - V_{k-1,L}^A$$

m: 상수

V<sub>j,L</sub><sup>A</sup>, V<sub>j,L</sub><sup>B</sup>: 단위곡면 A와 B의 비지어조정점

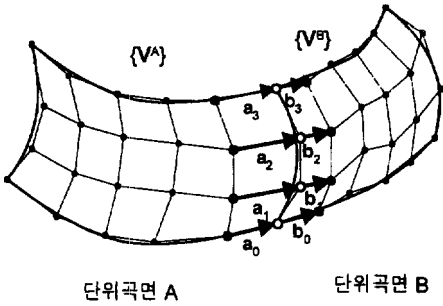


그림 6. VC1 연속의 블렌드곡면.

블렌드곡면의 반지름이 일정하지 않은 경우 블렌드 반지름이 변하는 곳에서는 접선벡터  $a_L, b_L(L=0, \dots, 3)$ 는 그림 7에서 도시한 바와 같이 식(12)의 선형 관계를 만족하지 못한다. 이러한 경우에 대해서도 블렌드곡면이 VC1연속하도록 식(12)를 일반화하면 다음과 같다<sup>[19]</sup>.

$$\begin{aligned} b_0 &= ma_0 + pc_0 \\ b_1 &= ma_1 + (2p/3)c_1 + (q/3)c_0 \\ b_2 &= ma_2 + (p/3)c_2 + (2q/3)c_1 \\ b_3 &= ma_3 + qc_2 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $b_L = V^B_{1,L} - V^B_{0,L}$   
 $a_L = V^A_{k,L} - V^A_{k-1,L}$   
 $c_L = V^B_{0,L+1} - V^B_{0,L}$  혹은  $V^A_{k,L+1} - V^A_{k,L}$   
 $m, p, q$ : 상수

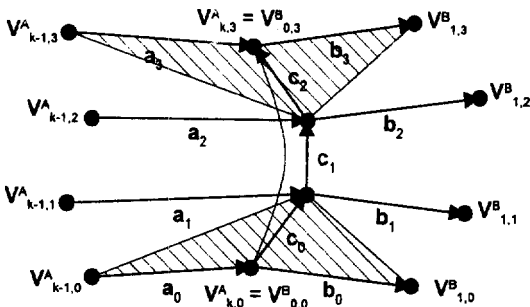


그림 7. VC1 연속 조건.

식(12) 혹은 식(13)의 VC1연속 조건을 이용하여 조정점  $V_{i0}, V_{k-1,L} (L=0, \dots, 3)$ 들을 결정할 수 있다. 나머지 미결정된 내부조정점은  $\{V_{21}, V_{31}, \dots, V_{k-2,1}\}$ 과  $\{V_{22}, V_{32}, \dots, V_{k-2,2}\}$ 이다. 우선 조정점  $\{V_{21}, V_{31}, \dots, V_{k-2,1}\}$ 에 대하여 contact point pair  $\{(P_i, Q_i), i=0, \dots, n\}$ 으로부터 최소자승법을 이용하여 조정점을 결

정하는 과정을 살펴보자.

**과정 1:** 입력점  $P_i(i=0, \dots, n)$  들에 대한 파라메터 값  $u_i$ 를 추정한다.

contact point  $P_i(i=0, \dots, n)$ 들에 대하여 원의 길이를 이용하여 식(3)의 방법으로 파라메터 값  $u_i$ 를 추정한다.

**과정 2:** 점  $P_i$ 에서  $\nu$ -방향의 접선벡터  $T_i$ 를 구한다.

식(10)에 의하여 contact point pair  $(P_i, Q_i)$ 를 있는 원호를  $\{C_{i0}, C_{i1}, C_{i2}, C_{i3}\}$ 을 조정점으로 갖는 비지어 곡선으로 근사한다. 점  $P_i$ 에서  $\nu$ -방향의 접선벡터  $T_i$ 를 다음과 같이 정한다.

$$T_i = 3(C_{i1} - C_{i0}) \quad (14)$$

**과정 3:** 연립방정식을 형성한다.

식(11)의 비지어 블렌드곡면  $r(u, v)$ 를  $v=0$  에서  $\nu$ -방향으로 미분한 식은 다음과 같다.

$$r_\nu(u, 0) = \partial r(u, 0) / \partial \nu = 3 \sum_{j=0}^k B_j^k(u) q_j = \sum_{j=0}^k B w_j(u) q_j \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } B_j^k(u) &= k! / \{j!(k-j)!\} u^j (1-u)^{k-j} \\ q_j &= V_{j,1} - V_{j,0} (j=0, \dots, k) \\ w_j(u) &= 3B_j^k(u) \end{aligned}$$

contact point  $P_i(i=0, \dots, n)$ 에 대하여 과정 1에서 추정된 파라메터 값  $u_i$ 와 식(14)에서 정한 접선벡터  $T_i$ 로부터 다음과 같은 연립방정식을 형성한다.

