

최소평균절대값삼승 (LMAT) 적응 알고리즘: Part I. 평균 및 평균자승 수렴특성

正會員 김 상 덕*, 김 성 수*, 조 성 호*

Least Mean Absolute Third (LMAT) Adaptive Algorithm : Part I. Mean and Mean-Squared Convergence Properties

Sang Duck Kim*, Seong Su Kim*, Sung Ho Cho* *Regular Members*

*본 논문은 한국과학재단(과제번호 : 95-0100-03-05-3)과 한양대학교 전자재료 및 부품 연구센터의 부분적인 연구비 지원에 의한 결과임.

요 약

본 논문에서는 고차통계에 의한 적응알고리즘 가운데 오차의 평균절대값삼승 (LMAT)을 최소화하는 알고리즘의 수렴특성에 대하여 분석하였다. 사용된 입력신호가 Gaussian 분포를 갖는다는 가정하에 알고리즘의 평균자승 추정오차와 필터계수의 평균 및 평균자승 특성에 대해 정량적인 분석을 수행하였으며, 이에 대한 관계식을 각각 유도하였다. 이론적으로 분석된 결과는 컴퓨터 모의실험에 의하여 그 타당성을 검증하였고, 이론치와 실험치와의 일치함을 확인하였다.

ABSTRACT

This paper presents a convergence analysis of the stochastic gradient adaptive algorithm based on the least mean absolute third (LMAT) error criterion. Under the assumption that the signals involved are zero-mean, wide-sense stationary and Gaussian, a set of nonlinear difference equations that characterizes the mean and mean-squared behavior of the algorithm is derived. Computer simulation results show fairly good agreements between the theoretical and empirical behaviors of the algorithm.

I. 서 론

적용필터링 알고리즘은 최소화하고자 하는 추정오차의 함수형태, 즉 비용함수(cost function)에 따라 다양한 모습을 갖는다. 특히 주어진 비용함수를 stochastic gradient 개념으로 최소화하도록 필터계수를 조

*한양대학교 전자공학과
論文番號:97177-0527
接受日字:1997年 5月 27日

정하여 최적치를 찾아내는 적응알고리즘들은, 적응 환경에 대한 구체적인 통계적 정보 없이 비교적 적은 연산량으로 실시간 구현에 적합하여 이미 통신, 신호 처리, 제어 등 폭 넓은 분야에 성공적으로 사용되고 있다.

그 가운데에서도 고차통계에 의한 적응알고리즘은 기존에 이미 널리 사용되고 있는 Least Mean Square (LMS)[1] 또는 Least Mean Absolute(LMA)[2] 알고리즘에 비해, 설계와 응용환경에 따라 거의 비슷한 연산량으로 보다 빠른 수렴속도와 정확한 추정능력 측면에서 잠재적으로 많은 장점을 갖고 있다. 따라서 이들 알고리즘은 그동안 꾸준한 관심을 받아 왔다.

그러나 현재 이들 알고리즘은 불행히도 이 같은 커다란 장점에도 불구하고 기존의 다른 알고리즘에 비해 아직 널리 이용되고 있지 못하고 있다. 그 이유는 크게 두 가지가 있어 보이는데, 첫째로는 이들 알고리즘이 기존의 알고리즘에 비해 안정도 측면에서 약간 불리하다는 데에 있고, 둘째로는 아직 이들 알고리즘에 대하여 정확한 이해가 부족하다는데 있다.

적응필터링 분야에서 추정오차의 고차통계를 이용하는 방법은 Walach와 Widrow[3]에 의한 Least Mean Fourth(LMF) 알고리즘 형태가 저음이다. 그들은 이미 정상상태에 거의 도달하였다는 매우 제한적인 가정하에 분석을 하였다. 하지만 system identification 환경에서 LMF가 LMS와 동일한 지상수를 갖는다는 조건하에, 관측잡음의 확률분포가 Gaussian인 경우를 제외한 다른 많은 잡음특성에 대해, LMF가 LMS 보다 우수한 정확도를 보인다는 등 몇가지 장점들이 정성적으로 언급되었다.

