

# Monro 및 Dudbridge의 프랙탈 알고리즘으로 부호화된 영상의 해석식을 이용한 복호화

正會員 김 재 철\*, 김 원 호\*\*, 박 종 식\*\*\*

## Analytical Formula for Decoding of Images Encoded using Fractal Algorithm Proposed by Monro and Dudbridge

Jae Chul Kim\*, Won Ho Kim\*\*, Jong Sik Park\*\*\* *Regular Members*

### 요 약

프랙탈 축소변환 알고리즘을 이용하여 부호화된 영상의 복원은 일반적으로 임의의 초기영상에 대하여 축소변환을 반복적으로 수행하여 영상이 충분히 수렴할때 얻어지는 끌개영상을 구하는 과정을 거쳐 이루어 진다. 본 연구를 통하여 Monro 및 Dudbridge에 의하여 제안된 알고리즘 같이 부호화된 치역블럭에 대한 정의역블럭이 고정되어 있을 경우 복원과정에서 얻어지는 끌개영상은 해석적으로 유도됨을 보였고 이를 이용하여 반복과정없이 끌개영상을 얻을 수 있었다. 여러 테스트 영상들에 대하여 모의실험 결과 제안된 해석식을 이용하여 영상복원을 수행할 경우 기존의 방법보다 약 5배 정도 영상 복원 속도가 증가하였다. 유도된 해석식을 이용할 경우 QCIF 포맷의 동영상에 대한 실시간 복호화가 PC에서 소프트웨어적으로 가능함을 확인하였다.

### ABSTRACT

The conventional decoding procedure for the images encoded using fractal contractive transformation algorithms is performed by applying the transformations iteratively for an arbitrary initial image. In this paper, we showed that the attractor image can be obtained analytically when the image is encoded using the fractal algorithm proposed by Monro and Dudbridge, in which the corresponding domain block for a range block is fixed. Using the analytical formula, we can obtain the attractor image without iteration procedure. Computer simulation results for various test images show that we can increase the image decoding speed by more than five times when we use the analytical formula compared to the previous iteration methods. Also we confirmed that the real time decoding by software on PC is possible for the moving picture with QCIF formats.

\*구미전문대학 전자통신과  
\*\*동의공업전문대학 전자과  
\*\*\*경북대학교 전자공학과  
論文番號:97044-0204  
接受日字:1997年 2月 4日

## I. 서 론

프랙탈을 이용한 영상신호 압축 기법은 Jacquin<sup>[1~2]</sup>에 의해서 처음 제안된 이래 개선된 방법들이 많이 발표되어 왔다.<sup>[3~9]</sup> 프랙탈 영상 부호화 기법은 영상내에 존재하는 자기유사성<sup>[10]</sup>(self-similarity)을 이용하여 주어진 탐색영역내에서 부호화될 치역블럭(range block)으로 가장 적합하게 축소변환을 시켜주는 정의역 블럭(domain block)을 찾아내고 축소변환 연산자를 부호화함으로써 이루어진다. 복호화는 임의의 초기영상에 대하여 축소변환을 반복적으로 적용하여 수렴되는 끝개영상을 얻음으로서 이루어진다. 정지영상의 부호화등과 같이 부호화 시간의 제약을 받지않을 경우에는 정의역 탐색영역을 확대하여 해당되는 치역으로 가장 적합하게 축소변환시켜주는 정의역을 찾아서 복원영상의 화질을 향상시킬수 있으나 계산량의 증가로 부호화 시간이 길어지게 된다. Monro 및 Dudbridge<sup>[6]</sup>는 화면을 일정한 크기의 정의역으로 나누고 하나의 정의역을 4개의 같은 크기를 갖는 치역블럭으로 나누어서 해당되는 치역블럭들의 정의역을 고정시켜서 최소자승법을 이용하여 변환계수를 구하였다. 이는 근접한 영역에서 자기유사성이 있을 확률이 높다는 일반적인 화상의 성질을 이용한 것이다. 따라서 Monro와 Dudbridge 알고리즘은 [1]등과 같이 탐색영역이 넓은 경우와 비교하여 볼 때 화질이 떨어지는 단점을 갖고 있으나 부호화 시간이 짧은 장점이 있다.