$$r_\nu(u_i, 0) = \sum_{j=0}^k w_j(u_i) q_j = T_i \quad (i=0, \dots, n) \quad (16)$$

$$\text{여기서 } w_j(u) = 3B_j^k(u)$$

**과정 4:** 연립방정식을 수정한다.

앞서 기술한 VC1연속조건에 의하여 조정점  $V_{i,0}, V_{i,1}(i=0, 1, k-1, k)$ 는 이미 결정되었으므로  $q_j = V_{j,1} - V_{j,0}(j=0, 1, k-1, k)$ 는 고정된다. 따라서 나머지 미지 벡터  $q_2, q_3, \dots, q_{k-2}$ 를 구하기 위하여 식(15)의 연립방정식을 수정하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} w_2(u_1) & w_3(u_1) & \dots & w_{k-2}(u_1) \\ w_2(u_2) & w_3(u_2) & \dots & w_{k-2}(u_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_2(u_{n-1}) & w_3(u_{n-1}) & \dots & w_{k-2}(u_{n-1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_{k-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{1,1} - w_0(u_1)q_0 - w_1(u_1)q_1 - w_{k-1}(u_1)q_{k-1} - w_k(u_1)q_k \\ T_{2,1} - w_0(u_2)q_0 - w_1(u_2)q_1 - w_{k-1}(u_2)q_{k-1} - w_k(u_2)q_k \\ \dots \\ T_{n-1,1} - w_0(u_{n-1})q_0 - w_1(u_{n-1})q_1 - w_{k-1}(u_{n-1})q_{k-1} - w_k(u_{n-1})q_k \end{pmatrix}$$

혹은  $[W][Q] = [T]$  (17)

과정 5: 근사해를 구한다.

$[Q] = \{[W]^T[W]\}^{-1}[W]^T[T]$  (18)

접선조정점  $V_{21}, V_{31}, \dots, V_{k-2,1}$ 를 다음의 식으로부터 구한다.

$V_{j1} = V_{j0} + q_j \quad (j=2, 3, \dots, k-2)$  (19)

이상의 과정들과 유사한 방법으로 나머지 내부조정점  $V_{j2}(j=2,3, \dots, k-2)$ 는 contact point pair들로부터 결정된다.

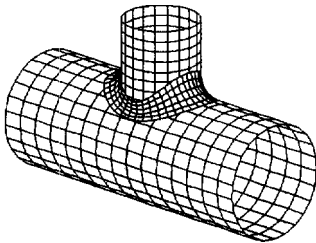


그림 8. 곡면블렌딩의 예.

그림 8은 수직하게 교차하는 두개의 실린더 사이에 존재하는 블렌드곡면을 보여주고 있다. 83개의 Contact point pair로 이루어진 블렌드곡면은 4개의 비지어곡면으로 근사되었다. 이때 블렌드곡면을 모델링하기 위하여 사용된 Bezier곡면은  $u$ -방향으로 5차식  $v$ -방향으로 3차식이며 허용오차는 0.01 mm를 사용하였다.

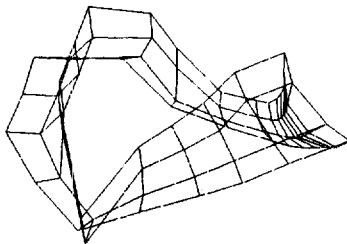


그림 9. 블렌드곡면의 비지어조정점.

블렌드곡면을 모델링하기 위한 비지어곡면 함수식의 차수가 커지면 블렌드 단위곡면의 수는 감소하게 된다. 표 1은 그림 9의 블렌드곡면의 예에 대하여 곡면의 차수가 증가함에 따른 단위곡면의 수의 변화

표 1. 곡면의 차수와 패치의 수

곡면의 차수	3	5	7	9
패치의 갯수	7	4	3	2

를 나타내었다.

그림 10은 반지름이 변하는 블렌드곡면의 예로써 두개의 자유곡면이 교차하는 부위를 블렌드곡면은 부드럽게 연결하고 있다.

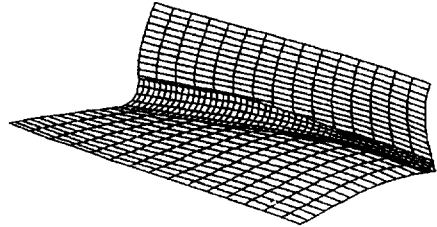


그림 10. 반지름이 변하는 블렌드곡면.

