

기계부품들의 조립 및 해체과정 설계를 위한 스크류이론의 응용

김 재 정*

An Application of Screw Motions for Mechanical Assemblies

Jay J. Kim*

ABSTRACT

CAD systems offer a variety of techniques for designing and rendering models of static 3D objects and even of mechanisms, but relatively few tools exist for interactively specifying arbitrary movements of rigid bodies through space. Such tools are essential, not only for artistic animation, but also, for planning and demonstrating assembly and disassembly procedure of manufactured products. A rigid body motion is a continuous mapping from the time domain to a set of positions. To relieve the designers from the burden of specifying this mapping in abstract mathematical terms, combinations of simple rigid motion primitives, such as linear translations or constant axis rotations, are often used. These simple motions are planar and thus ill-suited for approximating arbitrary motions in 3D-space. Instead, we propose the screw motion primitive, a special combination of linear translations and constant axis rotations, which has a simple geometric representation that can be automatically and unambiguously computed from the starting and ending positions of the moving body. Although, any two positions may be interpolated by an infinity of motions, we chose the screw motion for its relative generality and its computational advantages. The paper covers original algorithms for computing the screw motions from interpolated positions and envelopes of swept regions to predict collisions.

Key words : CAD, Assembly, Screw motion, Envelopes

1. 서 론

CAD 시스템은 솔리드(solid)나 표면(surface) 모델링 등의 기술을 제공하여 부품 단계의 기계 설계에서 효과적인 도구(tool)로 자리를 잡아가고 있다. 하지만 각 부품들의 조립이나 해체 경로 설계 등의 어셈블리(assembly) 설계 단계에서는 아직 효과적인 방법을 제공하지 못하고 있는 실정이다. 경로 설계와 관련된 연구 분야로는 NC 가공, 로봇틱스(robotics), 예술분야의 애니메이션(animation) 등을 들 수 있으나 어셈블리 설계에 적용하기에는 기술적으로 어려움이 많다.

부품들의 조립이나 해체 시 일어나는 강체운동(rigid body motion)은 시간의 영역에서 위치의 영역

으로 일어나는 연속적인 매핑(mapping)으로, 설계자들은 시각화하기 어려운 운동보다는 단순한 직진운동(translation)이나 고정축을 중심으로한 회전운동(rotation)을 자주 사용하고 있다. 하지만 이 단순운동들은 평면적인 것이라 3차원 공간에서 일어나는 임의의 운동을 근사하기에는 제약이 많다. 따라서 본 연구에서는 고정축을 중심으로 일어나는 직진운동과 회전운동의 특수한 조합의 형태로 표현되는 스크류 운동(screw motion)을 부품들의 조립과 해체경로 설계에 적용시켰다. 스크류 운동은 시작 위치와 끝위치로 부터 계산되어지는 예측이 가능한 기하학적으로 단순한 운동으로서 주어진 두 위치에 대하여 오직 하나의 스크류운동 경로만 존재한다. 이는 회전각도 예를 들면, 오일러(Euler)각의 적용 순서에 따라 두 위치 사이의 운동경로가 달라지고 또한 경로도 예측하기 힘든 선형보간이나 스플라인(spline)

*중신회원, 한양대학교 기계공학부

보간에 비하여 장점으로 꼽을 수 있다. 스�크류 운동의 또 다른 장점은 운동하는 물체에 의해 생성되는 엔벨롭(envelope) 계산이 용이하다는 것으로서 이는 부품들의 조립이나 해체 시 일어날 수 있는 간섭현상 검사에 효율적으로 응용될 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 우선 설명의 편의를 위하여 이미 기구학 등에서 잘 알려진 스�크류 운동에 대하여 간단히 소개하고 이어서 본 연구에서 개발된 기하학적이고 효율적인 스�크류 운동 알고리즘을 제 2장에서, 그리고 스�크류 운동을 하는 물체에 의해 생성되는 엔벨롭 계산 알고리즘을 제 3장에서 각각 설명하고 제 4장의 결론으로 끝을 맺는다.

2. 스�크류 운동

2.1 스�크류 운동의 정의

스�크류 운동의 개념은 18~19 세기 경에 나타나기 시작하여, 일찌기 Ball⁽¹⁾에 의해 기구학과 동역학 등에서 수학적으로 정립되었는데 최근에 와서야 여러 분야에서^(2, 3, 4) 응용되기 시작하고 있다. 스�크류 운동은 스�크류축이라고 정의되는 축을 따라 일어나는 직선운동과 같은 축을 중심으로 일어나는 회전운동의 조합으로, 운동시 직진거리와 회전각의 비(ratio)인 피치(pitch)는 상수값을 갖는다. 스�크류 운동의 특징은, 스�크류 운동을 하는 물체위의 임의의 점은 스�크류축을 중심으로 나선(helix)을 그리며 이점의 속도 벡터는 이 물체에 고정된 물체 좌표계(body co-ordinate system)에 대하여 상수값을 갖는다는 점이다.

