

# Topology Optimization

박 연 규  
삼성자동차 중앙연구소

이 글에서 소개하는 topology optimization은 structural optimization의 한 분야로서 최근 10여년 동안 급격하게 발전되어 온 분야이다. Structural optimization은 오랜 역사(일반적으로 최초의 structural optimization은 17세기 Galileo에 의하여 되어졌다고 받아들임)를 가지고 발달되어 왔음에도 불구하고 아직도 최적화 방법론과 응용 관점에서 빠르게 발전되고 있다. 이 분야는 사회적인 요구(한정된 자원과 에너지, 안전도, 환경문제)와 컴퓨터 관련 학문(고성능 컴퓨터, computational geometry, finite element method)의 발달에 힘입어 최근 30년간 많은 진전이 있었다.

Structural optimization은 관점에 따라 sizing, shape 그리고 topology optimization으로 나눌 수 있다. Sizing optimization에서는 구조물의 형상(shape)은 변화하지 않는다. 이 경우의 설계 변수는 주로 Bar의 단면적, 판 두께, 관성 모우멘트 또는 재료 성질(예로, fiber의 양과 방향성)이다. Shape optimization에서는 구조물의 연속적인 경계면의 형상을 설계 변수로 잡아 형상을 변경시킬 수 있다. Shape optimization은 정교한 automatic mesh generation과 정확한 설계 민감도 해석(sensitivity derivatives)이 필요하기 때문에 sizing optimization보다 어렵다.

Shape optimization의 한 예를 그림 1에서 보여주고 있다. 그림 1(a)는 최적 설계하려는 대상으로 비행기 부품(support beam)이다. 설계 조건은 다음과 같다. 윗면과 아래면은 수평을 유지해야 하고, 부품의 두께는 일정하다. 전선과 파이프가 지나가기 위하여 구멍이 존재하여야 한다. 부품의 최대 처짐은 9.4 mm를 넘지 않아야 하고, 최대 von Mises 응력은 386 N/mm를 넘지 않아야 한다. 설계 목적 함수는 무게를 줄이는 것이다. 이 문제에 sizing optimization을 적용한다면, 각 구멍의 지름을 설계 변수로 할 수 있

다. 그 결과로 부품 안에 6개의 다른 크기의 원의 형상을 갖는 구멍을 얻을 수 있다. Shape optimization을 적용한 결과는 그림 1(b)에 나타나 있다. 이 결과에서는 구멍이 더 이상 원이 아니나, sizing optimization 보다 더 좋은 결과를 갖는다.

그림 1(b)의 결과를 보면, 최적 구조물은 처음에 주어진 구조물의 범위를 크게 벗어나지 못한다. 즉, 처음에 구멍이 6개 주어지면, 새로운 구멍을 추가할 수 없다. 따라서, 초기 설계에서 경험 있는 설계자가 필요하며, 최적화된 설계도 초기 topology를 바꾸지 못한다. 그러나, topology optimization에서는 초기와 같은 중량으로 최대 변위를 최소화시키는 material layout을 그림 1(c)와 같이 구할 수 있다. 그 최적의

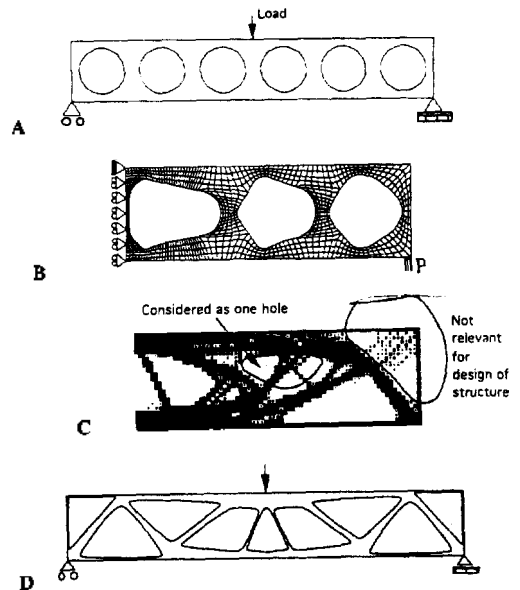


그림 1. 비행기 지지보의 최적설계(Olhoff, Bendsoe and Rasmussen 1992).

layout으로부터 그림 1(d)과 같은 구조물을 얻는다. (d)의 결과는 (b)의 결과보다 64% 중량을 감소시킬 수 있다.

