

원형어레이에서의 새로운 어레이 공분산 행렬 추정 방법

正會員 金 永 受*, 金 榮 洙**, 金 昌 周*, 朴 漢 奎***, 崔 相 三****

A New method for Estimating Array Covariance Matrix in Circular Array

Young Su Kim*, Young Soo Kim**, Chang Ju Kim*, Han Kyu Park***,
Sang Sam Choi**** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 등간격 원형 어레이로 입사하는 다중 협대역 신호를 분리 추정하기 위한 알고리즘의 성능개선 방안을 제안한다. 입사신호의 도래각을 추정하는 알고리즘의 성능은 수신신호로부터 구한 공분산 행렬의 정확도에 많이 좌우되므로 공분산 행렬을 정확하게 추정하는 것은 매우 중요하다. 센서 갯수가 짝수인 등간격 원형 어레이의 경우에는 어레이의 기하학적 구조가 규칙성을 가지므로, 본 논문에서는 이러한 특성을 이용하여 공분산 행렬을 정확하게 추정할 수 있는 방안을 제시하였다. 시뮬레이션 결과 본 논문에서 제안한 공분산 행렬을 사용한 방법이 기존의 공분산 행렬을 이용한 방식에 비해서 우수한 통계적 성능을 보여 주었다.

ABSTRACT

In this paper, we present a performance improvement method for the direction-of-arrival (DOA) estimation algorithm of the narrowband signals incident on a uniform circular array. It is very important to estimate the covariance matrix effectively because the performance of DOA algorithm mainly depends on the exactness of the sample covariance matrix which is computed from the received samples of signals. In case of uniform circular array with the even number sensors, the structure of the array has a useful geometrical property. Therefore we present the method which can estimate covariance matrix more effectively using this property. The simulation results are

* 한국전자통신연구원

** 경희대학교 전자·전파 계열

*** 연세대학교 기전공학부

**** KIST

論文番號: 97066-0221

接受日字: 1997年 2月 21日

shown to demonstrate the superior performance obtained by the proposed covariance matrix estimation method relative to that of the conventional estimation method.

I. 서 론

최근에 협대역 인코히런트 신호의 도래각을 추정하는 방향탐지 알고리즘이 많이 제안되었으며 MUSIC [1], Minimum-Norm[2], SEM[5]등의 초분해능 알고리즘들은 뛰어난 해상도를 갖고 있다. 이러한 초분해능 알고리즘들은 공간 공분산 행렬의 고유특성을 이용하여 초분해능 알고리즘의 성능은 추정한 공분산 행렬의 정확도에 많이 좌우되므로 도래각을 정확하게 추정하고 분리하기 위해서는 공분산 행렬을 정확하게 추정해야 한다. 그러나 실환경하에서 공분산 행렬을 구할 경우에는 데이터 갯수가 한정되어 있고 신호에 잡음이 섞여 있으므로 공분산 행렬을 정확하게 추정할 수 없다.

어레이 안테나의 구조가 규칙성을 가질 경우에는 이러한 규칙성으로부터 특별한 성질을 찾아내어 이를 공분산 행렬의 정확도를 향상시키는데 이용할 수 있다. 인코히런트 신호가 등간격 선형어레이 안테나로 입사하는 경우는 어레이의 기하학적 구조 때문에 공분산 행렬이 Toeplitz 형태를 가져야 하므로 이러한 특성을 이용하여 수신 데이터로부터 구한 공분산 행렬을 강제로 Toeplitz 행렬로 만들어서 성능을 향상시키는 방법이 있다[3]. 그러나 선형 어레이는 방위각과 양각을 동시에 추정할 수 없고 입사신호의 도래방향에 따라서 어레이의 유효 개구면의 크기가 변화하므로 분해능이 방위각에 따라 달라지는 단점이 있어서 실제로 사용하기에는 적합하지 않다.

