

# 반복 복원 알고리즘에서의 종료 규칙에 관한 연구

正會員 文兌鎭\*, 金仁謙\*\*, 朴圭泰\*\*\*

## Study on the Termination Rule in the Iterative Image Restoration Algorithm

Tae Jin Moon\*, In Kyeom Kim\*\*, Kyu Tae Park\*\*\* *Regular Members*

### 요 약

영상 복원의 목적은 훼손 요인을 제거하여 원 영상에 가장 근접하게 만드는 것이다. 이는 정칙화 반복 복원 방법을 통해 이루어 질 수 있다.

영상 복원 방법에서 좋은 종료 규칙은 보다 우수한 화질의 복원 영상과 보다 적은 계산량이라는 두가지 목적을 모두 만족시킬 수 있어야 한다. 이에 본 논문에서는 반복 복원 방법의 다항식적인 표현을 이용한 종료 규칙을 제안한다. 이 규칙에서는 각 반복 복원 단계에서의 복원 영상과 원 영상의 추정 오차를 구해낸 뒤, 이를 신호에 의한 오차와 잡음에 의한 오차로 구분하여, 이 둘간의 비율을 달리 적용한다. 이로써 보다 우수한 복원 영상을 보다 적은 계산량에 의해 얻을 수 있다. 이를 위해 잡음 억제 변수(Noise Suppression Parameter)라는 새로운 변수를 정의하며, 또한 임의의 잡음 정도에 대하여 적정 지점에서 반복을 중지시킬 수 있도록 하는 잡음 억제 변수의 추정식을 제안한다.

제안한 종료 규칙으로 실험한 결과 잡음이 상대적으로 많은 경우에는 최소의 mse를 갖는 지점에서, 잡음이 상대적으로 적은 경우에는 적당히 제한된 반복 횟수를 갖는 지점에서 반복을 멈추었으며 기존의 종료 규칙에 비하여 뛰어난 성능을 나타내었다.

### ABSTRACT

The goal of image restoration is to remove the degradations in a way that the restored image will best approximate the original image. This can be done by the iterative regularized image restoration method.

In any iterative image restoration algorithm, using a "better" termination rule results in both "better" quality of the restored image and "less" computation, and hence, "faster" and "simpler" practical system. Therefore, finding a

\*LG 전자 DIS Team. 연구원

\*\*안양전문대학 사무자동화과 전임강사

\*\*\*연세대학교 전자공학과 교수

論文番號:96093-0315

接受日字:1996年 3月 15日

better termination rule for an iterative image restoration algorithm has been an interesting and important question for many researchers in the iterative image restoration.

In these reasons, the new termination rule using the estimated distance between the original image and the restored image is proposed in this paper. Noise suppression parameter(NSP) and the rule for estimating NSP with the noise variance are also proposed.

The experimental results shows that the proposed termination rule is superior to the conventional methods.

## 1. 서 론

영상의 획득, 저장 또는 전송의 불완전함에 의해 대부분의 영상은 형성되거나 저장되는동안 훼손된다. 영상 복원은 훼손된 영상으로부터 훼손 요인을 제거하여 인간의 시각 특성에 가장 적합한 영상을 얻는 것을 목적으로 한다. 즉 훼손 영상으로부터 인간이 보기에 가장 선명한 영상을 제공하는 것을 최종 목적으로 한다.

영상 훼손은 원 영상의 선형 흐려짐(motion, out of focus, atmospheric)과 첨가된 가우시안 잡음에 의해 모델링 할 수 있다[1]. 이때 훼손 모델은 다음과 같다.

$$g = Hf + n \quad (1)$$

여기서  $g$ ,  $f$ ,  $n$ 은 각각 훼손 영상, 원 영상, 첨가 잡음을 의미하여, 이들은 각각 lexicographic order로 표현된 형태이다[2].  $H$ 는 영상 시스템의 점확산 함수(point spread function)이며 컨벌루션의 경우에는 불록 순환행렬이다. 이때 첨가 잡음은 측정 오차, 양자화 오차 등을 의미한다. 그러나 훼손된 영상의 점 확산 함수와 잡음의 특이성(singularity) 때문에, 영상 복원은 입력의 작은 변화에도 출력의 큰 변화를 가져오는 이른바 악 조건(ill-posed problem)이 된다. 이에 만약 역변환이 악 조건이라면, 역 해는 불안정스러운 결과를 가져온다.

악조건에 대한 올바른 해는 정칙화에 의해서 이루어진다. 정칙화는 두가지 방법에 의해 이루어 질 수 있다. 첫 번째는 직접적인 방법이고 두번째는 반복적인 방법이다[1][2][5][8][9]. 반복적인 방법은 여러 가지 이유로 인해 영상 복원 분야에서 널리 연구하고 있다. 이러한 반복적인 방법은 특히 흐려짐 함수와 같은 영상 신호에 대한 사전 정보가 있을 때, 또는 흐려

짐과 잡음 제거의 정도를 사용자가 조정하고 싶을 때 특히 우수하다. 반복 영상 복원은 크게 두가지 기법으로 나누어 처리할 수 있는데 한 기법은 정칙화 변수를 최적화하여 최적의 결과를 얻는 기법이고 다른 기법은 고정된 정칙화 변수하에서 반복 복원의 종료 규칙을 적용하여 최적의 결과를 얻는 것이다. 반복 복원은 만약 수렴한다면 직접적인 방법에서 구한 해로 접근 해갈 것이다. 반복 복원의 두드러진 특징중 하나는 수렴 이전에 반복을 멈추어 반복에 따라 커지는 잡음 증폭을 막아 원 영상에 보다 가까운 영상으로 복원할 수 있다는 것이다. 이러한 이유로 인해 종료 규칙은 반복 복원 알고리즘에서 매우 중요한 요소이다. 그러나 기존의 Katsagellos가 제안한 종료 규칙 [3]은 반복 복원시 발생 가능한 잡음 증폭이나 악조건, 특이점, 심한 과분 현상 등에 의해 복원 해가 참해에 수렴하지 않고 급격히 오차가 발산하는 경우에는 반복을 멈출 수 없으며, Sullivan이 제안한 종료 규칙[4]은 복원 영상이 단조 감소하며 해로 수렴할 경우 반복을 중지시킬 수 없다. 이에 본 논문에서는 반복 복원 방법의 다항식적인 표현을 이용한 종료 규칙을 제안한다. 이는 각 반복 복원 단계에서의 복원 영상과 원영상의 추정 오차를 구해 낸 뒤, 이를 신호에 의한 오차와 잡음에 의한 오차로 구분하여, 이 둘간의 비율을 달리 적용하여 흐려짐과 잡음이 심한 영상은 반복횟수를 줄일 수 있다. 이것은 영상내 존재하는 잡음의 경우 서로 다른 분산 값을 가지고 있는데 기존의 종료 규칙은 이러한 잡음 특성을 고려하지 않음으로 인하여 최종적인 영상 결과를 얻기 위해 반복 횟수를 늘림으로써 많은 시간을 소비하는 단점을 가지고 있다. 그러나 잡음 분산 값을 고려한 비율을 종료 규칙에 적용함으로써 보다 우수한 복원 영상을 보다 적은 계산량에 의해 얻을 수 있다. 이때 이러한 비율을 잡음 억제 변수(noise suppression parameter)라

