

비스플라인 부피에 기초한 유동 가시화 모델

박상근*, 이권우**

Flow Visualization Model based on B-spline Volume

Sangkun Park* and Kunwoo Lee**

ABSTRACT

Scientific volume visualization addresses the representation, manipulation, and rendering of volumetric data sets, providing mechanisms for looking closely into structures and understanding their complexity and dynamics. In the past several years, a tremendous amount of research and development has been directed toward algorithms and data modeling methods for a scientific data visualization. But there has been very little work on developing a mathematical volume model that feeds this visualization. Especially, in flow visualization, the volume model has long been required as a guidance to display the very large amounts of data resulting from numerical simulations. In this paper, we focus on the mathematical representation of volumetric data sets and the method of extracting meaningful information from the derived volume model. For this purpose, a B-spline volume is extended to a high dimensional trivariate model which is called as a flow visualization model in this paper. Two three-dimensional examples are presented to demonstrate the capabilities of this model.

Key words : Scientific volume visualization, Mathematical volume model, B-spline volume, High dimensional trivariate model, Flow visualization model

1. 연구배경 및 필요성

유동 가시화 분야는 유체역학의 한 분야로서 오랫동안 자리를 차지하고 있었다. 잉크같은 작은 입자를 유동 내부에 삽입함으로써 유동현상을 실험을 통해 가시화하려는 노력은 19세기부터 시작되었다. 이와 같이 작은 입자의 흐름을 가지고 유동현상을 이해하려는 노력은 오늘날 컴퓨터에 의한 가시화의 노력으로 계속되고 있다. 현재 전산 유체역학 분야에서 수치적 해석을 통해 생성한 방대한 데이터를 컴퓨터에 의한 유동 가시화의 도움없이 이해하기란 실질적으로 불가능하다 할 수 있다.

한편, 이러한 유동 가시화의 노력으로 스칼라 데이터를 분석하기 위한 기술은 상당히 발전을 거듭했으

나, 벡터장을 가시화하기 위한 대부분 기술은 비교적 낙후한 상태이다. 여기서 벡터장은 전산 유체역학 분야에서 주로 다루는 데이터 형태이다. 유동 가시화를 위해 대부분은 이러한 벡터장을 화살표(arrow plots), 유선(streamlines), 입자(particles) 등을 이용하여 표시한다. 2차원 유동 가시화의 경우, 이 방식은 효과를 발휘하나, 3차원의 경우, 화살표 혹은 입자 등의 방식으로 가시화한다면 컴퓨터 화면 상에 매우 혼잡한 결과만을 보게 될 것이다. 이는 현존의 가시화 기술이 주어진 유동 데이터에 대하여 특별한 모델링 과정없이, 그대로 화면 상에 가시화하려는 그래픽 중심의 기존 방식에 문제가 있기 때문이다. 즉 3차원 유동데이터를 실제로 화면 상에 무슨 색깔과 어떤 모양으로 가시화할 것인가에 대한 과정 이전에, 물론 이 그래픽 과정¹⁾은 보다 직관적인 유동 가시화 결과를 생성해 내기 위해서 반드시 필요하지만, 먼저 주어진 방대한 유동해석 데이터로부터 특정한 목적에

*삼성 SDS 정보기술연구소 S/W 응용개발팀
**종신회원, 서울대학교 기계설계학과

부합하는 의미있는 특징현상 데이터를 추출하는 방식 혹은 기술에 초점^[2]을 두어야 할 것이다. 그러나, 현재 특징현상에 관한 연구는 그 추출 기법에 관한 연구보다 추출된 특징현상 정보를 컴퓨터 화면 상에서 어떻게 효과적으로 가시화할 것인가에 관한 내용들이다. 이중 현재까지 알려진 가장 효과적인 특징현상 가시화 방법으로 아이콘 표현방식(iconic representations)^[3]이 그 한 예이다. 방대한 유동 데이터로부터 특징현상 데이터를 효과적으로 추출하기 위해서는 보다 근본적으로 주어진 유동 데이터를 표현하고, 시스템 내부에서 자동적으로 관리해 줄 수 있는, 그리고 가시화에 필요한 유용한 정보를 쉽게 제공할 수 있는 일반적인 표현방식, 즉 유동 가시화 모델에 관한 연구가 선행되어야 할 것이다.

한편, 지금까지 알려진 유동 가시화 기법을 살펴보면 다음과 같다. 먼저 가시화하려는 데이터의 형태가 스칼라, 벡터, 혹은 텐서인가에 따라 분류해 볼 수 있다. 그리고 가시화 대상이 점, 직선, 곡선, 곡면 혹은 부피인가에 따라 분류해 볼 수 있다. 또한 가시화를 통해 얻게되는 정보의 수준에 따라, 즉 제공하는 정보가 특정점에서 유동 데이터로부터 직접 유도된 기초(elementary) 정보이나, 혹은 특정영역의 변화 경향을 보여주는 국부적(local) 정보이나 아니면 유동장 전체(global)의 경향을 보여주는 정보이나에 따라 유동 가시화 기법을 분류해 볼 수 있다. 다음의 Table 1은 데이터의 형태, 가시화 대상, 정보의 수준에 따라 몇몇 기존의 가시화 기술^[4]을 분류해 놓았다. 이들 유동 가시화 기법들은 현재 가장 널리 알려져 있고, 상용 시스템 등에서 자주 사용되고 있는 유동 가시화 방식들이다.