Topology design은 위에서 설명한 것과 같이 layout design으로 정의될 수 있다. 연속체 구조물(continuum structures)에서는 주어진 영역에서 각 위치에 재료의 밀도, 성질(예, elasticity tensor)을 정해주는 material layout에 해당한다. Grid-type 구조물(trusses, beam system, shell grid, cable)에서는 조인트와 그들 간의 연결, 연결 member의 단면을 결정하는 것에 해당한다.

Grid-type 구조물의 layout 이론은 Michell에 의해서 1904년 처음 시도되었다. 그 후, 50~60 년대에 Cox, Hemp, Prager 등에 의하여 이론이 정립되고, 70~80년대의 활발한 연구를 거쳐 90년대에는 Rozvany가 continuum-type optimality criteria(COC), discretized COC(DCOC)를 적용하여 layout topology를 얻었다. Grid-type 구조물의 topology optimization은 약하고, 여기서는 연속체 구조물에 중점을 두고 설명한다.

연속체 구조물의 topology design은 composite 재료의 개념을 이용하여 70년대부터 각각 독립적으로 여러 학자들에 의하여 연구되어 왔다. 대표적인 연구들이 Cheng과 Olhoff, Murat과 Tartar, Lurie, Cherkhaev와 Fedrov, Kohn과 Strang들에 의하여 이루어졌다. 대부분의 연구들이 응용수학자들에 의한 것으로 해의 존재에 관심이 많았고, 따라서 scaler 문제(예, torsional rigidity problem)를 다루었다.

Kikuchi와 Bends(1988)가 사각형의 구멍을 가진 규칙적인 microstructure를 도입하고 homogenization method를 이용하여 일반적인 2차원의 연속체 구조물의 topology optimization을 수행하였다. 이 연구를 계기로 topology optimization의 연구와 공학적 응용이 활발히 진행되었다. Homogenization method는 70년대부터 프랑스에서 연구되어진 방법으로, 주기적으로 반복되는 microstructure의 effective properties를 구하는 방법이다. 즉, macroscale에서의 탄성계수(elastic tensor)를 구할 수 있다. 그러나, Kikuchi와 Bends는 자신들과 같은 방법으로 수행하는 topology optimization을 homogenization method라고 부르기도 한다.

Homogenization method라고 부르기도 하는 to-

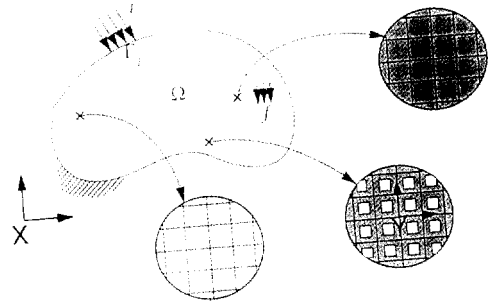


그림 2. Microstructure를 도입한 설계 영역.

polymy optimization을 보면, 먼저 그림 2와 같이 설계 영역(design domain) 안에 microstructure를 도입한다. Microstructures는 정사각형의 unit-cell이 규칙적으로 나타나는데, 각 unit-cell은 직사각형의 구멍을 가지고 있다. 이 직사각형 구멍이 설계 변수(두 변과 방향성)가 된다. 그림 2에서 보듯이 설계 변수를 목적 함수에 따라 조절하여 구멍이 점점 작아져 없어지면 그 부분은 재료가 존재하고, 구멍이 점점 커져 재료가 1% 미만이면 그 부분은 재료가 없는 것으로 간주한다. 한편, 최적화된 결과에는 구멍이 존재하는 부분도 있는데, 이 부분은 등방성의 재료(orthotropic porous material)가 된다.

