

다결정재의 이방성 탄·점소성 유한요소해석

이용신*, 김웅주**

Anisotropic Elasto-Viscoplastic Finite Element Analysis for Polycrystalline Materials

Yong-Shin Lee* and Eung-Zu Kim**

ABSTRACT

The deformations of polycrystalline materials are modelled by linking a constitutive equation for the crystallographic slip of a single crystal to the macroscopic behavior of the aggregate. In this study, anisotropic elasticity (lattice stretching) of a cubic crystal is incorporated into the anisotropic plasticity from crystallographic slip. The constitutive description for the aggregate, derived from a crystal plasticity theory, is used to formulate a Consistent Penalty Finite Element Method for the anisotropic elasto-viscoplastic deformation of polycrystalline materials. As an application, a plane-strain forging process is simulated and the effects of the initial textures on the deformation behavior of the workpiece are examined.

Key words : Polycrystalline Materials, Texture, Anisotropy, Finite Element Analysis

1. 서 론

다결정재의 성형가공은 소성변형을 일으키는 과정에서 소재의 미세조직 변화를 수반하게 된다. 특히 결정립의 방위변화는 결정학적이방성을 초래하게 된다. 결정학적인 측면에서 다결정재의 재료거동을 모사하기 위한 기본적인 이론들이 제안되었고, 그들을 바탕으로 압연 또는 인발된 소재의 집합조직의 발전을 근사적으로 구하는 연구들이 금속재료학 연구분야에서 진행되었다¹⁻⁴⁾.

한편 기계공학분야에서는 재료의 대변형거동해석을 위하여 연속체역학을 바탕으로 유한요소법을 응용하였다. 이러한 방법은 보존식과 구성방정식 또는 항복식을 풀이 성형공정중인 소재의 거시적 소성유동을 예측할 수 있으나, 집합조직의 변화와 그에 따른 이방성의 발전은 예측할 수 없었다.

최근에 들어 결정소성학과 거시적 연속체역학을 연계하는 해석에 관심이 높아지고 있다. Kalidindi와 Anand⁵⁾, 오규환 등⁶⁾은 평면변형률 압축성형의 경계

치문제를 등방성 유한요소해석으로 소재내의 관심지점의 변형경로를 얻고, 그 경로에 따라 집합조직의 변화를 예측하는 모델들을 제시하였다. Dawson과 그의 동료들^{7,8)}은 슬립을 모사하는 미시적 구성방정식을 바탕으로 거시적 성형공정의 강소성 유한요소해석을 수행하였다. 따라서 그들의 공정해석모델은 집합조직의 변화를 예측함과 더불어 그에 따른 이방성의 발전을 거시적 공정해석에 반영할 수 있었다.

본 연구에서는 Maniatty⁹⁾ 등에 의해 제시된 단결정의 탄·점소성 변형해석을 위한 시간적분 알고리즘을 바탕으로 다결정의 이방성 탄 점소성변형을 상응벌칙유한요소법(Consistent Finite Element Method)으로 해석하는 모델을 제시한다. 개발된 프로그램을 이용하여 평면변형률 단조를 해석하고, 초기 집합조직이 변형특성에 미치는 영향을 조사한다.

2. 탄·점소성 결정소성학

다결정재의 소성변형을 다루는 경계치/초기치 문제의 형성은 질량, 운동량 및 에너지 보존을 만족시키는 지배방정식에 더하여 물성 특성을 나타내는 구

*정회원, 국민대학교 기계공학부
**국민대학교 기계설계학과

성방정식과 경계조건 및 초기조건의 보완으로 완성된다. 본 논문에서는 일반적으로 잘 알려진 보존식들의 설명은 생략하고, 결정소성학에 의거한 다결정재의 구성방정식을 소개한다.

