

다단계 반경-지향 알고리즘을 이용한 Fractionally Spaced 블라인드 등화

正會員 이 영 조*, 강 성 진**, 강 창 언**

Fractionally Spaced Blind Equalization using Multi-Stage Radius-Directed Algorithm

Young Jo Lee*, Sung Jin Kang**, Chang Eon Kang** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 다단계 반경-지향 알고리즘을 이용한 Fractionally Spaced(FS) 등화기에 구성한다. Fractionally Spaced 등화기는 수신 신호를 심볼을보다 빠르게 표본화하여 처리하므로 표본화 순간에 민감하지 않는 특성을 갖는다. 다단계 반경-지향 알고리즘을 적용한 Fractionally Spaced 등화기는 일반적인 블라인드 알고리즘을 적용한 경우보다 Fractionally Spaced 등화기의 특성을 그대로 유지하면서 빠른 수렴 속도에서나 수렴 후 적은 자승 평균을 갖는다. 또한 여러개의 심볼을 등화기를 독립적으로 동작시키도록 구성된 다중 모델 Fractionally Spaced 블라인드 등화기에 다단계 반경-지향 알고리즘을 적용하면 빠른 수렴 속도를 얻는다.

ABSTRACT

In this paper, the multi-stage radius-directed algorithm is applied to fractionally spaced equalizers which are insensitive to the sampling timing-phase. These equalizers exhibit good convergence characteristics when compared to fractionally spaced blind equalizers using conventional blind algorithms. Also, multi-model fractionally spaced blind equalizers, which use multiple symbol spaced blind equalizers that operate independently, converge faster than conventional fractionally spaced blind equalizers.

I. 서 론

선형 등화기는 등화기 전단의 수신필터가 채널에 의해 왜곡된 펄스에 정합되어 있다면 최적의 성능을 주게 될 것이다. 하지만, 일반적으로 수신단에서는 채널의 특성을 알 수 없기 때문에 전송된 신호 펄스에 정합된 필터를 사용하게 되므로, 표본화 순간이 중요하다. 하지만 표본화 순간은 지터와 같은 현상으로

*LG정보통신 이동통신 방식실
**연세대학교 전자공학과 정보통신 연구실
論文番號:97223-0630
接受日字:1997年 6月 30日

인해 정확하게 이루어지기가 힘들다. 특히 전송된 신호가 채널을 통과한후 주파수 대역이 심볼율보다 넓어질 경우 심볼율로 표본화된 심볼을 등화기는 실제 채널의 중첩(aliasing)이 일어난 채널에 대해 등화하는 문제점이 발생한다[1]. 중첩이 일어난 채널에서는 잘못된 표본화 때문에 상쇄와 보상 현상이 발생하며, 이로 인해서 스펙트럼 상에 골(null)이 생긴다. 심볼을 등화기는 이런 중첩이 발생하여 심한 왜곡이 생긴 채널을 적절히 등화할 능력이 없으며, 심각한 잡음 증폭현상이 발생한다. FS 등화기는 등화기 입력 단에서 심볼율보다 높게 샘플링을 한 다음, 등화기 출력 단에서 심볼율로 다시 표본화하는 등화기이므로 중첩이 발생하기 이전의 실제 채널을 등화한다. 그러므로 표본화 순간에 대해 덜 민감해지는 좋은 특성을 가지고 있다. 기존의 블라인드 등화기 역시 심볼율로 표본화하므로 어느 알고리즘을 사용하던 표본화 위상에 민감하고 잡음 증폭 현상이 발생한다. 이런 문제를 해결하기 위해 블라인드 알고리즘 역시 표본화율을 심볼율보다 높게 사용하는 FS 블라인드 등화기를 만들 수 있다[2].

심볼율보다 빠르게 표본화된 신호는 통계적 특성이 순환정적과정(cyclostationary)이다. 순환정적과정을 시간적 열로 해석할 때, 하나의 입력에 다중 출력의 벡터 정적 과정으로 해석할 수가 있으므로, FS 등화기에서 채널은 다중채널 형태로 모델링이 가능하다. 이와 같은 모델에서는 심볼당 표본화 수에 따라 부채널의 수를 정한다[3].

심볼율보다 빠르게 표본화된 신호를 사용하면 수신신호의 2차적 통계만을 가지고 블라인드 채널 예측을 할 수 있다고 Tong, Xu 그리고 Kailath가 처음 제안했다[4]. 그 후 이러한 생각을 기본으로 하여 새로운 알고리즘들이 제안되었으나 대부분의 알고리즘들이 채널을 예측하는 알고리즘으로 채널을 예측한 이후 다시 송신신호를 예측한다[5][6]. 이런 알고리즘은 대부분 채널의 예측에 사용되는 데이터가 수신되는 동안 채널이 안정적이어야만 한다는 제약조건이 있다.

이 후 여러 사람이 간접적으로 채널을 예측하고 송신 신호를 찾는 방법보다 직접적으로 송신 신호를 찾는 연구를 진행하였다[7]. Treichler 등이 심볼율보다 빠르게 표본화된 데이터를 이용하는 Constant Modulus Algorithm(CMA)을 제안하였으며[8], Ding이 FS 등

화기에서 사용된 CMA는 심볼을 등화기에서 사용한 CMA보다 덜 까다로운 조건에서 완벽히 수렴함을 증명하고, 수렴 속도 또한 향상될 수 있음을 보였다[9]. 또한 Tugnait는 채널을 여러 개의 부채널이 독립적으로 동작하는 것으로 모델링함으로써 등화기 역시 독립적 필터로 구성하여 동작하는 블라인드 등화기를 제안했다[10][11].