본 논문의 주제는 Monro와 Dudbridge 알고리즘에 의해서 부호화된 프랙탈 영상의 복호화 방법에 대한 것이다. 앞에서 언급된 것처럼 일반적으로 프랙탈 알고리즘으로 부호화된 영상의 복호화는 임의의 초기영상에 대하여 축소변환을 무한히 반복하여 수렴되는 끝개 영상을 추출하여 이루어진다. 따라서 복원된 영상의 화질은 축소변환 연산자의 특성에 의한 수렴정도, 축소변환의 반복회수 및 복호화 시간의 제약등에 의하여 결정된다. 일반적으로 [1]과 같이 최적축소변환을 수행하는 탐색 정의역 블럭이 넓은 경우 끝개 영상을 얻기위한 반복적 축소변환의 적용은 복호화시 필수적이다. 그러나 본 연구를 통하여 Monro와 Dudbridge의 알고리즘과 같이 하나의 치역블럭에 대

한 정의역 블럭이 고정되어 부호화 했을 때 얻어지는 끝개영상은 축소변환 연산자의 부호화 계수로부터 해석적으로 유도됨을 보였다. 따라서 해석적으로 얻어지는 끝개영상은 수렴되는 영상과 정확하게 일치하며 부호화 시간이 고정된다. 여러 테스트 영상들에 대하여 시뮬레이션을 수행한 결과 일반적인 반복적인 축소변환에 의한 복호화 과정과 비교하여 볼 때 본 논문에서 유도된 해석식을 이용한 복호화시간이 많이 단축됨을 확인하였다.

본 논문은 다음의 순서로 기술되었다.

II에서는 Monro와 Dudbridge의 프랙탈 부호화 알고리즘<sup>[6]</sup>에 대하여 기술한다. III에서는 Monro와 Dudbridge 알고리즘으로 부호화된 축소변환에 의한 끝개영상에 대한 해석식을 유도한다. IV에서는 III에서 얻어진 공식을 이용하여 영상의 복원을 수행하는 모의 실험 결과 및 성능 분석에 대하여 기술한다. 마지막으로 V에서 본 논문의 결론을 맺었다.

## II. Monro와 Dudbridge의 프랙탈 부호화 알고리즘

부호화될 영상은 그림 1에서 보는 바와 같이  $2M \times 2N$ 의 크기를 갖는 정의역으로 나누고 이를 가로 세로 각각 2등분하여  $R^{11}$ ,  $R^{21}$ ,  $R^{31}$ ,  $R^{41}$ 의 네 개의 치역블럭으로 나눈다. 이때 정의역  $D$ 에서 치역  $R^{ij}(i=1, 2, 3, 4)$ 로의 프랙탈 축소 변환  $W^{ij}(D)$ 는 식 (1)과 같이 표시된다.

$$R^{ij} = W^{ij}(D) = s_i D_c + T_i \quad (1)$$

식 (1)에서  $D_c$ 는  $2^2:1$ 로 축소변환된 영상으로서 식 (2)에 표시된 바와 같이  $2^2:1$  샘플링 또는 식 (3)에 표시된 평균값 등의 형태를 가질수 있다.

$$Dc(m+1, n+1) = D(2m+1, 2n+1) \quad m=0, 1, \dots, M-1, \quad n=0, 1, \dots, N-1. \quad (2)$$

$$Dc(m+1, n+1) = \{ D(2m+1, 2n+1) + D(2m+2, 2n+1) + D(2m+1, 2n+2) + D(2m+2, 2n+2) \} / 4 \quad m=0, 1, \dots, M-1, \quad n=0, 1, \dots, N-1. \quad (3)$$

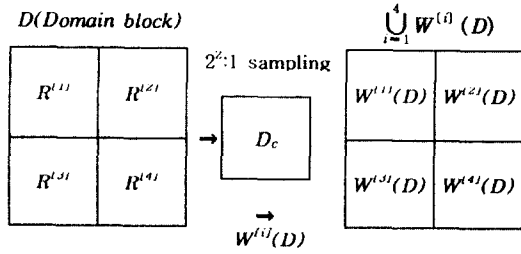


그림 1. 타일링 구조와 프랙탈 변환  
Fig. 1 Tiling structure and fractal transform.

식 (1)에서  $s_i$ 는 축소변환 상수를 표시하고  $T_i$ 는 평행 변환 연산자이다. 하나의 정의역에서 영상의 부호화는 원영상에 대하여 식 (1)에서  $R^{ij}$ 에 최적으로 근사시키는  $s_i$ 값과  $T_i$ 의 파라미터 값을 얻음으로써 이루어진다.