금속재의 냉간 또는 온간의 소성변형은 미시적으로 결정립내부의 슬립현상에 의한 것으로 알려져 왔다. 금속내부의 슬립은 슬립면상에서 슬립방향으로 전단변형을 일으키며, 여러개의 작용 슬립시스템에 일어나고 있는 전단변형의 조합으로 외부의 거시적 소성변형이 나타난다. 이러한 경우에 각 결정립들은 변형경도에 따라 처음의 방위상태로부터 우선하는 방위로 회전하게 되어 집합조직을 형성한다. 따라서 결정소성학에서는 슬립에 의한 결정학적 운동학(Kinematics), 슬립현상을 규명하는 구성방정식 그리고 변형경화 및 방위변화 등 미세조직 상태의 변화에 대한 모델이 필요하게 된다.

2.1 단결정의 구성방정식

본 연구에서는 단결정의 이방성 탄·점소성 변형을 결정격자의 탄성변형과 소성변형이 복합된 것을 가정한다. Fig. 1에서와 같이 변형구배텐서(F)는 격자의 회전(R^L)과 탄성스트레칭(U^e), 슬립에 의한 체적 불변의 소성변형(F^p)으로 구성된다. 즉

$$F = F^* F^p = R^L U^e F^p \quad (1)$$

$$\det(F^p) = 1, \quad U^{eT} = U^e$$

점성변형의 표현을 위한 속도구배텐서는 (1)식으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$L = \dot{F}^* F^{*-1} + F^* \dot{F}^p F^{p-1} \quad (2)$$

윗식에서 \dot{F}^p 는 소성 속도구배텐서로 탄성회복을 가정한 중간형상(Intermediate Configuration, \bar{B})에서 정의된 것으로 그 형상에서의 슬립시스템 운동과 다

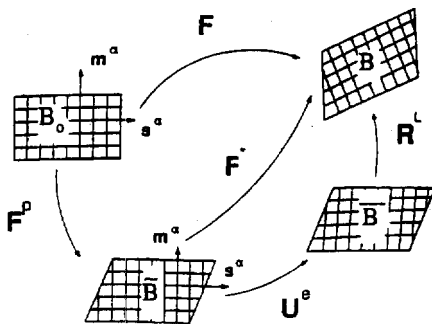


Fig. 1. Single crystal kinematic decomposition.

음과 같이 관련되어 진다.

$$\dot{\bar{F}} = \dot{F}^p F^{p-1} = \sum_{\alpha=1}^{N_s} \dot{\gamma}^{\alpha} (s^{\alpha} \otimes m^{\alpha}) \quad (3)$$

여기에서 s^{α} , m^{α} 와 $\dot{\gamma}^{\alpha}$ 는 중간형상(\bar{B})에서 각각 α 슬립시스템의 슬립방향과 슬립면 법선방향의 단위벡터이고, 그 슬립시스템에서의 전단변형률속도이다. 텐서 곱으로 표시된 $s^{\alpha} \otimes m^{\alpha}$ 는 통상 Schmid 텐서(P^{α})라 불리운다.

본 연구에서 소개된 운동학과 관련하여서는 슬립에 의한 점소성변형과 격자의 탄성스트레칭을 모사하는 구성방정식을 요구하게 된다. α 슬립시스템에서의 점소성변형은 전단변형률속도와 분해전단응력(τ^{α})의 관계로 주어질 수 있다. 본 연구에서는 Peirce^[6]와 Dawson^[9] 등이 사용한 급수법관계(Power law relation)를 사용한다.

$$\dot{\gamma}^{\alpha} = \dot{\alpha} \left(\frac{\tau^{\alpha}}{\bar{\tau}^{\alpha}} \right)^m \left| \frac{\tau^{\alpha}}{\bar{\tau}^{\alpha}} \right|^{\frac{1}{m}-1} \quad (4)$$