는 새로운 용어로 정의하며, 또한 임의의 잡음 정도에 대하여 적정 지점에서 반복을 중지시킬 수 있도록 하는 잡음 억제 변수의 추정식을 제안한다. 이때 잡음 억제 변수는 영상내에 존재하는 고주파 성분만을 고려하여 처리하므로 정칙화 변수의 변화에 의한 영향을 받지 않는다. 이러한 잡음 억제 변수의 추정식을 적용함으로써 기존 종료 규칙에서 가지고 있던 단점들을 해결할 뿐만 아니라 많은 시간이 요구되는 반복 영상 복원 기법에서 적은 반복 횟수만으로 결과를 얻게 되므로 실질적인 시스템을 구현하는 것이 가능할 것으로 기대된다. 제 II 장에서 영상 복원 이론의 기초인 정칙화 영상 복원에 대하여 설명하고, III 장에서는 기존의 종료 규칙을 살펴보고 이들의 단점을 보완한 종료 규칙과 이를 위해 도입된 잡음 억제 변수의 추정식을 제안하며 IV 장에서는 제안한 종료 규칙과 기존의 종료 규칙의 실험 결과를 제시, 분석한다. 마지막으로 V 장에서는 실험 결과를 바탕으로 한 결론을 제시하였다.

## II. 영상 복원

### 1. 정칙화 영상 복원

정칙화 영상 복원은 역함수 방식을 그대로 수용하면서 점화산 함수(PSF)가 특이점(singular-point)을 갖거나 악조건(ill-condition)인 경우에도, 역함수가 가능하도록 하기 위한 영상 복원이다. 이를 위해 제한 조건  $\|g - H\hat{f}\| = \|n\|$ 를 갖는 새로운 오차 함수  $\Omega(f) = \|Cf\|$ 를 정의한다. 이 오차를 Lagrange multiplier를 도입함으로써 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\varphi(\hat{f}) = \|g - H\hat{f}\|^2 + \alpha \|C\hat{f}\|^2 \quad (2)$$

여기서  $g$ 는 훼손 영상이고,  $\hat{f}$ 는 추정된 영상이며  $C$ 는 정칙화 연산자로서 일반적으로 고주파 필터가 쓰이고,  $\|\cdot\|$ 는 벡터의 norm을 의미한다.  $\alpha$ 는 정칙화 변수로서 잡음 증폭을 억제하고 파문 현상(ringing effect) [8]을 줄이기 위해 사용되며 흐려짐에 의한 오차와 잡음 증폭에 의한 오차의 타협 관계(trade off)를 고려해서 훼손된 영상이 최적의 화질을 갖는 영상으로 복원되도록 주어진다. 식(2)에서 정의된 오차 함수를 최소화시키는 방법을 정칙화 복원 방법이라 한다.

## III. 종료 규칙

### 1. 기존의 종료 규칙

지금까지 널리 알려진 종료 규칙으로는 Katsaggelos가 제안한 규칙과 Sullivan이 제안한 규칙이 있다. 먼저 Katsaggelos가 제안한 규칙[5]은 다음과 같다.

$$\frac{\|\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1}\|}{\|\hat{f}_k\|} \leq 10^{-\rho} \quad (3)$$

이때  $\hat{f}_k$ 를 반복 복원 과정에서  $k$ 번째 반복을 마친 후 얻어진 영상 벡터이다. 여기서  $\rho$ 는 실제 구현 시스템의 정확도에 따라 정해지는 상수이며  $\|\cdot\|$ 는 벡터의 기준을 의미한다. 이 규칙은  $k$ 번째 추정 영상과  $k-1$ 번째 추정 영상과의 거리가  $10^{-\rho} \cdot \|\hat{f}_k\|$  이내로 작아지면 반복을 종료시킨다. 그러나 만약  $\|f - f_k\|$ 가 단조 감소하지 않을 경우 복원 영상이 복원 과정에서 얻을 수 있는 최소 mse(평균 자승 오차)가 아닐 수 있다. 즉 반복 복원시 발생 가능한 잡음의 증폭이나 악조건, 특이점, 심한 파문 현상 등에 의해 복원 해가 원래의 해에 수렴하지 않고 급격히 오차가 발산하는 경우에는 반복을 멈출 수 없으며, 각각의  $\rho$  값을 변화시키면서 가장 좋은 결과를 얻는  $\rho$  값을 결정해야 하기 때문에 실제로 반복 복원에 적용한 경우 복원 해의 오차가 발산하지 않는 경우라 할지라도 수렴하기 전에 반복을 중지하는 등의 결점을 확인하였다. 또한 동일한  $\rho$  값을 BSNR(blurred signal to noise ratio)이 서로 다른 영상에 적용하는 경우 결과가 수렴하지 않는 경우도 발생하였다.

이러한 현상을 막기 위해 Sullivan은 수렴 속도에 근거하지 않고, 원 영상과 복원 영상과의 거리를 추정하여 이를 근거로 반복을 중지하고자 하였다[4].