### III. 끝개영상에 대한 해석식

프랙탈 알고리즘을 이용하여 부호화된 영상의 복호화는 임의의 초기영상에 대하여 프랙탈 변환을 무한히 반복하여 끝개영상을 얻음으로써 이루어진다<sup>[10][11]</sup>.

$$X_1 = WX_0 = LX_0 + T \quad (4)$$

식 (4)에서  $X_0$ 는 임의의 초기영상 벡터,  $L$ 은 축소 변환 연산자,  $T$ 는 평행변환 영상벡터이고  $X_1$ 은 프랙탈 변환  $W$ 를  $X_0$ 에 적용시켜 얻은 영상벡터이다. 프랙탈 변환 연산자를 계속 반복적용하여 얻어지는 영상들을 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} X_2 &= WX_1 = LX_1 + T = L^2X_0 + LT + T \\ &\vdots \\ X_k &= L^kX_0 + (L^{k-1} + L^{k-2} + \dots + L + I)T \end{aligned} \quad (5)$$

프랙탈 변환  $W$ 를 초기영상  $X_0$ 에 대하여 무한히 반복하여 얻어지는 끝개영상  $X_T$ 은 다음과 같다.

$$X_T = (I + L + L^2 + \dots + L^\infty)T + L^\infty X_0 \quad (6)$$

식 (6)에서  $L$ 의 norm  $\|L\|$ 이 1 보다 작으면 우측항  $L^\infty X_0$ 은 없어지고 끝개영상은 다음과 같이 표시된다.

$$X_T = (I - L)^{-1}T \quad (7)$$

식 (7)에서  $I$ 는 단위행렬(identity) 연산자를 의미한다. 따라서 복호화시 임의의 초기영상을 이용하여 프랙탈 변환을 무한히 반복하면 초기영상과 무관한 끝개 영상을 얻게된다. 복호화된 끝개영상과 원영상의 오차 벡터는 다음과 같이 유도된다.

$X_{orig}$ 를 원영상,  $E$ 를 원영상과 한 번 축소변환된 영상와 차영상이라 정의하면  $E$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$E = X_{orig} - (LX_{orig} + T) \quad (8)$$

식 (7)과 (8)에서 이때 원영상과 복원된 끝개 영상과의 오차벡터는 다음과 같이 유도된다.

$$X_{orig} - X_T = (I - L)^{-1}E \quad (9)$$

식 (9)에서 보는 바와 같이  $\|(I-L)^{-1}\|$ 과  $|E|$ 의 값이 작을수록 끝개영상은 원영상에 접근하게 된다.

Monro와 Dudbridge 알고리즘으로 부호화할 경우 끝개영상은 치역에 대하여 해당되는 정의역이 고정되어 있으면 식 (7)에서  $(I-L)^{-1}$  연산자가 해석식의 형태로 다음에 기술되는 바와같이 유도될 수 있다.

#### 1. 4x4 정의역 블럭의 해석식

Monro와 Dudbridge 알고리즘으로 부호화된 정의역 내의 복호화를 위한 임의의 초기 영상 벡터 요소를  $x^{(0)}_{pq}$  ( $p, q=1, 2, 3, 4$ )라 정의하자. 그림 1에서 정의역에서 부호화된  $i$  번째 치역 블럭의 축소 변환 상수가  $s_i$ 이고 평행변환 연산자  $T$ 의  $(k, l)$  요소를  $t^{[k]_l}$ 이라 하면, 초기 영상을 한번 프랙탈 변환하였을때의 정의역 블럭  $X^{(1)}_{pq}$ 는 식 (2)를 이용하여 축소변환할때 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} [X^{(1)}_{pq}] = & \begin{bmatrix} s_1x_{11}^{(0)} + t_{11}^{[1]} & s_1x_{13}^{(0)} + t_{12}^{[1]} & s_2x_{11}^{(0)} + t_{11}^{[2]} & s_2x_{13}^{(0)} + t_{12}^{[2]} \\ s_1x_{31}^{(0)} + t_{21}^{[1]} & s_1x_{33}^{(0)} + t_{22}^{[1]} & s_2x_{31}^{(0)} + t_{21}^{[2]} & s_2x_{33}^{(0)} + t_{22}^{[2]} \\ s_3x_{11}^{(0)} + t_{11}^{[3]} & s_3x_{13}^{(0)} + t_{12}^{[3]} & s_4x_{11}^{(0)} + t_{11}^{[4]} & s_4x_{13}^{(0)} + t_{12}^{[4]} \\ s_3x_{31}^{(0)} + t_{21}^{[3]} & s_3x_{33}^{(0)} + t_{22}^{[3]} & s_4x_{31}^{(0)} + t_{21}^{[4]} & s_4x_{33}^{(0)} + t_{22}^{[4]} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