스�크류축은 축의 방향을 나타내는 단위 벡터 s 와 축위의 임의점의 위치 벡터 p_s 로 정의되며 직진운동 거리를 나타내는 스칼라(scalar)값 d 와 회전각 ϕ 를 추가로 정의하면 네 개의 매개변수(parameters) $[s, p_s, d, \phi]$ 로 임의의 두 위치간의 스�크류 운동 경로를 완전히 표현할 수 있다. 경우에 따라서는 d 와 ϕ 를 묶어 피치 $p=d/\phi$ 하나로 나타내면 편리하다. 참고로 직진이동만($\phi=0$) 있는 경우와 회전운동만($d=0$) 있는 경우도 스�크류 운동으로 간주하기로 한다.

2.2 스�크류 매개변수 계산

주어진 두 위치로 부터 스�크류 매개변수를 계산하는 방법은 기구학이나 로보틱스 관련 문헌^(5, 6)에서 찾아 볼 수 있다. 또한 이로부터 변형된 방법^(7, 8)들도 알려져 있으나 대개의 이 방법들은 한 위치로 부터 다른 위치를 상대적으로 나타내는 변위 행렬

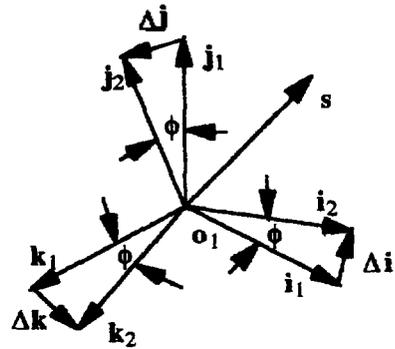


Fig. 1. Displacement vectors.

(displacement matrix)을 필요로 하므로 역 행렬값을 계산하여야 하는 번거로움이 있다. 따라서 본 연구에서는 역 행렬을 구하지 않고 스�크류 매개변수값을 기하학적으로 계산하는 알고리즘을 소개하기로 한다.

우선, 절대 좌표계(X, Y, Z)에 대하여 물체 좌표계의 각 좌표축 방향을 나타내는 orthonormal 벡터 i_n, j_n, k_n 과 원점의 좌표 o_n 를 이용하여 물체의 일반적인 위치 P_n 을 아래의 4×3 행렬로 나타내기로 하자.

$$P_n (i_n, j_n, k_n, o_n) = \begin{bmatrix} i_{nx} & j_{nx} & k_{nx} & o_{nx} \\ i_{ny} & j_{ny} & k_{ny} & o_{ny} \\ i_{nz} & j_{nz} & k_{nz} & o_{nz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

그러면 주어진 시작위치 $P_1 (i_1, j_1, k_1, o_1)$ 과 끝위치 $P_2 (i_2, j_2, k_2, o_2)$ 사이의 스�크류 운동경로를 정의하는 매개변수 $[s, p_s, d, \phi]$ 의 값을 계산하자. 먼저 스�크류축 s 를 계산하기 위하여 P_1 에서 P_2 사이의 변위를 나타내는 벡터를 Fig. 1과 같이 정의하면

$$[\Delta i \ \Delta j \ \Delta k \ \Delta o] = [i_2 - i_1, j_2 - j_1, k_2 - k_1, o_2 - o_1] \quad (2)$$

이된다. 여기서 세 개의 변위벡터 $\Delta i, \Delta j, \Delta k$ 는 i_1, j_1, k_1 벡터들의 $[s, p_s, d, \phi]$ 만큼 변위이므로 스�크류축 s 와 직각관계를 이룬다. 따라서 스�크류축은 아래와 같이 변위벡터들끼리의 외적

$$c_{ij} = \Delta i \times \Delta j, \quad c_{jk} = \Delta j \times \Delta k \quad \text{또는} \quad c_{ki} = \Delta k \times \Delta i \quad (3)$$

중 제로(zero) 벡터가 아닌것으로 부터 구할 수 있다. 이 세개의 외적벡터 크기는 아래와같이

- 1) 세개 모두가 0인 경우
- 2) 세개 중 하나가 0이 아닌 경우

3) 세개 모두가 0이 아닌 경우

세 가지로 나누어지는데, 1)과 2)는 특수한 경우로서, 1)의 경우에는 P_1 에서 P_2 로 직진이동만 일어나는 것으로, 스크류축은 아래와 같이 간단히 Δo 로부터

$$s = \frac{\Delta o}{\|\Delta o\|} \quad (4)$$

로 계산되고, 직진이동만 있음으로 회전각 $\phi=0$ 임을 알 수 있다. 2)번의 경우는 회전운동은 있으나 회전 중심인 스크류축이 $i, j, \text{ 또는 } k$ 중 하나와 평행한 경우이고 3)번은 어느것과도 평행하지 않는 일반적인 경우이다. 스크류축 계산을 위하여 2)번의 경우는 식 (3)의 세개의 외적벡터중 제로벡터가 아닌것으로, 3)번의 경우는 임의의것을 선정하면된다. 만일 식 (3)에서 c_j 가 제로벡터가 아니라 가정하면 아래와같이

$$s = \frac{c_j}{\|c_j\|} \quad (5)$$

로 계산된다.