이들 방식들의 공통된 특징^[6]을 살펴보면 다음과 같다. 불연속한 유동 데이터로부터 연속적인 공간 상의 임의의 위치에서, 위치 좌표값과 유동 변수값을 구하기 위하여 삼중선형 보간법(trilinear interpolation)

을 사용한다. 즉 불연속한 격자점 분포 상에서 주어진 위치가 속하는 격자셀을 찾고, 그 격자셀의 꼭지점인 8개의 격자점에 대해 각 격자점들이 가지고 있는 위치값과 유동 변수값들로부터 가장 간단한 1차 보간법에 의해 위치 좌표값과 유동 변수값인 운동량, 밀도, 에너지 값들을 근사적으로 계산한다. 그리고 이러한 계산은 대개 가시화 공간인 실제 물리공간(physical space) 상에서 수행되지 않고, 전산유체 분야에서 흔히 말하는 계산공간(computational space) 상에서 수행되기 때문에, 계산공간에서 얻은 결과들을 자코비안 행렬(Jacobian matrix) 등의 계산을 통하여 다시 물리공간으로 변환시켜야 한다. 한편, 이상의 계산과정은 예를들어 시간에 대한 특정 입자의 자취(path)를 구하는 응용문제 등에 기본적인 계산과정으로서 매 시간 간격마다 불려진다.

이와같이, 연속적 공간 상의 임의의 위치에서 1차 보간법에 의해 근사적으로 위치 좌표값과 유동 변수값들을 구하는 계산과정은 다음의 관점에서 비효율적이다. 이는 근본적으로 주어진 유동해석 데이터의 불연속적 분포를 극복하지 못하기 때문이다. 먼저 계산효율 측면에서 연속성 상의 임의의 위치에 대한 위치 좌표값을 구하는 과정에 불필요한 계산이 존재한다. 즉 주어진 위치에서 먼저 이웃한 격자점들을 찾아야 한다. 그리고 정확도 측면에서 찾아진 이웃한 격자점들이 가지고 있는 정보들로부터 1차 보간법에 의해 근사하려는 방식에 문제가 있다. 물론, 다른 고차의 보간법에 의해 보다 정확한 근사값을 구할 수 있으나, 이를 위해서는 주어진 위치에서 찾아진 이웃한 격자점들 외에 더 넓은 범위의 이웃 격자점들을 찾아야 한다. 그리고 또한, 임의의 위치에서 속도 변화량 혹은 압력 변화량과 같은 고차의 미분값을 필요로 하는 응용문제의 경우에 대해서 그 문제의 심각성은 더욱 커진다.

결국, 불연속적 분포를 가지는 유동 데이터로부터 임의의 위치에서 속도 미분값과 같은 유용한 유동정보들을 빠르고 정확하게 구하기 위해서는 불연속적 유동 데이터를 완만한 연속적 공간으로 근사해 줄 유동 가시화 모델에 관한 연구가 필요하다. 또한 주어진 유동 데이터로부터 유동현상을 여러 측면에서 기술할 수 있는, 예를들어 유동현상이 일어나는 연속 공간 상에서 특정 단면 혹은 특정 곡면 상의 온도 변화량 분포 등을 계산하기에 충분한, 그리고 실제 컴퓨터 화면 상에서 유동 가시화를 위한 모든 기하학적 정보 등을 제공하는, 일반적인 유동 가시화 모델에 관한 연구가 필요하다. 본 연구에서는 이를 위

Table 1. Classification of some existing visualization techniques

Technique	Data type	Object	Information
Volume ray casting	Scalar	Volume	Elementary
Iso-surface	Scalar	Surface	Elementary
Arrow plot	Vector	Point	Elementary
Stream surface	Vector	Surface	Elementary
Particle animation	Vector	Point	Elementary
Tensor probe ⁽⁴⁾	Vector	Point	Local
Vector field topology ⁽⁵⁾	Vector	Volume	Global
Hyperstreamlines ⁽³⁾	Tensor	Line	Elementary

하여 비스플라인 부피^[7, 8]에 기초한 유동 가시화 모델을 제시한다. 그리고 제시한 비스플라인 유동 모델로부터 쉽게 특징현상 데이터가 추출되는 과정을 보임으로써 제시한 모델의 유용성을 입증하겠다.

2. 비스플라인 유동 가시화 모델

본 연구에서 제시하는 유동 가시화 모델은 유동현상이 일어나는 3차원 공간을 정의하는 형상모델(geometry model)과 유동현상을 기술할 정보를 정의하는 속성모델(attribute model)로 구성되어 있다. 이 두 모델은 하나의 쌍이 되어 유동 가시화를 위한 정보를 충분히 제공하게 된다. 구체적인 표현식은 Table 2와 같다.