본 논문에서는 기존의 FS 블라인드 알고리즘의 특성을 분석하고 다단계 반경-지향 알고리즘을 적용한다[12]. 다단계 반경-지향 알고리즘은 CMA를 바탕으로 만들어진 알고리즘이므로 CMA와 비슷한 성질을 가지고 있다. 그러므로 CMA를 적용한 FS 블라인드 등화기가 가지고 있는 특성을 그대로 유지하면서도 다단계 반경-지향 알고리즘의 좋은 특성인 빠른 수렴 속도와 정상상태에서 적은 자송 평균 오차를 갖는다.

본 논문의 구성은 먼저 제2장에서 FS 등화기의 특성을 살펴보고 제3장에서 다중채널을 모델링한다. 제4장에서 CMA를 이용한 FS 블라인드 등화기를 설명하고 제5장에서 독립적으로 동작하는 다중필터 등화기를 알아본다. 제6장에서 실험을 통하여 다단계 반경-지향 알고리즘을 사용한 FS 블라인드 등화기의 우수함을 보인다.

II. FS 등화기 특성

1. 심볼율 등화기

심볼을 등화기를 주파수 영역에서 해석하면 심볼을 등화기의 한계를 알 수 있다. 등화기의 입력으로 들어오는 신호는 다음과 같다.

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n x(t - nT) + n(t) \quad (1)$$

출력 $y(t)$ 는 전송하고자 하는 데이터열 $\{I_n\}$ 과 전체 충격과 응답 $x(t)$ 의 컨벌루션 형태이다. $n(t)$ 는 부가 가우시안 잡음에 대한 여파기의 출력을 나타낸다.

식 (1)의 출력 신호는 $t = kT + \tau_0$ 에서 표본화되어 등화기에 입력된다. 결과적인 표본 신호는 다음과 같다.

$$y_k = y(kT + \tau_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n x(kT - nT + \tau_0) + n(kT + \tau_0) \quad (2)$$

나이퀴스트 정리에 의해 식 (2)로 주어지는 표본화

된 신호는 잡음을 무시할 경우, 주파수 상에서 다음과 같은 중첩 스펙트럼(folded spectrum)으로 나타난다.

$$Y_T(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T}\right) e^{j2\pi(f - \frac{n}{T})\tau_0} \quad (3)$$

여기서 등화기의 목적은 이러한 중첩 스펙트럼으로부터 심볼간의 간섭이 없는 스펙트럼을 만들어주는 것이다. K 개의 탭을 사용한 경우, 등화기 탭 계수의 주파수 영역에서 표현은

$$C_T(f) = \sum_{k=0}^{K-1} c_k e^{-j2\pi k/T} \quad (4)$$

가 된다. $C_T(f)$ 의 주기는 $1/T$ 임에 주의한다. 결과적으로 등화기의 출력은 다음과 같은 스펙트럼을 가지게 될 것이다.

$$O_T(f) = C_T(f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T}\right) e^{j2\pi(f - \frac{n}{T})\tau_0} \quad (5)$$

식 (5)에서 알 수 있는 바와 같이 심볼을 등화기는 중첩된 수신 신호의 스펙트럼에 대한 보상을 하게 된다. 즉, τ_0 에 따른 $X(f)e^{j2\pi f\tau_0}$ 의 채널 왜곡에 대한 보상을 하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다. 만일 위상 특성이 매우 나쁘거나 표본화 위상 τ_0 의 선택이 잘못된 경우, 중첩 스펙트럼 $X_T(f)$ 의 롤-오프 영역 ($|f| < 1/2T$) 근처에서 골이 발생할 수 있다. 이 경우, 심볼을 등화기에서는 골에 대한 보상을 위하여 골이 발생한 주파수 영역에 매우 큰 이득 값을 곱해주게 될 것이며, 이는 이 주파수 영역 내의 잡음까지 증폭하는 효과를 가져온다. 따라서 등화기의 출력 신호 대 잡음비는 매우 낮아진다.

2. FS 등화기

FS 등화기에서 등화기의 입력 신호는 적어도 나이퀴스트율로 표본화된다. 즉, 정합 여파기의 출력을 $1/T'$ 의 속도로 표본화하고 등화기의 탭 간격을 T' 로 한다. 이때 T' 을 선택하는 기준은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2T'} \geq \frac{1+\beta}{2T} \quad (6)$$

여기서 β 는 롤-오프 인수이다. 등화기 입력 신호의 표본화율인 $1/T'$ 은 적어도 기저대역 신호의 최고 주파

수 성분의 2배 이상으로 한다. 등화기의 전달함수 스펙트럼은 다음의 식으로 표현된다.

$$C_{T'}(f) = \sum_{k=0}^{K-1} c_k e^{-j2\pi k/T'} \quad (7)$$

만일 식 (6)의 조건이 만족된다면, $C_{T'}(f)$ 의 첫째 반복 구간이 스펙트럼의 롤-오프 영역을 포함하게 된다. 여기서 디지털 방식의 구현을 위해 T' 은 T 의 기약 분수라고 가정한다. 정합 여파기의 출력을 $1/T'$ 의 표본화율로 표본화하면 결과적인 등화기의 입력 스펙트럼은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Y_{T'}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T'}\right) e^{j2\pi(f - \frac{n}{T'})\tau_0} \quad (8)$$

이때 표본화되기 직전의 등화기의 출력 스펙트럼은

$$O_{T'}(f) = C_{T'}(f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T'}\right) e^{j2\pi(f - \frac{n}{T'})\tau_0} \quad (9)$$

으로 주어진다.

$1/T' \leq (1+\beta)/T$ 인 시스템에서 $|f| \leq 1/2T'$ 의 구간만을 생각하면, 식 (9)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$O_{T'}(f) = C_{T'}(f) X(f) e^{j2\pi f\tau_0}, \quad |f| \leq \frac{1}{2T'} \quad (10)$$

식 (10)로부터 FS 등화기는 중첩이 일어나지 않은 펄스 $X(f)e^{j2\pi f\tau_0}$ 자체를 보상함을 알 수 있다. 따라서 표본화 위상 τ_0 에 의한 채널의 왜곡을 보상할 수 있게 된다. 즉, $e^{-j0(f)}$ 형태의 위상 왜곡을 보상하기 위해 FS 등화기는 그것의 공액 전달함수 $e^{j0(f)}$ 를 만들어내게 된다. 따라서 FS 등화기는 잡음의 증폭없이 어떠한 지연 왜곡도 보상할 수 있다는 장점을 가진다. 그러므로 심볼을 등화기의 경우에 문제가 되었던 표본화 위상에 민감하지 않게 된다.