실환경하에서 입사신호의 도래각을 추정할 때는 방위각과 양각을 모두 알아야 하며 해상도가 입사신호의 방향에 관계없이 일정하게 유지되어야 할 필요가 있다. 입사신호의 방위각과 양각을 동시에 추정하기 위해서는 어레이를 2차원 평면에 배열해야 한다. 또한 입사신호의 도래 방향에 관계없이 일정한 해상도를 갖게 하기 위해서는 어레이의 유효 개구면의 크기가 신호의 도래방향에 따라서 변화하지 않아야 하며 이렇게 하기 위해서는 어레이 소자를 원형으로 균일하게 배열해야 한다. 등간격 원형어레이는 이와같은 조건을 만족하므로 실환경에 적용하기에 적합한

구조이다. [9] 본 논문에서는 실환경에 적합한 센서갯수가 짝수인 등간격 원형 어레이의 경우에 공분산 행렬을 효율적으로 추정할 수 있는 방안을 제시하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 신호모델과 공분산 행렬의 특성에 대해서 설명하였고, III장에서는 제안한 공분산 행렬 추정 방법을 설명하였다. IV장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 방식의 통계적 성능 및 장점을 기존 공분산 행렬 추정방법과 비교 분석하였으며 V장에서 결론을 맺는다.

II. 신호 모델

M 개의 센서로 구성된 어레이에 N 개의 평면파가 입사된다고 가정하자. 입사된 평면파는 중심주파수가 f_0 인 협대역 신호이고 신호는 서로 상관관계가 없거나 부분적으로 상관되어 있다고 가정한다. 이때 m 번째 센서에서 수신된 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_n(t) &= \sum_{m=1}^N s_n(t) \exp[j(\omega_0 \tau_n(m) + \delta_n)] + \eta_m(t) \\ \tau_n(m) &= \mathbf{k}_n^T \mathbf{z}_m / c \\ \mathbf{k}_n &= [\cos \phi_n \cos \theta_n, \cos \phi_n \sin \theta_n, \sin \theta_n]^T \\ 1 \leq n \leq N, \quad 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 ω_0 는 f_0 의 각주파수, \mathbf{z}_m 은 m 번째 센서의 위치벡터, \mathbf{k}_n 은 n 번째 신호의 입사방향을 나타내는 단위벡터, T 는 전치행렬 연산자, c 는 신호의 전파속도, δ_n 은 n 번째 신호의 랜덤위상, η_m 은 m 번째 센서에서 수신한 부가성 백색 가우시안 잡음이다. 또한 θ_n 과 ϕ_n 은 각각 n 번째 신호의 방위각과 양각을 나타낸다.

식(1)을 벡터형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\mathbf{x}(t) = A \mathbf{s}(t) + \boldsymbol{\eta}(t) \quad (2)$$

여기에서 $\mathbf{x}(t)$ 는 $M \times 1$ 수신신호벡터

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \quad (3)$$

A는 $M \times N$ 스티어링 행렬

$$A = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_N)] \quad (4)$$

$\mathbf{a}(\theta_n)$ 는 $M \times 1$ 스티어링 벡터

$$\mathbf{a}(\theta_n) = [\exp(j\omega_0 \tau_n(1)), \exp(j\omega_0 \tau_n(2)), \dots, \exp(j\omega_0 \tau_n(M))]^T \quad (5)$$

$\mathbf{s}(t)$ 는 $N \times 1$ 신호벡터

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \exp(j\delta_1), s_2(t) \exp(j\delta_2), \dots, s_N(t) \exp(j\delta_N)]^T \quad (6)$$

$\boldsymbol{\eta}(t)$ 는 $M \times 1$ 잡음벡터이다.

$$\boldsymbol{\eta}(t) = [\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_M(t)]^T \quad (7)$$

신호와 잡음은 다음의 두가지 조건을 만족한다고 가정한다.

첫째, 신호와 잡음은 W.S.S.(wide-sense stationary)이며 또한 평균값이 0인 복소 에르고딕(ergodic) 프로세스이다.

둘째, 신호와 잡음은 통계적으로 서로 독립이다.

