

# 경계요소법(Boundary Element Analysis: BEA)

김 관 주

홍익대학교 기계공학과

## 경계요소법의 개요 및 특징

경계요소법(Boundary Element Analysis: BEA)은 연속체 역학(continuum mechanics) 문제의 근사해를 구하기 위한 수치 해석 기법중의 하나로 사용되며, 최근에 공학 문제의 적용이 급속히 확산되고 있다. 주된 응용분야는 탄성학, 파괴역학, 열전달, 유체 역학, 음향학, 파동전파에서의 연속체 거동뿐만 아니라 전자기학 분야의 문제 등 대부분의 공학에서 취급하는 역학분야이다. 경계요소법을 사용할 경우의 장점은 물체의 경계에서만만의 조건으로 문제 전체를 해석함으로써 해석대상을 3차원의 복잡한 형상에서 2차원의 문제로 해결할 수가 있다. 따라서 유체가 임의의 물체 주위로 유동하는 경우와 음향학에서의 외부로 멀리 떨어진 영역까지의 산란, 회절 문제 해결에 적합하다. 현재 경계요소법에서 관심있는 연구 분야는 좀 더 현실한 적분 알고리즘 개발, 표면 형상의 정확한 표현, adaptive meshing scheme 등이 있다.

일반적으로 역학 문제들은 관련 지배 방정식과 경계 조건, 초기 조건으로 구성되어 있으며, 간단한 경우의 기하학적 형태와 하중 조건이 극히 제한된 것을 제외하고는 이 지배 방정식으로 문제의 이론해를 구할 수 없다. 단순한 형상의 물체의 해석적 결과에 의해서 관련 역학 문제의 이해할 수 있게 된다. 반면, 수치 해석 기법은 실제로 존재하는 물체들의 응답에 대해 정량적인 해답을 얻을 수 있도록 해 준다.

연속체 역학 문제에 대한 수치 해석 방법은 세 가지 주된 부류, 즉 유한 차분 해석, 유한 요소 해석 그리고 경계 요소 해석 등으로 나눌 수 있다. 이 세 가지 해석은 공통적으로 모두 다음과 같은 과정을 갖는다.

(1) 지배 방정식에 대한 근사한 수학 관계식의 대체, (2) 대상 물체의 기하학적 형태를 표현하는데 필

요한 모델링, (3) 절점에서의 구하고자하는 응답 분포를 구하기 위한 연립 방정식의 해

위의 세 가지 해석 방법은 각각의 연산 형태에 따라 다음과 같이 차이점이 있다. 그림 1은 유한 차분 해석에 사용되어지는 mesh 형태를 보여 주고 있다. 선분의 각 교차점에서 지배 방정식인 편미분 방정식은 유한 차분 근사식(finite difference approximation)으로 바뀌게 된다. 이 mesh의 개수는 일반적으로 정확한 근사해를 구하기 위해서는 비례적으로 증가하게 된다.

그림 2는 유한 요소 해석에 사용되는 요소모델을 나타내고 있다. 이 유한 요소 해석 방법에서는 지배 방정식을 미지수를 포함한 등가 적분 방정식(equivalent integral equation)으로 변환하여 계산한다. 등가 적분 방정식은 일련의 유사한 이산 적분 방정식(discretized integral equation)으로 근사되고, 각

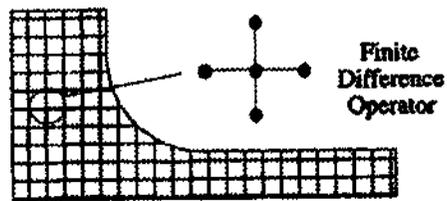


그림 1. 유한 차분 Grid.

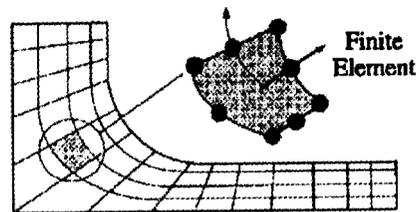


그림 2. 유한 요소 Grid.

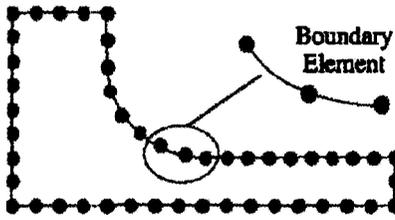


그림 3. 경계 요소 Grid.

각의 절점에서의 응답을 계산하게 된다. 절점들로서 구성되는 유한요소들의 내측 부분에 대한 응답은 절점의 응답을 보간법에 의해 계산하게 된다.

그림 3은 경계 요소의 mesh를 보여 주고 있다. BEA 방법에서도 지배 방정식은 등가 적분 방정식으로 변환한다. 이 적분방정식은 또 다시 체적 적분과 면적 적분간의 관계식인 Gauss-Green식을 이용하여 경계에 의한 적분 방정식(boundary integral equation)으로 변환된다. 이 적분은 기본해(fundamental solution)와 구하고자 하는 field point에서의 미지수의 항의 형태로 구성되어 있다. 기본해는 일반적으로 point 기진에 대한 무한한 매질의 응답을 보여준다.