### 7. 결 론

본 연구에서는 매개변수식 곡면들 사이에 존재하는 블렌드곡면을 비지어곡면들로 근사하는 방법을 제시하였다. 본 연구로부터 얻어진 비지어 블렌드곡면의 특성은 다음과 같다.

- 1) 지정된 반지름을 가진 블렌드곡면을 생성한다.
- 2) 비지어 블렌드곡면은 베이스곡면과 허용오차를 만족한다.
- 3) 블렌드 단위곡면들은 VC1연속을 만족한다.
- 4) 최소자승법을 사용함으로써 적은 단위곡면으로 블렌드곡면을 근사시킨다.
- 5) 임의의 차수를 가진 비지어곡면으로 근사가 가능하다.
- 6) 블렌드반지름이 변하는 경우도 적용이 가능하다.

현재 B-스플라인곡면을 사용하여 ball rolling 블렌드곡면을 근사시키는 방법을 연구 중에 있으며 corner블렌드곡면을 근사시키는 연구도 필요하다.

### 참고문헌

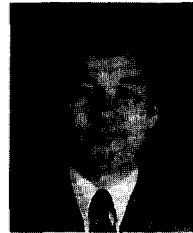
1. Hoffmann, C. and Hopcroft, J., "The Potential Method for Blending Surfaces and Corners", in *Geometric Modeling: Algorithms and New Trends*, (Farin ed.), pp. 347-365, SIAM, 1987.
2. Holmstrom, L., "Piecewise Quadric Blending of Implicitly Defined Surfaces", *CAGD*, Vol. 4, pp. 171-

189, 1987.

3. Middleditch, A.E. and Sears, K.H., "Blend Surfaces for Theoretic Volume Modelling Systems", *Computer Graphics*, Vol. 19, No. 3, pp. 161-170, 1985.
4. Rockwood, A.P. and Owen, J.C., "Blending Surfaces in Solid Modeling", in *Geometric Modeling: Algorithms and New Trends*, (Farin ed.), pp. 367-383, SIAM, 1987.
5. 주상윤, "비매개변수곡면의 블렌딩", *대한산업공학회지*, 제 17권, 제 1호, 1991.
6. 정연찬, "Z-Map곡면의 오프셋과 블렌드곡면 형성에 관한 연구", KAIST석사학위논문, 1991.
7. 주상윤, "가공데이터로 주어진 곡면 간의 블렌딩", *한국정밀공학회지*, 제 10권, 제 1호, 1993.
8. Choi, B.K. and Ju, S.Y., "Constant Radius Blending in Surface Modeling", *CAD*, Vol. 12, pp. 213-220, 1989.
9. 주상윤, "곡면모델링에서 블렌드곡면 형성", KAIST박사학위 논문, 1989.
10. Filip, D.J., "Blending Parametric Surfaces", *ACM Transaction on Graphics*, Vol. 8, No. 3, pp. 164-173, 1989.
11. Bloor, M.I. and Wilson, M.J., "Generaing Blending Surfaces using Partial Differential Equations", *CAD*, Vol. 21, No. 3, pp. 165-171, 1989.
12. Sanglkar, M.A., Koparkar, P. and Joshi, V.N., "Modelling Rolling ball Blends for a Computer aided Geometric Design", *CAGD*, Vol. 7, pp. 399-414, 1990.
13. 이회관, 양균의, "접촉곡선을 이용한 블렌드곡면", *정밀공학회지*, 제 12권, 제 8호, pp. 114-121, 1995.

14. Klass, R. and Kuhn, B., "Fillet and Surface Intersections defined by Rolling balls", *CAGD*, Vol. 9, pp. 185-193, 1992.
15. 이영곤, "솔리드모델에서 블렌드곡면의 형성에 관한 연구", KAIST석사학위논문, 1992.
16. Barnhill, R.E., Farin, F., Jordan, M. and Piper, B.R., "Surface/Surface Intersection", *CAGD*, Vol. 4, pp. 3-16, 1987.
17. Lee, T., Bedi, S. and Dubey, R.N., "A Parametric Surface Blending Methods for Complex Engineering Objects", *Second Symposium on Solid Modeling Foundations and CAD/CAM Applications*, pp. 179-188, 1993.
18. Choi, B.K., "Surface Modeling for CAD/CAM", Elsevier, 1990.
19. Faux, I.D. and Pratt, M.J., "Computational Geometry for Design and Manufacture", Ellis Horwood, 1979.
20. 최병규, 전차수, 유우식, 편영식, "CAD/CAM시스템과 CNC 절삭가공", *회중당*, 1996.