본 연구에서 제시한 속성모델은 비스플라인 부피 식인 형상모델과 매우 유사하다. 즉 비스플라인 부피식에서 조정점을 의미하는 의 자리에, 유동현상을 설명할 유동변수들의 집합인 를 등장시킴으로써 속성모델을 구현하였다. 여기서 본 연구의 경우, 유동변수의 집합을 유체 밀도, 유동 속도, 그리고 단위질량 당 내부 에너지 항들로 표현하였다. 이로부터 유동의 압력, 온도 등은 쉽게 유도된다.

이상의 비스플라인 표현식에 기초한 형상모델과 속성모델에 의해 유동장과 유동현상을 설명할 유동 가시화 모델은 쉽게 구현된다. 한편 이러한 표현방식은 실험 혹은 측정 데이터를 입력으로 데이터를 가시화하거나 특징현상 데이터를 추출하는 다른 응용분야에서도 쉽게 적용 가능하다. 즉 응용문제에 맞게 속성모델의 속성변수를 수정하여 확장시킬 수 있다.

3. 유동 가시화 모델의 생성

수치적 해석을 통하여 생성된 유동 데이터로부터 보간법에 의해 유동 가시화 모델을 생성하는 방법은 다음과 같다. 여기서 유동 데이터는 유동해석 전에 입력되는 격자점 정보와 유동해석 후에 각 격자점 위치에서 계산된 유동변수들의 결과로 구성되어 있다고 가정한다. 먼저 유동 데이터의 격자점 정보를 입력으로 형상모델을 생성한다. 이 생성과정은 보간법에 의한 비스플라인 곡면의 생성과정을 확장하여 적용하므로써 쉽게 구현된다. 그리고 유동 데이터의 유동변수 정보를 입력으로 속성모델을 생성한다. 이 생성과정도 보간법에 의한 비스플라인 곡면의 생성과정을 확장하고 응용하면 비교적 쉽게 구현된다. 여기서는 보간법에 의한 속성모델의 생성과정만을 살펴보겠다. 한편, 본 연구에서 제시하는 보간법 방식은 입력값으로서 균일한 배열을 가지는 블록구조화 격자(block-structured grid) 분포를 요구한다. 이러한 생성방식은 추후 비균일 배열(산만한 비구조화 격자분포)의 유동 데이터를 처리하기 위하여 필요한 기초작업으로서 그 역할을 기대할 수 있다.

(nu+1)×(nv+1)×(nw+1)개의 균일한 격자점 분포에 대하여, 유동변수 값들의 집합 {P_{ijk}}가 주어졌을 때, 경계조건을 고려하지 않고 이들을 보간하여 속성모델을 구하는 방법을 소개한다. 속성모델의 표현식 F(u, v, w)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F(u, v, w) = \sum_{i=0}^{nu} \left(\sum_{j=0}^{nv} \left(\sum_{k=0}^{nw} F_{ijk} N_i^{ku}(u) N_j^{kv}(v) N_k^{kw}(w) \right) N_i^{ku}(u) \right)$$

Table 2. Flow visualization model which is based on the B-spline representation

Mathematical Representation	
Geometry model	$B(u, v, w) = \sum_{i=0}^{nu} \sum_{j=0}^{nv} \sum_{k=0}^{nw} B_{ijk} N_i^{ku}(u) N_j^{kv}(v) N_k^{kw}(w)$
Attribute model	$F(u, v, w) = \sum_{i=0}^{nu} \sum_{j=0}^{nv} \sum_{k=0}^{nw} F_{ijk} N_i^{ku}(u) N_j^{kv}(v) N_k^{kw}(w)$
Notation definitions	ku, nu+1 = order and number of control points in u direction kv, nv+1 = order and number of control points in v direction kw, nw+1 = order and number of control points in w direction N _i ^{ku} (u) = ku-th order B-spline basis function in u direction N _j ^{kv} (v) = kv-th order B-spline basis function in v direction N _k ^{kw} (w) = kw-th order B-spline basis function in w direction B _{ijk} = (x _{ijk} , y _{ijk} , z _{ijk}) represents the (i, j, k)-th control point F _{ijk} = (ρ _{ijk} , V _{ijk} , e _{ijk}) represents the flow variables at (i, j, k)-th control point where ρ = flow density, V _{ijk} = flow velocity, and e = internal energy per unit mass

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=0}^{nu} \left(\sum_{j=0}^{nv} C_{ij}(w) N_j^{kv}(v) \right) N_i^{ku}(u) \\
 &= \sum_{i=0}^{nu} S_i(v, w) N_i^{ku}(u) \tag{1}
 \end{aligned}$$

여기서 $C_{ij}(w)$ 는 조정곡선(control curve)이라고 하며, 다음과 같이 표시된다.

$$C_{ij}(w) = \sum_{k=0}^{nw} F_{ijk} N_k^{kw}(w) \tag{2}$$

또한 $S_i(v, w)$ 는 조정곡면(control surface)이라고 하며, 다음과 같이 표시된다.