한편, Douglas와 Meng[4]의 논문에서는 최소화하려고 하는 오차의 비용함수가 memoryless이고 odd-symmetric한 임의의 nonlinear 함수로 모델링 되었다. 그리고, system identification모드에서 환경잡음의 확률분포에 따라 적절하게 비선형 비용함수가 정의됐을 때, 가장 최적의 성능을 얻을 수 있음을 보였다. 또한 Pei와 Tseng[5]은 임의의 정수 p 에 대하여 오차의 최소평균절대값 p 승을 최소화하는 Least Mean p -Power (LMP) 적응알고리즘에 대하여 연구하였다. 하지만, 이들의 연구 내용에는 제약적인 가정과 근사화 과정이 포함되어 있으며, 고차통계 알고리즘에 대해 아직 정확한 이해를 가졌다고 하기에는 부족함이 있다.

본 논문에서는 고차통계 알고리즘 가운데 지금까지 분석이 거의 없었던 least mean absolute third(LMAT) 알고리즘에 대한 수렴특성을 정량적으로 분석하였다. 사용된 입력신호가 Gaussian 분포를 갖는다는 가정하에 LMAT 알고리즘의 평균자승추정오차와 필터계수의 평균 및 평균자승 특성에 대해 정량적인 분석을 수행하였으며, 이에 대한 관계식을 각각 유도하였다. 이론적으로 유도된 결과는 컴퓨터 모의실험에 의하여 그 타당성을 검증하였고, 이론치와 실험치가 거의 일치함을 확인하였다. 한편, LMAT 알고리즘과 LMS 및 sign 알고리즘과 같은 기존의 경쟁 알고리즘들 간의 성능에 관한 비교연구는, 본 논문의 연장인 Part II에서 언급하도록 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II절에서 LMAT 알고리즘의 수렴특성에 대한 분석과 수식유도를 한다. III절에서는 컴퓨터 모의실험을 통하여 LMAT 알고리즘의 이론치와 실험치를 비교하고, IV절에서 결론을 맺는다.

II. LMAT알고리즘의 수렴특성

이제 Reference 입력 $x(n)$ 을 이용하여 Primary 입력 $d(n)$ 을 추정하는 문제를 생각해 보자. 이를 위해 Reference 입력벡터 $X(n)$ 을 $x(n)$ 의 현재와 과거 $N-1$ 샘플로 다음과 같이 정의한다.

$$X(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T. \quad (1)$$

분석하고자 하는 LMAT 알고리즘은 순간추정오차의 절대값삼승 $|e(n)|^3$ 값이 stochastic gradient 개념으로 최소화되도록 필터계수를 조정한다. 따라서 LMAT 알고리즘의 필터계수 $H(n)$ 에 대한 update식은 다음과 같이 표현된다.

$$H(n+1) = H(n) + \mu X(n) e^2(n) \text{sign}[e(n)], \quad (2)$$

여기서, μ 는 양수의 적응상수이고, 시간 n 에서의 추정오차신호 $e(n)$ 은

$$e(n) = d(n) - H^T(n) X(n), \quad (3)$$

$$\text{sign}[e(n)] = \begin{cases} 1 & \text{if } e(n) \geq 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

과 같이 주어진다. 식(2)에서 알 수 있듯이, LMAT 알고리즘은 매 iteration 당 $N+2$ 개의 곱셈연산이 필요하다.

수식전개에 앞서 주요 Notation들을 정의해 보자. 추정하고자 하는 시스템의 최적계수벡터 H_{opt} 는 다음과 같이 주어진다.

$$H_{opt} = R_{XX}^{-1} R_{dX}. \quad (5)$$

여기서

$$R_{XX} = E\{X(n)X^T(n)\}, \quad (6)$$

$$R_{dX} = E\{d(n)X(n)\}, \quad (7)$$

는 각각 입력신호벡터 $X(n)$ 의 자기상관행렬 및 $X(n)$ 과 $d(n)$ 의 상호상관벡터를 나타내며, $E\{\cdot\}$ 은 $\{\cdot\}$ 의 통계적 기대치이다. 필터계수의 misalignment 벡터 $V(n)$ 과 $V(n)$ 의 자기상관행렬 $K(n)$ 을 각각 다음과 같이 정의한다.

$$V(n) = H(n) - H_{opt}, \quad (8)$$

$$K(n) = E\{V(n)V^T(n)\}. \quad (9)$$

이제 식(2)와 (8)을 이용하여 LMAT 알고리즘에 대한 misalignment 벡터식을 다시 쓰면

$$V(n+1) = V(n) + \mu X(n) e^2(n) \text{sign}[e(n)] \quad (10)$$

이다.