2)와 3)의 경우 회전각 ϕ 는 $i, j, \text{ 또는 } k$ 의 끝점이 스크류 운동 시 원호를 그리는 성질에서 구할수 있는데 예를 들면 벡터 i_1 은 스크류운동시 Fig. 2처럼 s 를 중심으로 반지름이 $\|s \times i_1\|$ 인 원호를 그린다. 이 원호를 s 에 수직인 평면에 투영시켜 보면

$$\|\phi\| = 2\arcsin\left(\frac{\|\Delta i\|}{2\|s \times i_1\|}\right) \quad 0 < \|\phi\| \leq \pi \quad (6)$$

가 됨을 알 수 있다. ϕ 의 부호는 벡터의 외적관계를 이용, $(s \times i_1) \cdot \Delta i$ 가 0보다 크면 +이고 작으면 -가 된다.

위와같이 1)의 경우와 2), 3)의 경우에 대하여 s 와 ϕ 를 구하고나면 축위의 임의의 점 벡터 p ,와 직진운동거리를 나타내는 스칼라값 d 는 세가지 경우에 공통으로 적용되는 다음의 방법으로 구할 수 있다. 우

선, Fig. 3(a)에서 보듯이 s 에 수직이며 절대좌표계의 원점을 지나는 평면을 정의하고, 이에 점 o_1 과 o_2 를 s 의 방향으로 투영시킨 결과를 각각 q_1 과 q_2 라 하면

$$q_1 = o_1 - (o_1 \cdot s)s, \quad q_2 = o_2 - (o_2 \cdot s)s \quad (7)$$

가 된다. p_s 는 스크류축 위에 있는 임의의 점이므로 이를 q_1 과 q_2 가 놓여있는 평면상에 있고 q_1 과 q_2 를 지나며 각이 ϕ 인 원호의 중심으로 채택하면 p_s 는 $\frac{(q_1+q_2)}{2}$ 로부터 $s \times (q_2 - q_1)$ 방향으로 $\frac{\|q_2 - q_1\|}{2 \tan(\phi/2)}$ 만큼 떨어져있는 점인 것을 알 수 있다(Fig. 3(b) 참조). 따라서

$$p_s = \frac{(q_1+q_2)}{2} + \frac{s \times (q_2 - q_1)}{2 \tan(\phi/2)} \quad (8)$$

가 된다. 마지막으로 직진이동거리는 간단히 Δo 를 s 방향으로 투영시킨

$$d = \Delta o \cdot s \quad (9)$$

가 됨을 알 수 있다.

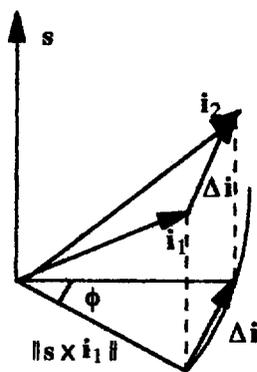


Fig. 2. Rotation angle ϕ .

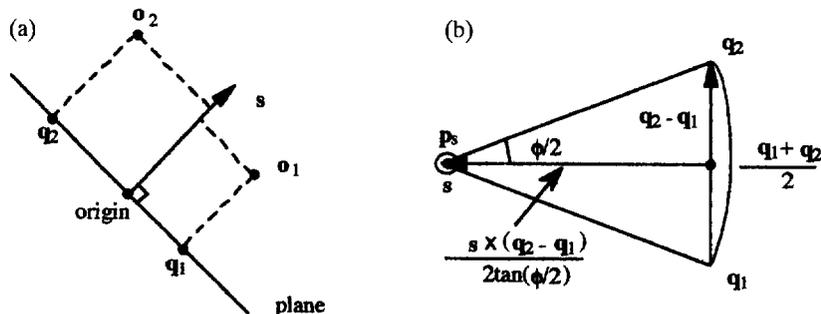


Fig. 3. A point on the screw axis.