같은 정의역에 대하여 프랙탈 변환을 n번 반복 수행 하였을때 얻어지는 정의역 화소  $x^{(n)}_{pq}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$x_{11}^{(n)} = s_1^n x_{11}^{(0)} + (s_1^{n-1} + s_1^{n-2} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} \quad (11-1)$$

$$x_{12}^{(n)} = s_2 s_1^{n-1} x_{11}^{(0)} + s_1 s_2 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_1 t_{11}^{(2)} + t_{12}^{(1)} \quad (11-2)$$

$$x_{13}^{(n)} = s_2 s_1^{n-1} x_{11}^{(0)} + s_2 (s_1^{n-2} + s_1^{n-3} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + t_{11}^{(2)} \quad (11-3)$$

$$x_{14}^{(n)} = s_2^2 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_2^2 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_2 t_{11}^{(2)} + t_{12}^{(2)} \quad (11-4)$$

$$x_{21}^{(n)} = s_3 s_1^{n-1} x_{11}^{(0)} + s_1 s_3 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_1 t_{11}^{(3)} + t_{21}^{(1)} \quad (11-5)$$

$$x_{22}^{(n)} = s_4 s_1^{n-1} x_{11}^{(0)} + s_1 s_4 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_1 t_{11}^{(4)} + t_{22}^{(1)} \quad (11-6)$$

$$x_{23}^{(n)} = s_2 s_3 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_2 s_3 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_2 t_{11}^{(3)} + t_{21}^{(2)} \quad (11-7)$$

$$x_{24}^{(n)} = s_2 s_4 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_2 s_4 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_2 t_{11}^{(4)} + t_{22}^{(2)} \quad (11-8)$$

$$x_{31}^{(n)} = s_3 s_1^{n-1} x_{11}^{(0)} + s_3 (s_1^{n-2} + s_1^{n-3} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + t_{11}^{(3)} \quad (11-9)$$

$$x_{32}^{(n)} = s_3 s_2 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_3 s_2 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_3 t_{11}^{(2)} + t_{12}^{(3)} \quad (11-10)$$

$$x_{33}^{(n)} = s_4 s_1^{n-1} x_{11}^{(0)} + s_4 (s_1^{n-2} + s_1^{n-3} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + t_{11}^{(4)} \quad (11-11)$$

$$x_{34}^{(n)} = s_4 s_2 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_4 s_2 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_4 t_{11}^{(2)} + t_{12}^{(4)} \quad (11-12)$$

$$x_{41}^{(n)} = s_3^2 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_3^2 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_3 t_{11}^{(3)} + t_{21}^{(3)} \quad (11-13)$$

$$x_{42}^{(n)} = s_3 s_4 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_3 s_4 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_3 t_{11}^{(4)} + t_{22}^{(3)} \quad (11-14)$$

$$x_{43}^{(n)} = s_4 s_3 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_4 s_3 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_4 t_{11}^{(3)} + t_{21}^{(4)} \quad (11-15)$$

$$x_{44}^{(n)} = s_4^2 s_1^{n-2} x_{11}^{(0)} + s_4^2 (s_1^{n-3} + s_1^{n-4} + \dots + 1) t_{11}^{(1)} + s_4 t_{11}^{(4)} + t_{22}^{(4)} \quad (11-16)$$

식 (11)에서  $|s_i| < 1$ 이면 화소  $x^{(n)}_{pq}$ 의 모든 첫번째 항은 0가 되고, 끝개영상의 화소값  $x^T_{pq}$ 는 초기영상의 화소값에 관계없이 부호화된 축소변환 상수와 평행 변환 연산자요소에 의하여 결정된다.

$$[x^T_{pq}] = \lim_{n \rightarrow \infty} [x^{(n)}_{pq}] \quad (12)$$

이때 끝개 영상의 화소  $x^T_{pq}$ 는 다음과 같이 표시된  $t$ .