식(2)에서 정의된 오차를 steepest descent 알고리즘에 의해 최소화하는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{f}_0 &= \gamma H^T g \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k - \gamma (-H^T (g - H\hat{f}_k) + \alpha C^T C \hat{f}_k) \\ &= \gamma H^T g + (I - \gamma (H^T H + \alpha C^T C)) \hat{f}_k \\ &= \gamma H^T g + R \hat{f}_k \end{aligned} \quad (4)$$

로 표현되며, 이때  $I$ 는 항등 행렬,  $\gamma$ 는 구간 폭을 의미하며  $R$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$R \triangleq I - \beta(H^T H + \alpha C^T C)$$

반복적인 방법에는 두 가지 중요한 관심사가 있다. 수렴하는가? 만약 수렴한다면 어느 한도까지 수렴하는가? 이를 살펴보기 위해 위 식을 행렬의 다항식으로 표현해보면 다음과 같다[2].

$$\begin{aligned} \hat{f}_k &= \gamma \sum_{i=1}^k R^i g \\ &= \gamma(I - R)^{-1}(I - R^{k+1})g \end{aligned} \quad (5)$$

이러한 표현은  $(I - R)$ 이 역변환 가능할 때 이루어진다.

이제  $H, H^*, C, C^*$ 가 같은 고유벡터(eigen vector)집합  $\{v_{mn}\}$ 을 갖고,  $\{\lambda_{mn}\}$ 과  $\{\sigma_{mn}\}$ 은 각각  $H$ 와  $C$ 의 고유치의 집합이라 하고,  $(\cdot, \cdot)$ 은 두 벡터의 내적을 의미하며, 내적  $(f, v_{mn}), (g, v_{mn})$ 이 각각 원 영상의 푸리에 변환, 흐려진 영상의 푸리에 변환된 값이라 하자. 반복이 계속됨에 따라  $\hat{f}_k$ 는 다음 값으로 수렴할 것이다.

$$\hat{f}_\infty = \sum_{mn} \frac{\lambda_{mn}^*}{\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2} (g, v_{mn}) v_{mn} \quad (6)$$

이때 수렴 조건은 다음과 같다.

$$|1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2)| < 1 \quad \forall m, n \quad (7)$$

수렴 조건에 대한 보다 자세한 내용은 참고 문헌[6]에 나와 있다.

첨가된 잡음에 의해 해가 원 영상으로부터 멀어지게 되는데, 이 떨어진 거리는 다음과 같은 오차 한계(error bound)를 갖는다.

$$\begin{aligned} \|f - \hat{f}_k\| &= \left\| \sum_{mn} \left\{ (f, v_{mn}) - \frac{\lambda_{mn}^*}{\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2} [1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2))^{k+1}] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot [\lambda_{mn}(f, v_{mn}) + (n, v_{mn})] \right\} v_{mn} \right\| \\ &< \sum_{mn} \left| \frac{\alpha \sigma_{mn}^2 + \lambda_{mn}^2 (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2))^{k+1}}{\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2} \right| |(f, v_{mn})| \end{aligned}$$

$$+ \sum_{mn} \left| \frac{\lambda_{mn}^* [1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2))^{k+1}]}{\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2} \right| |(n, v_{mn})| \quad (8)$$

이에 약간의 수학적적인 과정을 거쳐 Sullivan은 다음과 같은 종료 규칙을 제안하였다. 반복은 다음 부등식을 만족할 때 중지된다.

$$\begin{aligned} E(\|f - \hat{f}_k\|^2) &\leq \sum_{mn} \left| \frac{\alpha \sigma_{mn}^2 + \lambda_{mn}^2 (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2))^{k+1}}{(\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2) \lambda_{mn}} \right|^2 \delta^2 \\ &\quad + \sum_{mn} \left| \frac{\lambda_{mn}^* [1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2))^{k+1}]}{\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2} \right|^2 e^2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\triangleq E_1(k) + E_2(k) \quad (10)$$

여기서  $E_1(k), E_2(k)$ 는 수식 (9)의 첫번째, 두번째 부분을 의미한다. 이때 잡음은 평균이 0이라고 가정할 수 있으므로, 각각의 화소당 분산  $var(n)$ 을 이용하여 영상 전체의 잡음에너지  $e^2 = N^2 var(n)$ 을 구할 수 있으며, 또한 이때 흐려진 영상과 잡음은 무관계(un-correlate)하므로  $\delta^2 = g^T g - e^2$ 에 의해 흐려진 영상의 에너지를 구할 수 있다[4].

그러나 만약 이 추정 거리가 단조 감소하며 수렴한다면 이 종료 규칙은 반복을 중지시킬 수 없으며 실험을 통하여 잡음의 양이 적은 경우 이를 확인할 수 있었다.

이에 본 논문에서는 원 영상과 복원된 영상과의 추정된 거리를 이용하여 반복을 종료시키되, 이 거리가 단조 감소하는 경우에도 종료시킬 수 있는 규칙을 제안하였다. 이 규칙으로 복원 영상이 최소의  $mse$ 에 근접한 원하는 값을 가질 수 있도록 반복을 종료시킬 수 있다.

## 2. 제안한 종료 규칙

수식 (9)에서 구해진 오차 한계(error bound)는 두 개의 부분을 갖는다. 첫 번째 부분  $E_1(k)$ 는 반복이 계속됨에 따라 단조 감소하면서 다음의 값에 수렴하며, 이는 복원된 영상에서의 흐려짐 제거(deblurring) 정도를 의미한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_1(k) = \sum_{mn} \left| \frac{\alpha \sigma_{mn}^2}{\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2} \right| |(f, v_{mn})| \quad (11)$$

두 번째 부분  $E_2(k)$ 는 잡음 증폭 오차로서, 반복이 계속됨에 따라 단조 증가하여 다음의 값에 접근해 간다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_2(k) = \sum_{m,n} \left| \frac{\lambda_{mn}^*}{\lambda_{mn}^2 + \alpha \sigma_{mn}^2} \right| | (n, v_{mn}) | \quad (12)$$

따라서  $k$ 가 증가함에 따라  $E_1(k)$ 는 작아지고  $E_2(k)$ 는 커지므로, 수렴 조건을 만족하는 경우 이들의 합은 대략 다음 두 가지 형태로 수렴한다. 첫째, 훼손된 영상에 잡음의 양이 상대적으로 많은 경우에는  $E_2(k)$ 의 증가 속도가 상대적으로 크므로 증폭이 매우 심하게 되어 이들의 합이 처음에는 줄어들다가 다시 증가한 후 수렴 값에 접근한다. 이를 그림 1에 도시하였다. 둘째, 훼손된 영상에 잡음의 양이 상대적으로 적은 경우에는  $E_2(k)$ 의 증가 속도가 상대적으로 작으므로 이들의 합이 단조 감소하며 수렴 값에 접근한다. 이를 그림 2에 도시하였다.