$$S_i(v, w) = \sum_{j=0}^{nv} C_{ij}(w) N_j^{kv}(v) \tag{3}$$

한편, $F(u, v, w)$ 의 절점벡터를 $U = \{u_i\}_{i=0}^{nu+ku+1}$, $V = \{v_j\}_{j=0}^{nv+kv+1}$, $W = \{w_k\}_{k=0}^{nw+kw+1}$ 라고 하면, 이들은 다음과 같은 방법으로 정할 수 있다. 각각의 $i(=0, \dots, nu)$, $j(=0, \dots, nv)$ 에 대해 구성점 $\{P_{ijk}\}_{k=0}^{nw}$ 을 Hartley와 Judd의 방법^[1]을 사용하여 곡선으로 보간할 때의 절점벡터 $\{w_{ijk}\}_{k=0}^{nw+kw+1}$ 를 구한다. 그러면, w_k 는 다음과 같이 평균한 값으로 정한다.

$$w_k = \frac{\sum_{i=0}^{nu} \sum_{j=0}^{nv} w_{ijk}}{(nu+1)(nv+1)} \tag{4}$$

u_i 와 v_j 도 마찬가지로 방법으로 구할 수 있다.

$$u_i = \frac{\sum_{j=0}^{nv} \sum_{k=0}^{nw} u_{ijk}}{(nv+1)(nw+1)}, \quad v_j = \frac{\sum_{k=0}^{nw} \sum_{i=0}^{nu} v_{ijk}}{(nw+1)(nu+1)} \tag{5}$$

또한, 주어진 구성점 P_{ijk} 에 대응하는 매개변수, 즉, 보간좌표를 (x_i, y_j, z_k) 라고 하면, 이들은 앞에서 정한 절점벡터 u_i, v_j, w_k 의 노드(또는 Greville abscissa)로서 다음 식으로 정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x_i &= \frac{u_{i+1} + u_{i+2} + \dots + u_{i+ku}}{ku}, \quad i=0, \dots, nu \\
 y_j &= \frac{v_{j+1} + v_{j+2} + \dots + v_{j+kv}}{kv}, \quad j=0, \dots, nv \\
 z_k &= \frac{w_{k+1} + w_{k+2} + \dots + w_{k+kw}}{kw}, \quad k=0, \dots, nw \tag{6}
 \end{aligned}$$

이제 보간좌표 (x_i, y_j, z_k) 와 구성점 P_{ijk} 의 관계로부터 다음 식을 얻을 수 있다. 그리고 이 식으로부터

조정점 F_{ijk} 를 구할 수 있다.

$$F(x_i, y_j, z_k) = \sum_{i=0}^{nu} \left(\sum_{j=0}^{nv} \left(\sum_{k=0}^{nw} F_{ijk} N_k^{kw}(z_k) \right) N_j^{kv}(y_j) \right) N_i^{ku}(x_i) \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=0}^{nu} \left(\sum_{j=0}^{nv} C_{ij}(z_k) N_j^{kv}(y_j) \right) N_i^{ku}(x_i) \\
 &= \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_j, z_k) N_i^{ku}(x_i) = P_{ijk} \tag{8}
 \end{aligned}$$

여기서

$$C_{ij}(z_k) = \sum_{k=0}^{nw} F_{ijk} N_k^{kw}(z_k) \tag{9}$$

$$S_i(y_j, z_k) = \sum_{j=0}^{nv} C_{ij}(z_k) N_j^{kv}(y_j) \tag{10}$$

위의 식 (8)에서 $j=0, \dots, nv$ 와 $k=0, \dots, nw$ 각각에 대해 기술하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_0, z_0) N_i^{ku}(x_i) &= P_{i00} \\
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_0, z_1) N_i^{ku}(x_i) &= P_{i01} \\
 &\dots \\
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_0, z_{nw}) N_i^{ku}(x_i) &= P_{i0nw} \\
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_1, z_0) N_i^{ku}(x_i) &= P_{i10} \\
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_1, z_1) N_i^{ku}(x_i) &= P_{i11} \\
 &\dots \\
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_1, z_{nw}) N_i^{ku}(x_i) &= P_{i1nw} \\
 &\dots \\
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_{nv}, z_0) N_i^{ku}(x_i) &= P_{inv0} \\
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_{nv}, z_1) N_i^{ku}(x_i) &= P_{inv1} \\
 &\dots \\
 \sum_{i=0}^{nu} S_i(y_{nv}, z_{nw}) N_i^{ku}(x_i) &= P_{invnw}
 \end{aligned}$$

이 식에서 $S_i(y_j, z_k)$ 는 v 방향으로 $(j+1)$ 번째, w 방향으로 $(k+1)$ 번째 구성점들을 u 방향으로 보간하였을 때 얻어지는 조정곡선의 조정점임을 알 수 있다. 마찬가지로 식 (10)에서 $k=0, \dots, nw$ 와 $i=0, \dots, nu$ 각각에