한편 최적상태에서의 추정오차 $e_{\min}(n)$ 은

$$e_{\min}(n) = d(n) - X^T(n) H_{opt} \quad (11)$$

로 주어지며, 식(4), (8)과 (9)를 이용하여 다음과 같은 표현식을 얻을 수 있다.

$$e(n) = e_{\min}(n) - X^T(n)V(n). \quad (12)$$

마지막으로, 평균자승오차 및 최소평균자승오차를 각각 다음과 같이 정의하자.

$$\sigma_e^2(n) = E\{e^2(n)\}, \quad (13)$$

$$\xi_{\min} = E\{e_{\min}^2(n)\}. \quad (14)$$

LMAT 알고리즘의 수렴특성에 대한 분석은 필터계수의 update식에 고차의 오차신호가 있어서 LMS 또는 sign 알고리즘보다 매우 복잡하다. 이제 LMAT 알고리즘의 수렴특성에 대한, 보다 용이한 수학적 분석을 위해 다음과 같은 가정을 한다.

(가정 1) $d(n)$ 과 $X(n)$ 은 평균이 0이고, Wide-Sense Stationary하며, Jointly Gaussian Process이다.

(가정 2) 시간 n 과 k 에 대하여 만약 $n \neq k$ 이면 입력 Pair $\{d(n), X(n)\}$ 는 서로 독립적이다.

위의 (가정 1)은 알고리즘 전체 분석에 있어 매우 중요한 것으로, 이 가정하에서는 (3)에 주어진 추정오차 $e(n)$ 이 필터계수벡터 $H(n)$ 에 대하여 평균이 0인 조건부(conditional) Gaussian을 만족하게 된다. (가정 2)는 소위 독립가정(independence assumption)이라 불리우는데, 실제하고는 잘 맞지 않아 보이지만 μ 가 충분히 작게 선택된다면 타당성이 있는 가정으로, 현재 유사 연구분야에서 널리 이용되고 있다[6]. 또한 (가정 2)에서, R_{XX} 의 특성에 대하여는 제한을 두지 않았으며, white 신호라고 가정하는 것과 혼동해서는 안되겠다.

이제, LMAT 알고리즘의 평균특성을 살펴보자. 식 (10)의 양변에 통계적 기대치를 취하여 다음을 얻는다.

$$E\{V(n+1)\} = E\{V(n)\} + \mu E\{X(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]\}. \quad (15)$$

식(15)의 오른쪽 마지막 항의 기대치는 다음 관계식을 이용하여 전개한다. 즉, 임의의 Borel 함수 $G(\cdot)$ 와 평균이 0이고 jointly Gaussian 랜덤변수인 x_1 과 x_2 에 대하여[7]

$$E\{x_1 G(x_2)\} = \frac{E\{x_2 G(x_2)\} E\{x_1 x_2\}}{E\{x_2^2\}} \quad (16)$$

이 만족된다. 이것과 (가정 1)을 이용하여 다음식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} E\{X(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]\} \\ &= E\{E[X(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]|V(n)]\} \\ &= E\left\{\frac{E\{e^3(n)\text{sign}[e(n)]|V(n)\}E\{X(n)e(n)|V(n)\}}{E\{e^2(n)|V(n)\}}\right\} \\ &= E\left\{\frac{1}{\sigma_{e|V}^2(n)}E\{|e(n)|^3|V(n)\}E\{X(n)e(n)|V(n)\}\right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$\sigma_{e|V}^2(n) = E\{e^2(n)|V(n)\} \quad (18)$$