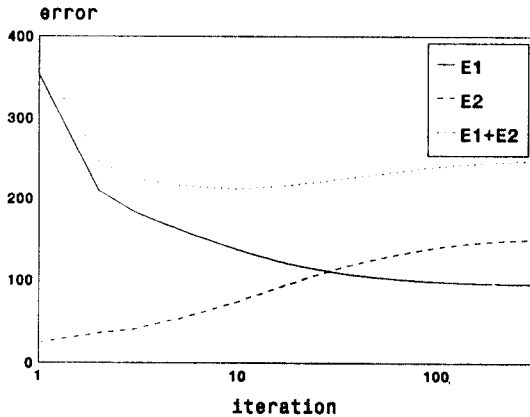


그림 1. BSNR 11dB 영상의 반복에 따른 오차의 변화  
Fig. 1 The variation of error by the iteration of BSNR 11dB image

따라서 Katsaggelos의 종료 규칙은 전자의 경우에 최소  $mse$  지점을 지나쳐 상당히 커진  $mse$ 에서 반복을 멈추게 된다. 또한 Sullivan의 종료 규칙은 후자의 경우에  $E_1(k) + E_2(k)$ 가 단조 감소하므로 반복을 멈출 수가 없다.

본 논문에서 제안한 종료 규칙은 두 가지 경우 모두 최소  $mse$ 에 근접한 적당한 지점에서 반복을 종료시킬 수 있으며, 이를 위해 noise suppression param-

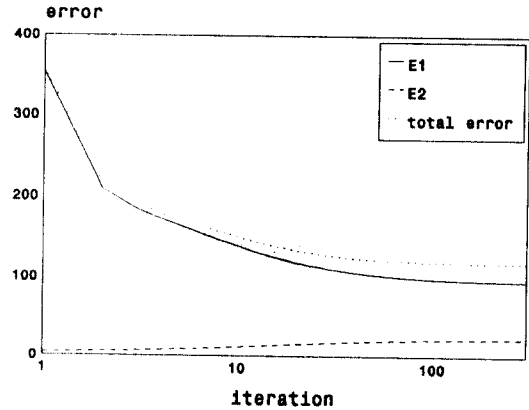


그림 2. BSNR 20dB 영상의 반복에 따른 오차의 변화  
Fig. 2 The variation of error by the iteration of BSNR 20dB image

ter(NSP)라는 새로운 변수를 도입한다. 즉 잡음에 의한 오차값을 상대적으로 높여 종료 규칙에 적용한다. 이때 NSP 추정식에 의하여 NSP는 1보다 큰 값을 가지므로 다음의 관계를 만족한다.

$$E \{ \|f - \hat{f}_k\|^2 \} \leq E_1(k) + E_2(k) \leq E_1(k) + \mu E_2(k) \triangleq E \{ \|f - \hat{f}_k\|_{NEW}^2 \} \quad (13)$$

여기서  $\mu$ 는 NSP이다. 만약 위 식에 의해 계산된 값이 증가할 경우 반복을 중단시킨다. 이때 NSP의 추정식에 의하여 local minima가 발생하는 경우는 근본적으로 해결이 되지 않으며 실험상에서 오차값이 연속하여 3번의 증가 현상을 보일때를 최종적인 종료점으로 설정하였다.

이때 만약 훼손된 영상에 잡음이 상대적으로 많이 존재한다면 실제 거리  $\|f - \hat{f}_k\|$ 가 감소하다가 다시 증가하여 수렴하므로 NSP를 1에 가깝게 하여 최소  $mse$ 를 갖는 지점에서 멈추게 하고, 훼손 영상에 잡음이 상대적으로 적게 존재할 경우에는  $E_2(k)$ 의 증가율이  $E_1(k)$ 의 감소율 보다 작아  $\|f - \hat{f}_k\|$ 가 단조 감소하므로 NSP를 크게 해주어  $\|f - \hat{f}_k\|_{NEW}$ 를 단조 감소하지 않게 만들으로써 적당히 알맞은 지점에서 반복을 중단시킬 수 있다. 제안한 종료 규칙은 다음과 같은 오차 한계(error bound)를 전개하여 얻는다.

$$\begin{aligned}
 \|f - \hat{f}_k\| &= \left\| \sum_{mn} \left\{ (f, v_{mn}) - \frac{\lambda_{mn}^*}{\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2} [1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}] \right. \right. \\
 &\quad \cdot [\lambda_{mn}(f, v_{mn}) + (n, v_{mn})] \left. \right\} v_{mn} \left. \right\| \\
 &= \left\| \sum_{mn} \left\{ \frac{\alpha\sigma_{mn}^2 + \lambda_{mn}^2(1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}}{\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2} (f, v_{mn}) - \frac{\lambda_{mn}^*[1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}]}{\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2} (n, v_{mn}) \right\} v_{mn} \right\| \\
 &< \sum_{mn} \left| \frac{\alpha\sigma_{mn}^2 + \lambda_{mn}^2(1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}}{\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2} \right| |(f, v_{mn})| \\
 &\quad + \sum_{mn} \left| \frac{\lambda_{mn}^*[1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}]}{\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2} \right| |(n, v_{mn})| \quad (14)
 \end{aligned}$$

그러나 위 식에서  $(f, v_{mn}), (n, v_{mn})$ 을 알지 못하므로 다음과 같은 과정이 필요하다.

$$\begin{aligned}
 \|f - \hat{f}_k\| &= \left\| \sum_{mn} \left\{ \frac{\alpha\sigma_{mn}^2 + \lambda_{mn}^2(1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}}{(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2) \lambda_{mn}} \lambda_{mn}(f, v_{mn}) - \frac{\lambda_{mn}^*[1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}]}{\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2} (n, v_{mn}) \right\} v_{mn} \right\| \\
 &\leq \sum_{mn} \left| \frac{\alpha\sigma_{mn}^2 + \lambda_{mn}^2(1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}}{(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2) \lambda_{mn}} \right| |\lambda_{mn}(f, v_{mn})| \\
 &\quad + \sum_{mn} \left| \frac{\lambda_{mn}^*[1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}]}{\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2} \right| |(n, v_{mn})| \quad (15)
 \end{aligned}$$