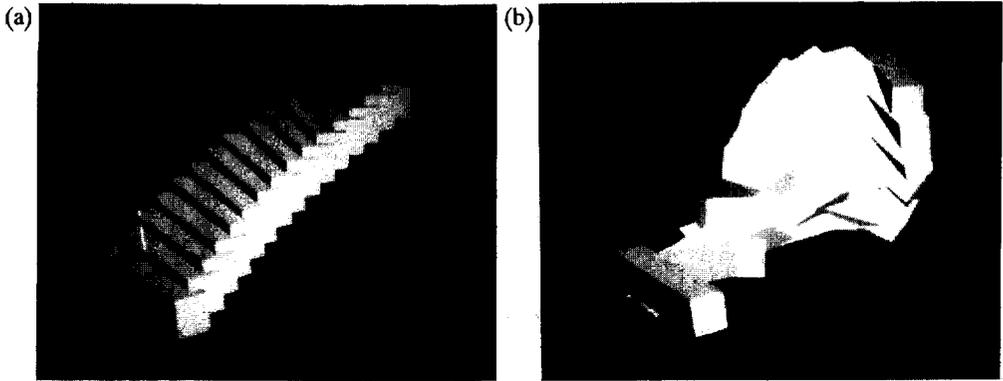


Fig. 4. Screw motion versus linear interpolation.

지금까지 유도한 P_1 과 P_2 로 부터 스크류 매개변수 $[s, p, d, \phi]$ 를 직접 유도하는 방법은 변위행렬 $D_{2,1} = P_1^{-1} P_2 = [i_{2,1} \ j_{2,1} \ k_{2,1} \ o_{2,1}]$ 에도 물론 적용될 수 있다. 이 경우 식(2.2)의 변위벡터

$$[\Delta i \ \Delta j \ \Delta k \ \Delta o] = [i_{2,1} - i \ j_{2,1} - j \ k_{2,1} - k \ o_{2,1}] \quad (10)$$

와 같이 되며 이를 이용하여 계산된 s 와 p 는 시작위치 P_1 에 대하여 정의된다.

Fig. 4의 (a)와 (b)는 시작과 끝 위치 사이를 스크류 운동으로 이동한것과 선형보간을 사용하여 이동한 것을 각각 보여주고 있는데 스크류운동의 경우, 경로를 예측할 수 있으나 선형보간의 경우, 오일러 각으로 정의되는 회전운동의 적용 순서 때문에 경로를 예측하기 힘든것을 알 수 있다.

3. 엔벨롭

3.1 정의

3차원 공간에서 물체가 운동시 스위핑(sweeping)되는 지역을 스융볼륨(swept volume)이라 칭하는데 이를 계산하는 방법은 간섭현상 검사, NC 공구 경로 계산, 형상모델링 분야에서 많은 연구가 되고 있다^{6, 10}. 스융볼륨의 모양은 엔벨롭에 의해 정의되는데 이는 운동하는 물체의 경계(boundary)와 운동방향에 따라 결정되며, 물체와 접하고(tangential) 있다^{11, 12}. 자기 간섭 없이 생성된 스융볼륨의 경우에는 엔벨롭이 곧 스융볼륨의 경계(boundary)가 되나, 간섭이 있는 경우에는 엔벨롭의 일부가 스융볼륨의 경계가 된다. 수학적으로 x, y, z 좌표축에서 시간 t 에 따라 위치가 변하는 물체를 $f(x, y, z, t)=0$ 이라고 표현했을때 이 식과 $\frac{\partial f}{\partial t}(x, y, z, t)=0$ 을 연립으로 풀어 구해지는 해(solu-

tion)가 엔벨롭이 되나 물체의 모양이 간단한 경우를 제외하고는 해석적으로 구할 수 없다^{11, 12}.

엔벨롭은 움직이는 물체의 면(face), 모서리(edge) 그리고 꼭지점(vertex)의 일부분에 의해 생성되는데 이 일부분을 엔벨롭 생성기(envelope generator)라고 부른다. 엔벨롭 생성기는 면으로 부터 생성되는 특징곡선(characteristic curve)과 모서리로 부터 생성되는 실루엣 모서리(silhouette edge) 두 가지로 나누어진다(꼭지점은 모서리에 포함). 이들은 물체의 운동 방향에 따라 동적(dynamic)으로 변하므로 기계부품의 조립 및 해체가 복잡한 운동경로로 구성되어 있을때는 이를 이용한 간섭 현상 계산에 많은 시간이 소요된다. 하지만 스크류 운동의 경우, 몸체 좌표계에 대하여 물체위의 임의점의 운동 방향이 항상 일정하므로 특징곡선과 실루엣 모서리가 변하지 않아 간섭 현상 검사가 효율적으로 이루어 질 수 있다.

다음절에서 스크류 운동을 하는 물체가 다면체(polyhedra)인 경우에 대하여 생성 후 시험(generate-and-test) 방식의 특징곡선과 실루엣 모서리 계산 알고리즘을 각각 소개하기로 한다.