을 나타낸다. 식(17)을 더욱 간단히 하기 위해 Gaussian 분포의 특성과 orthogonality principle을 이용하면

$$E\{|e(n)|^3|V(n)\} = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_{e|V}^3(n) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} E\{X(n)e(n)|V(n)\} &= E\{X(n)[e_{\min}(n) - X^T(n)V(n)]|V(n)\} \\ &= -R_{XX}V(n) \end{aligned} \quad (20)$$

을 얻는다. 이제 식(19)와 (20)을 (17)에 대입하면

$$\begin{aligned} E\{X(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]\} \\ &= E\left\{\frac{1}{\sigma_{e|V}^2(n)}2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_{e|V}^3(n)R_{XX}V(n)\right\} \\ &\approx -2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_e(n)R_{XX}E\{V(n)\} \end{aligned} \quad (21)$$

이 된다. 식(21)에는 다음과 같은 근사치

$$E\{\sigma_{e|V}(n)V(n)\} \approx \sigma_e(n)E\{V(n)\} \quad (22)$$

가 사용되었는데, 이는 [8]을 비롯한 많은 논문에서 이미 널리 사용되고 있는 것으로 작은 값의 μ 를 사용할 때 타당한 것으로 알려져 있다. 그러므로 식(21)을

(15)에 사용하여, 다음과 같이 LMAT 알고리즘의 misalignment 벡터에 대한 평균특성을 얻는다.

$$E\{V(n+1)\} \approx \left[I_N - 2\mu\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_e(n)R_{XX} \right] E\{V(n)\}. \quad (23)$$

이를 다시 계수벡터 $H(n)$ 에 대해 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E\{H(n+1)\} &\approx \left[I_N - 2\mu\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_e(n)R_{XX} \right] E\{H(n)\} \\ &\quad + 2\mu\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_e(n)R_{dX}. \end{aligned} \quad (24)$$

LMAT 알고리즘의 평균특성 $E\{V(n)\}$ 이 제로벡터 0_N 으로 (또는 $E\{H(n)\}$ 이 H_{opt} 으로) 수렴하기 위한 수렴인자 μ 에 대한 조건(충분조건)은 식(23)으로부터 다음과 같이 얻어진다. 즉,

$$0 < \mu < \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\lambda_{\max}}\sigma_e(n)}, \quad \forall n. \quad (25)$$

식(25)에서 볼 수 있듯이, LMAT 알고리즘의 수렴특성에 대한 μ 의 상한치에는 시변함수 $\sigma_e(n)$ 이 존재한다. 여기서 우리는 LMAT 알고리즘의 수렴특성이 불행히도 적응필터의 초기조건에 크게 의존한다는 사실을 알 수 있다. 다시 말해, μ 값을 선택할 때 주어진 식(25)의 상한치 이내가 되기 위해서는, LMAT 알고리즘의 초기 추정오차전력값이 너무 커지지 말아야 하며, 따라서 알고리즘의 초기조건 선택이 매우 중요하다 하겠다.

이제 평균자승추정오차 $\sigma_e^2(n)$ 에 대한 식을 유도해 보자. 식(12)를 (13)에 이용하면

$$\begin{aligned} \sigma_e^2(n) &= \xi_{\min} + E\{V^T(n)X(n)X^T(n)V(n)\} \\ &\quad - 2E\{V^T(n)X(n)e_{\min}(n)\} \end{aligned} \quad (26)$$

을 얻는다. 여기서, 식(26) 우변의 첫번째 항 ξ_{\min} 은 (11)을 (14)에 사용하여

$$\xi_{\min} = E\{d^2(n)\} - H_{opt}^T R_{dX} \quad (27)$$

과 같이 표현되며, 두번째 항은 독립가정 (가정 2)에 의하여

$$E\{V^T(n)X(n)X^T(n)V(n)\} = \text{tr}\{K(n)R_{XX}\} \quad (28)$$

와 같이 표현된다. 식(28)에서 $K(n)$ 은 (9)에 정의되었고, $\text{tr}\{\cdot\}$ 는 $\{\cdot\}$ 의 trace값을 나타낸다. 한편 식(26) 우변의 마지막 항에 있는 기대치는 orthogonality principle 과 독립가정에 의해 0이 된다. 그러므로 평균자승오차 $\sigma_e^2(n)$ 에 대한 관계식은 다음과 같다.