여기에서 $\dot{\alpha}$ 는 기준되는 전단변형률속도이고, m 은 변형률속도 의존계수이다. $\bar{\tau}^{\alpha}$ 는 α 슬립시스템의 변형경화를 나타내는 상태변수로 이후 경화상태변수라 칭한다. 본 연구에서는 분해전단응력을 중간형상에서 다음과 같이 정의한다.

$$\tau^{\alpha} = (\det F) F^* T F^{*-T} \cdot P^{\alpha} \quad (5)$$

윗식에서 T는 단결정의 Cauchy 응력텐서이다. 이러한 정의에 따른 τ^{α} 는 $\dot{\gamma}^{\alpha}$ 와 일쌍을 이루게되며 $\tau^{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha}$ 는 기준형상 또는 중간형상의 단위체적당 일률을 나타낸다.

단결정의 편차 응력텐서와 소성변형률속도텐서(D^p)의 관계는 위의 식들 (2)-(4)와 (5)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$T^p = \mathcal{L}^{-1} [D^p] \quad (6)$$

여기에서 단결정의 4차 연성텐서(Compliance) \mathcal{L} 은 다음과 같다.

$$\mathcal{L} = \det(F) \sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\dot{\alpha}}{\bar{\tau}^{\alpha}} \left| \frac{\tau^{\alpha}}{\bar{\tau}^{\alpha}} \right|^{\frac{1}{m}-1} G^{\alpha} \otimes G^{\alpha} \quad (7)$$

$$G^{\alpha} = R^L \text{sym}(U^e P^{\alpha} U^{e-1}) R^{LT} \quad (8)$$

경화상태변수의 발전식은 Dawson^[9] 등이 사용한 Voce-Kocks 모델로 이차경화(latent hardening)와 주

경화(Primary hardening)가 같은 것을 가정한다. 이에 따라 모든 슬립시스템에서 같은 경화를 갖게되므로 위첨자 α 를 생략한다.

$$\dot{\epsilon} = \Theta_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}_s - \dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s - \dot{\epsilon}_0} \right) \quad (9)$$

여기에서

$$\dot{\epsilon}_s = \dot{\epsilon}_0 \left| \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right|^{AG}, \quad \dot{\gamma} = \sum_{\alpha=1}^{N_s} |\dot{\gamma}^{\alpha}| \quad (10)$$

위식에서 G 는 전단탄성계수이고, Θ_0 , $\dot{\epsilon}_0$, $\dot{\epsilon}_0$ 와 A 는 재료상수이다.

단결정의 탄성변형은 일반적으로 이방성이나, 면심입방정격자의 경우에는 대칭성으로부터 단지 세 개의 재료상수가 요구된다. 면심입방정격자재(FCC)의 이방성 탄성변형 구성방정식은 다음과 같다.

$$\bar{\boldsymbol{\epsilon}} = 2G\bar{\boldsymbol{\epsilon}}^* + \lambda \text{tr}(\bar{\boldsymbol{\epsilon}}^*)\mathbf{I} - 2\beta \mathbf{q}[\bar{\boldsymbol{\epsilon}}^*] \quad (11)$$

여기에서

$$\beta = \frac{1}{2}(2G + \lambda - \alpha) \quad (12)$$

식 (11)의 마지막항 $\mathbf{q}_{ijk} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{ij}$ 에서 4차텐서 \mathbf{q}_{ijkl} 은 결정격자 좌표계에서 다음과 같다.

$$\mathbf{q}_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{if } i=j=k=l \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

위식들에서 G 와 λ 는 Lamé의 상수이다. 따라서 β 는 이방성의 크기를 나타내며 $\beta=0$ 이면 등방성 탄성 변형을 의미한다.

2.2 시간적분 알고리즘

본 연구의 대변형해석에서는 시각 t 에서의 격자회전(\mathbf{R}^t) 즉 결정립의 방향벡터와 응력 텐서 등의 모든 변수를 알고, 시각 $t+\Delta t$ 에서의 내연적으로 얻은 형상을 바탕으로 평형방정식이 만족되는 속도 및 상태변수를 구하는 내·외연적 알고리즘을 사용한다^[9].