입사신호의 공간 공분산 행렬은 도래각 추정에 핵심적인 역할을 하며 다음과 같이 정의된다.[7]

$$R_x = E\{\mathbf{x}(t) \mathbf{x}(t)^H\} \quad (8)$$

여기에서 E는 기대값, H는 복소 전치행렬(hermitian transpose) 연산자를 나타낸다. 식(8)에 식(2)를 대입하고 위에서 언급한 가정을 적용하면 R_x 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_x = A R_s A^H + \sigma^2 R_\eta \quad (9)$$

여기에서 σ^2 은 잡음전력이고, $N \times N$ 신호 공분산행렬 R_s 와 $M \times M$ 잡음공분산 행렬 R_η 은 다음과 같다.

$$R_s = E\{\mathbf{s}(t) \mathbf{s}(t)^H\} \quad (10)$$

$$\sigma^2 R_\eta = E\{\boldsymbol{\eta}(t) \boldsymbol{\eta}(t)^H\} \quad (11)$$

입사 신호가 모두 서로 상관되지 않으면 R_s 는 대각행렬이 되고, 부분적으로 상관되어 있으면 R_s 는 정칙이고 대각행렬이 아니며, 신호들 중의 일부라도 완전히 상관되어 있으면 R_s 는 비정칙이고 대각행렬이 아니다. 식(11)에서 어레이 안테나의 부가성 잡음이 상호 독립이면 잡음공분산 행렬 R_η 은 단위행렬이 된다.

신호와 잡음은 에르고딕 프로세스라고 가정하였으므로 실제로 수신 신호벡터 $\mathbf{x}(t)$ 로부터 공분산 행렬을 추정할 경우에는 식(8)처럼 통계적 평균을 취하지 않고 식(12)와 같이 시평균을 이용하여 공분산 행렬을 추정한다.[6]

$$\hat{R}_x = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{x}(t_i) \mathbf{x}(t_i)^H \quad (12)$$

여기에서 $\mathbf{x}(t_i)$ 는 t_i 인 순간에 샘플링한 수신신호벡터, L은 샘플링 갯수를 나타낸다. 식(12)는 신호가 에르고딕 프로세스이면 점근 불편 추정치가 된다.

내림 차순으로 배열한 R_x 의 고유값 λ 와 이에 대응되는 고유벡터 \mathbf{v} 를 아래와 같이 나타내면

$$\{\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M\}, \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_M\} \quad (13)$$

다음과 같은 특성이 성립한다.[1]

1) R_x 의 가장 작은 고유값은 σ^2 과 같고 $(M-N)$ 개가 존재한다.

$$\lambda_{N+1} = \lambda_{N+2} = \dots = \lambda_M = \sigma^2 \quad (14)$$

2) 가장 작은 고유값에 해당되는 고유벡터는 스티어링 행렬 A의 모든 열벡터와 직교한다.

$$\{\mathbf{v}_{N+1}, \dots, \mathbf{v}_M\} \perp \{\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_N)\} \quad (15)$$

식(15)에서 가장 작은 고유값에 해당되는 고유벡터를 잡음고유벡터라 부르고 잡음고유벡터가 생성하는 벡터공간을 잡음 부공간이라고 한다. 고유벡터중에서 잡음고유벡터를 제외한 나머지를 신호고유벡터라 하고 신호고유벡터가 생성하는 벡터공간을 신호 부공간이라고 한다. 잡음 부공간은 신호 부공간의 직교 여공간(orthogonal complement)[8]이 되므로 두 공간은 서로 직교한다. MUSIC과 같은 고유 특성을 이용

하는 알고리즘은 위의 성질을 이용하여 신호의 도래 각을 추정한다.

Ⅲ. 새로운 공분산 행렬 추정방법

3차원 공간상에 위치한 두 센서를 센서사이의 거리를 일정하게 유지시킨 상태에서 원래위치로부터 평행이동 시키면 두 센서에서 수신한 인코히런트 신호의 상관은 변화하지 않는 특성이 있으며 이러한 성질을 갖는 신호를 공간 정상 프로세스 (spatial stationary process)라고 부른다. 이러한 특성은 시간영역에서의 정상 프로세스와 유사한 개념이다. 그리고 이러한 특성 때문에 등간격 선형어레이의 공분산 행렬은 Toeplitz 행렬이 된다[4].