등화기의 출력은 다시 표본화율 $1/T'$ 로 표본화되기 때문에 결과적으로 표본화된 등화기의 출력 스펙트럼은 다음의 식으로 나타나게 된다.

$$O_T(f) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_{T'}\left(f - \frac{l}{T'}\right) X\left(f - \frac{l}{T'}\right) e^{j2\pi(f - \frac{l}{T'})\tau_0} \quad (11)$$

식 (5)와 식 (11)를 비교해보면, FS 등화기의 출력

스펙트럼은 등화된 성분의 합인 반면, 심볼을 등화기의 출력 스펙트럼은 중첩된 성분들의 등화임을 알 수 있다. 즉, FS 등화기를 이용하여 최적의 선형 수신기를 구현할 수 있다.

III. 다중채널 모델링

심볼율보다 높게 표본화된 데이터는 순환 정적인 특성을 갖는다. 순환 정적 과정은 시간적 열로 표현을 사용하면 하나의 입력(정보열)에 대한 여러 출력의 벡터 정적 과정으로 표현할 수 있다. 심볼당 샘플의 수가 다중 채널의 출력 수가 되고, 각각 출력에 하나의 부채널이 생성된다. 본 절에서는 심볼율보다 높게 표본화로 생긴 채널을 모델링하고 각 부채널이 독립적으로 동작함을 보인다. 또한 여러 개의 안테나를 사용하였을 경우에도 비슷한 모델링이 됨을 보인다.

식 (1)의 수신신호를 Δ 로 표본화하면, $0 \leq i \leq P-1$ 에 대하여 표본화 된 $y_k^{(i)} = y(t_0 + i\Delta + kT)$ 와 같은 $P = T/\Delta$ 개의 시퀀스 집합이 생긴다. $y_k^{(i)}$ 는 심볼 구간 T에 따라 표본화된 것으로 만약 채널의 임펄스 응답이 유한 길이 L을 가지고 있다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_k^{(i)} = \sum_{m=0}^{L-1} I_{k-m} x(t_0 + i\Delta + mT) + n_k^{(i)} \quad (12)$$

여기에서 i 는 한 심볼구간에서 i 번째 샘플을 의미하며, t_0 는 임의의 타이밍 옵셋을 나타낸다. $n_k^{(i)} = n(t_0 + i\Delta + kT)$ 는 $n(t)$ 의 표본화 값이다.

$y_k^{(i)}$ 는 다음과 같은 이산채널 임펄스 응답 $X^{(i)}$ 에 따라 달라진다.

$$X^{(i)} = [x(t_0 + i\Delta), x(t_0 + i\Delta + T), \dots, x(t_0 + i\Delta + (L-1)T)]^T \\ = [x_0^{(i)} x_1^{(i)} \dots x_{L-1}^{(i)}]^T \quad (13)$$

계속해서 수신되는 신호를 K개의 심볼 동안 표본화한 신호 $Y_k^{(i)} = [y_k^{(i)} \dots y_{k-K+1}^{(i)}]^T$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$Y_k^{(i)} = X_K^{(i)} I_n + N_k^{(i)} \quad (14)$$

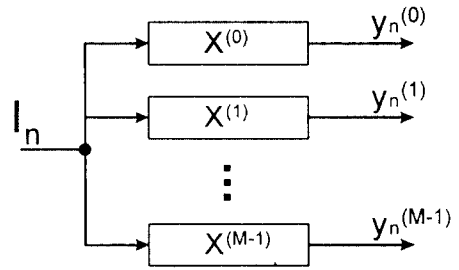


그림 1. 다중 채널 모델링
Fig. 1. Multi-channel modeling

여기서 $N_k^{(i)} = [n_k^{(i)} \dots y_{k-K+1}^{(i)}]^T$ 이고 $I_n = [I_n \dots I_{n-K-L+1}]^T$ 이다. 그리고 $X_K^{(i)}$ 는 다음과 같은 $X_K^{(i)} : K \times (L-1+K)$ 의 채널 행렬이다.

$$X_K^{(i)} = \begin{pmatrix} x_0^{(i)} & \dots & x_{L-1}^{(i)} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & x_0^{(i)} & \dots & x_{L-1}^{(i)} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & x_0^{(i)} & \dots & x_{L-1}^{(i)} \end{pmatrix} \quad (15)$$

표본화된 수신 신호의 집합은 다음과 같이 송신 신호의 같은 집합에 의존한다.

$$\begin{pmatrix} Y_n^{(0)} \\ \vdots \\ Y_n^{(M-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_n^{(0)} \\ \vdots \\ N_n^{(M-1)} \end{pmatrix} + I_n \quad (16)$$

그러므로 심볼율보다 P배 빠르게 표본화된 식(16)은 그림 1처럼 가상채널 M(=P)개를 가지고 있는 것으로 모델링 될 수 있다. 이 선형시스템은 $MK \times (L-1+K)$ 의 차원을 가지고 있다.