대해 기술하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{nu} C_{0j}(z_0) N_j^{kv}(y_j) &= S_0(y_j, z_0) \\ \sum_{j=0}^{nu} C_{1j}(z_0) N_j^{kv}(y_j) &= S_1(y_j, z_0) \\ &\dots \\ \sum_{j=0}^{nu} C_{nuj}(z_0) N_j^{kv}(y_j) &= S_{nu}(y_j, z_0) \\ \sum_{j=0}^{nu} C_{0j}(z_1) N_j^{kv}(y_j) &= S_0(y_j, z_1) \\ \sum_{j=0}^{nu} C_{1j}(z_1) N_j^{kv}(y_j) &= S_1(y_j, z_1) \\ &\dots \\ \sum_{j=0}^{nu} C_{nuj}(z_1) N_j^{kv}(y_j) &= S_{nu}(y_j, z_1) \\ &\dots \\ \sum_{j=0}^{nu} C_{0j}(z_{nw}) N_j^{kv}(y_j) &= S_0(y_j, z_{nw}) \\ \sum_{j=0}^{nu} C_{1j}(z_{nw}) N_j^{kv}(y_j) &= S_1(y_j, z_{nw}) \\ &\dots \\ \sum_{j=0}^{nu} C_{nuj}(z_{nw}) N_j^{kv}(y_j) &= S_{nu}(y_j, z_{nw}) \end{aligned}$$

이 식에서 $C_{ij}(z_k)$ 는 w방향으로 (k+1)번째, u방향으로 (i+1)번째 구성점들을 v방향으로 보간하였을 때 얻어지는 조정곡선의 조정점임을 알 수 있다. 또한 식 (9)에서 $i=0, \dots, nu$ 와 $j=0, \dots, nv$ 각각에 대해 기술하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{nw} F_{00k} N_k^{kw}(z_k) &= C_{00}(z_k) \\ \sum_{k=0}^{nw} F_{01k} N_k^{kw}(z_k) &= C_{01}(z_k) \\ &\dots \\ \sum_{k=0}^{nw} F_{0vk} N_k^{kw}(z_k) &= C_{0v}(z_k) \\ \sum_{k=0}^{nw} F_{10k} N_k^{kw}(z_k) &= C_{10}(z_k) \\ \sum_{k=0}^{nw} F_{11k} N_k^{kw}(z_k) &= C_{11}(z_k) \\ &\dots \\ \sum_{k=0}^{nw} F_{1vk} N_k^{kw}(z_k) &= C_{1v}(z_k) \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{nw} F_{nu0k} N_k^{kw}(z_k) &= C_{nu0}(z_k) \\ \sum_{k=0}^{nw} F_{nu1k} N_k^{kw}(z_k) &= C_{nu1}(z_k) \\ &\dots \\ \sum_{k=0}^{nw} F_{nunk} N_k^{kw}(z_k) &= C_{nunk}(z_k) \end{aligned}$$

이 식에서 F_{ik} 는 u방향으로 (i+1)번째, v방향으로 (j+1)번째 구성점들을 w방향으로 보간하였을 때 얻어지는 조정곡선의 조정점임을 알 수 있다. 즉, 이것은 u방향으로 보간한 조정곡선들의 조정점들을 해당하는 v방향으로 보간하여 조정곡면들의 조정점들을 구하고 다시 해당하는 w방향으로 보간하였을 때의 유동 조정점들이 된다.

4. 특징현상 데이터의 추출

유동 데이터로부터 모델링 된 유동 가시화 모델에서 유선(streamline)을 찾아내는 과정을 예제로 해서 특징현상 정보가 쉽게 추출되는 과정을 설명하겠다. 이 예제를 통하여 본 연구에서 제시한 유동 가시화 모델이 유동의 특징현상을 유도해 내는데 적당한 모델임을 알게 될 것이다. 그리고 이로부터 제시한 모델의 유용성을 확인할 수 있다.

실험유체의 잉크역할을 할 입자를 유동장을 지배하는 형상모델의 임의의 위치에 주입하고 시간의 흐름에 따라 이 입자의 궤적을 가시화하므로써 유동상태를 이해한다. 이 방식은 매우 기본적인 가시화 방법으로서 이로부터 여러가지 응용된 가시화 방법을 유도해 낼 수 있다. 즉 입자 대신에 직선, 곡선, 혹은 곡면 등을 유동장에 주입하고 그 자취를 가시화하므로써 입자에 비해 유동현상을 여러각도에서 이해할 수 있게 하는 방법들을 유도해 낼 수 있다.

유동장 내에서 시간의 흐름에 따른 입자의 궤적을 다음과 같이 나타낼 수 있다. 시간 t_0 에서의 초기 위치 및 속도를 x_0, v_0 이라 하면 시간 t 에서의 위치 및 속도는 다음과 같이 표시된다. 여기서 a 는 가속도를 의미한다.

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t v dt, v = v_0 + \int_{t_0}^t a dt \tag{11}$$

위의 식에서 Δt 동안 가속도 a 가 일정하다고 가정하면 다음의 식이 유도된다.

$$\Delta x = v \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \tag{12}$$

여기서 가속도 \mathbf{a} 는 속도벡터 \mathbf{v} 와 속도벡터를 각 파라미터 방향 즉 u, v, w 방향으로 1차 미분한 벡터 $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial u}, \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial v}, \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial w}$, 그리고 contravariant 기본벡터인 $\nabla u, \nabla v, \nabla w$ 들에 의해 다음과 같이 유도되어 표현된다. 여기서 속도벡터, 1차 미분벡터, 그리고 기본벡터들은 본 연구에서 제시한 속성모델로부터 쉽게 구해진다.