$$x_{11}^T = \frac{t_{11}^{(1)}}{1 - s_1} \quad (13-1)$$

$$x_{12}^T = s_1 s_2 x_{11}^T + s_1 t_{11}^{(2)} + t_{12}^{(1)} \quad (13-2)$$

$$x_{13}^T = s_2 x_{11}^T + t_{11}^{(2)} \quad (13-3)$$

$$x_{14}^T = s_2^2 x_{11}^T + s_2 t_{11}^{(2)} + t_{12}^{(2)} \quad (13-4)$$

$$x_{21}^T = s_1 s_3 x_{11}^T + s_1 t_{11}^{(3)} + t_{21}^{(1)} \quad (13-5)$$

$$x_{22}^T = s_1 s_4 x_{11}^T + s_1 t_{11}^{(4)} + t_{22}^{(1)} \quad (13-6)$$

$$x_{23}^T = s_2 s_3 x_{11}^T + s_2 t_{11}^{(3)} + t_{21}^{(2)} \quad (13-7)$$

$$x_{24}^T = s_2 s_4 x_{11}^T + s_2 t_{11}^{(4)} + t_{22}^{(2)} \quad (13-8)$$

$$x_{31}^T = s_3 x_{11}^T + t_{11}^{(3)} \quad (13-9)$$

$$x_{32}^T = s_3 s_2 x_{11}^T + s_3 t_{11}^{(2)} + t_{12}^{(3)} \quad (13-10)$$

$$x_{33}^T = s_4 x_{11}^T + t_{11}^{(4)} \quad (13-11)$$

$$x_{34}^T = s_4 s_2 x_{11}^T + s_4 t_{11}^{(2)} + t_{12}^{(4)} \quad (13-12)$$

$$x_{41}^T = s_3^2 x_{11}^T + s_3 t_{11}^{(3)} + t_{21}^{(3)} \quad (13-13)$$

$$x_{42}^T = s_3 s_4 x_{11}^T + s_3 t_{11}^{(4)} + t_{22}^{(3)} \quad (13-14)$$

$$x_{43}^T = s_4 s_3 x_{11}^T + s_4 t_{11}^{(3)} + t_{21}^{(4)} \quad (13-15)$$

$$x_{44}^T = s_4^2 x_{11}^T + s_4 t_{11}^{(4)} + t_{22}^{(4)} \quad (13-16)$$

따라서 **Monro**와 **Dudbridge** 알고리즘과 같이 탐색 정의역이 고정되어 부호화되면 영상의 복원시 임의의 초기영상에 대하여 반복적으로 프랙탈 변환을 수행하지 않고도 부호화 계수만으로 표현되는 해석식을 이용하여 끝개 영상을 얻을 수 있다.

는 과정은  $4 \times 4$ 일때와 같이 임의의 초기영상에 대하여 프랙탈 변환을 계속 수행하여 얻어진다. 식 (14)에서  $R^{T[i]}_{pq}(p, q=1, 2, 3, 4)$ 는 그림 1에서 정의역내의  $i$ 번째 치역블럭의  $(p, q)$  요소를 의미한다. 그 결과는 식 (14)와 같다.

2.  $8 \times 8$  정의역 블럭의 해석식

정의역의 크기가  $8 \times 8$ 일때의 끝개영상 요소를 얻

$$[R_M^{T(1)}] = \begin{bmatrix} \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} & s_1 \left( s_1 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(1)} & s_1 \left( s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} \right) + f_{13}^{(1)} & s_1 \left( s_2 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{14}^{(1)} \\ s_1 \left( s_1 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(1)} & s_1 \left( s_1 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(1)} & s_1 \left( s_2 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(1)} & s_1 \left( s_2 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(1)} \\ s_1 \left( s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} \right) + f_{13}^{(1)} & s_1 \left( s_2 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(1)} & s_1 \left( s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(4)} \right) + f_{13}^{(1)} & s_1 \left( s_4 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(4)} \right) + f_{12}^{(1)} \\ s_1 \left( s_2 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(1)} & s_1 \left( s_2 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(1)} & s_1 \left( s_4 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(3)} \right) + f_{12}^{(1)} & s_1 \left( s_4 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(3)} \right) + f_{12}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (14-1)$$

$$[R_M^{T(2)}] = \begin{bmatrix} s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} & s_2 \left( s_1 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(2)} & s_2 \left( s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} \right) + f_{13}^{(2)} & s_2 \left( s_2 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(2)} \\ s_2 \left( s_1 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(2)} & s_2 \left( s_1 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(2)} & s_2 \left( s_2 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(2)} & s_2 \left( s_2 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(2)} \\ s_2 \left( s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} \right) + f_{13}^{(2)} & s_2 \left( s_2 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(2)} & s_2 \left( s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(4)} \right) + f_{13}^{(2)} & s_2 \left( s_4 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(4)} \right) + f_{12}^{(2)} \\ s_2 \left( s_2 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(2)} & s_2 \left( s_2 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(2)} & s_2 \left( s_4 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(3)} \right) + f_{12}^{(2)} & s_2 \left( s_4 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(3)} \right) + f_{12}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (14-2)$$

$$[R_M^{T(3)}] = \begin{bmatrix} s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(3)} & s_3 \left( s_1 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(3)} & s_3 \left( s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} \right) + f_{13}^{(3)} & s_3 \left( s_2 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(3)} \\ s_3 \left( s_1 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(3)} & s_3 \left( s_1 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(3)} & s_3 \left( s_2 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(3)} & s_3 \left( s_2 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(3)} \\ s_3 \left( s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} \right) + f_{13}^{(3)} & s_3 \left( s_2 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(3)} & s_3 \left( s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(4)} \right) + f_{13}^{(3)} & s_3 \left( s_4 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(4)} \right) + f_{12}^{(3)} \\ s_3 \left( s_2 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(3)} & s_3 \left( s_2 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(3)} & s_3 \left( s_4 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(3)} \right) + f_{12}^{(3)} & s_3 \left( s_4 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(3)} \right) + f_{12}^{(3)} \end{bmatrix} \quad (14-3)$$