IV. FS 블라인드 등화기

1. FS 블라인드 등화기의 구조

일반적인 FS 등화기의 구조는 그림 2와 같다. 심볼을 데이터 $\{y_k^{(i)}\}$ 에 대하여 동작하는 K개의 탭 $\{C_k^{(i)} = (c_0 c_1 \dots c_{K-1})\}$ 을 가지는 복소 선형 등화기가 M개 필요하다. CMA를 이용한 FS 등화기는 다음과 같은 비용함수를 잡는다.

$$\Psi \left(\left| \sum_{i=0}^{M-1} z_k^{(i)} \right|^2 \right) = E \left[\left| \sum_{i=0}^{M-1} z_k^{(i)} \right|^2 - R_2 \right]^2 \quad (17)$$

여기에서 $z_k^{(i)}$ 는 i 번째 부채널에 대응되는 선형등화기의 k 번째 출력으로 다음 식과 같이 나타나며, R_2 는 CMA의 기준 반지름 값이다.

$$z_k^{(i)} = C_k^{(i)} Y_k^{(i)} \quad (18)$$

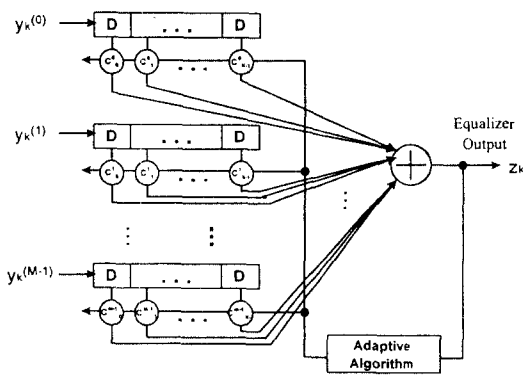


그림 2. FS 블라인드 등화기 구조
Fig. 2. FS Blind Equalizer Structure

그러므로 최종 등화기의 출력은

$$z_k = \sum_{i=0}^{M-1} z_k^{(i)} \quad (19)$$

이다.

샘플 시간 k 에서 CMA를 이용한 등화기의 계수 조정식은 다음과 같다[5][9].

$$C_{(k+1)}^{(i)} = C_k^{(i)} - \mu Y_k^{(i)} * \sum_{i=0}^{M-1} z_k^{(i)} \left[\left| \sum_{i=0}^{M-1} z_k^{(i)} \right|^2 - R_2 \right] \quad (20)$$

여기에서 $i=1, 2, \dots, M$ 이다. 등화기 필터 계수의 초기값은 기준템만 $A + j0$ 이고, 나머지는 0이다. 양의 상수 μ 는 등화기의 적응 스텝 크기를 나타낸다.

또한 다음 식과 같이 CMA를 기초로 한 다단계 반경-지향 알고리즘을 이용하여 등화기 필터 계수를 조정할 수 있다[12].

$$C_{(k+1)}^{(i)} = C_k^{(i)} - \mu Y_k^{(i)} * \sum_{i=0}^{M-1} z_k^{(i)} \left[\left| \sum_{i=0}^{M-1} z_k^{(i)} \right|^2 - M_n \right] \quad n=1, \dots, N \quad (21)$$

여기서 M_n 은 다단계 반경-지향 알고리즘의 기준 반지름이다.

2. CMA를 이용한 FS 블라인드 등화기의 수렴특성

등화기가 완벽한 등화를 수행한다면 등화기 출력은 $z_n = I_{n-d}$ 이다. d 는 지연 성분이다. 즉 등화기를 포함한 전체 채널이 오직 지연 성분만 나타낸다.

심볼을 등화기라면 완벽한 등화가 이루어졌을 때 등화기의 출력은 다음과 같이 표현이 된다.

$$O_T(f) = C_T(f) X_T(f) = e^{-j2\pi f d T} \quad (22)$$

식(22)를 바탕으로 최적의 등화기 탭 계수를 구하면

$$C_T(f) = \frac{1}{X_T(f)} e^{-j2\pi f d T} \quad (23)$$

이다.

심볼을 등화기는 특별한 지연 성분을 갖는 오직 한 개의 해를 갖는다. FS등화기에서는 등화기 입력에서 심볼을보다 빠르게 표본화한 다음, 등화기의 출력을 다시 표본화율 $1/T$ 로 표본화한다. 그러므로 식(10)과 식(11)로 부터 완벽한 등화를 위해서는 $O_T(f) = e^{-j2\pi f d T}$ 이면 됨을 알 수 있다. 등화기 출력을 $1/T$ 로 다시 표본화 한 것은 저역 통과 필터 $P(f)$ 를 통과 한 것으로 $O_T(f) = P(f)O_T'(f)$ 으로 표현할 수 있다. 만약 $O_T(f) = P(f)O_T'(f)$ 이 $1/T$ 에 대칭이기만 하면 위의 해를 가지므로 $O_T'(f)$ 에서 $O_T(f)$ 를 갖는 해는 무한히 많다. 즉 블라인드 등화기가 완벽한 등화를 한다고 가정할 때, 탭의 초기값에 관계없이 심볼을 등화기는 특별한 지연을 갖는 오직 하나만의 해를 찾아가지만, FS 블라인드 등화기는 수렴할 해가 무한하다. 그러므로 가장 가파른 경사 기법을 사용하였을 때 초기값에 가장 가까운 하나의 해를 찾아가면 되므로 심볼을 등화기 보다 빠른 수렴 속도를 얻을 수 있다.

하지만 일반적으로 FS등화기는 탭의 수를 심볼을 등화기보다 두배이상을 사용한다. 탭의 수가 많은 것은 수렴 속도를 늦게 해주는 역할을 한다. 등화기 탭

의 수(K)와 수렴 속도를 결정해주는 스텝 크기(μ)와의 관계는 다음 식과 같다.

$$\mu < \frac{2}{K(x_0 + N_0)} \quad (24)$$

여기서 ($x_0 + N_0$)는 수신된 신호전력과 잡음의 전력을 더한 것이다.