3.2 특징곡선과 접점

운동하는 물체의 표면위에 놓여있는 어느 한 점이 엔벨롭 생성에 기여하는 경우, 이 점에서 속도 벡터는 표면에 접(tangent)하는 특성을 가지고 있다. 즉, 이 점에서 속도 벡터의 방향과 표면의 수직단위벡터(surface normal vector)는 수직 관계에 있는데 이는 한 점이 특징곡선위의 점이 되기 위한 필요조건이 된다. 이를 이용하여 Fig. 5의, 스크류 운동을 하는 물체의 한 면 f_i 대하여 이 점들의 집합을 구하기로 하자. (주의: 제 3장의 모든 지오메트리(geometry)는 편의상 원점이 식 (8)의 p_i 이고 z 축이 스크류축과 평

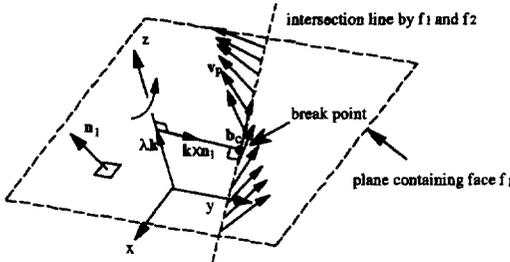


Fig. 5. Characteristic curve candidate and break point.

행한 스크류 좌표계에 대하여 정의되어 있다고 가정한다). 이 면의 수직 벡터 $n_1(n_{1x}, n_{1y}, n_{1z})$ 이 물체로부터 바깥쪽으로 정의되었다하면 면 f_1 을 포함하는 평면의 식은

$$(xi + yj + zk) \cdot (n_{1x}i + n_{1y}j + n_{1z}k) = d_1 \quad (11)$$

로 표현된다. 여기서 i, j, k 는 스크류 좌표계의 x, y, z 축에 놓여있는 단위벡터이고 $|d_1|$ 은 원점에서 평면 f_1 까지의 수직거리이다. 다음, 평면 f_1 위의 임의점 $p(x, y, z)$ 의 스크류 운동사 속도벡터 v_p 는, 피치 ρ 를 이용하면

$$v_p = (-yi + xj + \rho k) \frac{d\phi}{dt} \quad \text{또는} \quad v_p = (k \times p + \rho K) \frac{d\phi}{dt} \quad (12)$$

와 같이 표현될 수 있다. v_p 와 n_1 이 수직 관계에 있는 점 p 들을 구하기 위해서는 v_p 의 방향만 고려하면 되므로 식(12)의 $\frac{d\phi}{dt}$ 즉 각속도는 간단히 1이라고 가정 한 후, 이 수직관계를 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$v_p \cdot n_1 = 0 \quad \text{또는} \quad (-yi + xj + \rho k) \cdot (n_{1x}i + n_{1y}j + n_{1z}k) = 0 \quad (13)$$

식 (13)을 풀어쓰면 $n_{1y}x - n_{1x}y + \rho n_{1z} = 0$ 인 평면이 되는데 이를 평면 f_2 라 부르고 식(11)의 형태로 고쳐쓰면

$$(xi + yj + \rho k) \cdot \frac{(-n_{1y}i + n_{1x}j)}{\sqrt{(n_{1x}^2 + n_{1y}^2)}} = \rho \frac{n_{1z}}{\sqrt{(n_{1x}^2 + n_{1y}^2)}} \quad \text{또는}$$

$$(xi + yj + \rho k) \cdot n_2 = d_2 \quad (14)$$

가 된다. 식 (14)에서 $\rho = \infty$ 이거나 $\sqrt{(n_{1x}^2 + n_{1y}^2)} = 0$ 인 경우 평면 f_2 가 정의되지 않는데 이에 대하여는 특징곡선 절점에서 논의하기로 한다. 한편, 특징곡선을 이루는 점들의 집합은 식(11)과 (14)를 연립으로 풀 결과, 즉 평면 f_1 과 f_2 가 만나서 이루는 직선상에 있는데 식

(14)로부터 평면 f_2 는 아래와 같이 두 개의 기하학적 성질을 가지고 있음을 알 수 있다.

1) n_2 의 k 성분이 0이고 $n_1 \cdot n_2 = 0$ 이므로 f_2 는 z 축(스크류축)과 평행하고 f_1 과 직교한다.

2) f_2 는 원점(또는 z 축)으로부터, d_2 가 양수이면 $k \times n_1 (= -n_{1y}i + n_{1x}j)$ 방향으로 d_2 만큼의 거리에 있다(d_2 가 음수이면 이와 반대방향).