$$\sigma_e^2(n) = \xi_{\min} + \text{tr}\{K(n)R_{XX}\}. \quad (29)$$

이번에는 LMAT 알고리즘의 misalignment 벡터의 평균자승특성에 대한 관계식을 유도해 보자. 식(9)에 (10)을 이용하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} K(n+1) &= K(n) + \mu^2 E\{X(n)X^T(n)e^4(n)\} \\ &\quad + \mu E\{V(n)X^T(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]\} \\ &\quad + \mu E\{X(n)V^T(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]\} \end{aligned} \quad (30)$$

식(30)의 우변 세번째 항은 (가정 1)과 (가정 2), 그리고 식(21)을 유도할 때 이용된 방법을 그대로 적용하여

$$\begin{aligned} E\{X(n)V^T(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]\} &= E\{V(n)E\{X^T(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]|V(n)\}\} \\ &= -2\sqrt{\frac{2}{\pi}} E\{\sigma_{e|V}(n)V(n)V^T(n)R_{XX}\} \\ &\approx -2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_e(n)K(n)R_{XX} \end{aligned} \quad (31)$$

와 같이 간단히 할 수 있다. 식(31)의 마지막 부분의 표현에는 다음 근사식이 이용되었다.

$$E\{\sigma_{e|V}(n)V(n)V^T(n)\} \approx \sigma_e(n)K(n). \quad (32)$$

마찬가지 방법으로, 식(30) 우변의 마지막 항은 다음과 같다.

$$E\{X(n)V^T(n)e^2(n)\text{sign}[e(n)]\} \approx -2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_e(n)R_{XX}K(n). \quad (33)$$

식(30) 우변의 두번째 항에 있는 기대치를 간단히

하기 위해서는, Gaussian 분포가 갖는 다음 특성이 이용되었다. 즉, 세계의 랜덤변수 x_1, x_2, x_3 는 각각 평균이 0인 jointly Gaussian 랜덤변수들이라 하자. $r_{ij} = E[x_i x_j]$ 라고 한다면 다음 관계가 만족된다.

$$E\{x_1 x_2 x_3^4\} = 3r_{33}[r_{12}r_{33} + 3r_{13}r_{23}]. \quad (34)$$

이제, 식(30)의 우변 두번째 항을 간단히 할 준비가 되었다. 우선

$$E\{X(n)X^T(n)e^4(n)\} = E\{E\{X(n)X^T(n)e^4(n)|V(n)\}\} \quad (35)$$

이므로, 여기에 식(20)의 결과와 (34)를 이용하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} E\{X(n)X^T(n)e^4(n)\} &= 3E\{E\{e^2(n)|V(n)\} \cdot [E\{X(n)X^T(n)\}E\{e^2(n)|V(n)\} \\ &\quad + 3E\{X(n)e(n)|V(n)\}E\{X^T(n)e(n)|V(n)\}]\} \\ &= 3E\{\sigma_{e|V}^2(n)[\sigma_{e|V}^2(n)R_{XX} + 3R_{XX}V(n)V^T(n)R_{XX}]\} \\ &\approx 3\sigma_e^2(n)E[\sigma_e^2(n)R_{XX} + 3R_{XX}K(n)R_{XX}]. \end{aligned} \quad (36)$$

식(36)의 유도 과정에는 식(20)의 결과와 다음 두가지 근사식을 이용하였다. 즉,

$$E\{\sigma_{e|V}^4(n)\} \approx \sigma_e^4(n), \quad (37)$$

$$E\{\sigma_{e|V}^2(n)R_{XX}V(n)V^T(n)R_{XX}\} \approx \sigma_e^2(n)R_{XX}K(n)R_{XX}. \quad (38)$$

그러므로 식(31), (33), (36)을 (30)에 대입하여, LMAT 알고리즘의 misalignment 벡터의 평균자승특성을 나타내는 관계식은

$$\begin{aligned} K(n+1) &\approx K(n) - 2\mu\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_e(n)[K(n)R_{XX} + R_{XX}K(n)] \\ &\quad + 3\mu^2 \sigma_e^2(n)[\sigma_e^2(n)R_{XX} + 3R_{XX}K(n)R_{XX}]. \end{aligned} \quad (39)$$

와 같이 표현될 수 있다. 이는 바록 근사식 형태로 표현되었지만, 컴퓨터 모의실험 결과 매우 잘 들어맞음을 알 수 있었다.