센서 갯수가 짝수인 등간격 원형어레이는 그 기하학적 구조가 규칙성을 가지고 있어서 공간 정상 프로세스를 만족시키는 센서의 쌍이 존재한다. 이러한 특징을 이용하면 공분산 행렬을 보다 정확하게 추정할 수 있다. 그림 1에 나타난 센서갯수가 8개인 원형어레이에서 어레이 공분산 행렬의 각 성분간의 상관성질을 기술한다.

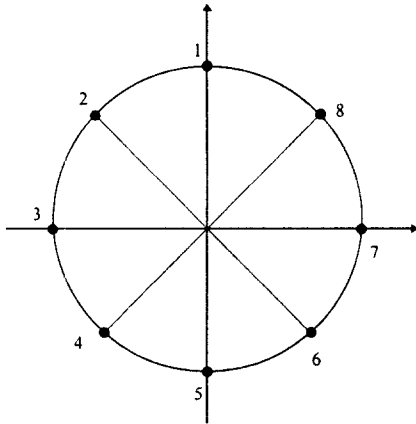


그림 1. 등간격 원형 어레이의 기하학적 구조(M=8)
Fig 1. Geometrical structure of uniform circular array (M=8)

그림 1에서 보는 바와 같이 센서1과 센서2를 연결한 직선과 센서6과 센서5를 연결한 직선은 서로 평행하기 때문에 수신신호는 공간 정상 프로세스가 된다. 따라서 센서1에서 수신한 신호 $x_1(t)$ 와 센서2에서 수

신한 신호 $x_2(t)$ 의 상관(correlation)은 센서6에서 수신한 신호 $x_6(t)$ 와 센서5에서 수신한 신호 $x_5(t)$ 의 상관과 같아야 하므로 $E\{x_1(t)x_2(t)^H\} = E\{x_6(t)x_5(t)^H\}$ 이 성립한다. 이와 같은 관계는 임의의 두 센서를 연결한 직선들이 서로 평행을 이루는 모든 센서 쌍에 대해서 성립한다. 공분산 행렬 R_x 의 i 번째 행, j 번째 열의 성분을 $r(i, j)$ 라고 하면 $r(i, j) = E\{x_i(t)x_j(t)^H\}$ 이므로 $M=8$ 인 경우에 이를 정리하여 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$r(1, 2) = r(6, 5) \tag{16}$$

$$r(2, 3) = r(7, 6)$$

$$r(3, 4) = r(8, 7)$$

$$r(4, 5) = r(1, 8)$$

$$r(1, 3) = r(7, 5) \tag{17}$$

$$r(2, 4) = r(8, 6)$$

$$r(3, 5) = r(1, 7)$$

$$r(4, 6) = r(2, 8)$$

$$r(1, 4) = r(8, 5) \tag{18}$$

$$r(2, 5) = r(1, 6)$$

$$r(3, 6) = r(2, 7)$$

$$r(4, 7) = r(3, 8)$$

$r(i, j)$ 에서 $|i-j|$ 를 τ_s 라고 하면 식(16)은 $\tau_s=1$, 식(17)은 $\tau_s=2$, 식(18)은 $\tau_s=3$ 인 경우이다. 센서수가 M 개이고 M 이 짝수인 원형 어레이에서 위의 관계를 만족하는 τ_s 의 최대값은 $\tau_s=M/2-1$ 이다. 이와 같은 관계를 일반화하면 다음과 같다.

$$r(a, b) = r(c, d) \tag{19}$$

여기에서 a, b, c, d, k 는 다음을 만족하는 정수이다.