시각 $t+\Delta t$ 에서의 소성속도구배텐서 $\bar{\mathbf{L}}_{n+1}^p$ 은 후방차분(Backward Difference) 근사화로 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\mathbf{L}}_{n+1}^p = \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{I} - \mathbf{F}_n^p \mathbf{F}_{n+1}^p) \quad (14)$$

본 연구의 시간적분 알고리즘에서는 주어진 \mathbf{F}_{n+1} 에서

탄·소성 상용법칙(Consistency)을 만족시키는 \mathbf{F}_{n+1}^p , \mathbf{U}_{n+1}^e 과 \mathbf{R}_{n+1}^L 을 찾는 문제로 귀결된다. 이것은 소성변형은 체적불변인 것을 구속조건으로 다음과 같은 잉여식을 만족시키도록 문제를 형성할 수 있다.

$$\mathbf{B} = \sum_{\alpha=1}^{N_s} \dot{\gamma}_{n+1}^{\alpha} \mathbf{P}^{\alpha} - \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{I} - \mathbf{F}_n^p \mathbf{F}_{n+1}^p) + \lambda_p \{\text{det}(\mathbf{F}_{n+1}^p) - 1\} \mathbf{I} \quad (15)$$

첫항의 $\dot{\gamma}_{n+1}^{\alpha}$ 은 τ_{n+1}^{α} 와 \mathbf{F}_{n+1}^p 의 함수이므로 위 식은 비선형이 되어 반복법이 요구되며, 좌측 상첨자 r 은 반복차수를 나타낸다. 본 연구에서는 Newton-Raphson 법에 의해 (15)식을 푼다. 이와같은 알고리즘의 상세한 설명은 참고문헌 [9]에 주어져 있다.

일단 \mathbf{R}_{n+1}^L 을 구하면, 그로부터 결정립들의 방위각과 변화된 Schmid 텐서를 구할 수 있다. 이에 따라 발전된 집합조직이 식 (8)을 통하여 결정립의 이방성 강성행렬을 계산하는 데에 반영된다.

2.3 결정립 집합체의 구성방정식

본 연구에서는 Taylor의 가정을 도입하여 각 단결정들의 변형률속도(\mathbf{D})는 결정립집합체의 변형률속도(\mathbf{d})와 같은 것으로 간주하며, 결정립 집합체의 응력($\boldsymbol{\sigma}$)은 각 단결정의 응력을 평균하여 얻는다. 즉

$$\boldsymbol{\sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle, \quad \mathbf{d} = \langle \mathbf{D} \rangle = \mathbf{D} \quad (16)$$

여기에서 $\langle \cdot \rangle$ 는 산술평균값을 의미한다.

식 (6)으로 주어지는 단결정의 구성방정식을 식 (16)에 대입하여 결정립집합체의 진응력과 변형률속도의 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^* : \mathbf{d} - \mathbf{Z}^* \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \langle \boldsymbol{\sigma}^{-1} \rangle, \quad \mathbf{Z}^* = \langle \boldsymbol{\sigma}^{-1} [\mathbf{D}^*] \rangle$$

윗 식에서 변형률속도텐서(\mathbf{D})는 모든 단결정들이 같은 값을 가지므로 평균기호 밖으로 나올 수 있다.