식 (24)에 의해 등화기의 탭 수가 크면 수렴을 위해서 스텝 크기 μ 의 값을 작게 해주어야 한다. 만약 같은 스텝 크기를 사용하여 수렴을 하였을 경우에도, 다음 식과 같은 관계식에 의해 정상상태에서의 자승 평균 오차가 커질 수가 있다.

$$Excess\ MSE = \frac{\mu K J_{min}(x_0 + N_0)}{2} \quad (25)$$

여기서 J_{min} 은 탭계수가 최적에 도달하였을 때의 자승 평균 오차이다. 그러므로 정상상태의 자승 평균 오차를 같게 만들어 주려면 스텝 크기를 줄여야 하고 이로 인해 수렴 속도는 느려지게 된다.

FS 블라인드 등화기는 심볼율 등화기에 비해서 수렴 속도를 빠르게 해주는 요소와 느리게 해주는 요소 두가지를 모두 가지고 있다.

V. 다중모델 FS 블라인드 등화기

FS 등화기의 다중 채널 모델링은 각 부채널이 심볼율을 갖고 독립적으로 동작하는 채널 모델링이다. 부채널이 독립적으로 동작하므로 등화기 역시 독립적으로 동작하는 별개의 블라인드 등화기들로 다중채널을 등화할 수도 있다[11]. 즉 각 부채널마다 각각의 심볼율 등화기를 달아 주는 것이다.

1. 다중모델 FS 블라인드 등화기의 구조

독립적인 심볼율 등화기를 위해서 다음 식과 같은 비유함수를 잡아서 최소화할 수 있으며, 그림 3과 같은 구조의 병렬 등화기가 된다. 심볼율 데이터 $\{y_k^{(i)}\}$ 에 대하여 동작하는 K개의 탭을 가지는 복소 선형 등화기가 M개로 구성되어 있다.

$$\Psi^{(i)}(z_k^{(i)}) = E[|z_k^{(i)}|^2 - R_2]^2 \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (26)$$

등화기의 탭 계수 조정식 역시 각 채널별로 따로 제공한다. 샘플 시간 k에서 i번째 부채널에 대한 등화기의 탭계수 벡터를 $C_k^{(i)}$ 이라하고, 입력 데이터 벡터를 $Y_k^{(i)}$ 이라 하면, 등화기의 탭 계수 조정식은 다음과 같다.

$$C_{(k+1)}^{(i)} = C_k^{(i)} - \mu_i Y_k^{(i)*} z_k^{(i)} [|z_k^{(i)}|^2 - R_2] \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (27)$$

등화기 탭 계수의 초기값은 기준탭만 $A + j0$ 이고, 나머지는 0이다. 양의 상수 μ_i 는 등화기의 적용 스텝 크기이며, 각 부채널마다 다를 수 있다. 여러 개의 블라인드 등화기를 독립적으로 사용하므로 각 등화기의 길이는 심볼율 등화기의 길이와 같게 사용한다. 등화기의 길이가 길어지지 않기 때문에 스텝 크기를 심볼율 등화기와 같게 주므로 일반 FS 블라인드 등화기에 비해 빠른 수렴 속도를 얻을 수 있다.

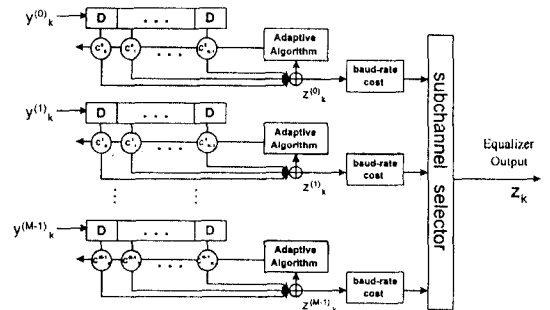


그림 3. 다중모델 FS 블라인드 등화기 구조
Fig. 3. Multi-Model FS Blind Equalizer Structure

M개의 부채널 중에서 좋은 채널과 나쁜 채널이 생기며 이에 대한 M개의 등화기 중에는 적용 정도가 우수한 등화기와 그렇지 못한 등화기가 생긴다. 이러한 등화기의 출력은 선택 기법에 따라 제일 좋은 등화기만을 선택하는 최적 선택 기법과 몇 개의 우수 등화기를 선택하여 합쳐주는 선별 선택 기법 등으로 나눌 수 있다.

2. 선택 기법을 위한 기준

우리는 학습신호를 이용할 수가 없기 때문에 어느

등화기가 적용이 잘되었는지를 알 수가 없다. 그러므로 학습신호를 이용하지 않고 수렴을 정하는 새로운 비용함수를 정의하여야 한다. CMA를 사용할 경우, Tugnait는 다음 식과 같이 각 블라인드 알고리즘에서 사용하는 오차값을 시간 축으로 평균을 구하여 이용하였다[11].

$$A^{(i)}(n) \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [|z_k^{(i)}|^2 - R_2]^2 \quad (28)$$

위 식은 다음과 같은 순환식으로 나타낼 수 있다.

$$A^{(i)}(n) = (1 - \frac{1}{n}) A^{(i)}(n-1) + \frac{1}{n} [|z_k^{(i)}|^2 - R_2]^2 \quad (29)$$

이 때, 초기값은 다음과 같다.

$$A^{(i)}(1) = [|z_1^{(i)}|^2 - R_2]^2 \quad (30)$$

등화기의 초기 과도기 위상의 영향을 줄이기 위해 $1 - \frac{1}{n}$ 대신 고정상수 $\beta (0 < \beta < 1)$ 로 대체하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$A^{(i)}(n) = \beta A^{(i)}(n-1) + (1 - \beta) [|z_k^{(i)}|^2 - R_2]^2 \quad (31)$$

여기서 β 는 비용계산을 위한 기억 길이를 결정한다.