$$[R_M^{T(4)}] = \begin{bmatrix} s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(4)} & s_4 \left( s_1 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(4)} & s_4 \left( s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} \right) + f_{13}^{(4)} & s_4 \left( s_2 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(4)} \\ s_4 \left( s_1 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(4)} & s_4 \left( s_1 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_1 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(1)} \right) + f_{12}^{(4)} & s_4 \left( s_2 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(4)} & s_4 \left( s_2 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(4)} \\ s_4 \left( s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(2)} \right) + f_{13}^{(4)} & s_4 \left( s_2 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(4)} & s_4 \left( s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + f_{11}^{(4)} \right) + f_{13}^{(4)} & s_4 \left( s_4 s_2 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(2)} + f_{13}^{(4)} \right) + f_{12}^{(4)} \\ s_4 \left( s_2 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(4)} & s_4 \left( s_2 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_2 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(2)} \right) + f_{12}^{(4)} & s_4 \left( s_4 s_3 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(3)} + f_{13}^{(3)} \right) + f_{12}^{(4)} & s_4 \left( s_4 s_4 \left( \frac{f_{11}^{(1)}}{1-s_1} \right) + s_4 f_{11}^{(4)} + f_{13}^{(3)} \right) + f_{12}^{(4)} \end{bmatrix} \quad (14-4)$$

IV. 시뮬레이션 결과 및 고찰

III에서 유도된 해석식을 이용한 끝개영상의 복원화 과정을 검증하기 위하여 IBM 486 50MHz 컴퓨터 상에서 C 언어로 프로그래밍하여 시뮬레이션을 수행하였다. 테스트 영상으로는 256×256 크기의 Lady, Lena, Boat, Face 영상과 QCIF (176×144) 포맷의 Claire 등 영상 100 프레임을 이용하였다.

부호화시 평행변환 연산자  $T$ 는  $X$  및  $Y$ 축에 대하여 1차원 식을 적용하였다.

$$W^{(1)}(D) = s_i D_c(m, n) + a_i x_m + b_i y_n + c_i \quad (15)$$

부호화계수  $s_i, a_i, b_i, c_i$ 는 원 영상과 프랙탈 변환된 영상의 화소값의 차이의 자승을 최소화 하도록 하는 값을 구하여 얻었다.

표 1에서는 테스트 영상들에 대한 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 부호화시 사용된 치역블럭의 크기는 4×4이다. 표 1에서 Proposed Method행은 식 (14)의 해석식을 이용하여 얻은 끝개영상들의 PSNR 값을 표시하였고 Iteration Method행은 기존의 복호화 과정으로써 초기영상(Initial Image)을 사용하여 축소변환을 수행하였을 때 축소변환 회수에 따른 PSNR 값

의 변화를 나타낸다. 예상되는 바와 같이 반복회수가 증가할수록 PSNR 값은 해석식을 이용한 값에 수렴함을 볼 수 있다. Average Method행은 식 (3)에 표시된 평균화소값을 이용하여 끝개영상을 복원하였을 때의 PSNR 값을 표시된다. 시뮬레이션 결과 사용된 테스트 영상들에 대하여 식 (2)를 이용한 샘플링방법이 식 (3)을 이용한 경우보다 0.2~0.3dB 정도 PSNR 값이 높음을 볼 수 있다. 그림 2는 기존의 방법을 사용하여 영상복원을 수행하였을 때 프랙탈 변환 회수에 따른 영상의 수렴화 상태를 여러 스케일링 상수  $s_i$  값들에 대하여 나타내었다. 스케일링 상수  $s_i$ 를 Lena, Girl, Face, Hat, House, Barbara, Baboon, Couple, Pepper, Lady, Boat 영상들에서 각각 25개를 추출하였다. 스케일링 상수  $s_i$  값의 크기가 작으면 반복회수의 증가에 따라 빠르게 끝개영상으로 수렴하게되나  $s_i$  값의 크기가 1에 접근하게되면 수렴속도는 현저히 떨어짐을 볼 수 있다. 또한  $s_i$  값이 1에 근접하면 초기영상에 따라 수렴속도가 많은 차이가 난다. 특히 영상의 변화가 거의 없는 블럭에 대하여 영상복원을 수행할 때  $s_i$ 의 값이 1에 근접하면 초기영상에 따라서 수십번 프랙탈 변환을 반복수행을 하여도 끝개영상에의 수렴이 이루어지지않아 평탄한 복원 영상부분에 모자이크 형태의 블럭들이 나타난다. 이러한 현상은 부호화

표 1. 제안된 복호화 알고리즘 및 기존의 반복에 의한 복호화 알고리즘을 사용하였을 때 복원영상의 PSNR 값  
Table 1. Result of simulated PSNR values using proposed method and conventional iteration method.