$$a = 1, 2, \dots, M/2 \tag{20}$$

$$b = a + k$$

$$c = d + k$$

$$d = a + M/2$$

$$k = 1, 2, \dots, M/2 - 1$$

식(20)에서 k 는 τ_s 에 해당되는 값이며 c 가 M 보다 커지게 되면 $c=c-M$ 을 사용한다. 식(20)의 a 와 k 를 변화시키고 그에 따른 b, d, c 를 구하면 식(19)를 만족시키는 모든 관계를 구할 수 있다. 식(19)의 $r(a, b)$ 와 $r(c, d)$ 는 통계적 평균을 취해서 구한 결과이다. 잡음이 존재하는 환경 하에서는 한정된 측정데이터를 이용하여 $r(a, b)$ 와 $r(c, d)$ 를 정확히 계산할 수 없으므로 이의 추정값인 $\hat{r}(a, b)$ 와 $\hat{r}(c, d)$ 를 구해야 하며 이러한 추정값은 식(19)를 만족시키지 못한다. 식(19)에 주어진 성질을 만족하는 공분산 행렬 추정값을 구하는 방법은 식(21)과 같이 산술평균을 구하는 방법을 들 수 있다.

$$\bar{r}(a, b) = \bar{r}(c, d) = \frac{\hat{r}(a, b) + \hat{r}(c, d)}{2} \quad (21)$$

식(21)에 나타난 바와 같이 $\hat{r}(a, b)$ 대신에 $\bar{r}(a, b)$ 를 이용하여 공분산 행렬을 구하면, 첫째 $\bar{r}(a, b)$ 는 평균을 취한 값이므로 $\hat{r}(a, b)$ 에 비해서 잡음에 의한 영향이 적어지며, 둘째 식(12)와 같이 샘플 데이터로부터 구한 공분산 행렬을 식(19)를 만족하는 이상적인 형태의 공분산 행렬과 동일하게 만들어줌으로써 보다 정확한 공분산 행렬을 구할 수 있는 장점이 있다. 식(21)의 관계를 적용한 새로운 공분산 행렬을 구하기 위해서 기존의 방법으로 구한 공분산 행렬 \hat{R}_x 를 편의상 크기가 $M/2 \times M/2$ 인 4개의 부행렬 (submatrix) R_1, R_2, R_3, R_4 로 분해하면 다음과 같다.

$$\hat{R}_x = \begin{bmatrix} \hat{R}_1 & \hat{R}_2 \\ \hat{R}_3 & \hat{R}_4 \end{bmatrix} \quad (22)$$

식(19)의 관계로부터 공간 공분산 행렬 \hat{R}_x 는 다음과 같은 성질을 만족해야 한다.

$$\hat{R}_1 = \hat{R}_4^T \quad (23)$$

$$\hat{R}_2 = \hat{R}_2^T \quad (24)$$

$$\hat{R}_3 = \hat{R}_2^{H1} \quad (25)$$

위의 성질을 이용하여 새로운 공분산 행렬 R_{av} 를 구하면 다음과 같다.

$$R_{av} = \begin{bmatrix} R_{av1} & R_{av2} \\ R_{av3} & R_{av4} \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기에서