Ⅲ. 모의실험 및 고찰

앞에서 유도된 LMAT 알고리즘의 평균 및 평균자승 특성에 관한 관계식의 타당성을 검증하기 위하여 다음의 모의실험을 수행하였다. 이를 위한 실험환경으로는 3차의 적응 예측필터(adaptive prediction filter) 구조를 선택하였는데, 이 예측필터의 primary 입력신

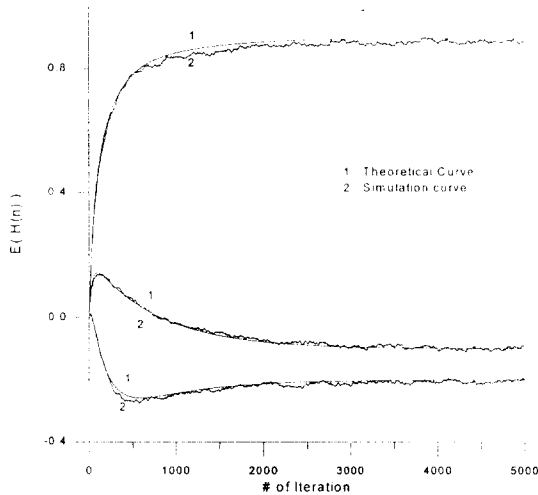


그림 1. LMAT 알고리즘의 평균특성에 대한 이론치 및 실험치의 비교

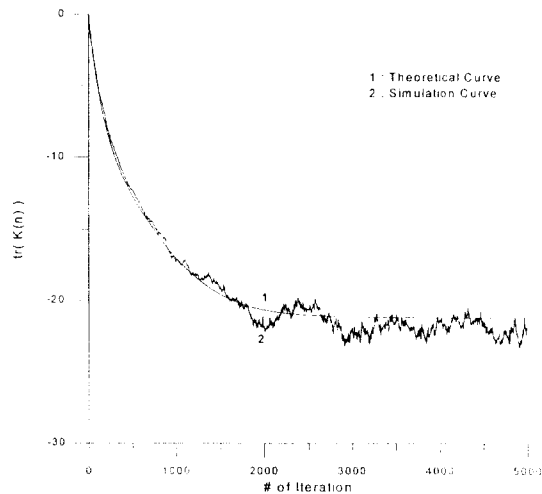


그림 2. LMAT 알고리즘의 평균자승특성에 대한 이론치 및 실험치의 비교

호 $d(n)$ 은 역시 3차의 autoregressive(AR) process로

$$d(n) = \zeta(n) + 0.9d(n-1) - 0.1d(n-2) - 0.2d(n-3) \quad (40)$$

과 같이 모델링 하였다. 여기서, AR process의 입력 $\zeta(n)$ 은 white Gaussian process로서, 평균이 0이고, $d(n)$ 의 power가 1이 되도록 그 분산값을 선택하였다. 참고로 $d(n)$ 에 대한 eigenvalue spread ratio는 약 16.3이다.

식(24)와 (39)에 각각 주어진 LMAT 알고리즘의 평균특성 $E\{H(n)\}$ 과 평균자승특성 $K(n)$ 에 대한 이론적인 결과를 실험치와 비교하였다. 이를 위한 알고리즘의 수렴상수 μ_{MAT} 는 0.009로 선택되었고, 5,000개의 샘플에 대해 40번의 독립적인 시뮬레이션을 통한 통계적 평균치를 구하였다.

실험 결과를 다음 그림에 도시하였다. (그림 1)은 LMAT 알고리즘의 세 개의 계수에 대한 평균특성을, 그리고 (그림 2)는 dB 스케일의 $E\{K(n)\}$ 에 의한 평균자승특성을 각각 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이, 관계식이 유도될 때 몇 가지 가정과 근사식이 사용되었음에도 불구하고, 평균 및 평균자승 특성 모두 이론치와 실험치가 잘 들어 맞음을 알 수 있었다.