3. 유한 요소 해석

대변형을 겪는 다결정 소재의 해석영역을 유한요소로 분할하고, 분할된 요소 내에서 거시적 변수들의 근사해를 구한다. 해석영역내의 임의의 질점은 결정립 집합체로 간주되며, 그 안에는 충분한 수의 단결정이 포함되어 있어 질점에서의 거시적 거동이 각 단결정의 평균적 거동으로 결정된다고 가정한다. 가상일률의 정리를 적용하여 선형운동량 보존식

을 범함수 꼴로 표현하면 다음과 같으며, 이것이 유한요소산화의 바탕이 된다.

$$\delta J = -\int_B \sigma \cdot \delta d \, dv + \int_B p \delta \text{tr}(d) \, dv + \int_{\partial B} t \cdot \delta u \, ds \quad (18)$$

여기에서 δd 는 가상속도 δu 가 동반하는 가상변형률 속도를 나타내며 p 와 t 는 각각 정수압응력과 표면력을 나타낸다. 전단변형에너지와 관련된 첫 번째항에서 편차진응력은 결정립집합체의 구성방정식 (17)을 대입하여 소거할 수 있다. 또한 체적분변의 소성변형은 구속조건으로 벌칙상수 χ 를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\delta J_p = \int_B [p + \chi \{ \text{tr}(d) - \text{tr}(d^c) \}] \, dv \quad (19)$$

위의 식들 (18)과 (19)에 속도와 압력을 형상함수로 근사화한 식을 대입하여 유한요소정식화를 수행하면 다음과 같은 두개의 행렬식을 얻는다.

$$[K_u] \{V\} - [K_G]^T \{P\} - \{f\} = \{f\} \quad (20)$$

$$[M_p] \{P\} + A [K_G] \{V\} = -A \{f\} \quad (21)$$

윗 식들에서 $[K_u]$ 는 속도와 결정립들 방위의 함수이고 $\{f\}$ 와 $\{f\}$ 는 탄성변형에 의한 보정항들이다. 조합과정(Assembly)전에 윗식들에서 $\{P\}$ 를 소거하여 속도만을 미지수로하는 최종의 유한요소정식을 다음과 같은 형태로 얻을 수 있다.

$$[K] \{V\} = \{F\} \quad (22)$$

위의 행렬식은 비선형으로 반복법에 의해 해를 구하게 되며, 결정립들의 방위계산은 외연적으로 직접 연계되어 수렴된 속도분포와 함께 해의 일부로 얻어진다. 그들로부터 변형률 속도 및 응력 분포를 계산할 수 있다.

4. 용 용

본 연구에서 제시한 이방성 탄·점소성 유한요소 해석모델은 결정립들의 방위변화와 슬립되는 양을 결정하는 미시적 해석과 거시적 연속체역학 해석을 연계하였다. 응용 예로서는 알루미늄의 평면변형률 단조를 선택하였으며, 재료상수는 참고문헌 [9]에서 발췌하였다. 이방성의 발전을 고려하여 유한요소격자의 어느 방향에 대해서도 대칭성이 없는 변형을 가정하고 강체운동을 제어하도록 한 점만을 고정하였다.

라그랑지안 해석에 적합한 Q4 요소(4 node Qua-

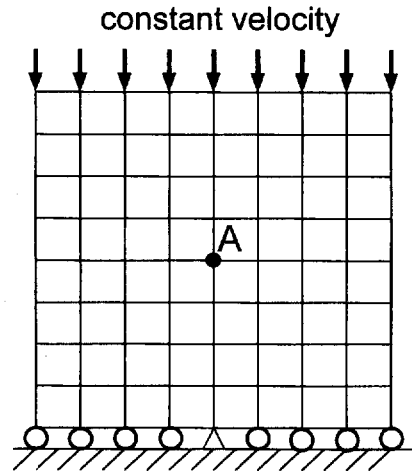


Fig. 2. Finite element mesh with boundary conditions.

drilateral Element)를 사용하였으며 요소내에서 속도는 이중선형이고 압력은 상수로 가정된다. 또한 소재와 금형과의 접촉부에는 마찰이 없는 것으로 가정하여 변형집합조직이 소재의 변형에 미치는 영향을 확인할 수 있도록 하였다. Fig. 2에는 본 연구에서 사용된 유한요소격자와 경계조건을 보여 주고 있다.