이러한 과정을 거쳐 본 논문에서는 다음과 같은 종료 규칙을 제안하며, 이 값이 증가할 경우 반복을 중지한다.

$$\begin{aligned}
 E(\|f - \hat{f}_k\|_{New}^2) &\leq \sum_{mn} \left| \frac{\alpha\sigma_{mn}^2 + \lambda_{mn}^2(1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}}{(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2) \lambda_{mn}} \right| 2\delta^2 \\
 &\quad + \mu \sum_{mn} \left| \frac{\lambda_{mn}^*[1 - (1 - \gamma(\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2))^{k+1}]}{\lambda_{mn}^2 + \alpha\sigma_{mn}^2} \right| 2e^2 \quad (16)
 \end{aligned}$$

### 3. NSP 추정식

수식 (16)의 종료 규칙을 이용해 어떠한 정도의 잡음이 첨가된 영상에 대해서도 최소 *mse*를 갖는 지점에서 반복을 종료시킬 수 있다. 이때 NSP값은 실험적으로 주어진다. 이에 본 질에서는 훼손된 영상이 주어졌을 때 잡음의 양에 따라 변화되는 NSP 값을 추정할 수 있는 규칙을 제안한다. 이를 위해 본 논문에서는 영상의 평탄 영역으로부터 잡음의 분산을 추정한 뒤 [10]이 값과 이 영상로부터 얻어낼 수 있는 또 하나의 특성을 변수로 하여 NSP를 결정할 수 있는 식을 제안하였다. 영상 잡음 외의 또 하나의 특성으로서 훼손 영상을 고역 통과 여파기에 통과시킨 영상의 기준(norm)값을 이용하였다. 이는 잡음 성분이 대부분 고주파 성분으로 영상에 존재하기 때문이다. 즉 고주파 성분만을 이용하여 NSP 값을 구한다는 것을 나타낸다. 식 (19)에 NSP 추정식을 보면 알 수 있다.

본 논문에서 택한 종료 지점은 훼손 영상 *mse*와 최소 *mse*의 차이를 100%로 보고, 이 차이의 99%만을 복원하는 지점으로 하였다. 이는 이 지점까지 영상을 복원시키는데 필요한 계산량과 나머지 1%를 복원하는데 필요한 계산량이 비슷하므로, 이 지점에서 반복을 중지시키는 것이 '좋은 화질'과 '적은 계산량'이라는 실제 시스템에의 적용 목적에 부합하기 때문이다.

$$\begin{aligned}
 \text{목표 } mse &= \text{훼손 영상의 } mse - (\text{훼손 영상의 } mse \\
 &\quad - \text{최소 } mse) \times \frac{99}{100} \quad (17)
 \end{aligned}$$

이러한 목적을 위해 *BSNR* 10~40 dB 사이의 영상들에 대하여 잡음의 분산과 훼손 영상의 고주파 영역 값의 기준(norm)인  $\|C_g\|^2$ 을 조사하고, 반복 횟수에 제한을 두지 않고 실험을 하여 각 영상이 도달할 수 있는 최소 *mse*를 조사하였다. 그 뒤 이 최소 *mse*를 이용하여 각 영상에 대해 목표 *mse*를 구한 후, 이 목표 *mse*까지만 영상을 복원한 뒤 반복을 종료하는 NSP 값을 실험적으로 구하였다. 이 값들을 표 1에 나타내었다.

위에서 *BSNR*(blurred signal-to-noise-ratio)은 다음과 같이 정의된다.

$$BSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\text{훼손된 영상의 분산}}{\text{잡음의 분산}} \right) \quad (18)$$

표 1. 각 영상의 목표 mse와 그때의 NSP, 잡음 분산 그리고  $\|Cg\|^2$

Table 1. The target mse, NSP, variance of noise, and  $\|Cg\|^2$  of each image

BSNR	목표 mse	잡음 분산	$\ Cg\ ^2$	이상적인 NSP
9	304.5	225.1	16607.3	1.52
11	255.7	144.1	10785.8	1.6
12.5	225.9	100.2	7627.6	1.75
14	202.9	70.7	5509.5	2.04
16	177.7	43.7	3566.4	2.7
17	170.7	36.1	3022.2	2.93
17.5	165.7	31.5	2691.0	3.19
18.5	158.7	25.1	2233.8	3.7
19.2	154.7	21.3	1956.3	4.18
20	149.8	17.9	1712.3	4.7
20.9	145.8	14.5	1474.3	5.42
21.6	143.8	12.3	1316.0	6.3
23	139.8	9.1	1083.3	7.9
24.5	136.8	6.3	885.0	11
26.4	133.8	4.1	723.2	15.6
28	132.8	2.8	631.4	28
30	130.8	1.77	556.8	34
32	129.8	1.09	507.6	53
35	129.8	0.57	471.0	105
37	128.8	0.34	453.8	172

이때 BSNR을 기준으로 잡음이 감소하는 경우 전체적으로 화질이 개선되었다고 할 수 있다. 위 표에서 우리는 잡음의 분산이 증가함에 따라 NSP가 감소함을, 또한  $\|Cg\|^2$ 가 증가함에 따라 NSP가 감소함을 알 수 있다. 이 관계를 그림 3에 나타내었다.

이에 복원 영상이 목표 mse를 갖는 지점에서 반복을 종료시키기 위한 추정 NSP( $\hat{NSP}$ )는 수식 19와 같이 정의할 수 있다.

$$\hat{NSP} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{a_i}{(\sigma^2)^i} + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{b_j}{(\|Cg\|^2)^j} \quad (19)$$

여기서  $a_i, b_j$ 는 곡선 추정 기법(curve fitting routine)을 이용하여 구할 수 있다.