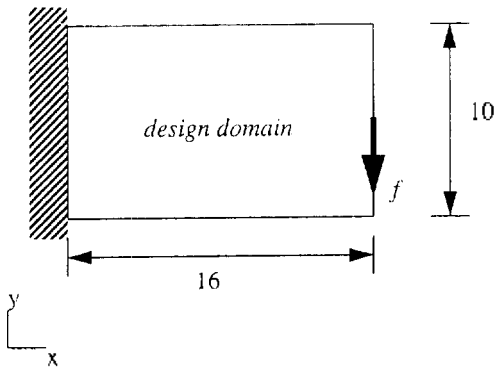
Microstructure를 도입한 topology optimization에서는 일반적으로 설계 영역의 compliance(virtual work)를 최소화한다. 구속 조건은 주어진 재료 양(material volume)이다. 따라서, 주어진 영역에서 주어진 재료를 가지고 stiff layout을 구하는 것으로 아래와 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \text{mean compliance (or total strain energy)} \\ & \text{design variables} && \\ & \text{subject to} && \\ & && \text{equilibrium equation} \\ & && \text{volume constraint} \end{aligned}$$

Microstructure의 도입으로 인한 다공성 물질(porous material)의 탄성 계수는 homogenization method를 이용하여 구하는데, 여기서 자세한 설명은 생략한다. 설계 변수의 경우 1개의 unit-cell에 각각 3개(구멍의 두 변과 방향성)가 주어지나, 설계 영역을 해석하기 위하여 나는 finite element내에서는 unit-cell이 동일하다고 하면, 설계 변수는(finite element 수) $\times 3$ 이 된다. 따라서, finite element 수는 연산 속도와 결과의

형상의 정밀도에 영향을 미친다.

그림 3에는 짧은 cantilever beam에 topology optimization을 적용한 예를 보여 주고 있다. 앞에서 언급한 microstructure를 적용한 결과가 (a)에 나타나 있다. 이 결과가 가장 stiff structure이지만, 실제로 일반 구조물 설계에서는 다공성 구조를 가공하기 힘들기 때문에 (b)와 같은 결과가 바람직 할 수가 있다. (b)의 결과는 microstructure의 탄성 계수에 가중 함수를 주어 다공성 물질을 제거한 것이다. Topology optimization의 과정은 그림 4와 같다.



design domain (16×10)  
 volume constraint: 60 (37.5% of total volume)  
 design elements: 1440 (48×30)  
 left edge: clamped  
 center of the right: -y directional force

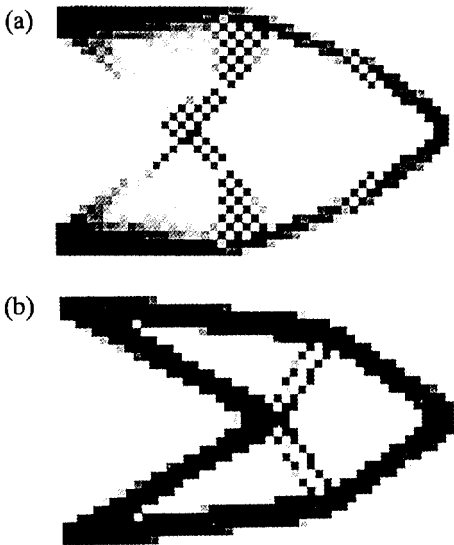


그림 3. short cantilever beam의 topology optimization.

2차원 연속체 구조물에 적용된 topology optimization은 3차원 shell, solid 문제로 확장되었다. 이어서, 진동 문제에서는 주어진 가진주파수에 대한 stiff structure를 구하거나, 주어진 주파수 영역에서 frequency response를 줄이는 구조물(multi-modal problem)을 얻었다. 열전달 문제의 응용에서는 열전도율이 높은 구조물을 얻었다. Topology optimization은 multibody, buckling 문제로도 확장되었다. 또한, 열탄성, compliance mechanism, crashworthiness에서도 시도되었다. 위에 언급한 것 외에도 다양한 microstructure의 적용도 연구되었고, 새로운 microstructure와 rank-2 물질을 이용하여 fiber-reinforced composite의 topology layout도 얻었다.