Fig. 3에서는 변형전에 물체가 갖는 초기의 집합조직들로 (a) 무질서 방위로 등방성을 갖는 소재의 극점도(pole figure), (b) 50%의 평면변형률 압축을 받은 소재의 극점도와 (c) 재결정집합조직을 갖는 소재의 극점도를 보여주고 있다. Fig. 2의 유한요소격자 내의 모든 적분점들은 초기에 같은 방위를 갖는 것으로 가정하였다. 결정립의 초기 우선방위만에 의한 영향을 조사하기 위하여 (a), (b), (c) 모두 같은 초기 항복응력을 갖도록 같은 값의 초기 경화상태변수 값을 설정하였다. Fig. 4에서는 Fig. 3에 따른 2차원의 항복곡면을 보여주고 있다. 약간의 형태변화 일지라도 소성변형의 유동규칙에 크게 나타날 수 있음을 주지할 필요가 있다.

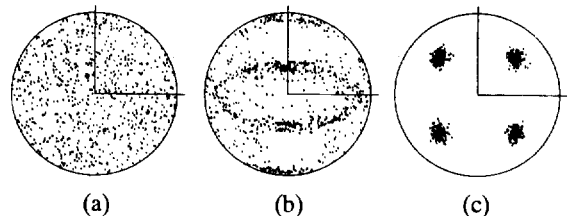


Fig. 3. Initial <111> pole figures for three different workpieces: (a) Random texture (b) Plane strain compression texture (c) Cube texture.

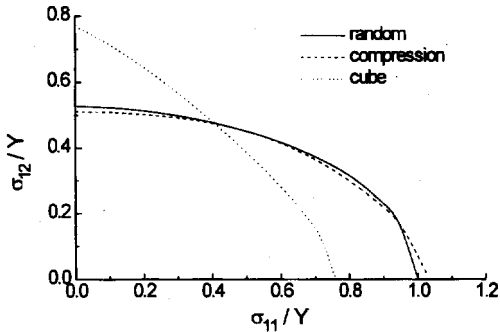


Fig. 4. Constant strain rate yield surface.

Fig. 5에서는 소재의 중심부에 위치한 점(Fig. 2에서 점 A)이 50%정도 압축된 후에 갖게된 집합조직의 극점도를 보여주고 있다. 초기에 무질서방위를 갖은 경우에는 평면변형률 압축집합조직이 나타났으며, (b)의 경우에는 보다 뚜렷한 평면변형률 압축 집합조직이 발달되었다. 그러나 초기에 재결정집합 조직을 갖은 경우에는 우선 방위의 변화가 거의 없으며 이것은 물체가 변형후에도 대칭성을 유지할 것을 예측하게 한다.

Fig. 6에서는 초기에 (b)와 (c)의 극점도를 갖은 물체가 약 50%정도 압축될 때까지의 형태변화를 보여주고 있다. 등방성재료의 경우에는 좌우대칭을 유지할 것이 예상되나, 본 연구의 결과는 결정립 방위의 변화에 따른 이방성의 발전으로 대칭성을 유지하지 못하는 것을 보여주고 있다. 그러나 초기에 재결정 집합조직을 갖은 물체는 평면변형률 압축변형이 진행되어도 비교적 대칭성을 유지하는 것을 보여주고 있다. 이것은 Fig. 5에서 재결정집합조직은 압축변형중에 변화가 거의 없었던 것으로부터 예측될 수 있다.

소성변형을 통한 물체의 성형가공은 그 첫번째 목적이 원하는 형상의 제품을 만드는 것이며 공정설계 도구는 형상변화를 예측할 수 있는 기능을 갖추어야

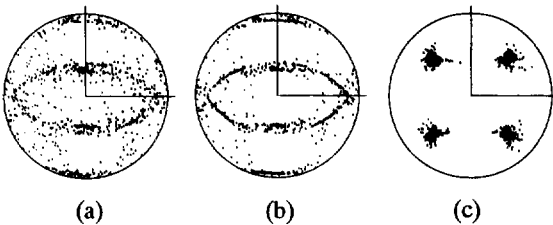


Fig. 5. <111> Pole figures after 50% forging. (a) Random texture, (b) Plane strain compression texture, (c) Cube texture.