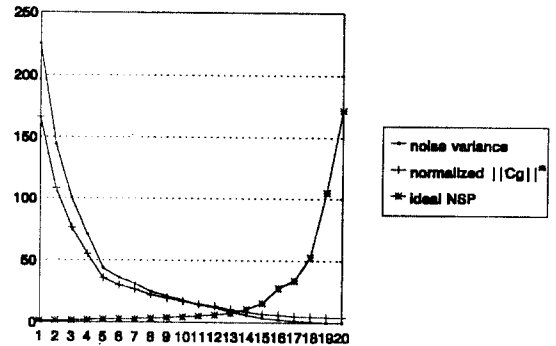


그림 3. 잡음 분산,  $\|Cg\|^2$ 과 이상적인 NSP와의 관계  
Fig. 3 The relation of variance of noise,  $\|Cg\|^2$ , and ideal NSP

#### IV. 실험 결과 및 고찰

##### 1. 제안한 종료 규칙에 관한 실험

이 절에서는 제안한 종료 규칙을 적용한 실험 결과를 나타내었다. 본 논문에서 사용한 영상은  $256 \times 256$ 의 크기를 갖는 'Lena' 영상으로 그림 4에 보여지며, 사용되어진 점 확산 함수는 길이 9 화소의 동적 흐려짐(motion blurring)으로 하였다. 또한 정칙화 연산자 C로는  $3 \times 3$ 의 라플라시안 연산자를 사용하였고 정칙화 변수로는 0.003의 실험적인 값을 사용하였다. 복원 과정에서 사용된 구간 폭은 1.3이다. 훼손 영상  $g$ 는 동적 흐려짐에 의해 흐려진 영상에 가우시안 백색 잡음을 첨가하였다. 이 훼손 영상을 그림 4(a), 4(b)에 보였다.



그림 4. Lena 원영상  
Fig. 4 Lena image



그림 4(a). BSNR 20dB의 흐려진 영상  
Fig. 4(a) The blurred image of BSNR 20dB



그림 4(b). BSNR 11dB의 흐려진 영상  
Fig. 4(b) The blurred image of BSNR 11dB

먼저 BSNR 11, 20dB 영상에 대하여 NSP를 변화시켜 가며 제한한 종료 규칙을 반복 복원 과정에 적용하였다. 실험 결과는 표 2, 3과 같다. 표 2와 3의 결과에서 NSP가 클수록 반복 횟수가 작음을 알 수 있다. 이는 NSP가 클수록 원 영상과 각 반복 단계에서의 복원 영상과의 거리 계산시  $E_2(k)$ 를 보다 큰 속도로 증가시킴으로써  $E\{\|f - \hat{f}_{k,NEW}\|^2\}$ 가 증가하는 지점이 빨라지기 때문이다.

또한 이 결과로부터 최소 mse는 적당한 NSP를 주었을 때 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그림 5에 BSNR 20dB 영상에 대한  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_1 + E_2$ ,  $E_1 + \mu E_2$ 를 시도하였다. 표의 total error는  $E_1 + E_2$ 와  $E_1 + \mu E_2$ 를 나타낸다.

수식 19의  $a_{ki}$ ,  $b_{kj}$ 를 표 1의 결과로부터 최소자승 오차를 이용하여 구한 값을 표 4에 보였다.

목표 mse에서 반복을 중지하기 위한 이상적인 NSP

표 2. BSNR 11dB 영상의 각 NSP에 따른 복원 결과  
Table 2. The result by each NSP of BSNR 11dB image

BSNR 11dB 영상	mse	반복 횟수	noise suppression parameter
훼손된 영상	943		
복원된 영상1	300이상	300회 이상	1.1
복원된 영상2	249	12	1.5
복원된 영상3	254	6	1.6
복원된 영상4	254	6	1.7

표 3. BSNR 20dB 영상의 각 NSP에 따른 복원 결과  
Table 3. The result by each NSP of BSNR 20dB image

BSNR 20dB 영상	mse	반복 횟수	noise suppression parameter
훼손된 영상	818.25		
복원된 영상1	145.02	58	4
복원된 영상2	151.36	22	4.8
복원된 영상3	163.10	12	5
복원된 영상4	175.21	8	5.2
복원된 영상5	186.24	6	6

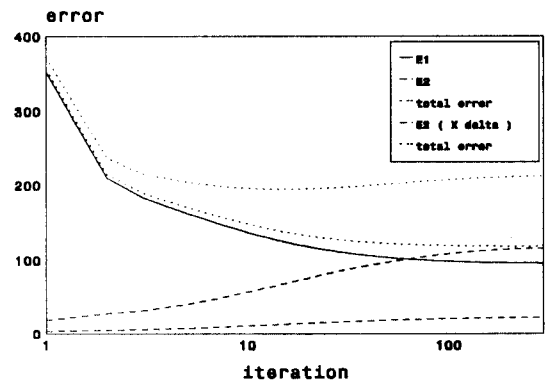


그림 5. BSNR 20dB 영상의 반복에 따른 여러 오차들의 변화  
Fig. 5 The variation of errors by the iteration of BSNR 20dB image

값, 표 4의 결과를 대입하여 각 추정 식에 의해 구한 NSP 값, 그리고 두 값들의 표준 편차를 표 5에 보였다.

이상의 결과에서  $NSP_0$  식으로 추정된 값의 표준 편차가 가장 작았다. 따라서 본 논문에서는 각 잡음 단계



표 4. 최소자승오차를 이용해 구한  $N\hat{S}P$ 의 계수값

Table 4. The coefficient of  $N\hat{S}P$  acquired using the least square error

k	$a_{k0}$	$a_{k1}$	$a_{k2}$	$a_{k4}$	$b_{k1}$	$b_{k2}$	$b_{k3}$
1	1.471	59.52	-0.45				
2	16.98				-67783.8	5.21	
3	1.455	59.91	-0.899	0.11			
4	-10.47				9527.5	-1.43233 $\times 10^8$	5.97849 $\times 10^{10}$
5	1.04	57.61					
6	0.9776	55.9824	0.45693		1187.21	138129	
7	0.60	-122.8	92.55	-15.78	19983.4	-1.11513 $\times 10^7$	1.34385 $\times 10^{10}$

표 5. 목표 mse에서 반복을 중지하기 위한 NSP와  $N\hat{S}P$

Table 5. The NSP and  $N\hat{S}P$  for the termination of iteration in the target mse