$$R_{av1} = (\hat{R}_1 + \hat{R}_4^T)/2 \quad (27)$$

$$R_{av2} = (\hat{R}_2 + \hat{R}_2^T)/2$$

$$R_{av3} = R_{av2}^{H1}$$

$$R_{av4} = R_{av1}^T$$

이다. 윗식에서 R_{av3} 는 식(25)로부터, R_{av4} 는 식(23)으로부터 유도되었다. 이렇게 구한 R_{av} 는 다음과 같은 장점을 갖는다. 첫째, R_{av} 는 공간 정상 프로세스 성질을 이용하여 \hat{R}_x 의 각 성분의 평균을 취해서 구한 값이므로 \hat{R}_x 에 비해서 잡음에 의한 영향을 적게 받으므로 신호대 잡음비를 증가시키는 효과를 나타낸다. 둘째, 샘플 데이터로부터 구한 샘플 공분산 행렬은 데이터 갯수가 한정되어 있고 잡음이 섞여 있으므로 공분산 행렬의 각 성분이 식(19)의 관계를 만족시키지 못한다. 결국 R_{av} 는 샘플 공분산 행렬의 형태를 식(19)를 만족하는 이상적인 공분산 행렬에 근사화된 형태로 만들어줌으로써 보다 안정된 공분산 행렬 추정값을 구할 수 있는 장점이 있다. 이는 본 논문에서 제안한 공분산 행렬의 추정자 (estimator)의 표본분산이 작음을 의미한다. 이와 같은 두 가지 이유 때문에 R_{av} 는 \hat{R}_x 보다 우수한 통계적 성능을 제공한다. 또한 R_{av} 를 구하는데 소요되는 추가 계산량은 초분해능 알고리즘을 수행하는데 필요한 전체 계산량에 비하면 아주 작으므로 계산량을 많이 증가시키지 않고도 성능을 높일 수 있다.

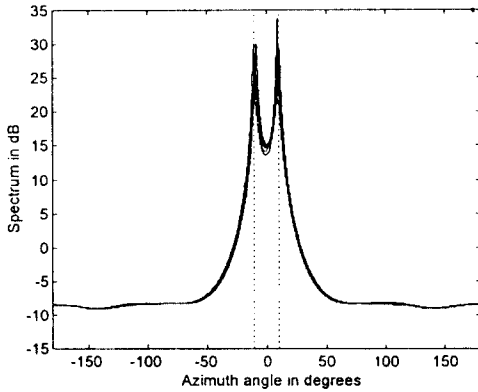
IV. 시뮬레이션 결과

본 장에서는 일반적인 방법으로 구한 공분산 행렬 \hat{R}_x 와 본 논문에서 제안한 방식으로 구한 R_{av} 의 성능을 비교하기 위해서 센서수가 짝수개이고 어레이의 반경이 0.5λ인 등간격 원형어레이를 사용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한 결과를 비교 분석하였다. \hat{R}_x 와 R_{av} 의 통계적인 성능을 신호대 잡음비에 따른 공간 스펙트럼의 표본 바이어스와 표본 표준편차 면에서 비교 분석하였다. 모든 통계적 분석 결과는 1000번의 독립시행을 하였고 각 독립 시행마다 부가성 백색 가우시안 잡음을 독립적으로 발생시켜서 공분산 행렬을 추정하였으며 도래각 추정을 위하여 MUSIC 방식을

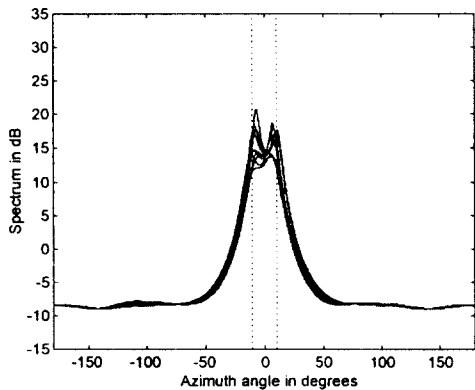
을 채택하였다.

\hat{R}_x 와 R_{av} 의 공간 스펙트럼을 비교하기 위해서 두 협대역 신호가 각각 -10° 와 10° 로 입사되고 센서수 $M=8$, 샘플수 $L=200$, 신호대 잡음비가 $10dB$ 인 경우에 10번 독립 시행한 결과를 그림 2에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 R_{av} 는 두 신호를 일관성 있게 분리 추정하는 반면에 \hat{R}_x 는 그렇지 못함을 알 수 있다.