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial u} \frac{du}{dt} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial v} \frac{dv}{dt} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial w} \frac{dw}{dt} \text{ 에서}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \nabla u \cdot \mathbf{v} \text{ 이고}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \nabla v \cdot \mathbf{v} \text{ 이고}$$

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \nabla w \cdot \mathbf{v} \text{ 이므로}$$

가속도 \mathbf{a} 는

$$\mathbf{a} = (\nabla u \cdot \mathbf{v}) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial u} + (\nabla v \cdot \mathbf{v}) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial v} + (\nabla w \cdot \mathbf{v}) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial w} \quad (13)$$

와 같다.

이상의 유도식으로부터 시간 간격 Δt 동안의 입자의 궤적 $\Delta \mathbf{x}$ 를 구할 수 있다. 여기서 시간 간격 Δt 를 작게하면 할수록, 위에서 가정한 가속도 \mathbf{a} 는 일정하다는 가정이 유효하게 되어 보다 정확한 입자의 궤적을 구할 수 있다. 입자의 궤적을 구하는 전체 과정은 다음과 같다. 먼저 입자의 초기 위치 (x, y, z) 로부터 형상모델에서의 파라미터 위치 (u, v, w) 를 구하고, 이 파라미터 위치에서 속성모델로부터 구해지는 속도 벡터와 가속도 벡터를 구한 다음, 입력값인 시간 간격을 각각 곱하여 벡터합을 계산한다. 계산된 결과는 입자체적의 다음 위치이다. 그리고 구해진 위치를 다시 입력값으로 해서 위에서 설명한 과정을 반복 수행한다. 이와같은 반복 수행을 거쳐 입자의 궤적을 구해 나간다.

5. 유동 가시화 모델의 특징

본 연구에서 제시한 유동 가시화 모델의 특징은 다음과 같다.

- 불연속적인 유동 데이터를 유동 가시화 모델을 통하여 연속화 시킴으로써 유동장 내부의 임의의 위치에서의 유동 상태를 쉽게 파악할 수 있다.
- 비스플라인에 기초한 유동 가시화 모델이기 때문에 비스플라인 곡선 혹은 곡면이 가지는 여러가지 성질들을 가진다. 예를들면 국부적 수정이 가능하다.

- 유동장 변수값들을 모델링한 속성모델을 통하여 유동장 변수들의 미소 변화량을 쉽게 구할 수 있다. 즉 유동장 변수들의 1차 혹은 그이상 차수의 미분값을 제공할 수 있다.
- 유동 가시화 모델로부터 특징현상 정보를 쉽게 유도해 낼 수 있어, 고수준의 유동 가시화를 구현하는데 필요한 정보를 제공할 수 있다.
- 다중블록에 의한 유동해석 결과를 수용할 수 있다. 즉 블록 별로 각각의 유동 가시화 모델을 생성하고 이들의 집합을 관리하여 유동 가시화를 구현한다.
- 본 연구에서 제시한 유동 가시화 모델에 시간의 흐름을 지배할 시간 변수를 도입하여 매우 일반적인 모델로 확장시킬 수 있다. 즉 3차원 공간 상에서 정의되는 비스플라인 부피를 시간 차원이 첨가된 4차원 공간 상으로 확장시킬 수 있다. 이를 수학적 표현식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{B}(u, v, w, t) = \sum_{i=0}^m \left\{ \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n \mathbf{B}_{ijk} N_i^{ku}(u) N_j^{kv}(v) \right.$$

$$\left. N_k^{kw}(w) \right\} N_h^{kt}(t)$$

$$\mathbf{F}(u, v, w, t) = \sum_{i=0}^m \left\{ \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n \mathbf{F}_{ijk} N_i^{ku}(u) N_j^{kv}(v) \right.$$

$$\left. N_k^{kw}(w) \right\} N_h^{kt}(t)$$

여기서, u, v, w 는 3차원 공간을 표시하는 매개변수이고, t 는 시간의 흐름을 표시해 주는 매개변수이다. 이 표현식은 마치 비스플라인 곡면을 한 차원 확장시켜 비스플라인 부피를 유도할 수 있는 것처럼, 비스플라인 부피를 한 차원 확장시킨 표현식이다. 즉 시간의 흐름에 따라 모델링 된 물리영역의 거동을 기술할 수 있고, 또한 거동하는 물리영역 내부에서 변화하는 속성값들을 기술하는 매우 일반적인 표현식이다.