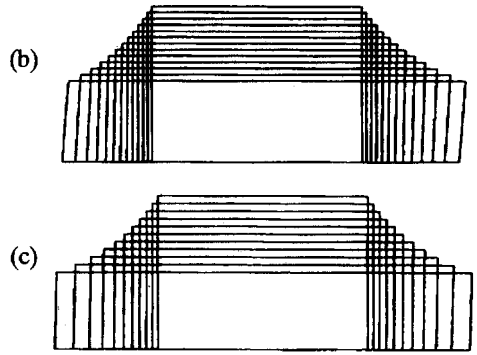


Fig. 6. Changes of the workpiece shape. (b) Plane strain compression texture, (c) Cube texture.

한다. 그러나 이방성을 나타내는 집합조직을 갖은 물체의 성형이거나, 성형공정의 특성이 특정의 우선 방위를 발달시켜 소재가 이방성을 갖게하는 경우에 종래의 등방성해석을 이용하여서는 정확한 형상에 예측할 수 없다. 물론 미세조직의 변화에 따른 이방성의 발전과 같은 기계적 성질의 변화도 예측이 불가능하다. 그러나 본 연구에서 제시한 해석모델을 이용하여 특정 집합조직이 갖은 정해진 변형에 대한 저항이나 변화를 이해하고 있을 경우에는 원하는 형상과 물성특성을 갖도록하는 변형경로의 설계 또는 공정설계를 가능하게 할 수 있을 것으로 기대한다.

Fig. 7에서 (a), (b)와 (c)의 세가지 초기 집합조직을 갖은 물체가 50%정도 평면 변형률압축이 진행되는 동안에 압축하중의 변화를 비교하여 보았다. (a)와 (b)의 집합조직을 갖은 물체는 등방성해석에 의한 압

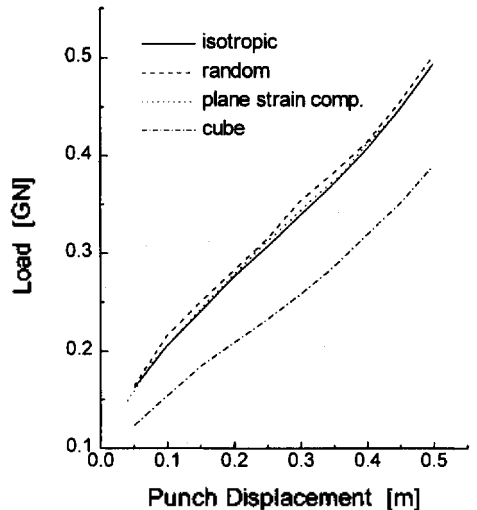


Fig. 7. Variation of punch loads.

축하중보다 약간 큰 값을 보여주고 있으나 (c)의 집합조직을 갖는 물체는 훨씬 작은 압축하중이 요구되는 것을 알 수 있다. Fig. 3의 항복곡면으로부터 (c)의 재결정집합조직을 갖는 소재는 압축 항복응력이 작은 것을 알 수 있고, 이것으로부터 (a)나 (b)의 집합조직을 갖는 소재보다 전단변형에 대해서는 저항이 크나 압축에 대해서는 작은 하중을 필요로 할 것을 예측할 수 있다.

4. 결 론

다결정체의 이방성 탄·점소성변형해석을 수행할 수 있는 상용범칙 유한요소해석 모델을 제시하였다. 이 모델에서는 매크로질점의 변형은 많은 수의 결정립들로 이루어진 집합체의 평균거동으로 정의하고, 결정립집합체의 구성방정식은 각 단결정의 변형 즉 이방성 탄성 스트레칭과 점소성 슬립들을 평균하여 얻는다. 강소성의 결정소성학에서는 회전텐서의 변화속도를 적분하여 결정립방위 변화를 구하나 본 연구에서는 시간적분 알고리즘에서 탄·소성 상용범칙을 만족시키는 회전텐서를 구하여 얻는다.