Source Image	Initial Image	Proposed Method	Average Method	Iteration Method ( dB )							
				1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th
Lady	Lena			21.40	28.41	30.98	31.54	31.69	31.70	31.71	31.71
	Boat	31.72dB	31.49dB	20.19	27.77	30.78	31.61	31.67	31.70	31.70	31.71
	Face			18.92	26.68	30.42	31.53	31.64	31.68	31.70	31.70
Lena	Lady			20.09	26.08	27.96	28.36	28.41	28.42	28.42	28.42
	Boat	28.39dB	28.16dB	20.17	26.07	27.96	28.38	28.41	28.42	28.42	28.42
	Face			20.15	26.04	27.90	28.28	28.35	28.37	28.38	28.39
Boat	Lady			19.02	25.52	28.19	28.74	28.80	28.81	28.28	28.28
	Lena	28.81dB	28.48dB	20.47	26.52	28.44	28.77	28.81	28.81	28.81	28.81
	Face			18.22	25.11	27.94	28.65	28.75	28.79	28.80	28.80
Face	Lady			19.03	27.44	32.10	33.60	33.79	33.84	33.85	33.60
	Lena	33.86dB	33.60dB	21.63	29.32	32.71	33.62	33.78	33.82	33.84	33.85
	Face			19.24	27.72	32.24	33.56	33.77	33.82	33.85	33.85

과정에서  $s_i$ 의 크기가 1에 가까울때 강제적으로  $s_i$  값의 크기를 축소하여 고정시킨다음 식 (15)에서  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ 를 최소자승법으로 구하여 제거시킬 수 있었다. 그러나 해석식을 이용하여 복원할 경우에는 직접 복원영상을 해석적으로 얻을수 있으므로 위에 언급된 과정이 필요없다.

다음은 해석식을 이용한 영상복원과 기존의 방법을 이용하여 영상복원을 수행하였을 때 필요한 연산량 및 속도에 대하여 고찰한다.

본 논문에서 제안된 해석식을 이용하여 영상복원을 수행하면  $8 \times 8$ 의 크기를 갖는 정의역 복호화시 174번의 덧셈, 37번의 뺄셈, 130번의 곱셈, 1번의 나눗셈 및 82번의 shift 연산이 소요된다. 기존의 반복이 의한 복호화과정에서 프랙탈 축소변환을 한번 수행시 필요한 연산은 192번의 덧셈과 192번의 곱셈이 소요된다. 50MHz IBM 486 PC에서 영상복원을 수행할 때 소요되는 시간이 표 2에 정리되어 있다.

유도된 해석식을 이용하여 영상복원을 수행하면  $8 \times 8$  및  $16 \times 16$  정의역 블록에 대하여 각각  $78\mu s$ 와  $333\mu s$ 의 시간이 소요된다. 기존의 반복적 방법을 사용하여 축소변환을 한번 수행할때 소요되는 시간은 각각  $68\mu s$  및  $255\mu s$ 로써 해석식을 이용한 경우보다 약 13~15% 정도 빠르다. 표 1에 표시된 바와같이 반복적 방법으로 영상복원을 수행하여 PSNR값이 0.1dB 이

하로 충분히 수렴되는 영상을 얻기 위해서는 5~6회 정도의 반복적인 축소변환이 요구되므로 해석식을 사용하여 영상복원을 수행할 경우 기존의 방법보다 복원속도가 약 5배 빨라짐을 알 수 있다. QCIF 포맷의 영상을 복원시 한 프레임의 영상복원에 소요되는 시간은 해석식을 이용할 경우  $8 \times 8$  및  $16 \times 16$ 의 정의역을 사용할때 각각 30.9 ms와 33.3 ms가 소요되었다. 따라서 III에서 제안된 알고리즘을 이용하면 QCIF 포맷의 동영상은 PC상에서 소프트웨어적으로 실시간 복호화기를 구현할 수 있음을 알 수 있다.

표 2. 제안된 알고리즘과 기존의 반복적 방법에 의하여 복호화시 소요되는 시간의 비교.

Table 2. Comparison of decoding times for QCIF format image using proposed method and conventional iteration method.

Method	Domain block size	Block	Frame
Proposed Method	$8 \times 8$	$78\mu s$	30.9ms
	$16 \times 16$	$333\mu s$	33.0ms
Iteration Method	$8 \times 8$	$340\mu s$	134.5ms
	$16 \times 16$	$1275\mu s$	126.0ms

## V. 결 론

본 연구를 통하여 Monro 및 Dudbridge에 의한 알고리즘과 같이 치역블록에 해당하는 정의역 블록이 고정되어 프랙탈 부호화된 영상의 끝개 영상을 해석적으로 유도하였다.