6. 적용 예제

본 연구에서 제시한 유동 가시화 모델에 의해, 컴퓨터 화면 상에 가시화된 적용예를 살펴보면 다음과 같다. 먼저 입력된 유동 데이터에 3절에서 설명한 생성 방식을 적용시켜, 본 연구에서 제시한 비스플라인 유동 가시화 모델을 생성한다. 그리고 생성된 유동 모델에 대해, 4절에서 설명한 특징현상 데이터 추출방식에 의해 유곡선(streamline) 또는 유곡면(stre-

amsurface)을 생성한다. 여기서 유곡면이란 유선의 집합으로서, 유선의 입자 대신에 임의의 곡선을 사용하여 생성시킨, 그 곡선의 시간에 따른 이동자취

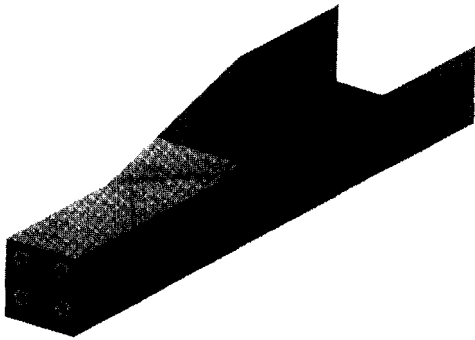


Fig. 1. An rectangular duct geometry.

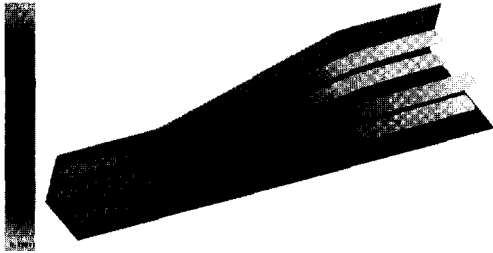


Fig. 2. Four streamtubes in a rectangular duct where its color and radius indicate the flow velocity and pressure, respectively.

를 말한다. 그 다음, 생성한 유곡선 또는 유곡면을 화면 상에 가시화한다. 이때 속도 및 압력에 관한 정보들을 크기, 색깔 등으로 구분하여 가시화한다. 이상의 유동 가시화 절차에 의해, 주어진 유동 데이터는 비교적 짧은 시간 내에 화면 상에 가시화된다.

첫번째 예제는 길이축으로 갈수록 단면형상의 크기가 선형적으로 변하는 사각형 덕트 내부의 유동 현상을 가시화한 경우이다. Fig. 1은 이러한 덕트 형상을 보여주고 있다. 여기서 덕트 내부를 보이기 위해 덕트의 특정면을 제거하였다. Fig. 2는 이러한 덕트 내부의 유동 해석 데이터를 비스플라인 유동 모델에 의해 표현한 후, 4개의 유곡면에 의해 가시화한 예를 보여준다. 여기서 유곡면의 출발 곡선은 원

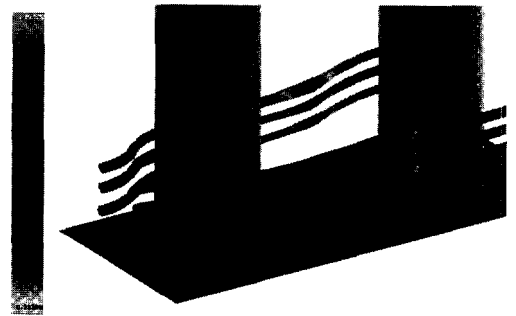


Fig. 4. Six streamtubes in a tube bank where its color and radius indicate the flow velocity and pressure, respectively.

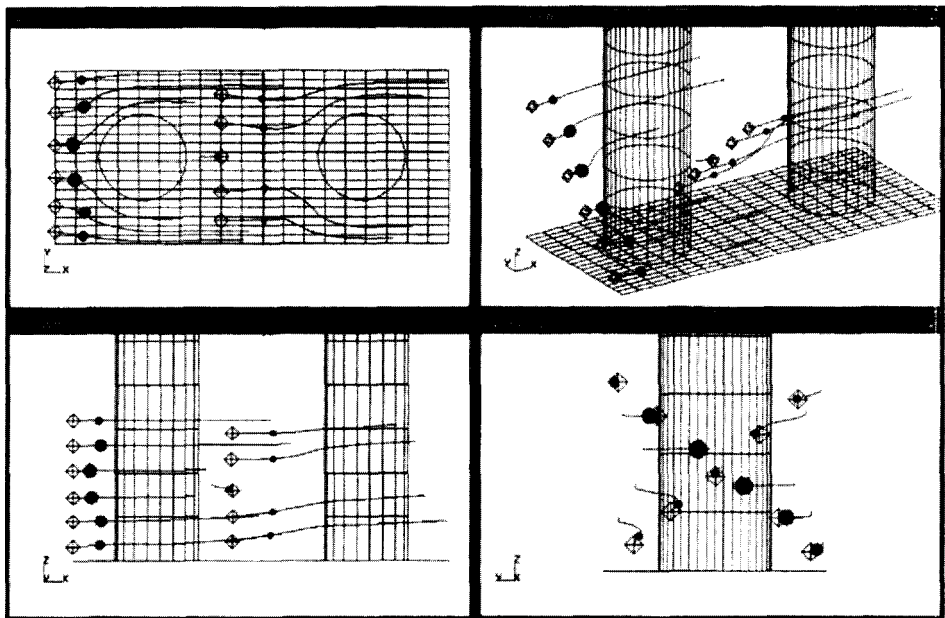


Fig. 3. Streamlines in a tube bank where the diameter of particles means the pressure.

(circle)이며, 유곡면의 색깔은 유속을 표시하며, 반경은 압력을 표시한다.