BSNR	이상적인 NSP	$N\hat{S}P_1$	$N\hat{S}P_2$	$N\hat{S}P_3$	$N\hat{S}P_4$	$N\hat{S}P_5$	$N\hat{S}P_6$	$N\hat{S}P_7$
9	1.52	1.736	12.898	1.711	-5.25	1.358	1.298	1.218
11	1.6	1.885	10.695	1.861	-2.869	1.532	1.477	1.508
12.5	1.75	2.066	8.093	2.043	-0.443	1.745	1.694	1.811
14	2.04	2.314	4.677	2.292	2.100	2.033	1.990	2.141
16	2.7	2.834	-2.02	2.815	4.977	2.631	2.603	2.564
17	2.93	3.121	-5.44	3.104	5.365	2.957	2.937	2.660
17.5	3.19	3.362	-8.2	3.346	5.146	3.230	3.216	2.679
18.5	3.7	3.844	-13.36	3.830	3.465	3.769	3.768	2.564
19.2	4.18	4.267	-17.67	4.256	0.792	4.240	4.250	2.337
20	4.7	4.798	-22.61	4.789	-3.69	4.823	4.847	1.892
20.9	5.42	5.579	-28.397	5.572	-11.76	5.688	5.710	0.989
21.6	6.3	6.314	-34.53	6.310	-20.8	6.457	6.514	-0.035
23	7.9	8.018	-45.59	8.018	-44.6	8.261	8.349	-2.854
24.5	11	10.930	-59.61	10.932	-85.7	11.273	11.393	-8.218
26.4	15.6	16.015	-76.75	16.005	-152.6	16.423	16.565	-17.75
28	28	22.787	-90.37	22.931	-218.8	23.140	23.256	-28.4
30	34	35.243	-104.76	35.024	-301.4	35.316	35.330	-42.1
32	53	56.457	-111.56	55.734	-378.7	55.788	55.597	-50.2
35	105	107.285	-126.93	104.370	-453	104.151	103.742	-23.0
37	172	180.446	-132.39	172.049	-496	172.600	172.871	28.3
표준 편차		2.418	107.16	1.3723	240.85	1.3274	1.3207	54.02

에서의 NSP 추정식으로  $N\hat{S}P_6$ 식을 이용하여 각 BSNR 영상에 대하여 실험하였다. 그러나 이때  $N\hat{S}P_3$ ,  $N\hat{S}P_5$ ,  $N\hat{S}P_6$ 는 실제로 비슷한 표준 편차를 나타내었으므로 실제 복원 시스템에서는 이들을 사용하여도 무방하리라고 추정된다. 이 중 몇 가지의 영상에 대하여 Katsaggelos의 종료 규칙과 Sullivan의 종료 규칙을 적용한 결과를 표 6에 나타내었다.

표 6의 결과로써 본 논문에서 제안한 종료 규칙이 mse 측면과 반복 횟수를 모두 고려해 볼 때 매우 만족스러운 결과를 얻을 수 있었음을 알 수 있다. 이 중 BSNR 11dB 영상과 20dB 영상에 대하여 위의 세 가지 방법으로 실험한 결과를 그림 6과 7에 나타내었

표 6. 추정된 NSP 값에 의한 실험 결과

Table 6. The simulation results by estimated NSP

BSNR	잡음 분산 ( $\sigma^2$ )	$N\hat{S}P_6$	목표 mse	결과 mse	반복 횟수	Katsaggelos		Sullivan	
						mse	반복 횟수	mse	반복 횟수
9	225.1	1.298	304.5	393	200				
11	144.1	1.477	255.7	257.9	22	300 정도	500 초과	249	11
12.5	100.2	1.695	225.9	219.7	18				
14	70.7	1.990	202.9	196.8	16	208	500 초과	196.2	23
16	43.7	2.604	177.7	178.1	14				
17	36.1	2.937	170.7	172.7	14	166.4	314	164.3	53
17.5	31.5	3.217	165.7	167.0	16				
18.5	25.1	3.767	158.7	162.3	16				
19.2	21.3	4.255	154.7	159.3	16				
20	17.9	4.856	149.8	154.7	18	143.9	278	143.9	220 초과
20.9	14.5	5.699	145.8	150.4	20				
21.6	12.3	6.500	143.8	147.2	22				
23	9.1	8.351	139.8	143.1	23	133.1	268	133.1	500 초과
24.5	6.3	11.330	136.8	139.7	26				
26.4	4.1	16.57	133.8	135.9	30				
28	2.8	23.13	132.8	133.3	34				
30	1.77	35.18	130.8	131.8	36				
32	1.09	55.45	129.8	130.6	38				
35	0.57	101.82	129.8	129.3	42				
37	0.34	168.44	128.8	129.0	42				

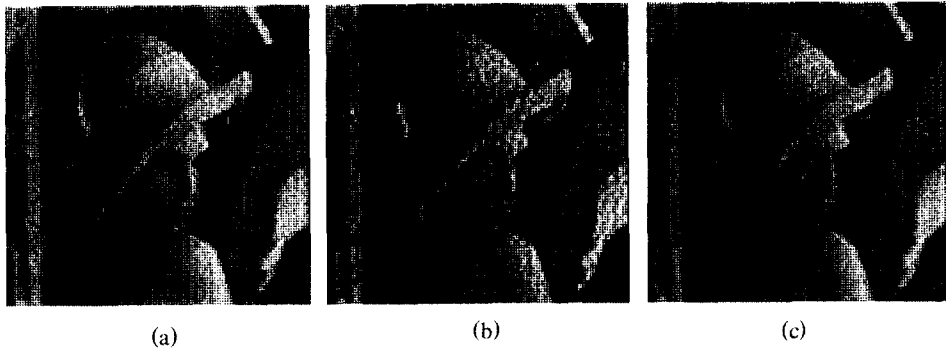


그림 6. BSNR 11dB 영상에 대하여 (a) 제안한 종료 규칙을 적용한 결과 (b) Katsaggelos의 규칙을 적용한 결과 (c) Sullivan의 규칙을 적용한 결과

Fig. 6 BSNR 11dB image (a) The result by proposed termination rule (b) The result of Katsaggelos's (c) The result of Sullivan's