평면 f_1 과 f_2 의 교선은 특징곡선 절점(break point)이라고 불리우는 특징점을 중심으로 두 부분으로 나누어지는데 이 중 한 부분은 스웬볼륨에 묻히기 때문에 불필요하게 된다. 특징곡선 절점 b_c 는 z 축(스크류축) 방향에서 내려다 보았을 때 z 축에서 교선위에 있는 가장 가까운 점으로서 이 점은 위의, 평면 f_2 의 두 가지 기하학적 성질에서 구할 수 있다. 즉, 이 점

은 평면 f_1 에 의한 z 축의 절점 λk 로부터 $\frac{k \times n_1}{\|k \times n_1\|}$ 방향으로 d_2 만큼(d_2 가 음수이면 이와 반대방향) 떨어져 있는 점으로서 이를 식으로 표현하면

$$b_c = d_2 \frac{k \times n_1}{\|k \times n_1\|} + \lambda k \quad (15)$$

가 된다. 여기서 식(11)에 $x=0, y=0$ 을 대입하면 $\lambda = \frac{d}{n_{1z}}$ 가 됨을 알 수 있다. 식 (15)에서 절점 b_c 가 정의되지 않는 즉, 특징곡선 절점이 존재하지 않는 특수한 경우는 아래와 같이 세 가지가 있다.

- 1) $\rho = \infty$ 즉, 직진 이동만 있을 경우
- 2) $k \times n_1$ 의 크기($=\sqrt{n_{1x}^2 + n_{1y}^2}$)가 0 즉, 스크류축과 n_1 이 평행한 경우

3) n_{1z} 가 0 즉, 스크류축과 n_1 이 수직한 경우
1)과 2)의 경우에는 다음절의 실루엣 모서리 결정 과정에서 자동적으로 여과가 되며 3)의 경우는 면 f_1 과 평면 f_2 의 모든 교선을 특징곡선의 후보로 인정하면 된다.

위의 특수한 경우를 제외하고 절점 b_c 가 정의되는 일반적인 경우에는 절점을 중심으로 교선의 어느 부분이 스웬볼륨에 묻히지 않는가를 계산하여야 하는데 만일 $\|k \times n_1\| > 0$ 이면 절점을 중심으로 윗 부분이 묻히지 않으며 반대의 경우에는 아래부분이 묻히지 않는다는 사실로부터 결정한다(Fig. 6참조).

위와 같은 과정을 통하여 결정된 특징곡선의 후보 중 실제로 물체의 면위에 놓여 특징곡선이 되는 부분(Fig. 7점선 위의 실선)의 계산은 실루엣 모서리 계산을 통하여 완료된다.

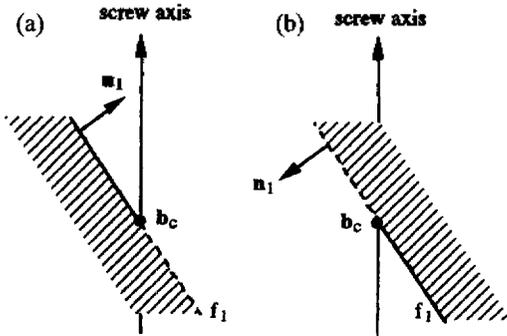


Fig. 6. Characteristic curve break point and valid zones.

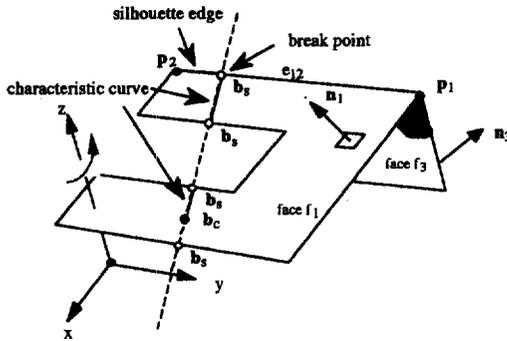


Fig. 7. Silhouette edge and break points.

3.3 실루엣 모서리와 절점

운동하는 물체의 면에 소속되어 있는 한 모서리의 전체나 일부분이 엔벨롭 생성에 기여하는 경우, 이를 실루엣 모서리라 부른다. 실루엣 모서리는 단지 볼록(convex) 모서리만이 될 수 있으며 물체가 다면체인 경우에는 실루엣 곡선은 물론 직선이다. 식(14)로 표현되는 평면 f_2 에 의해 모서리가 두개로 잘려지는 부분 즉, 모서리와 특징곡선과의 교점을 실루엣 모서리 절점이라 부르는데 이 점을 중심으로, 어느 한 쪽 부분은 엔벨롭 생성에 기여하지 못한다.