그림 3에서 보듯이, 힘이 전달되는 부분은 항상 물질이 분포한다. 따라서, 그 부분의 경계는 항상 바뀌지 않는데, 필요에 따라 힘이 가해지는 경계가 이동될 수도 있도록 하는 연구도 진행됐다.

Topology optimization에 사용되는 또 다른 microstructure는 layered microstructure(rank-2/rank-3)이다. Layered microstructure의 장점은 탄성 계수가 식으로 표현된다는 점이다: 위에서 사용된 microstructure의 effective 탄성 계수는 전산 해석을 통하여 homogenization method를 적용하여야 한다. Layered microstructure의 단점은 전단 응력이 없지만, 'self

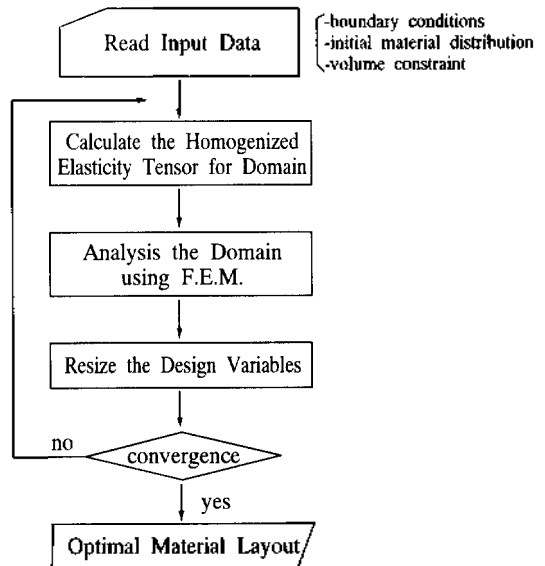


그림 4. topology optimization의 수행과정.

adaptive method'에 의하여 극복할 수 있다. Layered microstructure를 이용하여 2가지의 다른 물질의 layout도 구하였다.

그림 3에서도 나타나듯이 finite element error에 의한 checkerboard 현상의 제거, 다공성 물질의 효과적인 제거에 관하여도 많은 연구가 있었으나, 지속적인 연구가 필요하다.

목적 함수를 만족시키는 layout을 위하여 microstructure에 의한 물질의 배치 대신 적합한 탄성 계수 값을 정하는 연구도 있었다. 그리고, 이러한 구조를 만들기 위하여 주어진 탄성 계수를 만족시키는 microstructure를 inverse homogenization method를 이용하여 구하는 연구도 있었다. 구해진 microstructure는 rapid prototype 방법으로 가공되기도 한다. 향후, 가공 기술이 발달하면, 원하는 성질을 가진 구조물을 쉽게 만들 수 있다.

공학에서는 위에 언급한 topology design이 실제로 적용이 되어야 값어치가 있다. 여러 연구기관에서 topology optimization을 이용한 종합 설계 시스템(integrated system)을 제시했는데, 여기 한가지를 소개한다.

1단계: topology design을 이용하여 최적의 layout

을 구한다.

2단계: topology layout의 interpretation(image processing 이용)

이 단계에서는, 가공성 등의 조건을 고려한다.

3단계: 세부 조건을 만족시키도록 shape/sizing optimization을 한다.

4단계로 필요하다면, 시제품의 가공(예, fast prototype)을 추가 할 수 있다.

제한된 지면 때문에 자세한 내용을 다 실지는 못하였지만, 원하는 정보는 다음의 장소에서 얻을 수 있다.

- 1) Noboru Kikuchi, Professor, Dept of MEAM, University of Michigan, Ann Arbor, MI49109  
e-mail: noboru\_kikuchi@um.cc.umich.edu, <http://www-personal.engin.umich.edu/~kikuchi>
- 2) Martin Philip Bends, Professor, Mathematical Institute, The Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark
- 3) Altair Engineering (commercial software development/sales) <http://www.altair.com>
- 4) 박연규 e-mail: younkyu@samaung.co.kr