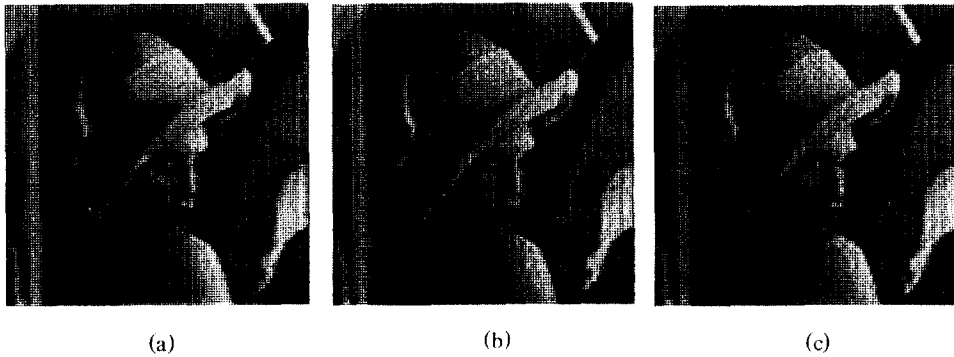


그림 7. BSNR 20dB 영상에 대하여 (a) 제안한 종료 규칙을 적용한 결과 (b) Katsaggelos의 규칙을 적용한 결과 (c) Sullivan의 규칙을 적용한 결과 (강제적으로 중지)

Fig. 7 BSNR 20dB image (a) The result by proposed termination rule (b) The result of Katsaggelos's (c) The result of Sullivan's (Termination by force)

다. 그림 7(c)의 영상은 실제로는 얻어지지 않으므로 강제로 반복을 중지시킨 결과이다.

그림 6과 그림 7은 제안한 종료 규칙을 적용한 결과와 기존의 종료 규칙을 적용한 경우의 실험 결과이다. Sullivan 기법의 경우 BSNR이 20dB인 경우 종료가 멈추지 않아 강제적으로 종료시킨 결과이며, Katsaggelos 기법의 경우는 BSNR이 11dB인 경우 화질이 상당히 나쁜 것을 볼 수 있는데, 이것은 종료 기법이

발산하는 특성을 나타내기 때문이다. 그러나 제안한 종료 규칙은 어떤 훼손 영상에서도 안정된 결과 영상을 보이는 것을 알 수 있다.

## V. 결 론

본 논문의 주된 목적은 훼손된 영상을 복원하는 여러 기법중 가장 보편적인 방법인 정칙화 반복 복원

방법을 위한 종료 규칙과 최적화 변수를 제안하는 것이다.

본 논문에서 제안한 종료 규칙은 매우 우수한 결과를 보였다. Katsaggelos나 Sullivan의 경우 특정 조건에서만 제대로 반복을 종료시킬 수 있으나, 제안한 종료 규칙은 잡음이 상대적으로 많은 경우에는 최소의 mse를 갖는 지점에서, 잡음이 상대적으로 적은 경우에는 적당히 제한된 반복 횟수를 갖는 지점에서 반복을 멈추어, 어떠한 조건 하에서도 적당히 이상적인 위치에서 반복을 멈출 수 있다. 여기서 '적당히 이상적인'이란 말은 mse 측면과 반복 횟수 측면을 모두 고려함을 의미한다. 이는 대부분의 종료 규칙이 mse 한 측면만을 고려한데 반하여 본 논문에서 제안한 종료 규칙은 반복 횟수를 이와 병행하여 고려함으로써 보다 빠른 정보 처리를 요구하는 시대 조류에 부응함을 의미한다. 이는 특히 복원되어야 할 영상의 양이 매우 많은 경우, 예를 들어 일련의 영상 열을 복원하는 경우에 적용하였을 때 매우 우수한 효과를 나타낼 것으로 기대한다.

### 참고 문헌

1. H. C. Andrews and B. R. Hunt, *Digital Image Restoration*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1977.
2. J. Biemond, R.L. Lagendijk, and R.M. Mersereau, "Iterative methods for image deblurring," Proc. IEEE, vol.78, pp. 856-883, May 1990.
3. A. K. Katsaggelos, "Iterative image restoration algorithms," *Optical Engineering*, vol.28, No.7, pp. 735-748, July 1989.
4. B.J. Sullivan, and A.K. Katsaggelos, "New termination rule for linear iterative image restoration," *Optical Engineering*, vol.29, No.5, pp. 471-477, May 1990.
5. A.K. Katsaggelos, J. Biemond, R.W. Schafer, and R.M. Mersereau, "A regularized iterative image restoration algorithm," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.39, No.4, pp. 914-929, April 1991.
6. H. Joel Trussell, "Convergence criteria for iterative restoration method," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-31, pp. 129-136, Feb.

1983.

7. B. R. Hunt, "A matrix theory proof of the discrete convolution theorem," *IEEE Tran. Audio and Electroacoustics*, vol.19, pp. 285-288, Dec. 1971.
8. R. L. Lagendijk, J. Biemond, and D. E. Boeckee, "Regularized iterative image restoration with ringing reduction," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol.36, pp. 1874-1888, Dec. 1988.
9. R. W. Schafer, R. M. Mersereau, and M. A. Richards, "Constrained iterative restoration algorithms," *Proc. IEEE*, vol.69, pp. 643-649, June 1981.
10. Nikolas P. Galatsanos, and Aggelos K. Katsaggelos, "Methods for choosing the regularization parameter and estimating the noise variance in image restoration and their relation," *IEEE Trans. Image Processing*, vol.1, No.3, pp. 322-336, July 1992.

文 兌 鎮(Tae Jin Moon)

정회원

1970년 12월 22일생

1994년: 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1996년 2월: 연세대학교 전자공학과 대학원 석사과정

1996년 2월~현재: LG 전자 DIS Team. 연구원

※주관심분야: 마이크로 컴퓨터, 영상 처리 등



金 仁 謙(In Kyeom Kim)정회원

1967년 3월 10일생

1990년: 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1992년 8월: 연세대학교 대학원 석사과정

1997년 8월: 연세대학교 대학원 박사과정

1996년 2월~현재: 안양전문대학 사무자동화과 전임강사

※주관심분야: 영상 처리 분야

朴 圭 泰(Kyu Tae Park)

정회원

제 19권 제 12호 참조

현재: 연세대학교 전자공학과 교수