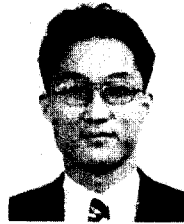
Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 이론적인 분석이 아직 많이 진행되어 있지 않은 고차통계에 의한 적응 알고리즘 가운데, LMAT 알고리즘의 통계적 수렴특성에 대한 정량적인 분석을 수행하였다. 사용된 입력신호가 Gaussian 분포를 갖는다는 가정하에 알고리즘의 평균자승추정 오차와 필터계수의 평균 및 평균자승 특성에 대해 정량적인 분석을 수행하였으며, 이에 대한 관계식을 각각 유도하였다. 이론적으로 분석된 결과는 컴퓨터 모의실험에 의하여 그 타당성을 검증하였고, 관계식이 유도될 때 몇 가지 가정과 근사식이 사용되었음에도 불구하고, 평균 및 평균자승 특성 모두 이론치와 실험치가 잘 들어 맞음을 확인하였다.

한편, LMAT 알고리즘과 기존의 LMS 및 sign 알고리즘과 같은 경쟁 알고리즘들 간의 성능에 관한 비교연구는, 본 논문의 연장인 Part II에서 언급하도록 한다.

참 고 문 헌

1. B. Widrow, et al., Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications, *Proc. of IEEE*, Vol. 63, No. 12, pp. 1692-1716, Dec. 1975.
2. S.H. Cho and V.J. Mathews, Tracking Analysis of the Sign Algorithm in Nonstationary Environments, *IEEE Trans. on Acous., Speech, and Sig. Proc.*, Vol. ASSP-38, No. 12. pp. 2046-2057, Dec. 1990.
3. E. Walach and B. Widrow, The Least Mean Fourth (LMF) Adaptive Algorithm and Its Family, *IEEE Trans. on Inform. Theory*, Vol. 30, pp. 275-283, Mar. 1984.
4. S.C. Douglas and T. Meng, Stochastic Gradient Adaptation Under General Error Criteria, *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Vol. 42, pp. 1335-1351, Jun. 1994.
5. S. Pei and C. Tseng, Least Mean P-Power Error Criterion for Adaptive FIR Filter, *IEEE Jour. on elected Areas in Communi.*, Vol. 12, pp. 1540-1547, Dec. 1994.
6. J.E. Mazo, On the Independence Theory of Equalizer Convergence, *Bell Sys. Tech. J.*, Vol. 58, pp. 963-993, May-Jun. 1979.
7. T. Koh and E.J. Powers, Efficient Methods to Estimate Correlation Functions of Gaussian Processes and Their Performance Analysis, *IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Sig. Proc.*, Vol. ASSP-33, No. 4, pp. 1032-1035, Aug. 1985.
8. V. J. Mathews and S. H. Cho, Improved Convergence Analysis of the Stochastics Gradient Adaptive Filters Using the Sign Algorithm, *IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Sig. Proc.*, Vol. ASSP-35, No. 4. pp. 450-454, Apr. 1987.



김 상 덕(Sang Duck Kim) 정회원
 1969년 5월 20일생
 1993년 2월: 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1996년 3월~현재: 한양대학교 대학원 전자공학과 석사과정
 ※주관심분야: 적응신호처리, 디지털 시스템 설계



김 성 수(Seong Su Kim) 정회원
 1970년 9월 19일생
 1996년 2월: 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1996년 3월~현재: 한양대학교 대학원 전자공학과 석사과정
 ※주관심분야: 신호처리, DSP 시스템 설계, 무선통신 시스템



조 성 호(Sung Ho Cho) 정회원
 1960년 2월 21일생
 1982년 2월: 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1984년 12월: University of Iowa 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학석사)
 1989년 8월: University of Iowa 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학박사)
 1989년 8월~1992년 8월: 한국전자통신연구소 부호기술투입연구원
 1992년 9월~현재: 한양대학교 전자공학과 조교수, 부교수
 ※주관심분야: 신호처리, 적응필터, 디지털통신, 무선통신, 정보통신 시스템