스크류 운동을 하는 면 f_1 의 꼭지점 p_1 과 p_2 로 이루어지는 모서리 e_{12} 의 실루엣 모서리 절점을 b_s 라 하고 매개변수 α 를 이용하여 나타내면(Fig. 7참조)

$$b_s = p_1 + \alpha(p_2 - p_1) \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (16)$$

이 된다. 점 b_s 는 동시에 특징곡선 위에도 위치함으로써 식(13)을 만족한다. 따라서 식(16)을 식(13)에 대입하면

$$v_{bc} \cdot n_1 = 0 \quad \text{또는} \quad (k \times b_s + \rho k) \cdot n_1 = 0 \quad (17)$$

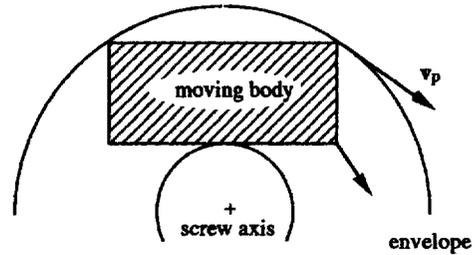


Fig. 8. Silhouette edge for a rotation only.

이 된다. 식(16)을 식(17)에 대입한 후 α 에 대하여 정리하면

$$\alpha = \frac{(k \times p_1 + \rho k) \cdot n_1}{(k \times (p_1 - p_2)) \cdot n_1} \quad (18)$$

이 되고 이를 식(16)에 대입하면 b_s 를 구할 수 있다.

$\alpha \geq 1$ 또는 $\alpha \leq 0$ 일 때는 b_s 가 e_{12} 상에 존재하지 않는 경우로서 이 때는 모서리 전체가 실루엣 모서리가 되거나 아닐 수 있다. $0 < \alpha < 1$ 인 때는 b_s 가 e_{12} 상에 존재하는 경우로서, b_s 를 중심으로 모서리가 두 부분으로 나누어지는데 이 중 한 부분만 실루엣 모서리가 된다. 이 두 경우에 대하여 어느 부분이 실루엣 모서리가 되는지의 결정은 e_{12} 상의 임의의 점과 e_{12} 를 공유하는 물체의 또 다른 면(face) f_3 의 면 수직단위벡터 n_3 를 이용하여 구할 수 있다. 이는 실루엣 모서리가 되려면 실루엣 모서리를 공유하는 두 면의 면 수직단위벡터를 속도벡터에 투영시켰을 때 방향이 반대가 되어야 한다는 성질을 이용한 것이다(Fig. 8참조). 즉, 만일 점 p_1 을 e_{12} 상의 임의의 점으로 선정하였을 경우 $(v_{p_1} \cdot n_1)(v_{p_1} \cdot n_3) \leq 0$ 이면, $\alpha \geq 1$ 또는 $\alpha \leq 0$ 인 경우 모서리 e_{12} 전체가 실루엣 모서리가 되며, $0 < \alpha < 1$ 인 경우 b_s 를 중심으로 두개로 나누어진 부분 중 p_1 을 포함하는 부분만이 실루엣 모서리가 된다($(v_{p_1} \cdot n_1)(v_{p_1} \cdot n_3) > 0$ 이면 이와 반대로 된다).

한편, 식(18)에서 α 가 정의되지 않는 아래의 세 가지 경우가 있는데

- 1) $\rho = \infty$ 즉, 직진 이동만 있을 경우
- 2) $k \times (p_1 - p_2)$ 의 크기가 0 즉, 스크류축과 모서리 e_{12} 가 평행인 경우
- 3) $k \times (p_1 - p_2) \cdot n_1$ 가 0 즉, 스크류축과 n_1 이 평행한 경우

위의 세가지 모두 $\alpha \geq 1$ 이나 $\alpha \leq 0$ 인 경우로 취급할 수 있다.

지금까지 모서리 e_{12} 에 대하여 실행한 실루엣 모서리 탐색방법을 면 f_1 에 소속되어 있는 다른 모든 모

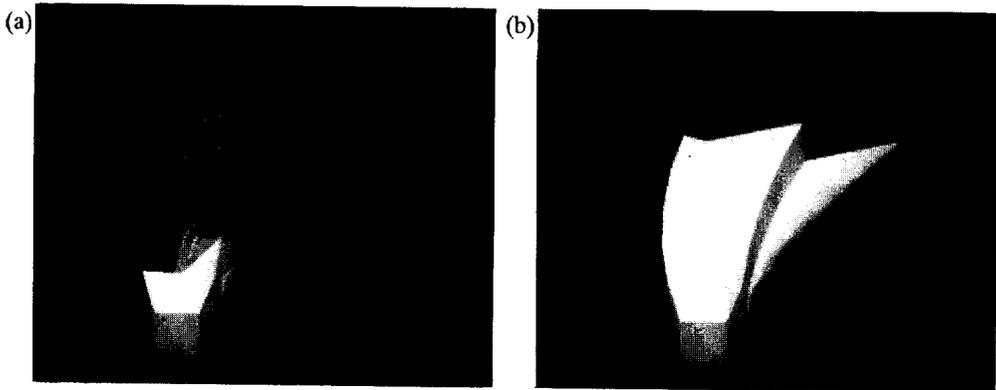


Fig. 9. Envelope.