다단계 반경-지향 알고리즘을 사용할 경우 식(28)은 다음 식과 같이 각 단계에 따라 기준 반지름의 값만 바꾸어 주면 된다.

$$A^{(i)}(n) \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [|z_k^{(i)}|^2 - M_n]^2 \quad n = 1, \dots, N \quad (32)$$

식(31) 또는 식(32)를 기준으로 하여 최적 선택 기법 또는 선별 선택 기법을 사용할 수 있다. 최적 선택 기법을 사용할 때는 최적으로 선택된 부채널 i_b 가 모든 $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ 에 대하여 $A^{(i_b)}(n) \leq A^{(i)}(n)$ 을 만족하는 i_b 를 선택하면 되고, 선별 선택 기법을 사용할 때는 다음을 만족하는 부채널 i 을 모두 선택한다.

$$\gamma A^{(i)}(n) \leq A^{(i_b)}(n) \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (33)$$

$\gamma = 0$ 일 때는 모든 부채널을 선택하는 경우이고, $\gamma = 1$

일 때는 가장 좋은 부채널 하나만을 선택하는 경우이다.

VI. 실험 결과 및 고찰

1. 실험 환경

실험에 사용한 원천 부호는 64QAM을 사용하며 더해지는 백색가산잡음은 원천신호에 비해 30dB 작게 한다. 실험에 사용한 채널에서 펄스 셰이핑은 톨-오프 인자 a 를 사용하는 상승코사인 펄스 $c(t, a)$ 로 한다. 실험에 사용한 연속적인 채널 충격파응답으로 표현하면, 다음의 식과 같다[11].

$$x(t) = \sum_{i=0}^6 h_i c(t - iT, 0.3) W_{4T}(t - iT) \quad (34)$$

여기서 T 는 심볼 구간을 나타내며, 구간 $|t| \leq 2T$ 에서 $W_{4T}(t - iT) = 1$ 이고 이외의 구간에서는 0이다. 그리고 복소 채널 임펄스 응답 h_i 는 다음식과 같다[11].

$$h_{real}(z) = -0.005 + 0.009z^{-1} - 0.024z^{-2} + 0.854z^{-3} - 0.218z^{-4} - 0.049z^{-5} - 0.016z^{-6} \quad (35)$$

$$h_{imag}(z) = -0.004 + 0.030z^{-1} - 0.104z^{-2} - 0.520z^{-3} + 0.273z^{-4} - 0.074z^{-5} + 0.020z^{-6}$$

여기서 $h_{real}(z)$, $h_{imag}(z)$ 은 각각 h_i 의 실수부와 허수부를 나타낸다.

등화기의 탭 수는 심볼을 등화기를 사용할 때 15개를 사용하고, FS 등화기(T/M, M=2, 3, 4)를 사용할 때는 $15 \times M$ 개의 등화기를 사용한다. 다중모델 FS 등화기에서는 각 심볼을 등화기마다 15개의 탭을 사용한다. 모든 등화기의 탭은 중앙값을 $2 + j0$ 로 하고 나머지는 모두 $0 + j0$ 로 한다.

사용한 스텝 크기는 심볼을 등화기와 다중모델의 등화기 모두 0.000001의 값을 이용하였다. FS 블라인드 등화기에서는 탭의 길이가 커지므로 스텝 크기를 줄여야 한다. T/2, T/3, T/4는 각각 0.0000008, 0.0000006, 0.0000004를 이용하였다. 이 값은 여러번의 실험을 통해 가장 좋은 것을 사용한 것이다. 사용한 알고리즘의 기준 반지름 값과 기준 평균값은 참고 문헌 [12]에서 사용한 것과 똑같이 사용하였다.

2. 정상도를 통한 FS 블라인드 등화기 비교

일반적으로 주파수 상에 널이 존재하는 채널에서는 선형등화기로는 보상을 해줄 수가 없다. 블라인드 등화기 역시 타이밍 오프셋에 따라 성능이 변할 것이며, 타이밍 오프셋에 의해 널이 생기면 등화기는 수렴을 못할 수도 있다. 본 절에서는 수렴 후 정상도 상에 신호의 분포가 어떻게 나오게 되는가에 따라 성능을 비교한다. 모든 정상도는 4000심볼 이후 10000심볼 동안의 신호를 표시한 것이다.

그림 4는 오프셋이 0.5T 벗어난 경우 CMA를 이용하는 등화기 출력의 분포이다. 그림 4(a)는 심볼을 등화기의 경우로 수렴을 못하여 신호를 분간하지 못함을 알 수가 있다. 그림 4(b)는 T/4의 FS 등화기 경우의 성능이다. FS 등화기는 타이밍 오프셋에 상관없이 성능을 유지하므로 오프셋이 0.5T 벗어난 경우에도 신호질을 분간할 수 있다. 그림 4(c)는 T/4 다중모델 FS의 등화기의 경우로 선별 선택기법을 사용한 경우이다. γ 는 0.95인 경우로 역시 오프셋에 상관없이 수렴 상태가 좋

음을 알 수가 있다. 그림 5은 오프셋이 0.5T 벗어난 경우에 다단계 반경-지향 알고리즘을 적용한 경우로 성질은 CMA를 이용하는 경우와 비슷하나 수렴 상태가 CMA를 사용한 경우보다 더 정확하다.

3. 정상상태에서 자승평균오차 값 비교

본 절에서는 수렴 후 정상상태에서 자승 평균 오차가 얼마나 남아 있는 가를 오프셋의 변화에 따라 비교한다. 모든 그래프는 4000샘플 이후 자승 평균 오차를 구한 것으로 열 번의 실험을 앙상블 평균을 취한 것이다.