\hat{R}_x 와 R_{av} 의 신호 분리능력을 통계적으로 비교하기 위해서 두 입사신호의 도래각이 $(-10^\circ, 10^\circ)$ 일 때 SNR을 변화시켜 가면서 1000회의 독립 시행을 하여 도래각의 분해능 확률을 그림 3에 도시하였다. 추정



(a) R_{av} 의 공간 스펙트럼



(b) \hat{R}_x 의 공간 스펙트럼

그림 2. MUSIC 알고리즘에 적용한 \hat{R}_x 와 R_{av} 의 공간 스펙트럼 (10번의 독립시행, $M=8$, $L=200$, $S/N=10dB$)

Fig 2. Ten statistically independent superimposed bearing estimates obtained with R_{av} and \hat{R}_x using MUSIC ($M=8$, $L=200$, $S/N=10dB$)

된 도래각이 입사각으로부터 $\pm 4^\circ$ 이내의 범위에 있으면, 즉 공간 스펙트럼이 구간 $[-14^\circ, -6^\circ]$ 와 $[6^\circ, 14^\circ]$ 내에서 모두 국부 최고치(local maximum)를 나타내면 분해한 것으로, 그렇지 않으면 분해하지 못한 것으로 판정하여 분해능 확률을 계산하였고 그림 3에 그 결과를 나타내었다. 그림 3에서 R_{av} 는 신호대 잡음비가 $8dB$ 이상이면 항상 두 신호를 분리 추정하며 \hat{R}_x 는 신호대 잡음비가 $14dB$ 이상이 되어야 분해능 확률이 1이 됨을 알 수 있다. 또한 동일한 분해능 확률을 얻기 위해서는 \hat{R}_x 가 R_{av} 보다 신호대 잡음비가 $6dB-8dB$ 정도 높아야 함을 알 수 있다. 따라서 R_{av} 는 \hat{R}_x 와 비교할 때 분해능 확률 면에서 약 $8dB$ 정도의 신호대 잡음비를 개선하는 효과가 있음을 알 수 있다.

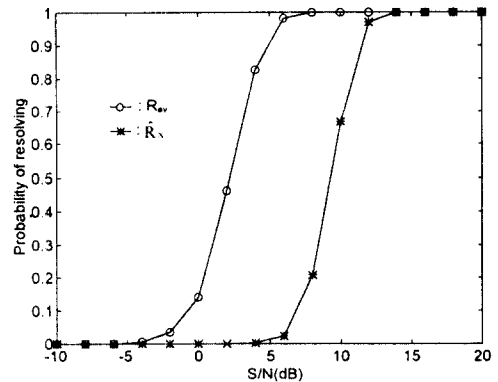


그림 3. MUSIC 알고리즘에 적용한 \hat{R}_x 와 R_{av} 의 분해능 확률 비교(1000번의 독립시행, $M=8$, $L=200$)

Fig 3. Comparison of resolving probability of \hat{R}_x and R_{av} applied to MUSIC (1000 statistically independent trials, $M=8$, $L=200$)

표 1에 그림 3과 동일한 조건하에서 구한 표본 바이어스와 표본 표준편차를 나타내었다. 표 1에서 알 수 있는 바와 같이 바이어스는 신호대 잡음비에 관계없이 R_{av} 가 \hat{R}_x 보다 항상 작은 값을 가지므로 R_{av} 가 \hat{R}_x 보다 정확하게 도래각을 추정한다는 사실을 알 수 있다. 표본 표준편차 또한 R_{av} 가 \hat{R}_x 보다 항상 작은 값을 가지므로 R_{av} 가 \hat{R}_x 보다 추정된 도래각의 통계적인 안정성이 뛰어나다는 사실을 알 수 있다.

공분산 행렬의 고유값 분포와 공분산 행렬의 성능은 밀접한 관련이 있으므로 R_{av} 와 \hat{R}_x 의 고유값 분포

표 1. 신호대 잡음비에 따른 \hat{R}_x 와 R_{av} 의 표본 바이어스와 표본 표준편차 비교(1000번의 독립시행, $M=80, L=200$)

Table 1. Comparison of bias and standard deviation of \hat{R}_x and R_{av} applied to MUSIC(1,000 statistically independent trials, $M=8, L=200$)

S/N(dB)	공분산행렬 추정방식		제안한 공분산 행렬(R_{av})	
	Measurere	기존의 공분산 행렬(\hat{R}_x)	Bias (degree)	표준편차 (degree)
0		-	1.289	1.859
2		-	1.204	1.744
4		-	0.994	1.589
6		-	0.616	1.310
8		2.080	0.361	1.007
10		1.698	0.210	0.766
12		1.184	0.132	0.595
14		0.686	0.084	0.463
16		0.402	0.053	0.367
18		0.245	0.036	0.290
20		0.152	0.024	0.228