해석식을 이용하여 영상복원을 수행하면 기존의 방법처럼 임의의 초기영상에 대하여 반복적으로 축소변환을 수행하지 않고서 끝개영상이 얻어진다. 여러 테스트 영상에 대하여 컴퓨터 모의실험 결과 기존의 반복적 방법과 비교하여 볼 때 해석식을 이용하면 5배 정도 영상복원 속도가 빠름을 알 수 있었다. 유도된 식을 이용하면 IBM PC 486 PC상에서 QCIF 포맷의 연속영상에 대하여 31ms~33ms의 프레임당 영상복원 시간이 소요되었고 따라서 소프트웨어적으로 실시간 부호화가 가능함을 확인하였다.

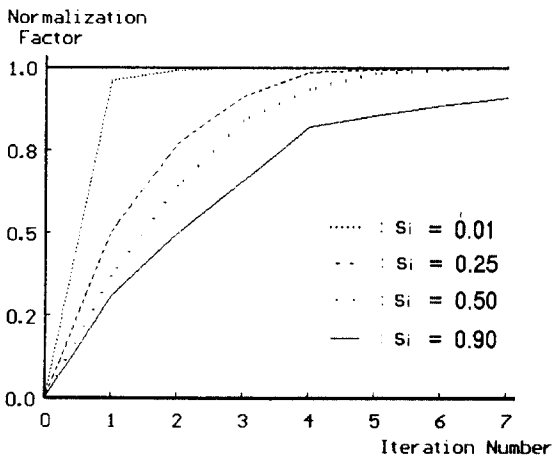


그림 2. 스케일링 계수  $s_i$ 의 변화에 따른 영상의 수렴과정.  
Fig. 2 Attractive process with iteration number for different values of scaling coefficient.

참 고 문 헌

1. A. E. Jacquin, "A novel fractal block-coding technique for digital images," *Proc. of IEEE ICASSP '90*, Albuquerque, pp. 2225-2228, April 1990.
2. A. E. Jacquin, "Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformation," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 1, no. 1, pp. 18-30, Jan. 1992.
3. G. Viens and M. H. Hayes, III, "Adaptive IFS image coding with proximity maps," *Proc. of IEEE ICASSP '93*, pp. 349-352, 1993.
4. G. E. Oien, S. Lepsoy, and T. A. Ramstad, "An inner product space approach to image coding by contractive transforms," *Proc. of IEEE ICASSP '91*, vol. 4, Toronto, Canada, pp. 2773-2776, 1991.
5. S. Lepsoy, G. E. Oien, and T. A. Ramstad, "Attractor image compression with a fast non-iterative decoding algorithm," *Proc. of IEEE ICASSP '93*, vol. 5, pp. 337-340, Apr. 1993.
6. D. M. Monro and F. Dudbridge, "Fractal approximation of image blocks," *Proc. of IEEE ICASSP '92*, vol. 3, pp. 485-488, 1992.
7. D. M. Monro and F. Dudbridge, "Fractal block coding of images," *Electronics Letters*, vol. 28, no. 11, pp. 1053-1055, May 1992.
8. D. M. Monro, "A hybrid fractal transform," *Proc. of IEEE ICASSP '93*, pp. 169-172, 1993.
9. D. M. Monro, "Fractal image compress without searching," *Proc. of IEEE ICASSP '94*, vol. 5, pp. 557-560, 1994.
10. M. F. Barnsley, *Fractals Everywhere*, Academic Press, 1988.
11. H. Peitgen, H. Jurgens, and D. Saupen, *Chaos and Fractal New Frontiers of Science*, Springer Verlag, New York, 1992.

金 載 結(Jae Chul Kim)

정희원

현재: 구미전문대학 전자통신과 전임강사  
한국통신학회논문지 제21권 제11호 참조



金 原 皓(Won Ho Kim) 정희원

1963년 1월 23일생

1985년 2월: 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1988년 2월: 경북대학교 일반대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

1996년 8월: 경북대학교 일반대학원 전자공학과 박사과정 수료

1988년 6월~1993년 2월: 한국전자통신연구소 연구원

1993년 3월~현재: 동의공업전문대학 전자과 조교수  
※주관심분야: VLSI설계, DSP, 마이크로프로세서응용

朴 宗 植(Jong Sik Park)

정희원

현재: 경북대학교 전자전기공학부 교수  
한국통신학회논문지 제21권 제11호 참조