두번째 예제는 다중블록에 의한 정방형 튜브뱅크 내부의 유동해석 결과를 가시화한 예이다. Fig. 3은 입자가 유선을 따라 흘러가는 궤적을 가시화한 예이다. 여기서 입자의 크기는 압력을 의미한다. 그리고 Fig. 4는 입자대신에 원 모양을 한 곡선을 사용하여 흘러가는 자취, 즉 유곡면을 가시화한 예이다. 여기서 Fig. 2와 같이, 색깔은 유속을, 그리고 반경은 압력을 표시한다.

7. 결 론

본 연구에서는 비스플라인 부피를 일반화시켜 유동 가시화를 위한 데이터 표현 모델로서 유동 가시화 모델을 제시하였다. 이 유동 가시화 모델은 기존의 유동 가시화를 위한 그래픽 처리과정에 앞서 불연속적인 유동 데이터를 연속화 시킴으로써 유동장 내부의 임의의 위치에서 가시화 하고자 하는 유동 상태를 기존의 방식에 비해 효과적으로 쉽게 유도해 낼 수 있다. 그리고 본 연구에서 제시하는 유동 가시화 모델로부터 특정현상 정보를 쉽게 유도해 낼 수 있어, 고수준의 유동 가시화를 구현하는데 필요한 정보를 충분히 제공할 수 있다. 또한 제시한 유동 가시화 모델에 시간의 흐름을 지배할 시간 변수를 도입하여 매우 일반적인 모델로의 확장 가능성을 제시하였다.

한편, 본 연구에서 제시하는 유동 가시화 모델은 기존의 여러 가시화 기법들을 모두 제공할 수 있으며, 그 표현방식이 비스플라인에 기초한 확장된 형태이기 때문에, 비스플라인에 관련한 여러 연구 결과들을 충분히 응용할 수 있다. 그리고, 대부분의 유동 데이터가 정형화된 블록구조화 격자형식으로 제공되므로, 본 연구에서 구현한 유동 모델의 사각형 비스플라인은 이러한 데이터 형식의 장점을 최대한 활용한 수학적 방식이기 때문에, 유동 가시화를 위한 대부분의 경우에 매우 적합한 구조임을 알 수 있다.

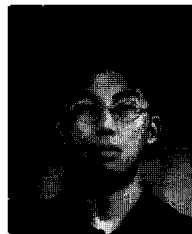
해석과정을 통해 얻은, 혹은 실험 및 측정을 통해 얻은 방대한 데이터로부터 특징현상을 추출하고, 추출된 특징현상 데이터를 컴퓨터 화면 상에서 가시화 하려는 목적 하에 최근에 활발히 연구되고 있는 데이터 모델링과 관련한 여러 분야에서, 본 연구에서 제시한 비스플라인 유동 가시화 모델은 데이터 모델링 기법의 기초 기술로서 그 중요한 의미를 찾을 수 있다.

후 기

본 연구는 1995년도 교육부 학술연구조성비(기계공학: ME95-E-08)에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. Crawfis, R., Max, N. and Becker, B., "Vector Field Visualization", *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 14, No. 5, pp. 50-56, 1994.
2. Hesselink, L., "Research Issues in Vector and Tensor Field Visualization", *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 14, No. 2, pp. 76-79, 1994.
3. Hesselink, L. and Delmarcelle, T., "Visualization of Vector and Tensor Data Sets", *Frontiers in Scientific Visualization*, L. Rosenblum et al., eds., Academic Press, New York, 1994.
4. de Leeuw, W.C. and van Wijk, J.J., "A Probe for Local Flow Field Visualization", *Proc. Visualization 93*, IEEE Computer Science Press, Los Alamitos, Calif., pp. 39-45, 1993.
5. Helman, J. and Hesselink, L., "Visualizing Vector Field Topology in Fluid Flows", *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 11, No. 3, pp. 36-46, 1991.
6. Hultquist, J.P.M., "Improving the Performance of Particle Tracing in Curvilinear Grids", *Report RNR-94-005*, March 1994.
7. Casale, M.S. and Stanton, E.L., "An Overview of Analytic Solid Modeling", *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 5, No. 2, pp. 45-56, 1985.
8. Lasser, D., "Bernstein-Bezier Representation of Volumes", *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 2, pp. 145-149, 1985.
9. Hartley, P.J. and Judd, C.J., "Parametrization and shape of B-spline curves for CAD", *Computer Aided Design*, Vol. 12, No. 5, pp. 235-238, 1980.



박 상 근

1991년 포항공과대학 기계공학과 학사
1993년 서울대학교 기계설계학과 석사
1997년 서울대학교 기계설계학과 박사
현 재 삼성 SDS 정보기술연구소 S/W
응용개발팀

관심분야: Computer aided geometric design, Solid Modeling, Grid Generation, Scientific data visualization, Computer graphics



이 건 우

1978년 서울대학교 기계공학과 학사
1981년 미국 MIT 공학석사
1984년 미국 MIT 공학박사
1984년 - 1986년 Univ. of Illinois at Urbana-Champaign 조교수

1986년 - 현재 서울대학교 기계설계학과 교수
관심분야: Computer aided geometric design, NC tool path generation and verification, Solid modeling, Rapid prototyping