서리에 적용한 후, 각 모서리의 실루엣 모서리 절점들을 연결하면 직선상에 놓이게 되는데 Fig. 7의 점선으로 나타내진 직선이 바로 앞 절에서 언급한 식(11)의 평면 f_1 과 식(14)의 평면 f_2 와의 교선이다(알고리즘 측면에서 식(11)과 식(14)를 연립하여 특징곡선을 구하는 것보다 실루엣 모서리 절점들을 연결하여 구하는 것이 편리하다). 이 교선에 놓인 여러개의 실루엣 모서리 절점들 중에서 특징곡선 절점을 중심으로 Fig. 6의 시험을 통과한 유효한 절점만이 연결하면 면 f_1 을 위한 특징곡선과 실루엣 모서리 계산이 완료된다(Fig. 7의 실선 부분 참조).

위의 3.2절과 3.3절의 알고리즘을 모든면에 적용하여 물체의 특징곡선과 실루엣 모서리 생성이 완료되면, 이에 솔리드 모델링 분야에서 이미 잘 알려진 월드 표면(ruled surface) 기술을 적용시켜 시작위치와 끝위치 사이를 스크류 운동하는 물체의 엔벨롭을 계산할 수 있다. Fig. 9는 본 연구의 결과를 토대로 구축된 시스템에서 스크류 운동을 하는 직육면체의 엔벨롭을 와이어 프레임(wireframe)과 셰이딩(shading) 형태로 각각 보여주고 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 고정축을 중심으로 일어나는 직진운동과 회전운동의 특수한 조합의 형태로 표현되는 스크류 운동을 부품들의 조립과 해체경로 설계에 적용시켰다. 이를 위하여 역 행렬을 구하지 않고 스크류 매개변수값을 기하학적으로 계산하는 효율적인 알고리즘을 개발하였다. 또한 어셈블리 조립 및 해체시 간섭현상 검사를 위하여 스크류 운동을 하는 물체가 다면체(polyhedra)인 경우에 대하여 생성 후 시험 방식의 특징곡선과 실루엣 모서리 계산을 토대

로 엔벨롭 생성 알고리즘을 개발하였다.

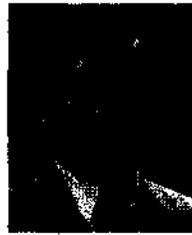
후 기

본 연구는 1995년도 교육부 학술 연구 조성비(기제공학 ME94-E-16)에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

1. Ball, R., *A Treatise on the Theory of Screws*, Cambridge Univ. Press, 1900.
2. Yang, A., and Freudenstein, F., "Application of Dual-Number Quaternion Algebra to the Analysis of Spatial Mechanisms", *Transaction of ASME Journal of Applied Mechanics*, 1964.
3. Ohwovoriole, M., and Roth, B., "An Extension of Screw Theory", *Transaction of ASME, Journal of Mechanical Design*, 103, pp. 725-35, 1981.
4. Cutkosky, M., and Lee, S., "Fixture Planning with Friction for Concurrent Product/Process Design", *NSF Engineering Design Research Conference*, UMASS, Amherst June, 1989.
5. Paul, R., *Robot Manipulators*, MIT Press, 1982.
6. Suh, C., and Radcliffe, C., *Kinematics & Mechanisms Design*, John Wiley & Sons, 1978.
7. Shoemake, K., "Animating rotation with quaternion curves", *Computer Graph (Proc Siggraph 85)*, Vol. 19, No. 3, pp. 245-254, 1985.
8. Pletinckx, D., "Quaternion Calculus as a Basic Tools in Computer Graphics", *The Visual Computer*, Vol. 5, pp. 2-13, 1989.
9. Sambandan, K., and Wang, K.K., "Five-axis Swept Volumes for Graphic NC Simulation and Verification", *ASME Design Automation Conference at Montreal Canada*, September 17-20, 1989.

10. Pegna, J., "Variable Sweep Geometric Modeling", *Ph.D thesis, Stanford University, Stanford, CA, December, 1987.*
11. Lasser, D. and Hoschek, J., *Fundamentals of Computer Aided Geometric Design*, A.K. Peters, 1993.
12. Faux I., and Pratt, M., *Computational Geometry for Design and Manufacture*, Ellis Horwood, 1987.



김재정

1981년 한양대 정밀기계공학과 학사
 1983년 미국 George Washington 대학 공학석사
 1983년~1984년 미국 National Food Processors Association 연구원
 1989년 미국 MIT 공학박사
 1989년~1991년 미국 IBM T.J. Watson 연구소 연구원
 1991년~1993년 한국 IBM 소프트웨어 연구소 연구원
 1993년~현재 한양대학교 기계공학부 조교수
 관심분야: Geometric Modeling, CAD/CAM 응용