제시된 유한요소해석모델을 이용하여 평면변형률 단조를 해석하였다. 집합조직의 변화에 따라 이방성이 발전되어 등방성해석으로는 얻을 수 없는 비대칭형상 변화를 예측할 수 있음을 보여주었다. 더불어 소재의 초기 집합조직에 따라 변형특성이 달라지는 것을 조사하였다. 궁극적으로 본연구의 해석모델은 집합조직의 발전이 중요시되는 변형경로 또는 성형공정의 설계에 공헌할 수 있을 것으로 기대된다.

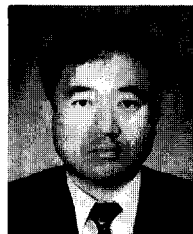
감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 지원(과제번호: 95-0200-40-3)에 의하여 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Sachs, G., "Zur Ableitung einer Fließbedingung", Z. Verein Deut. Ing., Vol. 12, pp. 134-136, 1928.
2. Taylor, G.I., "Plastic Strain in Metals", J. Inst. Metals., Vol. 62, pp. 307-324, 1938.
3. Kocks, U.F., "Polyslip in polycrystals", Acta Metall., Vol. 6, pp. 85-94, 1958.
4. Bishop, J.F. and Hill, R., "A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under com-

5. bined stresses", Phil. Mag., Vol. 42, pp. 414-427, 1951.
5. Kalidindi, S.R. and Anand, L., "An approximate procedure for predicting the evolution of crystallographic texture in bulk deformation processing of fcc metal", Int. J. Mech. Sci., Vol. 34, pp. 309-329, 1992.
6. 권재욱, 정효태, 오규환, 이동녕, "유한요소법을 이용한 면심입방정 금속의 변형집합조직예측", 소성가공 제 3권 pp. 229-242, 1994.
7. Mathur, K.K. and Dawson, P.R., "On Modeling the Development of Crvstallographic Texture in Bulk Forming Processes", Int. J. Plast., Vol. 5, pp. 57-94, 1989.
8. Beaudoin, A.J., Dawson, P.R., Mathur, K.K. and Kocks, U.F., "A Hybrid Finite Element Formulation for Polycrystal Plasticity with Consideration of Macrostructural and Microstructural Linking", Int. J. Plast., Vol. 5, pp. 501-516, 1995.
9. Maniatty, A.M., Dawson, P.R. and Lee, Y.S., "A Time Integration Algorithm for Elasto-Viscoplastic Cubic Crystals Applied to Modeling Polycrystalline Deformation", IJNME, Vol. 35, pp. 1565-1599, 1992.
10. Pierce, D., Shih, C.F. and Needleman, A., "A Tangent Modulus Method for Rate Dependent Solids", Comp. Struct., Vol. 18, pp. 875-887, 1984.



이 용 신

1979년 서울대학교 기계공학과 학사
 1981년 한국과학기술원 기계공학과 석사
 1991년 미국 Cornell 대학 기계공학과 박사
 1979-1984년 삼성엔지니어링 기체부 대리
 1984-1985년 한국과학기술원 위촉연구원
 1990-1992년 미국 Cornell 대학 Post-doc.
 1992-현재 국민대학교 기계공학부 부교수
 관심분야: Computational Plasticity, FEM, CAE, Continuum Damage Mechanics, Polycrystal Plasticity



김 응 주

1994년 국민대학교 기계공학과 학사
 1997년 국민대학교 기계설계학과 석사
 1997년-현재 생산기술연구원 위촉연구원
 관심분야: Computational Plasticity, Polycrystal Plasticity, FEM