-: 두 입사신호를 효율적으로 분리하지 못한 경우를 나타냄

를 조사하였다. 식(14)에 나타낸 가장 작은 고유값과 신호에 해당되는 고유값의 차이가 클 경우에는 공분산 행렬의 성능이 좋아지며 그 차이가 적으면 공분산 행렬의 성능이 저하된다. 일반적으로 SNR이 낮거나 신호가 아주 근접한 각도로 입사되면 이 고유값 차이는 작아진다. 그림 4에 R_{av} 와 \hat{R}_x 의 고유값의 평균치를 내림차순으로 정리하고 이를 가장 큰 고유값 λ_1 으로 정규화 하여 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 신호에 해당되는 고유값 λ_2 와 가장 작은 고유값 λ_3 의 차이가 \hat{R}_x 에 비해서 R_{av} 가 크게 나타남을 알 수 있다. R_{av} 가 \hat{R}_x 보다 분해능 확률, 표본 바이어스, 표본 표준편차와 같은 특성이 우수한 이유는 R_{av} 는 신호 부공간과 잡음 부공간의 직교성을 향상시켜주기 때문이다.

요컨대, R_{av} 는 \hat{R}_x 보다 높은 분해능 확률, 작은 표본 바이어스 그리고 작은 표본 표준편차와 같은 통계적 특성을 제공하므로 인코herent 신호의 도래각 추정을 위하여 알고리즘을 적용하고자 할 경우 본 논문에서 제안한 공분산 행렬 추정방식이 우수한 결과를

보여줄 것으로 기대된다.

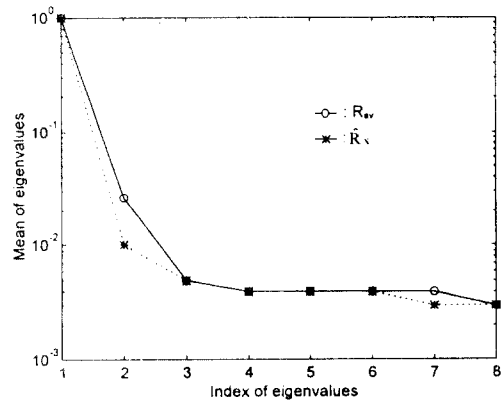


그림 4. 신호대 잡음비가 10dB일 경우의 \hat{R}_x 와 R_{av} 의 고유값 비교(1000번의 독립시행, $M=8, L=200$)

Fig 4. Comparison of eigenvalues of \hat{R}_x and R_{av} with SNR = 10dB (1000 statistically independent trials, $M=8, L=200$)

朴 漢 奎(Han Kyu Park)

정희원

1964년 2월: 연세대학교 전기공학과 졸업(공학사)
1968년 2월: 연세대학교 대학원 전기공학과 졸업(공학석사)
1973년: 프랑스 파리대학교(소르본 대학교) 박사과정 수료(DEA)
1975년: 프랑스 파리6대학교(Ph.D.)
1976년~1992년: 연세대학교 전자공학과 교수
1992년~1995년: 연세대학교 전파공학과 교수
1996년~현재: 연세대학교 기전공학부 교수
※주관심 분야: 마이크로파, 전파전파, 안테나

崔 相 三(Sang Sam Choi)

정희원

1966년: 미국 노스캐롤라이나 대학 물리학과 졸업(학사)
1968년: 미국 미시간 주립대학 물리학과 졸업(석사)
1971년: 미국 오하이오 주립대학 물리학과 졸업(Ph.D.)
1971년~1974년: 미국 노스캐롤라이나 대학 화학과 연구원
1974년~현재: 한국과학기술연구원 책임 연구원
1997년~현재: 한국과학기술정책 연구소(STEPI) 단장