A. FS 블라인드 등화기를 사용하였을 경우

그림 6은 FS 블라인드 등화기에서 CMA를 이용하였을 때 심볼을보다 표본화율을 더 빠르게 하면서 성능을 비교한 결과이다. 표본화를 2배, 3배, 4배 증가시키면서 타이밍 오프셋에 따른 정상상태의 자승 평

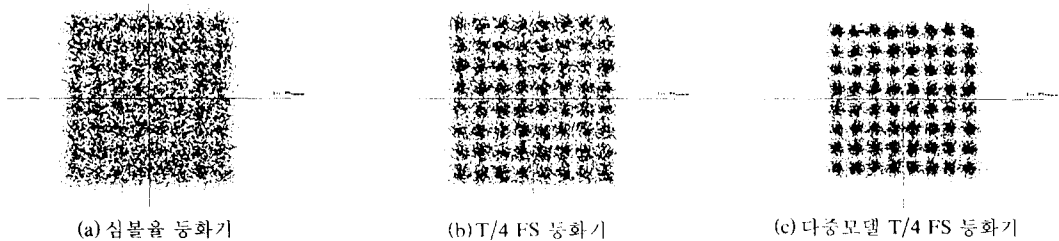


그림 4. 타이밍 오프셋이 0.5T인 경우 CMA의 성능
Fig. 4. Discrete eye diagrams at timing offset 0.5T for CMA

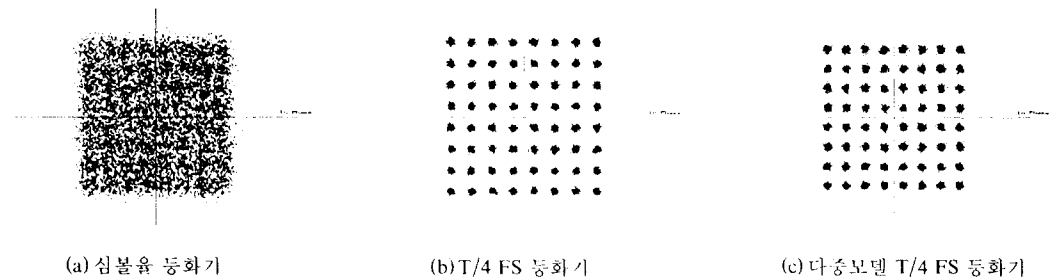


그림 5. 타이밍 오프셋이 0.5T인 경우 다단계 알고리즘의 성능
Fig. 5. Discrete eye diagrams at timing offset 0.5T for Multi-Stage RDE

균 오차 값의 변화를 그래프로 나타내었다. 타이밍 옵셋이 0.4T~0.7T의 값을 관찰하면 표본화를 증가 시킴에 따라 자승평균 오차 값이 줄어든다. 4배의 표본화를 한 경우는 타이밍 옵셋에 상관없이 안정된 자승평균 오차 값을 보여 주고 있다. 그림 7은 FS 블라인드 등화기에서 다단계 반경-지향 알고리즘을 사용한 경우의 곡선으로 CMA를 이용한 경우와 비슷한 결과를 보여준다. CMA와 다단계 반경-지향 알고리즘을 비교하면, 다단계 방식의 자승 평균 오차 값은 약 -12dB 이고, CMA는 약 -4dB로 다단계 방식이 약 -8dB의 성능 향상을 보인다.

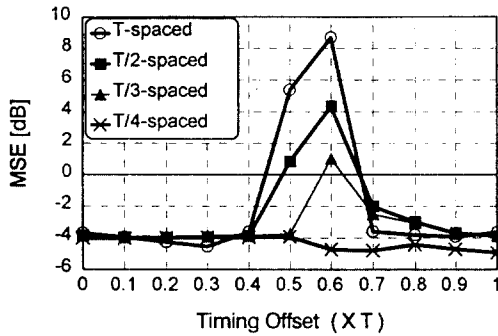


그림 6. CMA를 이용한 FS 블라인드 등화기 비교
Fig. 6. Normalized MSE for various timing offset for CMA

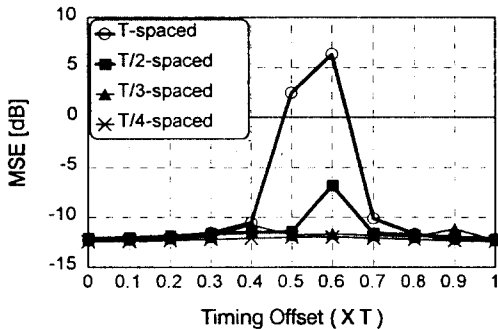


그림 7. 다단계 알고리즘을 이용한 FS 블라인드 등화기 비교
Fig. 7. Normalized MSE for various timing offset for Multi-Stage RDE

B. 다중모델의 FS 블라인드 등화기를 사용하였을 경우

그림 8의 선택 기법에 따른 비교 그래프를 보면 선별 선택 기법은 -5dB~-6dB의 자승 평균 오차를 보여주며, 등화기를 선별하는 과정에 의해 성능의 변화를 볼 수 있다. 선별 선택 기법에서 γ 는 0.95를 이용하였다. 다단계 반경-지향 알고리즘도 실험 결과 CMA를 이용하였을 경우와 비슷한 형태를 보여준다. 그림 9의 CMA와 다단계 반경-지향 알고리즘과 비교하면 다단계 방식이 약 -8dB의 적은 자승 평균 오차 값을 나타낸다.

4. FS 블라인드 등화기의 수렴 속도 비교

이 절에서는 정상상태로의 수렴 속도를 심볼을 블라인드 등화기와 비교한다. 그림 10은 CMA를 용하였을 때에 주파수 옵셋이 정확히 맞았을 경우 각 구조의 수렴 속도를 비교한다. 곡선 (1)은 심볼을 등화기의 수렴 속도이며 곡선 (2)와 곡선 (3)은 4배의 빠른 표본화 속도를 가지고 있는 FS 블라인드 등화기의 수렴 속도이다. 곡선 (2)의 FS 블라인드 등화기는 4배의 탭을 가지고 있으므로 스텝 크기를 작게 주어야 한다. 실험에서 FS 블라인드 등화기는 0.0000004와 심볼을 등화기에서는 0.000001로 더 작은 스텝 크기를 가지고 있으면서도 수렴 속도가 오히려 더 빠르게 수렴한다. 이는 앞에서 분석하였듯이 수렴하려는 해가 무한하므로 인해 초기값에 상관없이 가장 가까운 해를 찾아가면 되므로 스텝 크기가 작은 것을 보상해준다. 곡선 (3)은 다중모델의 FS 등화기로 최적 선택기법을 사용한 것이다. 다중모델의 경우 각 등화기가 독립적으로 동작을 하고, 등화기의 탭 수가 심볼을 등화기와 똑같기 때문에 스텝 크기를 줄일 필요가 없다. 그러므로 0.000001의 스텝 크기를 사용하므로 더 빠른 수렴 속도를 얻을 수 있다.