**주 상 윤**



1977년 서울대학교 산업공학과 학사  
 1979년 한국과학기술원 산업공학과 석사  
 1989년 한국과학기술원 산업공학과 박사  
 1979년 ~ 현재 울산대학교 산업공학과 교수  
 관심분야 : 곡면모델링, NC가공, 제조시스템 자동화, 제품설계

**<부록> : 원호에 대한 접선벡터 T<sub>0</sub>, T<sub>3</sub>의 유도과정**

주어진 원호를 {C<sub>0</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>}를 조정점으로 갖는 원호를 3차 비지어곡선으로 근사시킨 후 양끝점 C<sub>0</sub>, C<sub>3</sub>에서 다음과 같이 정의한 접선벡터 T<sub>0</sub>, T<sub>3</sub>를 구해 보자.

$$\begin{aligned} T_0 &= C_1 - C_0 \\ T_3 &= C_3 - C_2 \end{aligned} \tag{A.1}$$

접선벡터 T<sub>0</sub>와 T<sub>3</sub>의 단위벡터를 U<sub>0</sub>, U<sub>3</sub>라 하고 식(9)에 의하여 이미 결정되었다고 하자. 이 때 비지어곡선은 원호를 근사시킨 곡선이므로 두 접선벡터 T<sub>0</sub>, T<sub>3</sub>의 길이는 동일해야 한다. 두 접선벡터 T<sub>0</sub>, T<sub>3</sub>의 길이를 α라고 할 때 T<sub>0</sub>, T<sub>3</sub>는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_0 &= \alpha U_0 \\ T_3 &= \alpha U_3 \end{aligned} \tag{A.2}$$

그림 A1에서 단위벡터 U를 벡터 U<sub>0</sub>, U<sub>3</sub>에 의하여 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$U = (U_0 - U_3) / |U_0 - U_3| \tag{A.3}$$

이때 원호의 중앙점 A는 다음과 같이 결정된다.

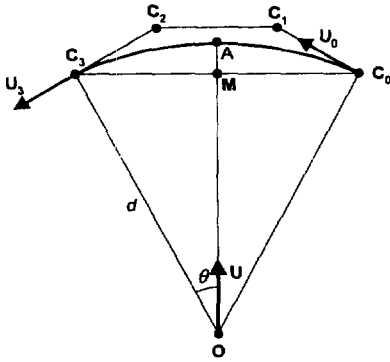


그림 A1. 원호와 조사 비지어곡선.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{O} + d\mathbf{U} \\ &= \mathbf{M} + d(1-\cos\theta)\mathbf{U} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

여기서  $\mathbf{O}$ : 원호 중심점

$$\mathbf{M} = (\mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_3)/2$$

$d$ : 원호 반지름

$\{\mathbf{C}_0, \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \mathbf{C}_3\}$ 를 조정점으로 갖는 비지어곡선  $\mathbf{r}(u)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{r}(u) = (1-u)^3\mathbf{C}_0 + 3u(1-u)^2\mathbf{C}_1 + 3u^2(1-u)\mathbf{C}_2 + u^3\mathbf{C}_3 \quad (\text{A.5})$$

비지어곡선의 중앙점  $\mathbf{r}(1/2)$ 는 식(A.5)로부터 다음과 같이 결정된다.

$$\mathbf{r}(1/2) = (1/8)\mathbf{C}_0 + (3/8)\mathbf{C}_1 + (3/8)\mathbf{C}_2 + (1/8)\mathbf{C}_3 \quad (\text{A.6})$$

원호의 중앙점과 비지어곡선의 중앙점이 일치할 때 즉,  $\mathbf{r}(1/2) = \mathbf{A}$  일 때 식(A.1), 식(A.4), 식(A.6)를 이용하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$(3/8)(\mathbf{T}_0 - \mathbf{T}_3) = d(1-\cos\theta)\mathbf{U} \quad (\text{A.7})$$

식(A.2), 식(A.3)를 식(A.7)에 대입하면  $\alpha$ 의 값을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\alpha = 8d(1-\cos\theta)/(3|\mathbf{U}_0 - \mathbf{U}_3|) \quad (\text{A.8})$$

식(A.8)을 식(A.2)에 대입하면 접선벡터  $\mathbf{T}_0, \mathbf{T}_3$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_0 &= 8d(1-\cos\theta)\mathbf{U}_0/(3|\mathbf{U}_0 - \mathbf{U}_3|) \\ \mathbf{T}_3 &= 8d(1-\cos\theta)\mathbf{U}_3/(3|\mathbf{U}_0 - \mathbf{U}_3|) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$