각기 수치해석적 방법에 대한 장단점을 비교해 보면 다음과 같다.

유한 차분법	
장 점	단 점
· 유체 역학, 열전달문제에서 광범위하게 사용	· 일반적으로 정돈된 grid가 필요
· Sparse 행렬	· 무한한 문제에 대해 취약
· 불균일재질 처리	· 조밀한 grid 필요
· 프로그램 구조 및 결과의 신빙성	· 경계 조건 모델링에 취약

유한 요소법	
장 점	단 점
· 해석결과의 신빙성	· 체적 grid 필요
· 구조 해석과 열 해석에 광범위하게 사용	· Variational principle 또는 weighted residual formulation으로 적분 관계가 필요
· 간단한 함수의 적분	· 무한한 문제에 대한 취약
· 불균일 재질 처리	· 체적 mesh의 조밀성과 결과의 정확도가 직접적으로 연관
· 대칭 행렬	· 적분 관계식 필요
· 경계 조건의 모델링 용이	
· 다양한 요소를 혼합 가능	

경계 요소법	
장 점	단 점
· 경계와 경계 조건 모델링 용이	· 적분 관계식과 기본해를 사용한 경계 공식이 필요
· 표면 grid만 필요	· 복소 함수의 수치적분이 많이 필요
· 구조, 열, 음향, 탄성동역, 유체 해석에 사용	· 일반적으로 비대칭 행렬 필요
· 무한한 문제에 이상적	· 해석알고리즘의 완벽성 필요
· 체적 mesh의 조밀성이 결과의 정확도에 직접적 영향을 주지 않음	· 적용 문제의 제한

### ◎ 경계요소법 관련 종합 정보

#### ▶ Web site

1) [www.ce.udel.edu/faculty/cheng/benet](http://www.ce.udel.edu/faculty/cheng/benet): 경계 요소법에 관련된 전반적인 자료를 접근할 수 있는 resource network

2) [www.cmp.co.uk](http://www.cmp.co.uk): 경계요소법 관련 일반적인 교재에 대한 homepage

3) [www.witcmi.ac.uk](http://www.witcmi.ac.uk): Wessex Institute of Technology에서 제공하는 경계요소법관련 논문초록의 Index를 볼 수 있는 곳

#### ▶ 도서

1) Brebbia, C., Dominguez, J., "Boundary Elements", Computational Mechanics Publication, 1996, ISBN 1853121606; 1562520873.

2) Kane, J., "Boundary Element Analysis", Prentice Hall, 1994, ISBN:0-13-086927-9.

3) Brebbia, C., Adey, R., "Boundary Element Method Educational Package", Computational Mechanics Publication, 1993, ISBN 1853122556; 1562521799.

4) Beer, G., Watson, J., "Introduction to Finite and Boundary Element Method for Engineers", Wiley, 1992.

#### ▶ 학술대회

1) Conference on the Boundary Element Method ([www.csc.fi/math\\_topics/Mail/NANET96-4/msg0082.html](http://www.csc.fi/math_topics/Mail/NANET96-4/msg0082.html))

2) Boundary Element International Conference ([www.wessex.ac.uk](http://www.wessex.ac.uk))

3) BETECH, the International Conference on Boundary Element Technology

▶ **전문학술지**

다음과 같은 경계요소법만의 전문학술지가 있으나, 이보다는 각 전공에의 학술지가 더욱 유용함

1) International Journal of Boundary Element Methods, ISSN: 1353-825X

2) Boundary Element Communications, www.witcmi.ac.uk/isbe

3) Engineering Analysis with Boundary Element, ISSN: 0955-7997

4) Advances in Boundary Elements

▶ **응용분야**

일반적으로 경계요소법의 응용 분야는 다른 전산 해석프로그램 만큼 응용범위가 넓으며, 다음의 내용은 경계요소법에서 중점적으로 관심있는응용분야이다.

1) Fracture Mechanics and Fatigue, Contact

Mechanics 분야: Crack 문제는 금속의 표면에서부터 발생하여 전개가 되는 성질에 의해 경계요소법을 적용하기 알맞은 분야이다.

2) Wave Propagation, Acoustics 분야: 파동의 외부로의 전파나, 방사, 회절 등의 문제 적용이 유한요소법보다 훨씬 자연스럽게 적용할 수 있다.

3) Heat Transfer, Fluid Dynamics 분야

4) Geomechanics, Soil Dynamics 분야

▶ **관련 상용 소프트웨어**

1) BEASY: 범용 경계요소법해석 프로그램, CM beasy사 개발, pc -based program

2) SYSNOISE: 음향해석 전용프로그램, NIT사 개발, workstation, pc -based program

3) COMET:음향해석 전용프로그램, AAC사 개발, workstation, pc -based program