그림 11은 타이밍 옵셋이 0.5T일 경우 각 알고리즘 수렴곡선이다. 알고리즘에 상관없이 타이밍 옵셋이 0.5T로 잘못 표본화할 경우 심볼을 등화기는 40000 샘플이 지난 후에도 수렴을 하지 않음 알 수 있다. FS의 경우도 역시 수렴 속도가 느려지는 특성을 보이나 심볼을 등화기에 비해 심하지 않다. 하지만 다중모델을 사용한 경우는 수렴 속도가 계속 유지됨을 볼 수 있다.

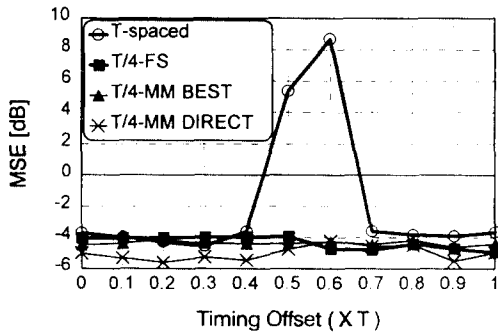


그림 8. CMA를 이용한 다중모델 FS 블라인드 등화기에서 선택기법에 따른 성능 비교

Fig. 8. Comparison of the selection method in Multi-Model Structure Using CMA

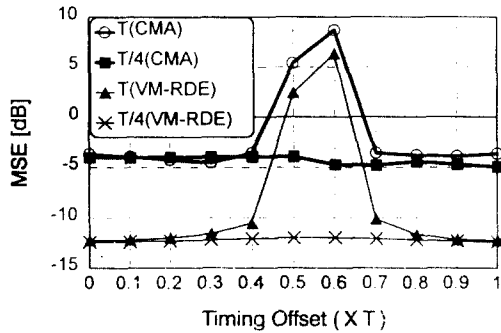


그림 9. 다중모델에서 CMA와 다단계 알고리즘의 비교
Fig. 9. Comparison Multi-Stage RDE to CMA in Multi-Model Structure

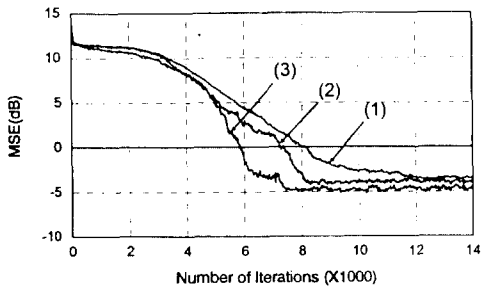


그림 10. 타이밍 오프셋이 0.0T 경우 CMA의 수렴곡선
Fig 10. The Coverage Curve at timing offset 0.0T for CMA

- 곡선 (1): 심볼율 등화기
- 곡선 (2): T/4 FS 등화기
- 곡선 (3): T/4 다중모델 FS 등화기

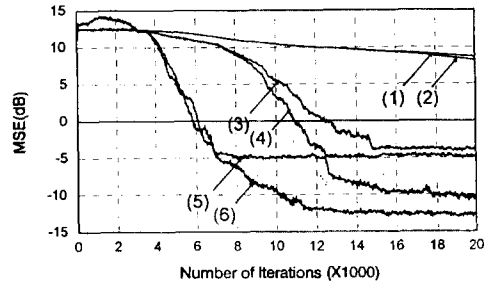


그림 11. 타이밍 오프셋이 0.5T일 경우 수렴곡선
Fig 11. The Coverage Curve at timing offset 0.5T

- 곡선 (1): 심볼율 등화기(CMA)
- 곡선 (2): 심볼율 등화기(다단계)
- 곡선 (3): T/4 FS 등화기(CMA)
- 곡선 (4): T/4 FS 등화기(다단계)
- 곡선 (5): T/4 다중모델 FS 등화기(CMA)
- 곡선 (6): T/4 다중모델 FS 등화기(다단계)

Ⅶ. 결 론

본 논문에서는 표본화 순간에 덜 민감한 FS 블라인드 등화기를 분석하였다. 심볼율보다 더 빠르게 표본화를 함으로써 채널이 중첩되기 이전의 상태를 등화해줌으로 인해 타이밍 오프셋에 따른 성능의 저하가 오지 않는 특성을 갖는다. FS 등화기는 표본화를 많이 하면 할수록 등화기의 탭의 길이가 길어지므로 스텝 크기의 크기를 줄여야 한다. 스텝 크기가 작으면 수렴 속도가 늦어지는 문제가 발생하나, 블라인드 기법을 이용하는 FS 등화기는 여러 개의 최적 계수값 중 가까운 하나를 찾아가면 되므로 수렴 속도가 심볼율 등화기보다 빠른 특성을 보인다. 또한 채널을 다중채널로 모델링함으로써 채널별로 독립적으로 동작하는 다중모델 FS 블라인드 등화기를 구성할 수 있다. 다중모델 FS 블라인드 등화기는 독립적으로 등화기들이 동작하므로 계수 조정식의 스텝 크기를 크게 줄 수 있어서 수렴 속도를 빠르게 해줄 수가 있으나, 등화기를 선택하는 알고리즘이 별도로 필요하다. 두 개의 구조에 사용되는 알고리즘으로 다단계 반경-지향 알고리즘을 적용하면 CMA에 비해서 수렴 속도가 빠르고, 정상상태에서의 자승 평균 오차가 작은 특성을 얻을 수 있다.

